

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ ІМ. В.М. ГЛУШКОВА



ЗАТВЕРДЖЕНО:

Директор академік НАН України

*I.V. Serhienko*  
І.В. СЕРГІЄНКО  
«*25*» *квітня* 20*25* р.

ПРОГРАМА  
ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ ДО АСПРАНТУРИ  
для здобуття освітнього рівня «доктор філософії» за спеціальністю  
**F1 Прикладна математика**

**Гарант освітньо-наукової програми**  
спеціальності F1 Прикладна математика,  
доктор технічних наук, член-кор. НАН України

Л.Ф.ГУЛЯНИЦЬКИЙ

Київ – 2025

Затверджено Вченою радою Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова  
НАН України (протокол № 6 від 22 квітня 2025 р.).

Програму вступного випробування за спеціальністю F1 Прикладна математика розроблено предметною комісією у складі академіка НАН України Задіраки В.К. (голова комісії), академіка НАН України О.М. Хімича, член-кореспондента НАН України П.С. Кнопова, та ухвалено на засіданні випускового відділу Чисельних методів та комп'ютерного моделювання №150 за спеціальністю F1 Прикладна математика.

## 1. Математичне моделювання

1. Фізичне та математичне моделювання. Детерміновані, евристичні, імітаційні та ймовірнісні моделі. Внутрішні та зовнішні збурення.
2. Математичні моделі динамічних процесів із зосередженими параметрами. Дискретні та неперервні процеси. Фазовий стан і керування. Коректність моделей.
3. Методи ідентифікації параметрів математичних моделей.
4. Методи статистичного оцінювання параметрів моделей.
5. Методи перевірки гіпотез.

## 2. Інтерполяція та середньоквадратичне наближення функцій

1. Основні поняття про наближення функцій.
2. Загальна теорія похибок.
3. Інтерполяція за поліномами Лагранжа, Ерміта, Чебишова.
4. Інтерполяція функцій кубічними сплайнами. Теореми про найкраще наближення.
5. Середньоквадратичне наближення функцій.
6. Екстраполяція.

## 3. Чисельне диференціювання та інтегрування

1. Чисельне диференціювання з застосуванням формули Ньютона.
2. Застосування формули Стерлінга.
3. Інтерполяційні квадратурні формули.
4. Квадратурні формули Ньютона-Котеса.
5. Формула Чебишова для чисельного інтегрування. Метод квадратури Гаусса.

## 4. Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь

1. Матриці та дії над ними, алгебраїчне доповнення, ранг матриці, обернена матриця. Норми векторів і матриць.
2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Обумовленість систем, число обумовленості.
3. Коректні та некоректні постановки задач. Класифікація коректно поставлених задач.
4. Похибка реалізації обчислювальних алгоритмів на комп'ютерах.
5. Метод Гаусса. Метод квадратних коренів. Метод ортогоналізації. Методи з паралельною організацією обчислень. Оцінка достовірності розв'язків, отриманих прямими методами.

## 5. Ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь

1. Лінійні векторні простори. Базис  $n$ -мірного лінійного простору. Скалярний добуток векторів. Ортогональні системи векторів.
2. Власні вектори і власні значення матриць. Білінійні і квадратичні форми матриць.
3. Однокрокові ітераційні процеси (простої ітерації, Гауса-Зейделя, верхньої релаксації). Прискорення збіжності ітерацій. Методи з паралельною організацією обчислень.
4. Двокрокові ітераційні процеси (явний двох кроковий, напівітераційний Чебишова). Достовірність розв'язків, отриманих ітераційними методами.

## 6. Алгебраїчна проблема власних значень

1. Постановка задач на власні значення. Властивості власних значень симетричної трьох діагональної матриці. Ортогональні матриці. Елементарні матриці обертання, відображення. Канонічна форма Жордана.

2. Методи Якобі, Гаусхолдера, Гівенса, Шварца.
3. Методи QR і QL. Зведення матриць загального типу до форми Хесенберга.
4. Методи половинного ділення, скалярного добутку, обернених ітерацій, Ланцоша.
5. Методи розв'язування узагальненої проблеми на власні значення. Зведення узагальненої задачі на власні значення до узагальненої форми Шура.

#### 7. Методи розв'язування систем нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь

1. Нелінійні рівняння з одним невідомим. Відокремлення коренів. Методи Ньютона, простої ітерації, січних.
2. Знаходження комплексних коренів трансцендентних рівнянь. Чисельне розв'язування поліноміальних рівнянь.
3. Розв'язування систем нелінійних рівнянь. Методи Ньютона, простої ітерації, квазіньютонівського типу, спуску. Одно – і двохкрокові градієнтні методи.

#### 8. Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь

1. Постановка задачі Коші. Існування і єдиність розв'язків. Стійкість розв'язків.
2. Однокрокові методи чисельного інтегрування задачі Коші. Явний і неявний методи Ейлера, Рунге-Кутта. Методи Ейлера – Коші.
3. Багатокрокові методи чисельного інтегрування задачі Коші. Методи Адамса, Гіра, Куртіса – Хіршенфельда.
4. Збіжність і стійкість багатокрокових методів.

#### 9. Чисельні методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь

1. Постановки крайових задач. Проблема існування, єдиності і коректності для крайових задач.
2. Проекційні методи розв'язування. Оцінка похибки.
3. Метод скінченних різниць. Дискретизація, апроксимація, стійкість, збіжність розв'язку.
4. Метод скінченних елементів. Дискретизація, збіжність методу. Оцінка числа обумовленості матриць. Базисні функції. Достовірність розв'язків.

#### 10. Чисельні методи розв'язування диференціальних рівнянь в частинних похідних

1. Постановка задач. Крайові, початкові умови.
2. Узагальнені розв'язки.
3. Метод скінченних різниць. Збіжність методу.
4. Явні та неявні різницеві схеми.
5. Метод скінченних елементів. Збіжність методу.

#### 11. Математичні методи оптимізації

1. Основні поняття про задачі математичного програмування.
2. Методи лінійного і нелінійного програмування (симплекс-метод, метод можливих напрямків).
3. Динамічне програмування. Принцип Белмана.
4. Задачі варіаційного числення та оптимального керування.
5. Принципи максимуму для лінійних і нелінійних задач оптимального керування.
6. Зв'язок принципу максимуму із класичними задачами варіаційного числення.
7. Метод максимальної правдоподібності. Метод найменших квадратів.

## 12. Методи опуклого програмування

1. Елементи опуклого аналізу. Опуклі множини та опуклі функції. Субдиференціал.
2. Задача опуклого програмування. Двоїстість. Теорема Куна-Такера.
3. Штрафні функції. Безумовна оптимізація.
4. Субградієнтні методи мінімізації опуклих функцій.
5. Градієнтні методи та методи спряжених напрямів.
7. Метод лінеаризації. Застосування в задачах з обмеженнями.

## 13. Випадкові величини. Стохастичний експеримент.

1. Випадкові величини, їх розподіл, щільності. Приклади.
2. Математичне очікування випадкової величини. Моменти.
3. Незалежність випадкових подій і величин. Умовні ймовірності і розподіли.
4. Нерівності Чебишева та Маркова.
5. Збіжність послідовностей випадкових величин. Типи збіжностей.
6. Слабкий та підсилений закони великих чисел.
7. Центральна гранична теорема для сум незалежних випадкових величин.

## 14. Комбінаторний аналіз та теорія графів

1. Комбінаторні конфігурації. Перестановки, розміщення, комбінації.
2. Метод рекурентних співвідношень. Метод твірних функцій.
3. Неорієнтовані та орієнтовані графи. Операції над графами. Властивості графів.
4. Матриці та графи. Планарність та укладання графів.
5. Нескінченні графи. Дерева. Алгоритми обходу дерева (графа).
6. Задачі на графах та їх складність.

## 15. Методи розв'язування задач інформаційної безпеки

1. Криптосистеми з таємними ключами.
2. Криптосистеми з відкритими ключами.
3. Електронний цифровий підпис.
4. Криптографічні протоколи.
5. Основи комп'ютерної стеганографії.
6. Поняття про квантову криптографію.
7. Безпека комп'ютерних систем.

## 16. Програмне та інформаційне забезпечення (основні можливості та функції)

1. Операційні системи.
2. Засоби програмування (процедурно та об'єктно орієнтовані).
3. Офісні системи (електронні таблиці, редактори текстів, тощо).
4. Інформаційні системи. Пакети програм і системи підтримки прийняття рішень.
5. Бази даних і системи керування базами даних.
6. Інтелектуальні системи (експертні системи).
7. Технологія обчислювального експерименту в науковому дослідженні. Планування експериментів.

## 17. Алгоритми, автомати та формальні мови

1. Обчислюваність, загально-рекурсивні та частково-рекурсивні функції, машини Тюринга.
2. Скінченні автомати, теореми аналізу та синтезу.
3. Алгебра алгоритмів Глушкова. Еквівалентні перетворення алгоритмів.
4. Побудова ефективних алгоритмів: динамічне програмування, розділяй та володарюй.
5. Складність алгоритмів та обчислень. NP-повні задачі.

6. Автоматні та контекстно-вільні мови. Стекові автомати.
7. Атрибутні граматики.

#### 18. Математична логіка та автоматичне доведення формул

1. Логічні числення. Пропозиційне числення та числення предикатів.
2. Повнота та несуперечність.
3. Метод резолюцій, метод табло, алгоритм очевидності Глушкова.
4. Динамічна логіка.
5. Системи автоматичного доведення теорем SAT, SMT, z3.

#### 19. Комп'ютерна алгебра

1. Символьні обчислення, символьне диференціювання та інтегрування.
2. Поліноміальна комп'ютерна алгебра, факторізація, виконуваність поліноміальних рівнянь, бази Гребнера
3. Системи переписуючих правил, алгоритм Кнута-Бендикса
4. Вирішення обмежень (констрейнтів), констрейнтне програмування.

#### 20. Формальні методи проектування обчислювальних систем

1. Специфікація алгоритмів та програм. Мови специфікацій VDM, Z, CASL.
2. Методи Хоара та Флойда доведення коректності програм.
3. Формальні моделі взаємодіючих систем, мови MSC, SDL, UCM
4. Транзиційні системи, модель взаємодії агентів та середовищ (інсерційне моделювання), верифікація обчислювальних систем.

#### *Список літератури*

1. Агошков В.И., Дубовский П.Б., Шутяев В.П. Методы решения задач математической физики / Под ред. Г.И.Марчука. Учебн. пособие. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с.
2. Берж К. Теория графов и ее приложение. – М.: ИЛ, 1962. – 320 с.
3. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.
4. Воеводин В.В, Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
5. Гихман И.И., Скороход А.В, Яременко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – Киев: Вища школа, 1979. – 405с.
6. Глушков В.М. Основы безбумажной информатики. – М.: Наука, 1982. –324 с.
7. Дейнека В.С., Сергиенко И.В., Скопецкий В.В. Математические модели и методы расчета задач с разрывными решениями. – Киев: Наукова думка, 1995. – 262 с.
8. Задірака В.К., Олексюк О.С. Комп'ютерна криптологія. . – Київ, 2002. –504 с.
9. Згуровский М.З., Скопецкий В.В., Хрущ В.К., Беляев Н.М. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде. – Киев: Наукова думка, 1997. – 365 с.
10. Кузьмичев Д.А., Радкевич М.А., Смирнов А.Д. Автоматизация экспериментальных исследований.: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1983. – 391 с.
11. Лоэв М. Теория вероятностей. – М.: ИЛ. 1962 – 720 с.
12. Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробагатько А.А. Методы вычислений (Численный анализ. Методы решения задач математической физики). – Киев: Вища шк., 1977. – 408 с.
13. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. -608 с.
14. Мину М. Математическое программирование. М.: Наука, 1989. – 485.
15. Молчанов И.Н. Машинные методы решения прикладных задач. Дифференциальные уравнения. – Киев: Наук. думка, 1988. – 343 с.
16. Молчанов И.Н., Николаенко Л.Д. Основы метода конечных элементов. – Киев: Наукова думка, 1989. – 272 с.

17. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983.–382 с.
18. Представление и использование знаний. / Х. Уэно, Т. Кояма, Т. Окамото и др. –М.: Мир, 1989. – 220 с.
19. Пшеничний Б.Н. Необходимые условия экстремума. – М.: Наука, 1982. - 144 с.
20. Пшеничний Б.Н. Метод линеаризации. – М.: Наука, 1983. – 136 с.
21. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. – М.: Мир,1973. – 468 с.
22. Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1987. – 288 с.
23. Самарский А.А., Вабишевич П.Н. Вычислительная теплофизика. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
24. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. – М.: Научный мир, 2003. – 316 с.
25. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. – Киев: Наукова думка, 1985. – 318 с.
26. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.М. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – Киев: Наукова думка, 1991. – 432 с.
27. Система управления базами данных и знаний / Наумов А.Н., Вандров А.М., Иванов В.К. и др. –М.: Финансы и статистика, 1991. – 352 с.
28. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. –М.; Л.: Физматгиз, 1963, – 734 с.
29. Харари Ф. Теория графов. - М.: Мир, 1973. - 300 с.
30. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. – Киев: Наук. думка, 1992, – 383 с.
31. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем. Искусство и наука. – М.: Мир. 1978. – С. 73 – 77.
32. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – Киев: Наук. думка, 1979. – 199 с.
33. Шор Н.З., Стеценко С.И. Квадратично экстремальные задачи и недифференцируемая оптимизация. – Киев: Наукова думка, 1989. – 208 с.
34. Д. Кнут, Искусство программирования, том 1-4, Издательский дом «Вильямс»
35. В.М. Глушков, Синтез цифровых автоматов, М.: Физматгиз, 1962, 476 с.
36. В.М. Глушков, Кибернетика, вычислительная техника, информатика, избранные труды, том 1-3, Киев, Наукова Думка, 1990
37. В.М. Глушков, А.А. Летичевский, А.Б. Годлевский, Методы синтеза дискретных моделей биологических систем, Киев, Вища школа: 1983, 263 с.
38. Ю.В. Капитонова, А.А. Летичевский, Математическая теория проектирования вычислительных систем, М.: Наука, 1988, 295 с.
39. А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман, Построение и анализ вычислительных алгоритмов, М.: Мир, 1979, 536 с.
40. В.Е. Котов, Введение в теорию схем программ, Новосибирск: Наука 1978, 257 с.
41. Скобелев В.В., Скобелев В.Г., Анализ шифрсистем, Донецк: ИПММ НАНУ, 2009, 479 с.
42. Скобелев В.В., Автоматы на алгебраических структурах. Модели и методы их исследования, Донецк: ИПММ НАНУ, 2013, 307 с.
43. Sergienko, I. V., Zadiraka, V. K., & Lytvyn, O. M. Elements of the General Theory of Optimal Algorithms, 2021, Springer, 378 p.

Голова предметної комісії  
за спеціальністю  
F1 Прикладна математика,  
академік НАН України



Валерій ЗАДІРАКА