

## Висновок

про наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів дисертації  
В.О. Стовби «Субградієнтний метод з кроком Поляка у перетвореному просторі»,  
подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії  
за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

Дисертація присвячена дослідженню субградієнтного методу з кроком Поляка у вихідному та перетвореному просторах змінних для мінімізації опуклих функцій, які задовольняють умову  $(x - x^*, g_f(x)) \geq m(f(x) - f^*)$  зі скалярним параметром  $m \geq 1$ . Особливістю роботи є те, що в ній вперше:

- досліджено швидкість збіжності субградієнтного методу з кроком Поляка та параметром  $m > 1$  для довільних опуклих функцій та опуклих функцій з гострим мінімумом;
- досліджено швидкість збіжності субградієнтного методу з кроком Поляка у перетвореному просторі змінних та параметром  $m \geq 1$  для довільних опуклих функцій та опуклих функцій з гострим мінімумом.

У роботі отримано такі основні результати:

- обґрунтовано швидкість збіжності субградієнтного методу з кроком Поляка та параметром  $m > 1$  для довільних опуклих функцій ( $O(1/\sqrt{k})$ ,  $k$  – кількість ітерацій) та опуклих функцій з гострим мінімумом (геометрична прогресія зі знаменником  $q_1 = 1 - \left(\frac{m\alpha}{C_1}\right)^2$ , де  $C_1 \geq \|g_f(x)\|$ ,  $\alpha \leq (f(x) - f^*)/\|x - x^*\|$ );
- обґрунтовано монотонне зменшення відстані до точки мінімуму для субградієнтного методу з кроком Поляка у перетвореному просторі змінних та параметром  $m > 1$ ;
- обґрунтовано швидкість збіжності субградієнтного методу з кроком Поляка у перетвореному просторі змінних та параметром  $m > 1$  для довільних опуклих функцій ( $O(1/\sqrt{k})$ ) та опуклих функцій з гострим мінімумом (геометрична прогресія зі знаменником  $q_2 = 1 - \left(\frac{m\alpha}{C_2}\right)^2$ , де  $C_2 \geq \|g_\varphi(y)\|$ ,  $\alpha \leq (\varphi(y) - \varphi^*)/\|y - y^*\|$ ,  $\varphi(y) = f(Bx)$ ,  $x = By$ );
- розроблено програмну реалізацію субградієнтного методу з кроком Поляка у вихідному та перетвореному просторах змінних і параметром  $m \geq 1$  мовою C++;
- побудовано алгоритм методу еліпсоїдів для розв'язання задачі визначення параметрів лінійної регресії, який мінімізує  $L_p$ -норму нев'язки з заданою точністю при довільному значенні параметра  $p \geq 1$ ;

- побудовано алгоритм на основі методу еліпсоїдів Юдіна-Неміровського для знаходження  $L_p$ -розв'язків систем лінійних рівнянь з двосторонніми обмеженнями на змінні.

Результати роботи мають теоретичний та практичний характер для розвитку (суб)градієнтних методів і можуть бути використані для розв'язання задач обробки великих об'ємів даних, розробки методів машинного навчання, технологій штучного інтелекту тощо.

Результати дисертації є істотним внеском у теорію субградієнтних методів. Вони достатньо повно опубліковані в 12 наукових публікаціях, дві з яких є статтями в наукових виданнях, внесених до переліку фахових видань з фізико-математичних наук, одна стаття в зарубіжному виданні, та одна є розділом монографії, а саме:

1. *Стецюк П.И., Стовба В.А., Мартынюк И.С.* Алгоритм метода эллипсоидов для нахождения  $L_p$ -решения системы линейных уравнений, Теорія оптимальних рішень (2017), №2017, 139-146.
2. *Stetsyuk P.I., Stovba V.O., Chernousova Z.T.* Subgradient Method with Polyak's Step in Transformed Space, Communications in Computer and Information Science 974 (2018), 49-63. (SCOPUS Q3)
3. *Стецюк П.И., Стовба В.О.* Субградієнтні методи з кроком Поляка та програма `amsq2p`, у Субградієнтні алгоритми та задачі на комбінаторних конфігураціях, Київ: Унів. вид-во ПУЛЬСАРИ (2019), 34-61.
4. *Стовба В.О.* Метод еліпсоїдів для знаходження параметрів лінійної регресії, Cybernetics and Computer Technologies (2020), №3, 14-24.

Статтю 2 опубліковано у виданні, що віднесено до квартиля Q3 відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank, тому вона прирівнюється до двох публікацій. Публікація 3 є розділом монографії, опублікованої в співавторстві, тому зараховується замість однієї статті.

Вказані публікації відповідають Постанові Кабінету Міністрів України №167 від 6 березня 2019 року «Про порядок проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії».

Рецензенти:

Зав. відділу математичних методів дослідження операцій  
член-кор. НАН України  
доктор фіз.-мат. наук, професор

П.С. Кнопов

Зав. відділу методів комбінаторної оптимізації та  
інтелектуальних інформаційних технологій  
доктор техн. наук, ст. н. с.

Л.Ф. Гуляницький

30.12.2020 р.