

## **ВІДГУК**

на дисертаційну роботу Супруна Антона Андрійовича

**« $r$ -Алгоритми та квазіньютонівські методи в прикладних задачах негладкої оптимізації»,**

подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії

**за спеціальністю 113 Прикладна математика,**

доктора фізико-математичних наук Кісельової Олени Михайлівни

### **1. Актуальність обраної теми дисертації.**

Квазіньютонівські алгоритми є одним із найбільш розповсюджених методів нелінійної мінімізації. В свою чергу,  $r$ -алгоритм є одним із найбільш ефективних алгоритмів негладкої оптимізації. Так, багато прикладних задач з різних галузей можна описати за допомогою негладких оптимізаційних моделей, до яких може бути застосований  $r$ -алгоритм. До таких задач відносяться неперервні задачі оптимального розбиття множин, задача оптимального розміщення геометричних об'єктів, задача з блочною структурою матриці обмежень, яка зводиться до розв'язання негладких підзадач, задачі статистичного оцінювання з негладкою функцією штрафу.

Розробка квазіньютонівських методів та субградієнтних методів оптимізації є актуальною та важливою галуззю в області математичної оптимізації та машинного навчання. Квазіньютонівські методи, такі як метод Давидона – Флетчера – Пауела (ДФП) чи метод Бroyдена – Флетчера – Гольдфарба – Шанно (BFGS), розширюють ідеї класичного методу Ньютона, дозволяючи уникнути необхідності обчислювати другі похідні. Вони є популярними завдяки своїй ефективності та здатності адаптуватися до глобальної структури оптимізаційних задач. Розвиток субградієнтних методів спрямований на вдосконалення їх ефективності та швидкості збіжності. Особливу увагу приділяють розробці методів для роботи з великими об'ємами даних, нейронними мережами та складними функціональними залежностями. Отже, розробка та теоретичне обґрунтування нових квазіньютонівських та субградієнтних методів є безумовно актуальною задачею сучасності.

### **2. Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Основні дослідження, пов'язані з темою дисертації, проводилися у відділі методів негладкої оптимізації Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, де проходив підготовку здобувач, в межах виконання науково-дослідних проектів:

1. В.Ф. 120.19 «Розробити субградієнтні алгоритми розв'язання багатоекстремальних квадратичних оптимізаційних задач» (державний реєстраційний номер 0117U000327,

- протокол приймання та оцінки наукової роботи №16 від 09.11.2021, термін виконання 01.01.2017 – 31.12.2021);
2. М/12-2021 «Методи оптимізації зі зменшенням ризиків для розміщення об'єктів у виробництві відновлюваної енергії» (державний реєстраційний номер 0121U113859, протокол приймання та оцінки наукової роботи №21 від 14.12.2021, термін виконання 01.11.2021 – 31.12.2021);
3. М/30-2022 «Методи оптимізації зі зменшенням ризиків для розміщення об'єктів у виробництві відновлюваної енергії», (державний реєстраційний номер 0122U200100, протокол приймання та оцінки наукової роботи №19 від 06.12.2022, термін виконання 01.06.2022 – 21.12.2022);
4. ВК 120.24.19 «Розроблення оптимізаційних процедур для задач розташування накопичувачів електроенергії в ОЕС України в сучасних умовах технологічних змін. Етап 1. Розроблення математичних моделей, методів та програмного забезпечення для спеціальних класів двоетапних транспортних задач» (державний реєстраційний номер 0119U001641, протокол приймання та оцінки наукової роботи №12 від 15.10.2019, термін виконання 01.05.2019 – 31.12.2019).

### **3. Оцінка змісту дисертації, її довершення та оформлення.**

Дисертаційна робота складається зі вступу, шести розділів, висновків, двох додатків та списку використаних джерел, який налічує 100 найменувань.

У розділі 1 автор розглянув основні етапи розвитку градієнтних, ньютонівських та квазіньютонівських методів, методів негладкої оптимізації, а також дав стислу характеристику сучасного стану розвитку методів розв'язання таких типів задач.

Розділ 2 присвячено  $H$ - та  $B$ -формам методів квазіньютонівського типу та методу Давидона – Флетчера – Пауела (ДФП-методу). Проведено порівняння цих методів з  $r$ -алгоритмами, виділено їхні переваги та недоліки. Для мінімізації гладких опуклих функцій побудовано градієнтний метод з перетворенням простору, що поєднує властивості як квазіньютонівських методів, так і  $r$ -алгоритмів –  $DFPR(\alpha)$ -алгоритм.

У розділі 3 запропоновано модифікацію  $r(\alpha)$ -алгоритму з адаптивним регулюванням кроку за напрямком спуску, яка використовує прискорену реалізацію розтягу простору, проведено порівняння його роботи з класичними варіантами  $r$ -алгоритмів. Розглянуто задачу квантильної регресії та задачу побудови S-подібної кривої, для їхнього розв'язання застосовано методи BFGS та L-BFGS-B, наведено результати обчислювальних експериментів.

У розділі 4 розглядаються математичні моделі двох класів задач знаходження пропускових спроможностей дуг відмовостійких мереж, які представлені задачами лінійного,

змішаного булевого лінійного та нелінійного програмування з блочною структурою матриці обмежень. Наведено результати їхнього розв'язання з використанням програми Gurobi. Розроблено декомпозиційні методи на основі  $r$ -алгоритмів Шора та показано їхню ефективність у порівнянні з програмою IPOPT.

У розділі 5 побудовано формулювання двох оптимізаційних задач, призначених для знаходження максимального  $k$ -плекса у неорієнтованому графі. Розроблено алгоритм пошуку всіх максимальних  $k$ -плексів для неорієнтованого графа та його реалізовано за допомогою GLPK (GNU Linear Programming Kit).

Розділ 6 присвячено трьом моделям двоетапної транспортної задачі: класичній двоетапній транспортній задачі та задачі з обмеженнями на кількість проміжних пунктів (їм відповідає задача лінійного програмування), а також двоетапній транспортній задачі квадратичного програмування. Наведено AMPL-код для розв'язання цих задач, проведено обчислювальні експерименти з використанням програми Gurobi для двоетапної транспортної задачі, яка має багато розв'язків.

Сформульовані висновки підкреслюють актуальність теми дослідження, дозволяють стверджувати, що мета дослідження була досягнена, а також оцінити перспективи його практичного застосування для розв'язку прикладних задач негладкої оптимізації.

#### **4. Наукова новизна одержаних результатів.**

Наукова новизна одержаних результатів полягає у тому, що ця робота є комплексним дослідженням теорії квазіньютонівських методів та методів негладкої оптимізації. Дисертаційна робота містить нові науково обґрунтовані теоретичні та практичні результати проведених досліджень, що мають істотне значення:

- запропоновано і описано  $B$ -форму алгоритму Давидона –Флетчера – Пауела, на її основі запропоновано нове сімейство алгоритмів з розтягом простору;
- запропоновано нове сімейство субградієнтних алгоритмів з розтягом простору у напрямку модифікованої різниці двох субградієнтів у перетвореному просторі, частковим випадком якого є  $r$ -алгоритм;
- запропоновано оптимізаційну модель для задачі знаходження оцінок параметрів квантильної регресії, модель формулюється як задача безумовної мінімізації кусково-лінійної функції;
- запропоновано оптимізаційну модель для задачі побудови  $S$ -подібної кривої. Модель формулюється як задача мінімізації гладкої функції суми нев'язок з простими двосторонніми обмеженнями на змінні;
- запропоновано два класи оптимізаційних моделей для задачі побудови відмовостійкої мережі. Моделі описуються задачами лінійного, нелінійного та булевого лінійного

програмування.

## **5. Практичне значення результатів дослідження.**

Практичне значення результатів дисертаційної роботи полягає у можливості застосування нових ефективних підходів для розв'язування прикладних задач, в основі яких лежить мінімізація негладких або погано обумовлених опуклих функцій. На основі запропонованих схем алгоритмів можна розробляти їхні нові варіанти та модифікації. Запропоновані в дисертаційній роботі оптимізаційні моделі можуть бути використані для розв'язання відповідних прикладних задач – задачі оцінки параметрів квантильної регресії, задачі побудови контурів профілю різних частин моделей в машинобудуванні з відповідними аеродинамічними властивостями, задачі побудови надійних систем мережевої структури (наприклад, енергетичної системи, логістичної системи, тощо), задачі пошуку максимального k-плекса тощо.

## **6. Ступінь обґрунтованості основних положень та висновків дисертації.**

Дисертаційна робота Супруна Антона Андрійовича містить наукові положення, висновки та рекомендації, які мають глибоке теоретичне, методологічне та практичне обґрунтування. Автор обґрунтовує свої положення, провівши досить суттєвий та всеохоплюючий аналіз вітчизняних та зарубіжних джерел, що відповідають темі дисертації.

У роботі чітко сформульовано мету роботи дослідження, пов'язана з розробкою квазіньютонівських алгоритмів та субградієнтних алгоритмів з розтягом простору. Ця мета дозволила автору зосередитись на узагальненні існуючих методів та побудові нових, більш ефективних їхніх варіантів. Основні наукові положення та висновки роботи побудовані на власних дослідженнях та розрахунках автора, логічно витікають з матеріалів дисертації та утворюють цілісну структуру.

Рукопис дисертації чітко структурований, характеризується завершеністю тексту кожного з шести розділів. Матеріали дисертації оформлено відповідно до вимог до текстів наукового характеру.

## **7. Повнота викладення наукових положень та висновків в опублікованих працях.**

Основні положення та результати дисертаційної роботи викладено в 12 публікаціях, з яких 4 є статтями в наукових виданнях, внесених до переліку фахових видань зі спеціальності 113 Прикладна математика, 1 статтю опубліковано в іноземному виданні, яке індексується в міжнародній наукометричній базі SCOPUS, 3 публікації є колективними підрозділами колективної монографії, а також опубліковано тези 4-х доповідей на міжнародних наукових та науково-практичних конференціях та семінарах. Варто відзначити,

що за результатами тез «Модифікація  $g$ -алгоритму для задачі квантильної регресії» Супруном А. була зроблена пленарна доповідь на XIX міжнародній науково-практичній конференції «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2021)», Дніпро, 17–19 листопада.

Три наукові публікації здобувача є одноосібними, 9 публікацій опубліковано в співавторстві. Вважаю, що внесок автора у вирішення проблем, окреслених в рамках дисертації, є вагомим.

Публікації здобувача відповідають вимогам, встановленим «Порядком присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженим постановою Кабінету Міністрів України № 44 від 12 січня 2022 року.

## **8. Зауваження стосовно змісту та оформлення дисертації.**

Поряд з позитивною оцінкою роботи хотілося б висловити певні зауваження, яких автору не вдалося уникнути в процесі підготовки дисертації.

1. У формулі (3.5) на ст. 55 модифікований вектор розтягу простору необхідно позначити через  $\tilde{\eta}$ , а не  $\eta$ ; ця ж помилка присутня у формулюваннях леми 3.1 та описі алгоритму на ст. 60.
2. Наведений в розділі 6 програмний код варто було б винести в додаток.
3. В розділі 1 зроблено огляд основних етапів розвитку градієнтних, субградієнтних та квазіньютонівських методів, який, однак, не містить інформації про моделі та методи з розділів 4–6.

Хотілося б відзначити, що вищенаведені зауваження мають несуттєвий дискусійний характер, не зменшують наукову цінність роботи та не заперечують її наукові результати.

## **9. Висновок.**

Дисертаційна робота Супруна Антона Андрійовича на тему « $g$ -Алгоритми та квазіньютонівські методи в прикладних задачах негладкої оптимізації» є важливим науковим внеском у теорію та розвиток квазіньютонівських методів та методів негладкої оптимізації. Ця робота включає в себе аналіз існуючих підходів та методів, а також розробку нових варіантів цих методів. Ефективність запропонованих методів і алгоритмів була перевірена за допомогою численних обчислювальних експериментів з розв'язання різних прикладних задач, таких як визначення параметрів квантильної регресії, побудови  $S$ -подібної кривої, знаходження максимального  $k$ -плекса, знаходження пропускних здатностей дуг відмовостійких мереж тощо.

Дисертація Супруна Антона Андрійовича за актуальністю, рівнем проведених

досліджень, науковою новизною і практичною значимістю відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 44 від 12 січня 2022 року, а її автор заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 «Прикладна математика».

Декан факультету прикладної математики  
Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара,  
член-кореспондент Національної академії наук України,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор

Олена КИСЕЛЬОВА

