

Слюсар Вадим Іванович

доктор технічних наук, професор

Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки  
Збройних Сил України, м. Київ.

## Тензорно-матрична теорія квантових систем

Тензорно-матрична теорія є ключовим інструментом для моделювання складних квантових систем, таких як багаточастинкові заплутані стани, квантові алгоритми та фазові переходи. Представлення тензорів у вигляді блокових матриць дозволяє ефективно описувати взаємодію, кореляції та заплутаність у квантових системах із великою кількістю ступенів свободи. Перевагою такого підходу є забезпечення компактного представлення та обчислення квантових властивостей систем без втрати ключової фізичної інформації.

Одним з напрямів реалізації тензорно-матричної теорії є графові моделі квантових систем, методологію яких розвивають, зокрема, у Гарвардському університеті. При цьому вершини графа ставлять у відповідність станам частинок (або кубітам квантового комп'ютера), а ребрами графа позначають взаємодії чи кореляції між станами (наприклад, квантова заплутаність чи заборонені стани). На додаток до відомих методів для аналізу структури графів квантових систем пропонується використовувати вторинні матриці інцидентності та матриці спільної зустрічності (co-occurrence matrix), отримані за допомогою торцевого добутку традиційних матриць інцидентності. Такий підхід дозволяє, наприклад, визначити, скільки спільних вершин має конкретна пара чи множина ребер, скільки ребер у даному графі утворює конкретна вершина у поєднанні з іншими вершинами, які саме пари вершин у досліджуваному графі формують ребро, кількість вершин, що зустрічаються у маршруті, утвореному конкретним поєднанням пар ребер. Зокрема, можна отримати важливу для аналізу інформацію про кількість ребер, з якими пов'язане дане ребро завдяки контактам у відповідних вершинах графа. Подальший розвиток пропонованого підходу полягає у застосуванні блокових матриць інцидентності з поділом блоків матриці за кластерами чи складовими квантової системи з використанням блокових версії торцевого добутку матриць.

Суттєво, що спорідненість теорії графів з методами обробки природної мови формує підґрунтя для запровадження технологій штучного інтелекту в інтересах аналізу графових моделей квантових систем, прогнозування їх властивостей та можливої динаміки у часі. Спираючись на глибоке навчання відповідних нейромереж, можливо суттєво прискорити час синтезу квантових систем з заданими характеристиками.

Разом з тим слід вказати, що не всі стани квантової системи можуть бути представлені у вигляді графу. Зокрема, в теорії квантових графових станів встановлено, що  $W$ -стани не можуть бути перетворені за допомогою одних

лише локальних операцій Кліффорда (на які спирається формалізм графових структур) у стан, що відповідає якому-небудь неорієнтованому графу.

Якщо відмовитися від кліффордівської парадигми з її фокусом на графові стани та матриці суміжності, можна звернутися до більш універсальних та гнучких описів квантових станів. Один із найбільш загальних способів – розгляд багатокубітних станів як тензорів з використанням різних тензорних розкладань. При цьому повторне застосування кронекеровських (тензорних) добутків дозволяє описати складні, в тому числі заплутані стани для великої кількості частинок. Хоча стандартна квантова теорія чітко пов'язана з тензорним добутком гільбертових просторів як основним інструментом опису складних систем, пропонується доповнити її застосуванням вже згаданих торцевих добутків матриць.

Зокрема, проникаючий добуток дозволяє спрощувати обчислення в таких системах на основі представлення їх у вигляді блокової структури, де кожен блок описує окрему взаємодію підсистем, помножену поелементно на глобальні параметри. Це розширює стандартну інтерпретацію квантових станів як одновимірних об'єктів (векторів або матриць щільності) до гіперструктур, що складаються з множини "граней" або "прошарків". Кожен шар (блок) може відображати: окремі параметри квантової системи (наприклад, енергетичні рівні або стани в різних базисах), умови середовища (шуми, взаємодії), часові чи просторові зрізи. Проникаючий добуток дозволяє об'єднати багат шаровий опис в одну матрицю шляхом покомпонентного змішування шарів, це розширює аналітичні можливості, запроваджуючи нові методи роботи зі станами, наприклад, аналіз стабільності або фільтрацію певних граней. При описі дії квантового гейту на багатокубітну систему проникаючий добуток дозволяє розділити вплив гейту на окремі підсистеми, змоделювати локальну взаємодію гейту, формалізувати її наслідки для певної частини системи.

В свою чергу, відмова від тензорного добутку гільбертових просторів при формуванні складних квантових систем на користь торцевого добутку матриць дозволяє послабити вимоги до повної кореляції квантових станів за всіма параметрами на користь збереження когерентності лише за одною чи кількома їх доміантними проекціями. Це може продовжити час, протягом якого система зберігає корисні для застосувань квантові властивості, оскільки багатофакторна узгодженість часто руйнується швидше через чутливість до шумів, втрат та декогеренції. Така стратегія дозволить зберегти хоча б частину заплутаності довше для забезпечення передавання інформації або виконання обчислювальних завдань.

Таким чином, пропонований розвиток тензорно-матричної теорії квантових систем відкриває можливість нетривіальної параметризації станів та вибіркового кодування лише певних аспектів їх кореляцій. Цей підхід може слугувати допоміжним інструментом у задачах апроксимації, побудови нових операторних базисів чи дослідженні альтернативних структур у квантовій теорії, сприяти виявленню цікавих математичних властивостей та пропонувати нові напрями для експериментальних досліджень.