

Оптимізаційні задачі для пацієнтоцентричних реабілітаційних програм

Стецюк П.І., Семикопна Т.В.

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України



Математичне програмування та AMPL

Математичне програмування – це область прикладної математики, яка досліджує задачі знаходження екстремумів функцій та розроблює методи їхнього розв'язання. Такі задачі називають *оптимізаційними*.

«Програмування» походить від слова «планування».

AMPL (A Mathematical Programming Language) – мова моделювання для опису та розв'язування оптимізаційних задач.

Оптимізаційні задачі для пацієнтоцентричних реабілітаційних програм

У роботі [1] побудовано два сімейства задач математичного програмування для знаходження оптимальних за вартістю та зваженістю реабілітаційних програм пацієнта. Це задачі **оптимального вибору кількості втручань** для мультидисциплінарної команди фахівців та задачі **оптимального вибору фахівців** для реабілітаційної програми.

У доповіді розглянемо перше сімейство задач, яке пов'язано з визначенням оптимальної за лінійним та квадратичним критеріями кількості втручань для заданого набору фахівців, які реалізують реабілітаційну програму пацієнта. Обґрунтування цього сімейства задач наведено у роботі [2].

[1] Вакуленко Д.В., Палагін О.В., Сергієнко І.В., Стецюк П.І. Алгоритмізація та оптимізаційні моделі пацієнтоцентричних реабілітаційних програм. *Кібернетика та системний аналіз*. 2024. Том 60. №5.

[2] Стецюк П.І., Вакуленко Д.В., Семикопна Т.В. Алгоритми оптимального вибору варіантів для одного спеціального класу задач. *Проблеми керування та інформатики*. 2024. №5.

Виконання реабілітаційної програми пацієнта

визначається переходом від більших значень початкових параметрів M_i^0 до менших значень кінцевих параметрів M_i^T за рахунок впливу фахівців на значення параметрів M_i ($i = \overline{1, n}$), де n – кількість параметрів реабілітаційної програми.

Позначення:

- i – параметри реабілітаційної програми ($i = \overline{1, n}$);
- j – фахівці ($j = \overline{1, m}$);
- q_{ij} – ваговий коефіцієнт впливу фахівця j на параметр i ($0 < q_{ij} < 1, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$);
- c_j – вартість одного втручання фахівця j ($j = \overline{1, m}$).

Тестовий приклад: 3 коди МКФ та 4 фахівці

Коди МКФ	Значення стану пацієнта		Вагові коефіцієнти впливу фахівців			
	Початкове	Кінцеве	Ерготерапевт	Фізіотерапевт	Психолог	Лікар ФРМ
b7101.3	3	0.5	0.85	0.87	0.89	0.9
d4458.4	4	1	0.88	0.88	0.86	0.91
e410.3	3	0.5	0.9	0.9	0.9	0.87
Вартість одного втручання			100	80	110	90

b7101.3 – рухливість декількох суглобів

d4458.4 – використання кисті та руки, інше уточнене

e410.3 – індивідуальні ставлення найближчих родичів

Задача 1 (цілочислове лінійне програмування)

$$\text{minimize } C_1^* = \min_{x_j \in \mathbb{Z}^{\geq}} \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (1.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^m \ln(q_{ij}) \cdot x_j \leq \ln(M_i^T / M_i^0), \quad i = \overline{1, n} \quad (1.2)$$

Тут x_j – невідома кількість втручань фахівця j ($j = \overline{1, m}$), яка належить множині невід'ємних цілих чисел $\mathbb{Z}^{\geq}$, обмеження (2) означають виконання реабілітаційної програми пацієнта

$$M_i^0 \times \prod_{j=1}^m (q_{ij})^{x_j} \leq M_i^T \Leftrightarrow \prod_{j=1}^m (q_{ij})^{x_j} \leq M_i^T / M_i^0 \Leftrightarrow \prod_{j=1}^m \exp(\ln(q_{ij}) \cdot x_j) \leq \exp(M_i^T / M_i^0)$$

для всіх $i = \overline{1, n}$, де n – кількість параметрів реабілітаційної програми.

Задача 1 дозволяє знайти мінімальну за вартістю кількості втручань реабілітаційну програму пацієнта, яку виконують обрані фахівці.

Задача 1: результати розрахунку для тестового прикладу

Коди МКФ	Значення стану пацієнта		Вагові коефіцієнти впливу фахівців				Розрахункове значення стану пацієнта
	Початкове	Кінцеве	Ерготерапевт	Фізіотерапевт	Психолог	Лікар ФРМ	
b7101.3	3	0.5	0.85	0.87	0.89	0.9	0.459459
d4458.4	4	1	0.88	0.88	0.86	0.91	0.618021
e410.3	3	0.5	0.9	0.9	0.9	0.87	0.485410
Вартість одного втручання			100	80	110	90	$C_1^* = 1320,$ $\sum x_j^* = 16$
Оптимальна кількість втручань			0	12	0	4	

Задача 2 (цілочислове квадратичне програмування)

$$\text{minimize } W_1^* = \min_{x_j \in \mathbb{Z}^{\geq}} \sum_{j=1}^m w_j x_j^2 \quad (2.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^m \ln(q_{ij}) \cdot x_j \leq \ln(M_i^T / M_i^0), \quad i = \overline{1, n} \quad (2.2)$$

Тут w_j – вага пріоритету фахівця j . Чим більший пріоритет, тим менше буде втручань.

Задача 2 дозволяє знайти мінімальну за зваженістю кількість втручань реабілітаційну програму пацієнта. Її розв'язок буде залучати якомога більшу кількість фахівців до виконання реабілітаційної програми.

Фахівці	Результати обчислень для різних w_j									
	Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4		Варіант 5	
	w_j	x_j^*	w_j	x_j^*	w_j	x_j^*	w_j	x_j^*	w_j	x_j^*
Ерготерапевт	1	4	2	3	1	6	10	1	100	0
Фізіотерапевт	1	4	1	6	2	3	1	10	1	11
Психолог	1	3	2	2	1	5	10	0	100	0
Лікар ФРМ	1	5	1	5	2	3	1	5	1	6
W_1^*	66		87		97		135		157	
$\sum c_j x_j^*$	1500		1450		1660		1350		1420	
$\sum x_j^*$	16		16		17		16		17	
M_1 (b7101.3)	0.489398		0.489657		0.356708		0.490175		0.476623	
M_2 (d4458.4)	0.603054		0.617078		0.463724		0.646113		0.594424	
M_3 (e410.3)	0.485045		0.479715		0.477605		0.469229		0.408229	

Задача 2:
результати
розрахунку
для тестового
прикладу

Задача 3 (цілочислове квадратичне програмування)

$$\text{minimize } W_p^* = \min_{x_j \in \mathbb{Z}^{\geq}} \sum_{j=1}^m w_j x_j^2 \quad (3.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^m \ln(q_{ij}) \cdot x_j \leq \ln(M_i^T / M_i^0), \quad i = \overline{1, n}, \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^m c_j x_j \leq C_p, \quad (3.3)$$

де $C_p \geq C_1^*$ – витрати на виконання реабілітаційної програми пацієнта.

Задача 3 дозволяє знайти мінімальну за зваженістю кількість втручань реабілітаційну програму пацієнта, вартість якої не перевищує заданої величини.

Задача 3: результати розрахунку для тестового прикладу

Фахівець	Результати обчислень для різних C_p						
	1320	1340	1350	1400	1450	1500	1510
Ерготерапевт	0	1	1	2	3	4	4
Фізіотерапевт	12	11	10	8	6	4	4
Психолог	0	0	0	1	2	3	3
Лікар ФРМ	4	4	5	5	5	5	5
W_p^*	160	138	126	94	74	66	66
$\sum c_j x_j^*$	1320	1340	1350	1400	1450	1500	1500

Плани та перспективи

- Підключити розроблені моделі до хмарної платформи пацієнт-центричної телереабілітації онкологічних хворих
- Побудувати оптимізаційні моделі для мінімізації вартості реабілітаційної програми за рахунок коригування кінцевих параметрів M_i^T ($i = \overline{1, n}$)

Робота підтримана



Національним фондом досліджень України
(грант №2021.01/0136)

27–28 вересня 2024,
Київ, Україна

IV НАЦІОНАЛЬНИЙ КОНГРЕС

ФІЗИЧНОЇ ТА РЕАБІЛІТАЦІЙНОЇ
МЕДИЦИНИ

Дякую за увагу!

Стецюк Петро Іванович
stetsyukp@gmail.com

Семикопна Тетяна Вікторівна
semtv@ukr.net