

Оптимізаційні задачі для побудови та коригування пацієнтоцентричних реабілітаційних програм

Стецюк П.І., Семикопна Т.В., Стецюк М.Г.

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

**XXII міжнародна науково-практична конференція
МАТЕМАТИЧНЕ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ (МПЗІС-2024)**

20-22 листопада 2024, Дніпро



Оптимізаційні задачі для пацієнтоцентричних реабілітаційних програм

У роботі [1] побудовано два сімейства задач математичного програмування для знаходження оптимальних за вартістю та зваженістю реабілітаційних програм пацієнта. Це задачі **оптимального вибору кількості втручань** для мультидисциплінарної команди фахівців та задачі **оптимального вибору фахівців** для реабілітаційної програми.

У доповіді розглянемо перше сімейство задач, яке пов'язано з визначенням оптимальної за лінійним та квадратичним критеріями кількості втручань для заданого набору фахівців, які реалізують реабілітаційну програму пацієнта. Обґрунтування цього сімейства задач наведено у роботі [2].

[1] Вакуленко Д.В., Палагін О.В., Сергієнко І.В., Стецюк П.І. Алгоритмізація та оптимізаційні моделі пацієнтоцентричних реабілітаційних програм. *Кібернетика та системний аналіз*. 2024. Том 60. №5.

[2] Стецюк П.І., Вакуленко Д.В., Семикопна Т.В. Алгоритми оптимального вибору варіантів для одного спеціального класу задач. *Проблеми керування та інформатики*. 2024. №5.

Обчислювальні експерименти

Обчислювальні експерименти щодо розв'язання оптимізаційних задач проводились за допомогою NEOS (Network-Enabled Optimization System) сервера [3], який дозволяє користувачу вирішувати оптимізаційні задачі в онлайн режимі. Для опису задач математичного програмування була використана мова моделювання AMPL [4]. Задачі цілочислового нелінійного програмування розв'язувалися за допомогою солвера BARON версії 23.3.11 [5, 6], а задачі цілочислового лінійного та квадратичного програмування – за допомогою солвера Gurobi версії 11.0.1 [7].

[3] NEOS Solver. <https://neos-server.org/>

[4] Fourer R., Gay D., Kernighan B. AMPL, A Modeling Language for Mathematical Programming. Belmont: Duxbury Press, 2003. 517 p.

[5] Tawarmalani M., Sahinidis N.V. A polyhedral branch-and-cut approach to global optimization. Mathematical Programming. 2005. 103(2). P. 225–249.

[6] Sahinidis N.V., BARON 21.1.13: Global Optimization of Mixed-Integer Nonlinear Programs, User's manual, 2021.

[7] Gurobi Optimization, Inc., Gurobi Optimizer Reference Manual, 2014. <http://www.gurobi.com/>

Виконання реабілітаційної програми пацієнта

визначається переходом від більших значень початкових параметрів M_i^0 до менших значень кінцевих параметрів M_i^T за рахунок впливу фахівців на значення параметрів M_i ($i = \overline{1, n}$), де n – кількість параметрів реабілітаційної програми.

Позначення:

- i – параметри реабілітаційної програми ($i = \overline{1, n}$);
- j – фахівці ($j = \overline{1, m}$);
- q_{ij} – ваговий коефіцієнт впливу фахівця j на параметр i ($0 < q_{ij} < 1, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$);
- c_j – вартість одного втручання фахівця j ($j = \overline{1, m}$).

Тестовий приклад: 3 коди МКФ та 4 фахівці

Коди МКФ	Значення стану пацієнта		Вагові коефіцієнти впливу фахівців			
	Початкове	Кінцеве	Ерготерапевт	Фізіотерапевт	Психолог	Лікар ФРМ
b7101.3	3	0.5	0.85	0.87	0.89	0.9
d4458.4	4	1	0.88	0.88	0.86	0.91
e410.3	3	0.5	0.9	0.9	0.9	0.87
Вартість одного втручання			100	80	110	90

b7101.3 – рухливість декількох суглобів

d4458.4 – використання кисті та руки, інше уточнене

e410.3 – індивідуальні ставлення найближчих родичів

Задача 1 (цілочислове лінійне програмування)

$$\text{minimize } C_1^* = \min_{x_j \in Z^{\geq}} \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (1.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^m \ln(q_{ij}) \cdot x_j \leq \ln(M_i^T / M_i^0), \quad i = \overline{1, n} \quad (1.2)$$

Тут x_j – невідома кількість втручань фахівця j ($j = \overline{1, m}$), яка належить множині невід'ємних цілих чисел $Z^{\geq}$, обмеження (2) означають виконання реабілітаційної програми пацієнта

$$M_i^0 \times \prod_{j=1}^m (q_{ij})^{x_j} \leq M_i^T \Leftrightarrow \prod_{j=1}^m (q_{ij})^{x_j} \leq M_i^T / M_i^0 \Leftrightarrow \prod_{j=1}^m \exp(\ln(q_{ij}) \cdot x_j) \leq \exp(M_i^T / M_i^0)$$

для всіх $i = \overline{1, n}$, де n – кількість параметрів реабілітаційної програми.

Задача 1 дозволяє знайти мінімальну за вартістю кількості втручань реабілітаційну програму пацієнта, яку виконують обрані фахівці.

Задача 1: результати розрахунку для тестового прикладу

Коди МКФ	Значення стану пацієнта		Вагові коефіцієнти впливу фахівців				Розрахункове значення стану пацієнта
	Початкове	Кінцеве	Ерготерапевт	Фізіотерапевт	Психолог	Лікар ФРМ	
b7101.3	3	0.5	0.85	0.87	0.89	0.9	0.459459
d4458.4	4	1	0.88	0.88	0.86	0.91	0.618021
e410.3	3	0.5	0.9	0.9	0.9	0.87	0.485410
Вартість одного втручання			100	80	110	90	$C_1^* = 1320,$ $\sum x_j^* = 16$
Оптимальна кількість втручань			0	12	0	4	

Задача 2 (цілочислове квадратичне програмування)

$$\text{minimize } W_1^* = \min_{x_j \in \mathbb{Z}^{\geq}} \sum_{j=1}^m w_j x_j^2 \quad (2.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^m \ln(q_{ij}) \cdot x_j \leq \ln(M_i^T / M_i^0), \quad i = \overline{1, n} \quad (2.2)$$

Тут w_j – вага пріоритету фахівця j . Чим більший пріоритет, тим менше буде втручань.

Задача 2 дозволяє знайти мінімальну за зваженістю кількість втручань реабілітаційну програму пацієнта. Її розв’язок буде залучати якомога більшу кількість фахівців до виконання реабілітаційної програми.

Задача 2: результати розрахунку для тестового прикладу

Фахівці	Результати обчислень для різних w_j									
	Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4		Варіант 5	
	w_j	x_j^*	w_j	x_j^*	w_j	x_j^*	w_j	x_j^*	w_j	x_j^*
Ерготерапевт	1	4	2	3	1	6	10	1	100	0
Фізіотерапевт	1	4	1	6	2	3	1	10	1	11
Психолог	1	3	2	2	1	5	10	0	100	0
Лікар ФРМ	1	5	1	5	2	3	1	5	1	6
W_1^*	66		87		97		135		157	
$\sum c_j x_j^*$	1500		1450		1660		1350		1420	
$\sum x_j^*$	16		16		17		16		17	
M_1 (b7101.3)	0.489398		0.489657		0.356708		0.490175		0.476623	
M_2 (d4458.4)	0.603054		0.617078		0.463724		0.646113		0.594424	
M_3 (e410.3)	0.485045		0.479715		0.477605		0.469229		0.408229	

Задача 3 (цілочислове квадратичне програмування)

$$\text{minimize } W_p^* = \min_{x_j \in \mathbb{Z}^{\geq}} \sum_{j=1}^m w_j x_j^2 \quad (3.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^m \ln(q_{ij}) \cdot x_j \leq \ln(M_i^T / M_i^0), \quad i = \overline{1, n}, \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^m c_j x_j \leq C_p, \quad (3.3)$$

де $C_p \geq C_1^*$ – витрати на виконання реабілітаційної програми пацієнта.

Задача 3 дозволяє знайти мінімальну за зваженістю кількість втручань реабілітаційну програму пацієнта, вартість якої не перевищує заданої величини.

Задача 3: результати розрахунку для тестового прикладу

Фахівець	Результати обчислень для різних C_p						
	1320	1340	1350	1400	1450	1500	1510
Ерготерапевт	0	1	1	2	3	4	4
Фізіотерапевт	12	11	10	8	6	4	4
Психолог	0	0	0	1	2	3	3
Лікар ФРМ	4	4	5	5	5	5	5
W_p^*	160	138	126	94	74	66	66
$\sum c_j x_j^*$	1320	1340	1350	1400	1450	1500	1500



Задача 4 (змішане цілочислове нелінійне програмування)

$$\text{minimize } V_p^* = \min_{x_j \in \mathbb{Z}^{\geq}, y_i} \sum_{i=1}^n v_i |y_i|^p, \quad 1 \leq p \leq 2, \quad (4.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^m \ln(q_{ij}) \cdot x_j + y_i \leq \ln(M_i^T / M_i^0), \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2)$$

$$\sum_{j=1}^m c_j \cdot x_j \leq C, \quad (4.3)$$

$$\sum_{j=1}^m w_j \cdot x_j^2 \leq W, \quad (4.4)$$

де C та W – вартість та зваженість реабілітаційної програми пацієнта, які не можуть бути перевищені, v_i – вага параметра i стану пацієнта, y_i – неперервна змінна, за допомогою якої коригується значення цільового параметра i , $i = \overline{1, n}$.

Задача 4 дозволяє коригування цільових (кінцевих) параметрів реабілітаційної програми, які спільно узгоджуються пацієнтом та лікарем фізичної та реабілітаційної медицини (лікар ФРМ), з обмеженнями на вартість та зваженість реабілітаційної програми.



Результати розв'язання задачі 4 для $p = 1$ та $C = 1320$

W	$x_j^*, j = \overline{1,4}$	$\sum_{j=1}^4 c_j x_j^*$	$\sum_{j=1}^4 w_j (x_j^*)^2$	V_p^*	$y_i^*, i = \overline{1,3}$
100	(4,7,0,4)	1320	81	0.075746	(0, 0, -0.07575)
80	(2,7,1,5)	1320	79	0.171781	(-0.11889, 0, 0.05289)
60	(5,5,1,3)	1280	60	0.238498	(-0.01244, 0, -0.22606)
50	(4,4,3,3)	1320	50	0.329311	(-0.08115, 0, -0.24816)

Розрахункові значення стану пацієнта

M_i	M_i^T	$W = 100$	$W = 80$	$W = 60$	$W = 50$
$M_1(b7101.3)$	0.5	0.481201	0.563121	0.506259	0.542269
$M_2(d4458.4)$	1.0	0.702297	0.717533	0.746017	0.712492
$M_3(e410.3)$	0.5	0.539344	0.527159	0.626824	0.640831



Результати розв'язання задачі 4 для $p = 1$ та $W = 66$

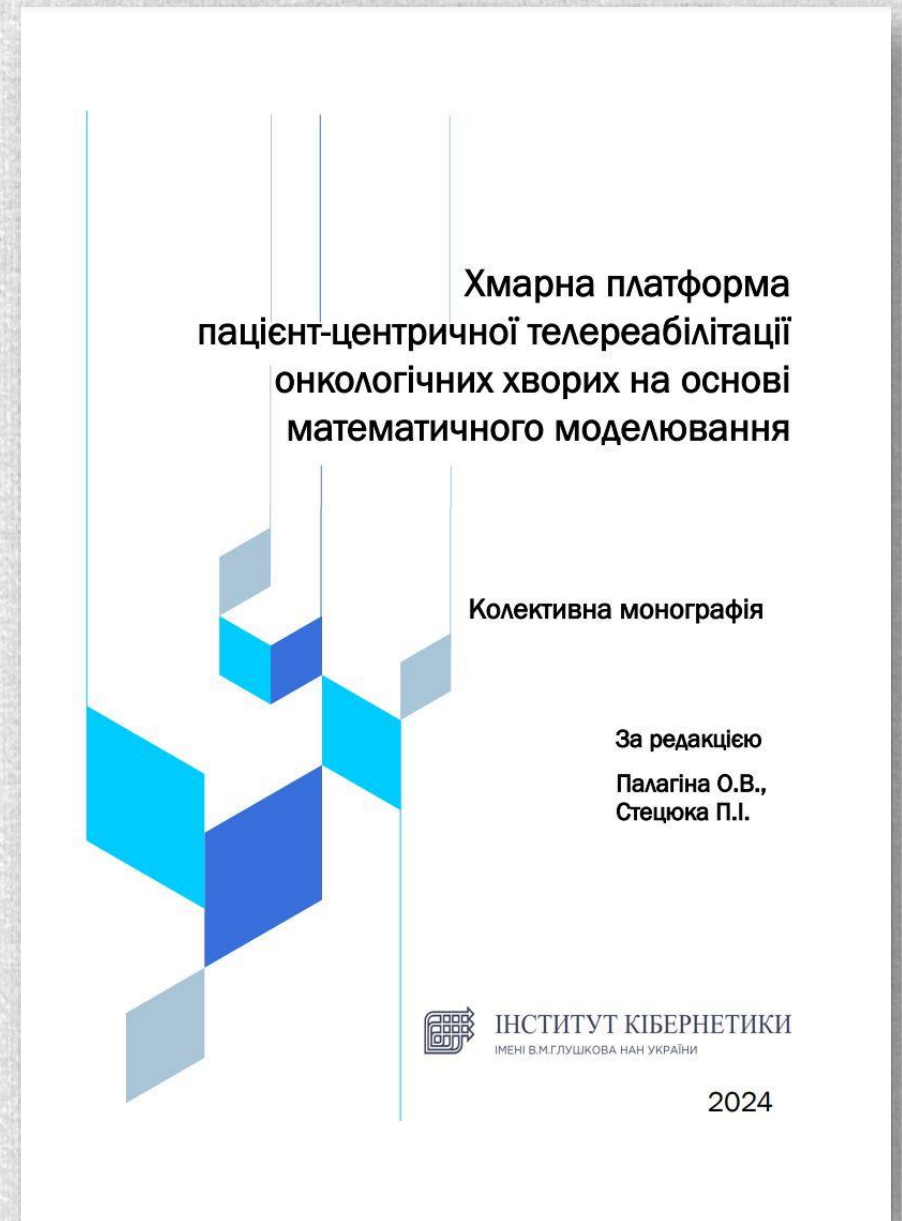
C	$x_j^*, j = \overline{1,4}$	$\sum_{j=1}^4 c_j x_j^*$	$\sum_{j=1}^4 w_j (x_j^*)^2$	V_p^*	$y_i^*, i = \overline{1,3}$
1500	(4,4,3,5)	1500	66	0	(0, 0, 0)
1400	(5,4,2,4)	1400	61	0.097845	(0, 0, -0.09785)
1300	(6,4,1,3)	1300	62	0.226057	(0, 0, -0.22606)
1200	(6,5,0,2)	1180	65	0.372019	(-0.01777, 0, -0.35427)

Розрахункове значення стану пацієнта для випадку $p = 1$ та $W = 66$

M_i	M_i^T	$W = 100$	$W = 80$	$W = 60$	$W = 50$
$M_1(b7101.3)$	0.5	0.489398	0.492003	0.494621	0.508954
$M_2(d4458.4)$	1.0	0.603054	0.670737	0.746017	0.829746
$M_3(e410.3)$	0.5	0.485045	0.551396	0.626824	0.712570

Плани та перспективи

Побудовані оптимізаційні задачі використані для сімейства прикладних задач в експертній системі хмарної платформи пацієнт-центричної телереабілітації [8].



Список літератури

1. Вакуленко Д.В., Палагін О.В., Сергієнко І.В., Стецюк П.І. Алгоритмізація та оптимізаційні моделі пацієнтоцентричних реабілітаційних програм. *Кібернетика та системний аналіз*. 2024. Том 60. №5.
2. Стецюк П.І., Вакуленко Д.В., Семикопна Т.В. Алгоритми оптимального вибору варіантів для одного спеціального класу задач. *Проблеми керування та інформатики*. 2024. №5.
3. NEOS Solver. <https://neos-server.org/>
4. Fourer R., Gay D., Kernighan B. AMPL, A Modeling Language for Mathematical Programming. Belmont: Duxbury Press, 2003. 517 p.
5. Tawarmalani M., Sahinidis N.V. A polyhedral branch-and-cut approach to global optimization. *Mathematical Programming*. 2005. 103(2). P. 225–249.
6. Sahinidis N.V., BARON 21.1.13: Global Optimization of Mixed-Integer Nonlinear Programs, User's manual, 2021.
7. Gurobi Optimization, Inc., Gurobi Optimizer Reference Manual, 2014. <http://www.gurobi.com/>
8. Хмарна платформа пацієнт-центричної телереабілітації онкологічних хворих на основі математичного моделювання: колект. монографія / Палагін О.В., Стецюк П.І., Сергієнко І.В., Владимиров О.А., Вакуленко Д.В., Будник М.М., Малахов К.С., Семикопна Т.В., Симонов Д.І., Сивак О.В; за ред. Палагіна О. В., Стецюка П.І.; НАН України, Нац. фонд досліджень України, Ін-т кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, Київ, 2024. 387 с.

Робота підтримана



Національним фондом досліджень України
(грант №2021.01/0136)

Дякую за увагу!

Стецюк Петро Іванович
stetsyukp@gmail.com

