ИНСТИТУЦИОНАЛЬНЫЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ИЗМЕНЕНИЯ В СТРАНАХ С РЫНОЧНОЙ И ПЕРЕХОДНОЙ ЭКОНОМИКОЙ

ИНСТИТУЦИОНАЛЬНЫЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ИЗМЕНЕНИЯ В СТРАНАХ С РЫНОЧНОЙ И ПЕРЕХОДНОЙ ЭКОНОМИКОЙ

Под общей редакцией доктора
физико-математических наук
П. И. Стецюка

Київ

Видавничий дім
«Києво-Могилянська
академія»

2015

УДК 330.341.012.23:005.346
ББК 65.9(0)+65.011.3+65.013+65.050
І-71

В книге рассмотрены важнейшие положения классико-кейнсианской теории общественного производства, стоимости, распределения, цены в контексте развития стран с рыночной и переходной экономикой; вопросы оптимизации межотраслевого планирования структурно-технологических преобразований, математические модели, методы и программное обеспечение, обработка и анализ информации.

Для специалистов по экономике и промышленной политике, научных работников, студентов и аспирантов.

Авторы:

П. И. Стецюк, Г. Бортис, Ж.-Ф. Эмменеггер,
Л. Б. Кошлай,
О. А. Березовский, Т. А. Бардадым, Е. Л. Первухина,
В. В. Голикова, К. Н. Осипов, Э. П. Карпец, А. В. Пилиповский

Научный редактор:
Л. И. Воротина, доктор экономических наук, профессор,
академик Академии экономических наук Украины

*Публикация этой книги
осуществлена при финансовой поддержке
Швейцарской национальной научной организации
(Swiss National Science Foundation,
the Valorisation Grants Nr. 147586/1, 2014, Nr. 147586/2, 2015)*

ISBN 978-966-518-681-6

ПРЕДИСЛОВИЕ

В данной книге приведены результаты совместного сотрудничества швейцарских и украинских ученых, полученные в результате выполнения проекта Швейцарской национальной научной организации (SNSF) IZ73ZO_127962 «Анализ институциональных и технологических изменений в рыночных и переходных экономиках на фоне современного финансового кризиса», январь 2010 – декабрь 2012. В выполнении проекта участвовали представители Университета г. Фрибург, Швейцария, Института кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины и Севастопольского национального технического университета.

Наше сотрудничество началось в середине 90-х, и к началу выполнения указанного проекта участники основной группы имели совместные результаты и публикации, выступления на научных форумах, опыт организации международных научных встреч и издания книг, но самое главное – мы имели четкое представление об интересах и возможностях каждого члена группы.

Планировалось, что руководителем украинской группы будет член-корреспондент НАН Украины профессор Михаил Владимирович Михалевич. Именно ему принадлежали получившие развитие в книге идеи о роли и возможностях математического моделирования экономических процессов. К сожалению, его смерть накануне начала выполнения проекта явилась невосполнимой утратой. Участники проекта приложили все усилия, чтобы воплотить в жизнь его идеи, а в тексте книги частично использованы его работы, послужившие основой исследования. И даже в названии разработанной системы MiSTC, предназначенной для решения оптимизационных задач межотраслевого планирования структурно-технологических изменений при анализе макроэкономических процессов упомянуто его имя: MiSTC – Mikhalevich Structural and Technological Changes.

Еще одной тяжкой утратой была смерть кандидата физико-математических наук Людмилы Богдановны Кошлай – энергичной, увлеченной исследовательницы. Она была одним из ключевых участников проекта. Именно ей принадлежит идея подготовки данной книги. Авторский коллектив постарался при подготовке текста быть как можно ближе к подготовленным ею предварительным материалам.

Надеемся, что публикация этой книги будет хорошей памятью об этих замечательных ученых.

Одним из основных направлений исследований в проекте было дальнейшее развитие классико-кейнсианской политической экономии или, как позиционирует ее ведущий специалист в этой области профессор Г. Бортис (Университет г. Фрибург, Швейцария), политической экономии социального либерализма, направленной на поиск гуманистического промежуточного пути между либерализмом и социализмом. Основные положения этой теории можно найти в его книге «Институции, поведение и экономическая теория» [1], перевод которой на украинский и русский языки был опубликован незадолго до начала проекта. Г. Бортис в предисловии к русскоязычному изданию книги [1] указывал:

> «И Маркс, и Кейнс предельно ясно сознавали, что современные экономики являются, по существу, не экономиками, основанными на обмене, а монетарно-производственными экономиками, где основу составляют общественный процесс производства, деньги и финансы. Однако если Маркс считал, что частная собственность должна быть уничтожена […], то Кейнс видел главный порок капитализма в вынужденной безработице, связанной с чрезмерно неравным распределением прибылей и богатства. […] Полная занятость и «справедливое», социальное приемлемое распределение прибыли было для Кейнса важнейшим общественным фундаментом, на котором могли бы процветать социальные индивидуумы (т. е. раскрывались бы их склонности и расширялись способности), означающим построение общества на материальном базисе. В этом смысле Кейнс однажды в конце жизни сформулировал, что «экономисты представляют доверенных лиц, но не цивилизации, а возможности цивилизации». Действительно, вынужденная (массовая) безработица ведет к *борьбе за выживание*, а именно, к борьбе за сырье, рынки и, в конце концов, рабочие места. Это может привести к конфликту между социальными, этническими и религиозными группами внутри страны и между странами и континентами. А полная занятость связана со «справедливым» распределением, делает возможным *мирное сосуществование людей* различных общественных, этнических и религиозных формаций (образований), и это связано с возможностью взаимного духовного, интеллектуального и материального обогащения внутри и между странами. Это квинтэссенция *социального либерализма* Кейнса. Целью является не создание

идеального общества, а обеспечение таких социальных условий, при которых все «социальные индивидуумы» могут жить достойно. Это одна из главных задач государства. И хорошо известно, как это далеко от нынешнего положения дел».

В данной книге помещен перевод[1] статьи Г. Бортиса [2], в которой впервые была рассмотрена совокупность принципов классико-кейнсианской политической экономии, разработанных на основе трудов Мейнарда Кейнса, Пьеро Сраффы, Луиджи Пазинетти и Василия Леонтьева. Эта статья и книга [1] могут рассматриваться как классико-кейнсианская альтернатива неоклассической теории Вальраса–Маршалла.

В сущности, наиболее близкой к теме данной книги является вторая часть статьи [2], где с классико-кейнсианских позиций разрабатываются аналитические основы изучения монетарно-производственной экономики. Однако было принято решение поместить в данной книге полный текст автора, так как ранее эта статья не переводилась, а в первой части автор поместил очень важные для понимания дальнейшего содержания философские и методологические замечания, которые, безусловно, будут способствовать лучшему пониманию основ классико-кейнсианской политической экономии.

Более подробно вопросы пропорций между секторами с позиций классико-кейнсианской политической экономии рассмотрены в [1]. Там содержится подробный разбор внешнего и внутреннего механизмов занятости и очерчены меры политического и экономического характера, способствующие повышению уровня занятости.

Особенность упомянутого выше проекта состоит в том, что проблемы проведения рациональных структурно-технологических преобразований были рассмотрены с разных позиций. Проведение структурных реформ является одной из основных задач, решаемых при рыночной трансформации экономики. Планирование таких реформ наталкивается на серьезные трудности, поскольку оно должно учитывать интересы различных социальных групп и слоев, которые сформировались в переходной экономике и используют в своих интересах существующую социально-экономическую структуру, и должно опираться на имеющиеся производительные силы. В отличие от ранних стадий переходной экономики, когда выбор направления реформ для большинства постсоциали-

---

[1] Автор перевода – Е. Л. Первухина, редактор – Т. А. Бардадым.

стических стран был практически безальтернативным, при проведении структурных преобразований в сложившейся ситуации необходимо сделать выбор из большого числа возможных вариантов дальнейшего развития. Многочисленность таких вариантов, многоаспектность их оценивания, существенное влияние риска и неопределенности на возможность реализации принятого плана реформ обусловливают необходимость применения современных информационных технологий поддержки принятия решений. Разработка математических моделей и алгоритмов проведения расчетов на их основе является неотъемлемой частью развития вышеупомянутых технологий (см., например, [3, 4]).

В моделях леонтьевского типа технологическая матрица (матрица прямых затрат) считается известной и рассчитывается на основе статистической информации из таблиц «затраты–выпуск». М. В. Михалевич поставил обратную задачу: как подобрать или скорректировать технологические коэффициенты, чтобы улучшить те или иные свойства экономического процесса. Эти модели М. В. Михалевича можно условно назвать обратными моделями леонтьевского типа. Обратные модели леонтьевского типа определили семейство многоэкстремальных задач, где неизвестными являются коэффициенты технологической матрицы. Целевыми функциями, которые требуется максимизировать, выступают совокупный доход потребителей и мультипликатор «прирост доходов – прирост потребителей». Обе целевые функции – невыпуклые и определены с использованием операции обращения матрицы, зависящей от неизвестных коэффициентов прямых затрат. Ограничения моделей отражают условия неинфляционного роста доходов и ограниченность ресурсов, используемых при проведении структурно-технологических преобразований, а также условие неотрицательности новых значений коэффициентов.

В главе 2 подробно рассмотрены оптимизационные особенности построенных моделей и подходы к их исследованию. Предложена также модель, объединяющая прямую и двойственную статические модели Леонтьева, что позволяет использовать для анализа экономической системы сингулярные числа и собственные векторы некоторых матриц. С их помощью можно исследовать связи между затратами на производство продукции и ценами при распределении продукции в экономической системе. Это пополняет арсенал средств для анализа качественных свойств леонтьевских моделей, который можно осуществить с помощью чисел и векторов Фробениуса. Завершает главу 2 раздел, в котором показано, что мультипликаторы, с помощью которых Сраффа в его знаменитой книге «Производство товаров посредством товаров» [5] вводит понятие стандартного товара, являются компонентами собственного вектора матрицы «затраты–выпуск».

В главе 3 приведены краткие сведения о методах оптимизации, используемых для определения оптимальных значений параметров в математических моделях, описанных в главе 2, и краткое описание системы MiSTC, предназначенной для решения оптимизационных задач межотраслевого планирования структурно-технологических изменений при анализе макроэкономических процессов. Использованные в системе методы негладкой оптимизации, основанные на алгоритмах академика НАН Украины Н. З. Шора и его школы, в течение многих лет эффективно применяются для решения разнообразнейших прикладных задач.

Система MiSTC содержит средства решения следующих оптимизационных задач: максимизации доходов потребителей, максимизации мультипликатора Кейнса («прирост доходов – прирост производства») и позволяет провести проверку совместности системы ограничений для заданной матрицы прямых затрат и прочих входных параметров. Решения данных оптимизационных задач позволяют указать наиболее перспективные для структурно-технологических преобразований отрасли в условиях ограниченных ресурсов на проведение преобразований.

Если в книге Г. Бортиса [1] вопросы, связанные с вынужденной безработицей, рассматриваются с позиций классико-кейнсианской политической экономии, то в главе 4 вопросы особенностей рынка труда и безработицы рассматриваются с микроэкономических позиций. Для исследования предложена двухаргументная функция предложения труда, проведено обоснование свойств такой функции на основе анализа модели поведения лица, работающего по найму [6]. В этой модели учитывается не только полезность денег и свободного времени для отмеченного лица, но и влияние на его действия риска потерять работу. Далее с помощью построенной двухаргументной функции предложения труда определяются условия, при которых возможны прямая и обратная зависимости между оплатой труда и безработицей, а затем двухаргументная функция применяется для исследования конкурентного и монопсонического рынков труда. Данное исследование позволяет провести оценку последствий регулирования оплаты труда и занятости.

В пятой главе изучаются структурные внутриотраслевые изменения, рассматривается методика выбора направлений развития отдельных отраслей. Межотраслевые модели используются в сочетании с многомерным статистическим анализом. В качестве примера применения предлагаемого подхода рассматривается грузовой транспорт Украины.

Выбор грузовой транспортной отрасли объясняется ее первостепенным значением для развития экономики. Эффективное функционирование транспорта является необходимым условием стабилизации, прогрессивных структурных преобразований экономики, развития внешнеэкономической деятельности страны, удовлетворения потребностей населения и общественного производства в перевозках, защиты ее экономических интересов. Дальнейшее развитие отрасли с учетом ее особенностей и роли в процессах экономических и социальных преобразований, ее конкурентоспособность может обеспечить только адекватная государственная транспортная политика, являющаяся составной частью структурной политики и для формирования которой необходим системный подход, модели и алгоритмы анализа различных сценариев развития.

По результатам системного анализа грузовой транспортной отрасли построены модели, связывающие параметры различных экономических отраслей. На основе полученных межотраслевых моделей проанализировано состояние дел в транспортной отрасли и пути повышения ее эффективности.

В главе 6 уделено внимание проблемам работы с реальными статистическими данными – их разнородностью, неточностью, противоречивостью данных, полученных из разных источников. А в заключительной главе помещены рекомендации, которые могут способствовать успешному проведению структурно-технологических преобразований. Авторы надеются, что полученные результаты помогут успешному формированию направлений экономических реформ и выработке целесообразных политических решений.

Ход реализации проекта существенным образом зависит от усилий его руководителя. Доктору Жану-Франсуа Эмменеггеру удавалось не только успешно решать все организационные вопросы, но и успевать при этом исследовать коинтеграционные зависимости между экономическими показателями, свойства матриц Леонтьева, особенности прогнозирования развития транспортной отрасли Украины. Часть полученных им в проекте результатов выходит за рамки данной книги, ограниченной в основном вопросами структурно-технологических преобразований.

В подготовке главы 2 приняли участие П. И. Стецюк, О. А. Березовский, Ж.-Ф. Эмменеггер, Т. А. Бардадым. Главу 3 написали П. И. Стецюк, Т. А. Бардадым, А. В. Пилиповский. Материалы главы 4 были подготовлены Л. Б. Кошлай. Авторы главы 5 – Е. Л. Первухина, В. В. Голикова, К. Н. Осипов. Глава 6 содержит материалы Л. Б. Кошлай, Э. П. Карпец, О. А. Березовского, Т. А. Бардадым, Ж.-Ф. Эмменеггера и В. В. Голиковой. Заключительная глава была написана на основе материалов, подготовленных Л. Б. Кошлай.

Надеемся, что читатель найдет в книге доказательства того, что теория оптимизации в сочетании с макроэкономикой способна дать эффективные инструменты для выбора оптимальных решений при структурно-технологических преобразованиях в переходной экономике.

Авторы выражают глубокую признательность всем, кто способствовал появлению этой книги. Прежде всего – Швейцарской национальной научной организации, при поддержке которой были выполнены совместные исследования и осуществлена публикация данной книги. Глубокой благодарности заслуживает работа сотрудников Издательского дома «Киево-Могилянская академия» во главе с директором Е. Н. Судаковой. Следует отметить, что текст существенно улучшили научный редактор профессор Л. И. Воротина и литературный редактор В. С. Гуль, а симпатичный вид книга приобрела благодаря верстке О. П. Батухтиной и художественному формлению А. Я. Остапова. Авторы также благодарны Н. Г. Журбенко, Б. М. Чумакову, А. П. Лиховиду и А. В. Ивличеву за помощь в решении организационных и технических вопросов при подготовке текста.

Глава 1

КЕЙНС И КЛАССИКИ: ЗАМЕТКИ ПО МОНЕТАРНОЙ ТЕОРИИ ПРОИЗВОДСТВА

1.1 Введение

В этой главе рассматриваются *принципы долгосрочной* классико-кейнсианской политической экономии, которая включает в себя монетарную теорию производства. Работа на уровне принципов поднимает глубокие методологические проблемы и может привести к недоразумениям. Самым главным в этой главе будет то, что построение теории с классико-кейнсианских позиций на фундаментальном уровне должно осуществляться на основе *принципа стоимости, созданной трудом* (см. прим. 1 в конце главы 1). Ведь не напрасны были усилия, которые приложили Сраффа и его последователи для осознания очевидного факта, что трудовая *теория* стоимости выполняется только при весьма специфических обстоятельствах, а именно – когда отношение основного капитала к оборотному одинаково во всех секторах производства. В данной главе будет, однако, показано, что стоимость, созданная трудом, и цены производства являются не взаимоисключающими понятиями, а тесно связаны между собой и, следовательно, дополняют друг друга. И это справедливо на разных уровнях абстракции. В самом деле, стоимость, созданная трудом является основной или определяющей для цен, а проявляется она через цены производства, хотя и в измененном виде. Этот очень простой момент касается наиболее спорных вопросов и оправдывает некоторые вступительные замечания о методе.

Лишь в общих чертах и приблизительно можно разграничить такие два разных, но комплементарных понятия общественных наук, как экономическая теория и политическая экономия. Для первого, традиционного, научная деятельность экономиста-теоретика сводится к разработке модели, или к формулированию проверяемых суждений. Он пытается объяснить экономические явления, основываясь на заданных предпосылках, и ищет эмпирические закономерности, присущие экономическим явлениям. Даже на макроэкономическом уровне теоретическое объяснение часто дополняется эмпирическими средствами – такими, как исследование кривой Филлипса, функции потребления Кейнса, взаимозависимости уровня цен и количества денег (они, возможно, являются наиболее известными примерами). На секторном и микроэкономическом уровне существует большое количество поясняющих моделей и эмпирических исследований. Однако научная работа всегда опирается на основные принципы, которые, как правило, считаются само собой разумеющимися. Неоклассический анализ основан на маржинальном принципе; кейнсианцы придерживаются принципа эффективного спроса. Это приводит к иному представлению о науке, когда теоретик пытается извлечь суть принципов или основ с позиции понимания того, как социально-экономические системы функционируют в принципе. Например, [одним из вопросов – *Прим. перев.*] является вопрос о фундаментальных силах, регулирующих цены, распределение доходов или уровни занятости. В этом смысле Рикардо писал о принципах политической экономии, Маршалл – о принципах экономической теории. Основываясь на принципе эффективного спроса, Кейнс стремился создать общую теорию занятости, процента и денег. В некотором смысле принципы – маржинальный принцип, принцип прибавочной стоимости, принцип эффективного спроса – формируют базис, на котором ведется теоретической работа с существующими явлениями. По сути, принципы имеют метатеоретический характер. Принципы не отражают видимые особенности явлений, которые предстоит открыть теориям, а представляют фундаментальные силы, (вероятно) создающие такие явления как цены, распределение доходов и уровни занятости. Действительно, можно без сомнения считать, что принципы, лежащие в основе общих теоретических систем, являются метафизическими, поскольку они указывают нам, что (вероятно) важно для нашего объекта исследования, а именно – экономики и ее отношения к обществу в целом. В работе [1] два представления о науке были связаны, соответственно, с чистой и прикладной теорией, что соответствует подходу Кейнса, который провел такое различие в более конкретном контексте в своем *«Трактате о деньгах»* [7]: том первый связан с *чистой* теорией денег, том второй – с *прикладной* теорией денег.

В этой главе мы будем придерживаться второго представления о науке, и данный вводный раздел будет посвящен ряду особенностей чистой теории. Мы будем использовать выражения *«метатеоретический»* или *«метафизический»*, чтобы подчеркнуть доминирование *принципов*, лежащих в основе конкретного подхода к экономическим явлениям, например неоклассического или классико-кейнсианского. Как уже указывалось, принципы объясняют основные элементы, лежащие в основе определенного явления или некоторого объекта. То есть принципы также указывают на фундаментальные основные причинно-следственные силы, регулирующие такие, например, явления, как цены, уровни занятости и результаты распределения. Чтобы выявить такие принципы, нужно рассмотреть общество и человека в целом, изучить всю доступную информацию – научную и популярную, теоретическую, эмпирическую и историческую, чтобы рассмотреть объективно существующий материал на основании метафизических представлений, которые, в свою очередь, тесно связаны с интуицией. Это означает, как, по нашему мнению, полагал Кейнс, что наука и метафизика взаимодействуют: принципы направляют научную работу, а научные результаты, в конечном счете, изменяют фундаментальные представления ученого и могут побудить его выбрать другой подход в своей научной работе, основанный на иной совокупности принципов. Понятие принципов тесно связано с эссенциалистской теорией познания Аристотеля: человеческий разум не остается на поверхности явлений, а пытается как можно лучше понять важнейшие или определяющие силы в основе, внутри явления. Здесь различие между существенным и второстепенным крайне важно, как и общая точка зрения на то, что при изучении сложной проблемы (например, формирования цен или определении уровня вынужденной безработицы) следует принять во внимание всю значимую информацию (при наибольшей важности, возможно, истории экономической мысли). В модель включается только то, что считается существенным или формирующим явление. Модель, фактически, является описанием, *реконструкцией* или *воссозданием* того, что, *возможно, составляет* явление (например, цены, количества и уровни занятости в политической экономии). Это воссоздание выполняется во взаимодействии с интуицией и напоминает воссоздание в поздних работах Сезанна основных сторон природы посредством цвета или предоставление пользователю метрополитена основной информации с помощью карты. Следовательно, метатеории или совокупности принципов не должны быть реалистичными в научном смысле, т. к. они не являются отражениями или копиями (*Abbilder*) каких-то сторон реального мира, которые могут быть, в конце концов, связаны с проверяемыми предположениями. В существующих реконструкциях основных явлений реального мира принципы освещают эти явления изнутри и инициируют формирование теорий, проверяемых опытом. В этом смысле модель общего равновесия Вальраса способствует пониманию того, как, в принципе, могла действовать «невидимая рука» Адама Смита. Опираясь на модель Вальраса, экономисты неоклассической школы построили упрощенные учебные теории стоимости, распределения и занятости на маржинальном принципе, который кроется за кривыми спроса и предложения. Во многих случаях модель Вальраса слишком сложна для четкого объяснения неоклассических принципов и их следствий, и для объяснения значения маржинального принципа используются производственная функция Кобба-Дугласа или суррогатная производственная функция. Рикардо пытался установить принципы стоимости и распределения в соответствии с общественным круговым процессом производства, т. е. принцип стоимости, созданной трудом, и принцип прибавочной стоимости. Кейнс стремился вывести принципы, воплощающие основные характеристики явлений занятости, процента и денег, присущие монетарно-производственным экономикам. Показательный пример – *логическая* теория мультипликатора, в которой излагается, как производство и занятость в монетарных экономиках регулируются в принципе [8, с. 122]. Сраффа ввел понятие стандартного товара, чтобы наиболее наглядно изложить фундаментальные принципы стоимости и распределения в классическом подходе. Классико-кейнсианская модель, которая будет сформулирована в этой главе, также является набором принципов и представляет, по сути, часть чистой теории, независимой от пространства и времени, описывающей, как соответствующие причинно-следственные силы действуют в монетарно-производственной экономике в принципе.

Вследствие существования различных совокупностей принципов, связанных с тем или иным подходом к экономическим проблемам, возникает вопрос, как выбрать подход. Похоже, что представления о человеке и обществе – как метафизическая концепция – являются самым важным в определении того, что считать существенным и что – второстепенным [1, глава 2]. Поэтому экономист неоклассической школы примет принципы, отличающиеся от принципов представителя классико-кейнсианского направления. Относительно распределения первый поместит во главу угла маржинальный принцип, второй – принцип прибавочной стоимости. Различие между неоклассическим подходом, основанным на обмене, и классической системой, в основе которой – производство и труд, блестяще сформулировано на уровне принципов у Пазинетти [9]. Тот факт, что различные совокупности принципов сосуществуют, означает, что группы принципов не могут быть доказаны или опровергнуты обычными научными методами: нельзя окончательно доказать, превосходит либерализм или не превосходит социализм или гуманизм среднего пути [между социализмом и либерализмом – *Прим. перев.*] [1, глава 2]. В некотором смысле, традиционная наука основана на дедуктивных рассуждениях, начинающихся с *заданных* предпосылок, которые, в итоге, приводят к установлению проверяемых суждений. При работе с принципами этот тип рассуждений следует заменить рассуждениями, нацеленным на суть и основанными на *догадке*. В этом случае предпосылки включают информацию, содержащуюся в различных сферах реального мира, понимаемую в самом широком смысле. Точка зрения должна быть глобальной, а для свободной систематизации рассматриваемой информации требуется проницательность. Знания, полученные таким образом, могут стать актуальными в большей или меньшей степени, будучи зависимыми, главным образом, от силы предвидения и качества рассматриваемой информации. Логика вероятности, представленная Кейнсом [10], обеспечивает формальное основание для примирения метафизики и науки: научные результаты, дополненные предвидением, используются для выявления (метафизических) принципов, которые, в свою очередь, служат общей основой научной работы. Замечательным примером является огромный импульс, сообщенный макроэкономическому мышлению и эмпирической макроэкономической работе принципом эффективного спроса, лежащим в основе *«Общей теории»* Кейнса. Это наводит на мысль, что метафизическая концепция Кейнса не является спекулятивной или догматичной; она современна в том смысле, что в полной мере учитывает научные результаты. Установить (возможные) существенные особенности определенных явлений реального мира (например, цен, результатов распределения, уровней занятости) можно, только если принимается во внимание, насколько это в человеческих силах, вся существенная информация: теоретическая и эмпирическая, историческая и, что наиболее важно, история экономической мысли. Это, кстати, означает, что важна любая серьезная научная работа. С метафизической точки зрения, теории существенным образом комплементарны. Например, даже для политэконома классико-кейнсианского направления, общая теория равновесия Вальраса имеет огромное значение, потому что эта теория в значительной степени помогает понять роль «невидимой руки» Адама Смита и выводов, которые должны быть, в итоге, сделаны для дальнейшей теоретической работы и для формирования политики.

В этой главе мы пытаемся описать существенные черты монетарно-производственной экономики в соответствии с классико-кейнсианскими представлениями, а именно – процесс общественного производства, принцип прибавочной стоимости при распределении и важность единой нормы прибыли для организации экономики, принцип стоимости, созданной трудом, определение занятости через эффективный спрос, и последнее, но не менее важное, первостепенное значение денег для управления социально-экономической системой производства и обмена. Отправная точка по поводу метода и содержания дана в выдающейся работе Пазинетти *«Теория стоимости – источник альтернативных парадигм в экономическом анализе»* [9]. Здесь принципиальные различия между основанной на обмене неоклассической чистой теорией и классической теорией, в основе которой – производство или труд, сформулированы на уровне *принципов*, освещая, таким образом, основные течения в экономической теории, открытые к настоящему времени. В этой главе мы предлагаем развить классические принципы и объединить их с принципами Кейнса, адаптированными к классическому долгосрочному методу. Классико-кейнсианский набор принципов, изложенных в этой главе, предназначен составить подготовительный и предварительный вариант альтернативы неоклассической системе Вальраса. Кроме того, классико-кейнсианский набор принципов должен усилить теоретические основы системы серединного пути в политической экономии, ранее кратко изложенной в более широком контексте в работе [1]. Наконец, надеемся, что принципы, предложенные в этой главе, будут способствовать повышению согласованности неортодоксального экономического мышления (включая, например, кейнсианское, посткейнсианское и гуманистическое марксистское направления) за счет обеспечения фундаментальной теоретической структурой.

1.1.1 Проблема

В своей знаменитой статье, названной «Господин Кейнс и «классики»», Хикс [11] связал теорию занятости, процента и денег Кейнса [8] с неоклассической экономической теорией – классической теорией в терминах Кейнса – которая, по существу, основана на обмене. Эта комбинация теоретических подходов, подытоженная IS–LM диаграммой[2], впоследствии дала начало неоклассическому синтезу Самуэльсона, комбинирующему основанную на обмене маржиналистскую теорию равновесия Маршалла и теорию эффективного спроса Кейнса. Ретроспективно кажется, что обстоятельства сложились неудачно, поскольку они изменили первоначальное намерение Кейнса разработать монетарную теорию производства [12], объединяющую его теорию эффективного спроса и вынужденной безработицы с *деньгами и финансами в процессе общественного производства*. Однако, следует заметить, что Кейнс весьма способствовал развитию неоклассического синтеза, потому что он в наибольшей степени придерживался системы взглядов Маршалла, по-видимому, по причине убедительности. Кроме того, совершенно естественно, что Кейнс мыслил категориями Маршалла, – ведь Альфред Маршалл был его учителем.

В классической политической экономии в её настоящем смысле, т. е. в системе экономической теории Рикардо, процесс общественного производства четко выдвигается на передний план. Есть разделение труда, и конечные товары производятся с помощью труда

---

[2] Диаграмма IS–LM характеризует зависимость инвестиции/сбережения – труд/деньги *(прим. ред.)*

и сырья, взятого у природы. Поэтому традиционная классическая теория могла бы оказаться естественным дополнением монетарной теории занятости Кейнса, и тогда потенциально можно было бы получить монетарную теорию производства, предполагающую фиксированные цены (например, классические натуральные цены) и регулировку количеств. Фактически, Кейнс, несмотря на его критическую позицию по отношению к закону Сея, проявлял большую симпатию к классической политической экономии даже в *«Общей теории»*. Действительно, и прямой, и косвенный труд производят общественный продукт, который измеряется вложенным трудом [12, с. 37–45]; капитал или прошлый труд составляют среду, в которой действует рабочая сила [12, с. 213].

Таким образом, если рассмотреть содержание теорий, то попытка объединить классическую теорию стоимости и распределения (Рикардо), которая корнями уходит в производство, и теорию занятости, процента и денег Кейнса, задуманную как часть монетарной теории производства, не покажется совсем уж странной. Но такая попытка наталкивается на серьезную методологическую проблему [1, с. 103–117]. Самое важное, – что политическая экономия Рикардо имеет, по существу, долгосрочную природу. Рикардо обычно абстрагируется от временных и быстро изменяющихся элементов действительности, например, рыночных цен, и рассматривает только устойчивые, т. е. постоянные или медленно меняющиеся элементы социально-экономической действительности, а именно технологии и институты, которые практически почти достоверно *управляют* поведением. Это означает, что рассматриваются ситуации долгосрочного равновесия: рыночные цены совпадают с ценами производства, а нормы прибыли одинаковы во всех секторах. Наоборот, общая теория занятости Кейнса имеет краткосрочную природу. Производительные мощности заданы. Их использование зависит от краткосрочного эффективного спроса. На текущий момент существуют денежные сбережения, а инвестиционные решения принимаются на основе краткосрочных и долгосрочных ожиданий соответственно, которые непрерывно пересматриваются при движении в неопределенное будущее. Короче говоря, долгосрочная теория Рикардо, подобно теориям Кенэ, Леонтьева и Сраффы, посвящена функционированию социально-экономической системы, т. е. технологической и институциональной систем, а в теории Кейнса рассматривается поведение производителей и потребителей в краткосрочном периоде и координация этого поведения социально-экономической системой посредством эффективного спроса.

Эти противоположные точки зрения можно объединить на базе подходящей аналитической структуры. Проблема состоит в том, чтобы адаптировать поведенческие элементы краткосрочной теории Кейнса к долгосрочному институциональному базису и скомбинировать их с долгосрочной классической теорией. В результате должна получиться классико-кейнсианская система экономической теории, различными сторонами которой являлись бы классическая и кейнсианская теории (о подготовительной предварительной попытке разработать такую систему см. [1]). Для адаптации краткосрочной теории Кейнса к долгосрочному периоду и совмещения с классической долгосрочной теорией существенными являются три вопроса, связанные с системой и поведением, с деньгами и сбережениями и с инвестициями, соответственно.

Институциональная система (материальный базис и институциональная надстройка) и поведение индивидуумов в рамках этой системы комплементарны, и между ними существует взаимодействие. Это главное положение работы [1]. В принципе, институциональная система только определяет глобальные величины или величины, которые зависят от системы в целом. Поведение, однако, относится к специфическим случаям. Например, согласно классико-кейнсианским представлениям, система регулирует производство и занятость в целом, тогда как поведение определяет, кто трудоустроен, а кто не имеет работы, или какие предприятия выживают в долгосрочной перспективе, а какие вытесняются из системы. Поскольку институции и технологии характеризуются протяженностью во времени, они естественным образом относятся к постоянным или медленно изменяющимся факторам, регулирующим в классико-кейнсианской политической экономии долгосрочные цены и количества [1, главы 3–4]. Поэтому на уровне принципов рассуждения по поводу долгосрочной перспективы в данной главе являются синтезом классического и кейнсианского институционализма. Далее предметом рассмотрения становится функционирование институционально-технологической системы при определении долгосрочных цен и количеств (см. также [1, главы 3 и 4, с. 142–204]). Анализ бизнесциклов и функционирования рынков, существующих на поведенческом уровне [1, с. 204–235], будет только упомянут.

Отношения между деньгами и неопределенностью и связанной с ними теорией процента позволили Кейнсу установить принцип эффективного спроса. Сбережения зависят, прежде всего, от фактического дохода, представляющего нечто *определенное*, а не от процентной ставки, связанной с будущим потреблением, которое, в свою очередь, зависит от будущих доходов и цен, и все они *крайне неопределенны*. Это сразу приводит к «логической теории мультипликатора, в которой товары учитываются непрерывно, без временной задержки, во все моменты времени» [8, с. 122]. Следовательно, причинно-следственные силы, связанные с принципом мультипликатора, не зависят от длительности рассматриваемого временного интервала, и, следовательно, этот принцип (впрочем, как и любой другой) также можно применить в долгосрочной перспективе, что означает установление цен и количеств технологией и институциями, т. е. стабильными и медленно изменяющимися факторами [1, глава 4]. Кстати, принцип мультипликатора связан с одним аспектом монетарной теории производства Кейнса: независимые расходы приводят в движение деловую активность, и конечные товары меняются на деньги, которые отражают эффективный спрос. Последний регулирует масштаб деловой активности и, следовательно, степень вынужденной безработицы.

В монетарно-производственной экономике деньги имеют фундаментальное значение, и не только как средство сбережения. Деньги необходимы для приведения в действие системы общественного производства и обращения, а также для развития этой системы посредством чистых инвестиций. Действительно, все производство, схемы инвестиций и потребления устанавливаются в денежном выражении. Товары всегда обмениваются на деньги, что означает существование обращения товаров и денег.

В рамках Кейнсовой теории занятости, подразумевающей существование вынужденной безработицы, нужно показать, что неоклассический ценовой механизм не может привести к тенденции к достижению полной занятости. С неоклассической точки зрения неопределенность, в принципе, не играет никакой роли, поскольку, в идеале, поведением производителей и потребителей *управляет* закон спроса и предложения. При неполной занятости реальная заработная плата уменьшилась бы, прибыли и инвестиции увеличились бы; одновременно труд был бы заменен капиталом. Возникла бы сильная тенденция к достижению полной занятости. Именно здесь обнаруживается значение дебатов по теории капитала [13]. Не существует никаких «хороших» кривых спроса для «факторов производства», если процесс производства имеет социальную природу, т. е. если производство товаров происходит посредством товаров в *соответствии* со Сраффой и Леонтьевым. В этом случае в принципе невозможно найти соответствие между бóльшим количеством средств производства и более низкими процентными ставками. Кроме того, не существует никакой постоянной тенденции к достижению полной занятости. Следовательно, основанный на обмене закон спроса и предложения не может обеспечить решение важных проблем экономической теории, если производство является социальным процессом. Это открывает путь классико-кейнсианскому подходу к определению производства и занятости через мультипликатор, который основан на фиксированных ценах и регулировке количеств.

Более того, Кейнс рассматривает инвестиции на поведенческом и психологическом уровне: судьба каждого инвестиционного проекта является неопределенной, а инвестиционные решения основаны на долгосрочных ожиданиях, которыми в различной степени управляет или оптимизм, или пессимизм. Совокупность инвестиционных решений регулирует уровень инвестиций, которые вместе с другими независимыми переменными определяют краткосрочную занятость *через* мультипликатор. Очевидно, что в краткосрочном плане существенен только эффект дохода от инвестиций, поскольку, по определению, основной капитал задан.

Посткейнсианская среднесрочная теория инвестиций (Калецкого) также основана на взаимодействии поведения предпринимателей и функционирования системы: бóльшие объемы инвестиций связаны с бóльшей прибылью и нормами прибыли, которые, в свою очередь, побуждают предпринимателей инвестировать больше, и наоборот. Таким образом, существует взаимодействие, своего рода двухсторонние соотношения между инвестициями и прибылью. Если на этот механизм не оказывать никакого воздействия, он может стать совершенно нестабильным: подъем закончится при максимальном уровне полной занятости, а спад производства достигнет низшей точки при наинизшем возможном уровне занятости, который имеет место при нулевых валовых инвестициях; действительно, этот механизм был описан Хиксом [14], который воспользовался мультипликативной моделью экономической динамики Харрода [15].

Исследование инвестиций в долгосрочной перспективе связано с тем фактом, что капиталистические системы не являются совершенно нестабильными. Это напоминает циклические движения относительно необыкновенно устойчивого долгосрочного тренда, на что указывают почти постоянные средние уровни безработицы за длительные промежутки времени во многих странах. С течением времени такие долгосрочные тренды могут, конечно, менять свое положение. В любом случае, как подчеркивал Гареньяни [16, с. 78], положение тренда чрезвычайно важно, т. к. оно определяет, происходят ли циклические колебания около тренда с относительно высоким или относительно низким уровнем постоянной или долгосрочной безработицы.

Для того чтобы должным образом ввести инвестиции в синтез классической теории стоимости и распределения, основанной на пропорциях, и теории занятости Кейнса, рассматривающей масштаб деловой активности, нужно рассмотреть понятие долгосрочного равновесия [1, с. 75–103]. Обычно начинают рассматривать неравновесную в текущий момент ситуацию, на которую при наличии общего равновесия следует повлиять с целью создать четкую тенденцию к достижению ситуации равновесия в будущем. Эта концепция равновесия несостоятельна, – стоит только ввести историческое время. Как снова и снова подчеркивала Джоан Робинсон [17], экономика не может прийти к равновесию, если существует неопределенность относительно будущего и, следовательно, возможны разочарования от ожиданий. Поэтому положение равновесия следует искать в настоящем. Первый шаг заключается в том, чтобы абстрагироваться от временных и быстро меняющихся кратко- и среднесрочных элементов действительности, т. е. поведенческих элементов, связанных с рынками и бизнес-циклами [1, с. 106, схема 3]. Необходимо погрузиться глубже, чтобы прояснить постоянные или медленно меняющиеся элементы реального мира, определяющегося технологической и экономической структурами, т. е. материальным базисом общества и социальной, политической, юридической и культурной надстройкой, возведенной на нем. Технология и институции представляют устойчивые свойства социальной действительности, которые экономисты-классики, в первую очередь, Рикардо, имели в виду, когда рассматривали стоимость труда (и цены производства) как натуральные и фундаментальные цены, от которых временно отклоняются фактические или рыночные цены [18, с. 88]. Классическое понятие равновесных цен и количеств, что предполагается в системах для цен и количеств (1.18) и (1.25), дополненное супермультипликаторным отношением (1.40), является, поэтому, *равновесием системным*, а не рыночным. Рыночное равновесие характеризует рынок как независимую подсистему в социальной, политической и правовой структуре. Понятие системного равновесия означает, что цены и количества прямо или косвенно регулируются всей общественно-экономической системой, т. е. посредством технологий и институций, формирующих структурированное целое. Это главное положение работы [1].

Как представить себе долгосрочную перспективу, находясь в настоящем, было уже предложено Маршаллом. Действительно, Робертсон [19, с. 16], сылаясь на Гильбо, упоминает, что «Маршалл использовал термин «долгосрочный» в двух совершенно разных смыслах: один означает практически любой период, в котором есть время для *существенных* изменений, совершенных в масштабе предприятия, и другой, в котором этот термин на понятийном уровне означает Вымышленную страну нереализованных тенденций». В работе [1, с. 81–89] указывается, что появление у Маршалла второго определения «долгосрочного» существенно для долгосрочного анализа, а не для первого случая. Действительно, в обычном первом значении этого понятия долгосрочное равновесие относится к будущему, и оно могло бы возникнуть, если бы устойчивые экономические силы могли бы действовать без помех, т. е. если бы существовало устойчивое состояние или стабильный рост. Здесь первое из определений Маршалла совершенно не подходит, потому что «в долгосрочной перспективе все мы умрем»; кроме того, не существует никаких «стационарных условий и устойчивых состояний»; кроме того, есть результаты дискуссии о теории капитала, согласно которым более низкие цены на средства производства не могут в принципе быть связаны с большими количествами средств производства. А вот второе значение понятия «долгосрочный» позволяет нам определить положение долгосрочного равновесия в *настоящем* и связать его с институционально управляемым системным равновесием [1, главы 3–4]. Это ведет нас назад к классике и Марксу, подход которого к экономическим проблемам оказался настолько плодотворным.

Институциональное системное равновесие, таким образом, устанавливается в настоящем. Это имеет важные следствия для интерпретации неопределенности относительно сбережений и будущего потребления, с одной стороны, и инвестиций и будущих доходов, с другой. Действительно, как указывалось выше, сбережения зависят от фактического дохода, являющегося известной величиной, а инвестиции зависят от разницы между реализованной прибылью и нормальной (удовлетворительной) прибылью, которые также известны. И Кейнс [8, с. 148] приводит доводы относительно неопределенности:

> «Было бы безрассудно при формировании наших ожиданий придавать большой вес вещам весьма неопределенным. Разумнее в значительной степени полагаться на те факты, которым мы доверяем... По этой причине факты сегодняшнего дня входят, так сказать, в непропорционально большой степени в формирование наших долгосрочных ожиданий. Такова обычная практика – брать существующую ситуацию и проецировать ее на будущее, внося поправки лишь в той мере, в какой у нас имеются веские основания ожидать перемен.»

Теперь институты и технологии определенно представляют реальность сегодняшнего дня, и у нас нет серьезных оснований предполагать изменения (или же направление этих изменений в общих чертах нам известно), как в случае с технологиями, когда изменения происходят, как правило, в определенных пределах. Что же касается инвестиций, то разница между нормальной (приемлемой) и реализованной нормой прибыли – это просто *заданный* факт, который очень важен для инвестиционных решений, и чем больше эта разница, чем дольше она сохраняется, тем важнее становится данный факт [1, с. 207–214]. Итак, в некотором смысле, *кейнсианский долгосрочный анализ* можно было бы назвать *кейнсианским институционализмом*, который отличается от традиционного институционализма Немецкой исторической школы, основанного на классической системе, главным образом, его ясными теоретическими принципами.

Тренды производства и занятости можно рассматривать как (скрытую) полностью сбалансированную ситуацию, которая характеризуется нормальными ценами и количествами и нормальными степенями загрузки производственных мощностей [1, с. 75–89, 142–204]. Нормальные или долгосрочные цены и количества, *включая объемы инвестиций*, зависят от всей институциональной системы, т. е. от материального базиса и институциональной надстройки. Поэтому нормальные цены и количества соответствуют системному равновесию. Поскольку нормальный уровень производства, как правило, не соответствует уровню производства при полной занятости, существует постоянная вынужденная безработица. Нормальные цены, в свою очередь, регулируются условиями производства и механизмами распределения. Последнее означает, что нормальные цены, в принципе, связаны с единой (целевой) нормой прибыли r^*, которую предприниматели считают удовлетворительной, и которая, следовательно, входит в их расчет цен. В смысле Сраффы, величина желаемой нормы прибыли регулируется базовой нормой процента, устанавливаемой центральным банком.

Циклы вокруг трендов формируются при взаимодействии влияния повышения и понижения доходности от инвестиций [1, с. 204–220]. Влияние доходов, основанное на двухстороннем отношении между инвестициями и прибылью Калецкого, вызывает подъемы и спады; эффект снижения доходности (насыщения) объясняет поворотные моменты. Фактически, при подъеме, обусловленном влиянием доходов от инвестиций, производственные мощности постепенно начинают превышать долгосрочный трендовый уровень эффективного спроса при реализованной норме прибыли (r), превышающей нормальную (r^*). Как только срабатывает эффект насыщения, величина r начинает уменьшаться и падает ниже r^*, потому что выпуск превышает долгосрочный эффективный спрос, инициируя таким образом спад, и наоборот.

С этой точки зрения, единая норма прибыли, связанная с понятием нормальных цен, появляется в качестве своеобразного регулятора в условиях долгосрочной неопределенности: если реализованная норма прибыли превышает единую нормальную норму, предприниматели инвестируют больше, и наоборот [там же, с. 207–214]. Этот очень простое средство позволяет опровергнуть идею «предельной эффективности капитала», связанную с неопределенностью и ожиданиями. Действительно, инвестиционные решения теперь непременно основаны на сравнении *объективно данных* реализованной и нормальной норм прибыли, что позволяет нам в значительной степени обойти субъективные и психологические элементы анализа Кейнса, которые так сильно не любил Сраффа, и установить прочную связь между Сраффой и Кейнсом. Фактически, Кейнс [8, с. 148] доказывает сам себе, что «факты сегодняшнего дня входят, так сказать, в непропорционально большой степени в формирование наших долгосрочных ожиданий. Такова обычная практика – брать существующую ситуацию и проецировать ее на будущее, внося поправки лишь в той мере, в какой у нас имеются определенные основания ожидать перемен». Кроме того, Кейнс сделал важный шаг к единой норме прибыли Сраффы в главе 17 *«Общей теории»*, где в условиях долгосрочного равновесия все собственные нормы процента равны основному регулирующему собственно курсу денег. Знаменательно, что понятие *собственного процента* – это понятие Сраффы, который разработал его, критикуя *«Цены и производство»* Хайека в 1932 г. [20, с. 26–29]. Следовательно, нужно взять именно главу 17 *«Общей теории»*, основанную на понятии собственной нормы процента, и очистить ее от маржиналистских пережитков, а единую долгосрочную собственную норму процента следует связать с принципом прибавочной стоимости и объяснить все это институциональными факторами и политикой центрального банка, играющего ключевую роль, как действительно утверждал Сраффа.

Использование понятий реализованной и желаемой прибыли подразумевает возвращение к *«Трактату о деньгах»* Кейнса [7]. Здесь мы также обнаруживаем нормальные цены, находящиеся в центре работы Сраффы, и их можно встроить в вертикально интегрированную систему Пазинетти. Нормальные цены, в принципе, не зависят от уровней производства и являются, по сути, естественным дополнением к кейнсианской теории производства и занятости с фиксированными ценами, где смещение к равновесию при неполной занятости основано на регулировании количеств. Следовательно, построение теории в духе Сраффы и Кейнса также означает приближение *«Трактата о деньгах»* Кейнса к его *«Общей теории»*.

Это утверждение имеет важные следствия для природы долгосрочных инвестиций. Действительно, в долгосрочной перспективе r должно равняться r^*, следовательно эффект дохода от инвестиций, основанных на двухсторонних отношениях «инвестиции – прибыль» Калецкого, здесь не важен. Существенным является только эффект накопления производственных мощностей. Как мы увидим позже, независимые переменные – правительственные расходы и экспорт – устанавливают деловую активность в секторах предметов потребления и средств производства при стремлении регулировать долгосрочное равновесие. Это означает, что если рассматривается долгосрочная перспектива, то *инвестиции*, подобно потреблению, следует *стимулировать* в зависимости от величины основного капитала, необходимого для обеспечения долгосрочного уровня производства [1, с. 81–89, 144]. В долгосрочной перспективе занятость и уровень производства регулируются долгосрочным институционально установленным эффективным спросом, который растет пропорционально росту независимых переменных, т. е. правительственных расходов и экспорта. Чистые инвестиции ведут к увеличению основного капитала и, следовательно, к росту; для того, чтобы поддерживать существующий основной капитал, необходим фонд замещения. Следовательно, в долгосрочной перспективе, инвестиции связаны с общественной *системой* производства. Все это прокладывает путь к объединению классической теории общественного кругового процесса производства (и соответствующей теории стоимости и распределения) с монетарной теорией производства Кейнса и определением занятости на основе вертикально интегрированной модели Пазинетти, то есть горизонтальной круговой межотраслевой модели.

1.1.2. Принцип стоимости, созданной трудом, и единая норма прибыли

На фундаментальном уровне стоимость, созданная трудом, и единая норма прибыли представляют две существенные особенности монетарно-производственной экономики. Здесь есть три вида проблем, которые мы хотим кратко рассмотреть в этом разделе: принцип стоимости, созданной трудом, и единая норма прибыли, смысл принципа стоимости, созданной трудом, и социальное значение единой нормы прибыли.

Во-первых, чтобы ввести в использование одновременно *и* принцип стоимости, созданной трудом, *и* единую норму прибыли, нужно абстрагироваться от конкретных условий производства, которые при рассмотрении основ или принципов считаются второстепенными характеристиками монетарно-производственной экономики. Далее мы откажемся от этого предположения, но в данном разделе мы всюду будем считать, что оно выполняется – это позволит в простой и очень доступной форме выдвинуть на передний план фундаментальные силы, действующие в монетарно-производственной экономике. Напомним, что это возможно, т. к. наше исследование выполняется на уровне основ или принципов, и соответствующая чистая теория есть не отражение, а реконструкция того, что считается важным для цен и других экономических явлений.

Во-вторых, мы используем принцип стоимости, созданной трудом, в общем гуманистическом смысле, а не в духе классовой борьбы, как это было в значительной степени правомерно в девятнадцатом веке. Очевидно, что в монетарно-производственной экономике стоимость, созданная трудом, важна для установления цен. Это не означает, однако, что мы принимаем трудовую *теорию* стоимости, которая явно не выполняется на уровне внешних признаков. Фактически, стоимость, созданная трудом, изменяется в зависимости от условий производства, что приводит к ценам производства, которые, в свою очередь, отклоняются от рыночных. Следовательно, наблюдаемые цены не пропорциональны стоимости, созданной трудом, которая, однако, составляет сущность цен. То есть мы используем *принцип* стоимости, созданной трудом, выполняющийся на фундаментальном уровне анализа, где рассматривают только основы и абстрагируются от второстепенных элементов – состояния рынка и условий производства. Далее, принцип стоимости, созданной трудом, и сопутствующий принцип прибавочной стоимости позволяют нам всесторонне рассмотреть проблему справедливости распределения, связанную со структурой заработной платы, прибылями, рентой и размером прибавочной стоимости, включающей прибыль, ренту на особые способности и земельную ренту. Принцип стоимости, созданной трудом, также можно напрямую соединить с исследованием общественных отношений, например, между людьми, работающими в прибыльных и неприбыльных секторах соответственно. Кроме того, на уровне принципов часть общественной прибавочной стоимости сверх обычной заработной платы существует благодаря дополнительному трудовому времени людей, работающих в прибыльном секторе. Это – *количественная* часть прибавочной стоимости. Однако еще более важно, что *качественная* часть общественной прибавочной стоимости состоит из добавочной заработной платы, превышающей обычную заработную плату. Добавочная заработная плата появляется, например, благодаря особым способностям некоторых ремесленников, менеджеров, хирургов или адвокатов. В частности, прибыль также может быть интерпретирована как награда за хороший менеджмент (о социальной значимости прибыли см. также [1, с. 158–175]).

В этой главе несколько устаревшие понятия производительного (производящего прибавочную стоимость) труда и непроизводительного труда (оплачиваемого из прибавочной стоимости) заменены современными терминами «прибыльный сектор» и «неприбыльный сектор», связанными с агентами, работающими в этих секторах.

В заключение нужно подчеркнуть, что с гуманистической точки зрения общественная прибавочная стоимость не имеет никакого отношения к эксплуатации. Прибавочная стоимость социально необходима, потому что ее использование должно поддерживать и совершенствовать организованное функционирование общества как целого и, таким образом, создавать предпосылки для создания прибавочной стоимости. В некотором смысле существует взаимодействие между созданием стоимости и прибавочной стоимости в прибыльных секторах и использованием прибавочной стоимости. Оба могут взаимно увеличить друг друга, если прибавочная стоимость используется социально приемлемым способом. Социально неприемлемое использование прибавочной стоимости (например, посредством коррупции) может, однако, привести к ухудшению социально-экономической ситуации, проявляющееся в том, что производительность труда не увеличивается или даже уменьшается, в то время как вынужденная безработица увеличивается.

В-третьих, в монетарно-производственной экономике социально приемлемая норма прибыли – совместимая с полной занятостью (см. ниже) – не имеет, в результате, ничего общего с эксплуатацией. На фундаментальном уровне единая (нормальная, целевая, удовлетворительная) норма прибыли – очень важный социальный институт, в значительной степени способствующий исправному и надлежащему функционированию монетарно-производственной экономики. Это классическое понятие также чрезвычайно важно для проекта объединения (классических) элементов анализа Кейнса и Сраффы. На важность желаемой нормы прибыли для инвестиций в условиях неопределенности было указано во введении. Более того, единая норма прибыли (r^*) является мощным социальным инструментом для создания конкуренции в классическом смысле: капитал циркулирует между секторами, способствуя появлению тенденции к единой норме прибыли; в то же время, эти движения капитала, управляемые величиной r^*, способствуют созданию тенденции к полностью сбалансированной ситуации, т. е. биржевому равновесию, которое характеризуется нормальными ценами и количествами. Таким образом, r^* и нормальные цены влияют на управляющие структуры или *пропорции* между вертикально интегрированными секторами конечных товаров и, далее, на горизонтальные межотраслевые модели. Что наиболее важно, желаемая норма прибыли r^* и распределение вообще являются ключевыми определяющими факторами *масштаба* деловой активности, как указывалось в [1, с. 142–204]. Наконец, проценты и прибыль, рассматриваемые как части общественной добавочной стоимости, можно без трудностей связать с теорией *эндогенных* денег.

Нормальная норма прибыли и прибыль вообще также важны по микро- и макро- причинам (см. также [1, с. 158–175]). Прибыль обеспечивает источник собственных средств для инвестиций. При заданной нормальной норме прибыли фирмы, внедряющие лучшие способы производства и/или новую продукцию, повышают свою конкурентоспособность. Кроме того, по мысли Шумпетера, эти фирмы получат прибыль выше нормального уровня, что составит своего рода ренту на лучшие возможности. В этом смысле прибыль представляет собой и награду за хорошее управление. Наконец, норма прибыли обычно содержит премию за риск.

Следовательно, нормальная норма прибыли делает возможным принятие децентрализованного решения относительно цен и количеств и является, по существу, основной для нормального функционирования монетарно-производственной экономики. Соответствующие нормальные цены не противоречат стоимости труда, а делают ее реальной, хотя и несовершенным способом. Действительно, стоимость труда – это основной принцип, который не может непосредственно действовать в реальном мире, т. е. в его чистой форме. В реальном мире нам необходимы практичные, хотя и несовершенные, приближения к стоимости труда и к соответствующей норме прибыли. Они задаются нормальными ценами и нормальной нормой прибыли. Это означает, что между созданной трудом стоимостью Рикардо-Маркса и ценами производства Сраффы нет никакого противоречия. У Сраффы учитываются различные условия производства, а Рикардо и Маркс от этого абстрагируются, и это позволяет оперировать со стоимостью, созданной трудом. Практические преимущества цен производства огромны, потому что теперь возможно принятие децентрализованных решений относительно цен и количеств. Нормальные цены, фактически, появляются из вычисления нормальной стоимости, выполненного отдельными фирмами. Они отражают историческую реализацию теоретических нормальных цен Сраффы, являющихся принципами. Фирмы могут также принимать решения о качестве используемых продуктов и применяемом способе производства. Однако стоимость труда должна рассчитываться централизованным планирующим институтом и быть обязательной для фирм. В принципе, вектор прямого труда следует умножить на матрицу, обратную матрице Леонтьева (соотношения (1.4) и (1.5) ниже). Такие вычисления всегда в той или иной степени являются неточными. Как следствие, возникает в значительной степени искаженная система цен, которая еще более искажается посредством субсидий. Некоторые фирмы получают прибыль, другие несут потери, что, возможно, частично объясняет существование между фирмами взаимных обязательств в виде долгов и кредитов, что случается в социалистических экономических системах. Кроме того, выпуск новой продукции и внедрение новых производственных технологий, как правило, нарушает план; поэтому технологический застой, прежде всего, в отраслях товаров народного потребления в социалистических экономических системах и частое несоответствие качества продукции желаниям потребителей приводили к накоплению запасов. Все это наводит на мысль, что цены производства Сраффы очень важны не только с теоретической точки зрения: они обеспечивают точное решение проблемы преобразований, если производство рассматривается как общественный круговой процесс. Цены Сраффы имеют также огромное практическое значение (об этом см. также [21]).

Наконец, нужно отметить, что принцип стоимости, созданной трудом, и единая норма прибыли являются, вероятно, наиболее подходящими отправными точками для социально-этических исследований. В самом деле, мы можем начать так, как делает Пазинетти: с естественного положения дел, когда, в принципе, выполняются два важных социально-этических постулата. Первый: справедливое распределение обеспечивается этически подходящей структурой заработной платы и социально приемлемой нормальной нормой прибыли. Второй: существует полная занятость в том смысле, что нет никакой системно-обусловленной вынужденной безработицы (однако, может существовать структурная безработица из-за диспропорций между секторами производства). Социально-экономическую действительность теперь можно рассматривать как отчужденное отклонение от социально-этической нормы [1, с. 39–53].

Эта социально-этическая норма служит эталоном и отправной точкой для изучения конкретных проблем. Например, при существовании массовой вынужденной безработицы может сокращаться заработная плата менее квалифицированных рабочих. В результате прибыль может быть связана с эксплуатацией. Такие отклонения от этически желаемого *естественного* положения могут стать институциализированными и, следовательно, *нормальными*. Наоборот, естественное положение дел можно соответственно считать этически желаемой формой (отчужденного) нормального состояния. В теоретической работе это означает, что одни и те же переменные и параметры могут относиться и к отчужденному, и к естественному положению дел. При этом вся научная работа в общественных науках, будь она теоретической, эмпирической или исторической, теперь включает этический аспект. Как напоминал нам Кейнс, общественные науки – это, *по существу*, моральные науки.

1.1.3. Некоторые важнейшие положения

В этой главе мы пытаемся разработать принципы, лежащие в основе долгосрочной классико-кейнсианской политической экономии, т. е. чистой теории монетарно-производственной экономики, и попутно усилить аналитические основы классико-кейнсианской системы, которая в предварительной подготовительной версии была представлена в более широком контексте в работе [1]. Среди прочего, в этом разделе планируется отчасти разъяснить аналитические связи, существующие между горизонтальными межотраслевыми земельными моделями Сраффы-Леонтьева и вертикально интегрированными трудовыми моделями Рикардо-Пазинетти. Эти связи считаются само собой разумеющимися в работе [1], которая основана на интуитивной догадке, что достижения Кейнса и Сраффы тем или иным образом относятся к более общей теоретической системе.

Эта точка зрения с 1950-х годов была, конечно, поддержана Пазинетти в аналитически строгой форме. Однако Пазинетти [22, с. 3–4] смотрел на результаты Кейнса и Сраффы под другим углом, и его цель отличается тем, что он концентрируется на структурном изменении:

> *«Производство товаров»* Сраффы сосредоточено на теориях, связанных с системой цен (главным образом, теориях стоимости и распределения). Там не рассматривается теоретическая экономика физических количеств, которые полагаются заданными. Это – главная

сторона отличия от теорий, которые, от Кейнса до посткейнсианцев (совершенно независимо от Сраффы), разделяли то же самое критическое отношение к господствующей теории и преследовали ту же самую цель восстановления экономической теории в контексте работ старых экономистов классической школы. Кейнс и посткейнсианцы, в поразительном контрасте со Сраффой, концентрировались на изменении макроэкономических величин во времени, пренебрегая отношениями на межотраслевой ступени и обычно полагая, что ценовая структура задана.»

Пазинетти (там же, с. 4) развивает далее, что он собирается адаптировать подход к экономической действительности, аналогичный подходу Сраффы, но рассматривающий экономику, которая изменяется с течением времени. [Цель состоит в том, чтобы двигаться,] *не используя* предположение Сраффы о заданных физических количествах, и таким образом установить связь и согласовать в контексте классической теории этот подход с экономической теорией, которая возникла из кейнсианского и посткейнсианского анализа.

Анализ Пазинетти основан на том факте, что «экономическую систему можно рассматривать с различных точек зрения. [Первая – придающая особое значение подходу Сраффы] – круговое свойство процесса производства. [Вторым аспектом] является точка зрения на эффективный спрос, [с которой] можно исследовать конечный продукт и непосредственно связать его с потребностями в прямом и косвенном [труде]» (там же, с. 10–11). И Пазинетти (там же, с. 14) подводит итог:

«Вертикально интегрированное представление возникает, таким образом, как совершенно необходимая вещь при переходе к динамическому анализу… Существует, следовательно, взаимозависимость (а не противоречие!) между вертикально интегрированным секторным анализом и межотраслевым анализом. Соответствующая комбинация двух подходов, или, точнее, поиск нужного пути, сопровождающийся попеременными движениями назад и вперед, от одного подхода к другому, который можно проложить к действительно современной версии классического экономического анализа – экономическому анализу, который может охватить одновременно круговой процесс производства и эволюцию экономических систем с течением времени.»

Ключевой момент заключается в том, что Пазинетти (там же, с. 14–16), видит, что заключение, полученное с помощью цепочки аргументов, начинающихся от Сраффы, можно получить также, начиная с другой стороны, т. е. с анализа Кейнса. Нетрудно понять: то, что позволило кейнсианскому и посткейнсианскому анализу провести технический (а не межотраслевой!) анализ – это как раз то, что с макроэкономических позиций должно быть обязательно представлено в вертикально интегрированных терминах. К сожалению, кейнсианский анализ, хотя и способный в принципе преодолеть ограничения на заданные технические коэффициенты при распространении на долгосрочную перспективу, выходящий за рамки макроэкономического анализа, не проводился.

Но нет никакой потребности проводить кейнсианский динамический анализ только в макроэкономических терминах. Выделение понятия вертикально интегрированных секторов дает возможность дробления на столько секторов, сколько существует конечных товаров. И это позволяет продолжить дробление до получения полной схемы структурной динамики.

Здесь, следовательно, прослеживается четкий путь к аналитическим разработкам. К настоящему времени стало общей позицией, что кейнсианский анализ следует развить за пределами его исходной макроэкономической концепции... а именно – рассмотреть столько вертикально интегрированных секторов, сколько существует конечных товаров. Аналитическое устройство подсистем может, кроме того, дополнить известные отношения и связи с такой областью исследований, как круговой процесс производства.

Хорошо известно, какой чрезвычайно плодотворной была работа Пазинетти *«Структурные изменения и экономический рост»* [23], появившаяся более двадцати лет назад. Например, в классическом контексте и для структурно изменяющейся экономики мы приобрели глубокое понимание природы технических изменений (с. 61 и следующие, с. 206 и следующие), основных функций системы цен (с. 133 и следующие), значения процента (гл. 8), смысла и результата выбора методов (с. 188 и следующие) и т. д.

Этот очень краткий обзор работ Пазинетти позволяет нам поставить в один ряд с его трудами также данную главу и книгу [1]. В целом, мы настаиваем на факте, что комбинация межотраслевого анализа Пазинетти и вертикальной интеграции обеспечивает аналитический базис для объединения классических и кейнсианских элементов экономического анализа. Эта идея была представлена в [1], однако, она не разрабатывалась, так как за основу была взята классическая сторона [1, гл. 3], а основное внимание было уделено кейнсианскому вопросу о долгосрочной занятости (там же, гл. 4). Поэтому в данном разделе мы попытаемся разъяснить и усилить *классический* аналитический базовый компонент книги [1] для того, чтобы разработать структуру более полной классико-кейнсианской системы политической экономии. Эта система должна стать отправной точкой для альтернативы неоклассической структуре Вальраса. Само собой разумеется, учитывая огромную сложность проблемы, данный вклад является пробным и предварительным, как и вся книга [1].

Наша цель, таким образом, состоит в том, чтобы разработать классико-кейнсианскую систему политической экономии, способную охватить все самые важные проблемы политической экономии, в первую очередь – распределение, стоимость, занятость и деньги. Это означает, что наша цель отличается от попытки Пазинетти [23] рассмотреть *«Структурные изменения и экономический рост»*. Различие целей влечет за собой различие методов. *В частности, в отличие от Пазинетти, мы хотим воспользоваться общей макроэкономикой Кейнса, чтобы рассмотреть масштаб экономической активности, т. е. уровень занятости.* Кроме того, макроэкономику Кейнса следует, в свою очередь, скомбинировать с *классической макроэкономикой, изучающей пропорции и структуры*, что позволит нам описать *процесс общественного производства*, являющийся основанием классической политической экономии, и рассмотреть вопросы *стоимости и распределения в рамках этого процесса*. Здесь *принцип* стоимости, созданной трудом, и единая норма прибыли имеют фундаментальное значение как наиболее мощный инструмент для систематизации монетарно-производственной экономики. Эта аналитически трудная задача состоит, поэтому, в объединении принципа стоимости, созданной трудом, и единой нормы прибыли, которые являются *существенными* особенностями монетарно-производственной экономики. На уровне принципов или метатеории это может быть сделано только в рамках вертикально интегрированной структуры при сохранении контроля над анализом. Ослабить это предположение и ввести цены производства – это вопрос экономической науки, разрабатывающей теории. В классико-кейнсианских рамках теоретические результаты не изменят качественно выводы, сделанные на уровне принципов. В отличие от этого, неоклассические принципы, следующие из суррогатной производственной функции Самуэльсона [24], нарушаются, как только мы покидаем сферу стоимости, созданной трудом.

Наиболее простым способом для рассмотрения этих проблем, являются пропорции и структуры в духе Рикардо и Маркса. Действительно, предполагается, что *пропорции* при переходе к основному капиталу остаются *одинаковыми* во всех секторах, хотя *абсолютные* количества труда, воплощенного в основном и оборотном капитале, соответственно, *отличаются* между секторами конечных товаров. Это предположение, которое будет обосновано позже, и факт, что *одинаковое количество труда* может быть вложено в *совершенно различные по качеству товары*, обеспечивает *неоднородность* разнообразного потребления и средств производства. В то же время, фундаментальная важность труда проявляется в чистой форме. Только стоимость, созданная трудом, *важна* для установления цен, а не *второстепенные* условия производства и обмена, которые просто изменяют стоимость труда и приводят к ценам производства и рыночным ценам. Нельзя сказать, что рыночные цены несущественны. Цены производства – и соответствующая единая норма прибыли – вместе с рыночными ценами *позволяют оперировать* понятием стоимости труда в реальном мире, хотя и в измененной форме. В частности, единая норма прибыли – это мощный инструмент для иследования монетарно-производственных экономик, потому что становится возможным рассматривать децентрализованное принятие решений относительно цен и количеств, а также конкуренцию. Принцип стоимости, созданной трудом, однако, является частью системы чистой теории, позволяющей нам рассматривать существенные аспекты монетарно-производственной экономики.

Таким образом, введение единого отношения основного капитала к оборотному капиталу, а затем – принципа стоимости, созданной трудом, предпринимается *не для того, чтобы критиковать научную работу*, проделанную Сраффой, Пазинетти, Стидманом и другими на основе неодинаковых отношений основного капитала к оборотному, а как раз наоборот. Действительно, эти авторы рассматривают экономические явления, и их модели должны быть реалистичными, то есть они должны адекватно отражать эти явления. А в данной главе речь идет о принципах, т. е. о фундаментальных силах, управляющих экономическими явлениями. Принципы высвечивают явления изнутри и, в сущности, *не* обязаны отражать их реалистично.

В частности, в данной главе, мы рассматриваем *принципы*, управляющие экономическими сторонами социально-экономической и политической *системы*, содержащей институции и технологии. Институции и технологии формируют систему, потому что различные социальные и индивидуалистические институты дополняют друг друга и в целом упорядочены по известной классической схеме Маркса «материальный базис – общественная надстройка». Рассмотрение социально-экономических системных результатов на уровне принципов предполагает абстрагирование от превратностей рынка и даже от исторических реализаций условий производства, что означает: цены производства пропорциональны стоимости, созданной трудом. Следовательно, наш анализ имеет долгосрочную природу: рассматриваются только постоянные или медленно развивающиеся факторы (технология и институции), при абстрагировании от более или менее быстрого изменения кратко- и среднесрочных *поведенческих* элементов, связанных с рынком или с бизнес-циклами, соответственно.

В этой главе, как и в книге [1], мы сопоставляем обмен между индивидуумами и производство как круговой общественный процесс. Естественно, поэтому, что мы *начинаем* с дихотомии «обмен/производство», как это сделано у Пазинетти в его работе «Теория стоимости – источник альтернативных парадигм в экономическом анализе» [9], в его трудовой или производственной модели (там же, с. 421–427). Эта модель дополняется изящным объединением межотраслевых и вертикально интегрированных моделей в работе [23, с. 109–112].

Следует отметить, что наше аналитическое рассмотрение занятости отличается от толкования Пазинетти. Действительно, мы полагаем, что условие (16) у Пазинетти [9, с. 422] должно выполняться всегда, на любом уровне занятости, потому что это гарантирует нетривиальные решения. Вынужденная безработица должна войти, следовательно, в форме скаляра занятости, меньшего единицы, на который следует умножить вектор количеств в системе (14) у Пазинетти [9, с. 422] (см. также [1, с. 150–152]). Такое толкование занятости, по нашему представлению, весьма успешным образом дополняет озабоченность Пазинетти *структурными изменениями*, потому что уровень занятости в большой степени определяет социальный климат, в рамках которого происходят структурные изменения. Например, при массовой вынужденной безработице именно из-за страха перед еще большей безработицей будет существовать сопротивление господствующим структурным изменениям.

Итак, в данной главе за отправную точку взяты работы Пазинетти [23, с. 109–112] и [9], а далее текст о Кейнсе и классиках написан в *духе* Сраффы и Кейнса, которые излагают принцип прибавочной стоимости и принцип эффективного спроса соответственно и теоретические значения этих принципов. Здесь нет никакого стремления добиться буквального соответствия этим авторам, что, как отмечено выше, было бы просто невозможно.

Основываясь на классико-кейнсианской модели монетарно-производственной экономики, кратко изложенной в этой главе, можно затем попытаться разработать общую теорию, альтернативную основанной на обмене модели Вальраса (по поводу пробного и предварительного вклада в классико-кейнсианскую политическую экономию в более широком контексте см. [1]). Начав с общих положений, представленных в данном введении, в следующих двух разделах мы рассмотрим классическое представление о производстве как о круговом общественном вертикально интегрированном процессе (раздел 1.2) и его значение для чистой теории распределения и стоимости (раздел 1.3). В то время как эта теория подразумевает рассмотрение *пропорций* (относительных цен) и *долей* (при заданном доходе), в теории занятости Кейнса изучается вопрос о масштабе деловой активности, когда на передний план помещаются абсолютные (деньги) цены и количества. Это приводит к определению *классико-кейнсианской* макроэкономики (раздел 1.4). Как уже указывалось, в классической макроэкономике рассматриваются пропорции в процессе производства и обращения (например, пропорции между отраслями промышленности и секторами, относительными ценами и долями доходов), а в теории Кейнса рассматриваются масштаб деловой активности, связанный с определенными уровнями занятости и вынужденной безработицы. В разделе 1.5 проблемы стоимости и распределения рассматриваются в рамках классической макроэкономики, которая описывает процесс общественного производства и связанное с ним обращение промежуточных и конечных товаров при заданном масштабе деловой активности. Раздел 1.6 – о кейнсианской макроэкономике, в которой рассматриваются силы, регулирующие масштаб деловой активности, т. е. уровни производства и занятости, при заданных пропорциях. В разделе 1.7 кратко рассматриваются некоторые обобщения базовой модели; например, очень кратко затрагиваются отношения между стоимостью, ценами производства и рыночными ценами. В заключительном разделе 1.8 рассмотрена фундаментальная важность современных основателей классико-кейнсианской политической экономии, Кейнса и Сраффы, которые вместе с Калецким являются основными героями работы Шэкла *«Годы высокой теории»*.

Итак, в отличие от неоклассической модели реального обмена, классическую и кейнсианскую макроэкономики следует объединить для разработки *монетарной теории производства*, как предусматривалось в работе Кейнса [12]. Монетарная теория производства означает, что *деньги чрезвычайно существенны* в современной экономике, потому что процесс общественного производства и процессы обращения просто не могут продолжаться без денег, как снова и снова подчеркивали Дэвидсон и другие авторы. Основные причины состоят в том, что в монетарно-производственной экономике потребление, производство и инвестиционные планы всегда рассматриваются в денежном выражении; производство и инвестиции требуют времени, а денежно-кредитные издержки и доходы не совпадают; в сфере обмена товары всегда обмениваются на деньги.

Кроме того, поскольку наш анализ находится на уровне чистой теории, мы не рассматриваем конкретные институциональные надстройки, а только исследуем, как институциональная и технологическая системы функционируют в принципе. Это означает, что долгосрочное равновесие существует в *настоящем*, а все соответствующие цены и количества регулируются технологиями и институтами, которые олицетворяют постоянные или медленно изменяющиеся факторы классической политической экономии [1, с. 84–89, 103–117]. Работа с принципами означает представление вероятных [10] причинно-следственных отношений в их чистой форме или создание чистых теорий, *независимых* от исторических реализаций. Поэтому здесь не следует искать такую конкретику, как *опережения и лаги*. Они появятся лишь в прикладных моделях, описывающих исторические реализации принципов; здесь такие реализации в ряде случаев упоминаются только для иллюстрации принципов или чистых теорий.

1.2 Отправная точка: процесс общественного производства

Метод объединения классических и кейнсианских элементов политической экономии возникает из самой природы процесса общественного производства. Действительно, Маркс предложил представление этого процесса как взаимодействие между человеком (труд) и природой (земля). В этом взаимодействии труд, очевидно, является активным элементом, тогда как земля – пассивным. Ещё в семнадцатом столетии Уильям Петти полагал, что «труд – отец стоимости, а земля – мать». Особенности производства, связанные с землей и трудом, позволяют указать *три* вида основных факторов, абсолютно необходимых для производства: сырьевые ресурсы, труд и основной капитал. *Базисные земельные факторы (land basics)* или *сырье* – это первичные продукты, взятые в природе, например железная руда или сырая нефть, подготовленные для производительного использования в виде стали или бензина, соответственно. Затем сырье или первичные товары используются для производства промежуточных товаров, например, пшеницы, муки, кожи, кирпичей. Первичные и промежуточные товары представляют собой часть средств производства, которые преобразуются в конечные товары, в частности: хлеб, обувь, здания, различные машины и оборудование; вообще: товары личного потребления, частные и общественные средства производства и товары, производимые для государственного или общественного потребления. *Базисные трудовые факторы (labour basics)* – это *конечные* продукты, соответствующие товарам потребления, общественно необходимым для поддержания людей, занятых в «прибыльном секторе» и тех, кто за счет прибавочной стоимости делает возможным создание и обслуживание «неприбыльного сектора», включая государство, т. е. политические институты. Наконец, *базисные природно-трудовые* или *производственные факторы (labour-land basics)* – это станки (т. е. машины чтобы делать машины), олицетворяющие прошлый труд. Они дают возможность рабочей силе, действующей в «прибыльном секторе», вступить в контакт и взаимодействовать с природой посредством процесса общественного производства, т. е. чтобы извлечь сырье, базисные природно-сырьевые факторы с целью их преобразования, через промежуточные продукты, в конечные продукты, включая базисные трудовые факторы. Базисные земельные факторы распределяются между отраслями промышленности в горизонтальных межотраслевых моделях сначала для производства сырьевых материалов, входящих в производство всех товаров, как описывает *модель Сраффы*, в которой *входы и выходы совпадают*. Поскольку продукция производства всех базисных земельных факторов входит в производство всех промежуточных и конечных товаров, между базисными земельными факторами и конечными товарами существуют необходимые технические отношения. Цены на базисные земельные факторы, таким образом, определяют цены на конечные продукты. Следовательно, фундаментальные отношения между стоимостью и распределением можно изучать в рамках процесса общественного производства *сырьевых материалов или базисных земельных факторов*, как это сделал Сраффа [5], интуитивно проникая в суть и обладая аналитическими способностями, на основе модели, подразумевающей неоднородную структуру капитала. Фактически, базисные земельные факторы потенциально включают всю конечную продукцию, включая базисные трудовые факторы, т. е. необходимые товары потребления.

Произведенное сырье на второй стадии используется для производства всех промежуточных товаров. На третьей стадии сырьевые материалы и промежуточные товары преобразуются в конечные товары, включая базисные трудовые факторы, базисные средства производства и небазисные товары. Последние составляют общественную прибавочную стоимость: валовые инвестиции, потребление, превышающее социально необходимое потребление рабочих и служащих «прибыльных секторов», необходимое потребление «неприбыльных секторов» и потребление всем населением товаров, которые не являются товарами первой необходимости, а также общественное и государственное потребление (например, в культурных целях в самом широком смысле).

Такое описание производства – сырье через промежуточные продукты преобразуются в конечные товары – объясняет треугольную структуру матрицы Леонтьева, в которой базисные земельные факторы Сраффы расположены в левом верхнем углу. Базисные земельные факторы производятся базисными земельными факторами и, следовательно, соответствующая таблица трансакций и матрица коэффициентов формируют квадратную матрицу. Выпуск сырья распределяется по отраслям промышленности, производящим промежуточные и конечные товары. Для производства промежуточных продуктов необходимо сырье и другие промежуточные товары. Соответствующие коэффициенты формируют другую квадратную матрицу, начинающуюся ниже в правом углу матрицы базисных земельных факторов Сраффы. Конечные товары производятся с использованием сырья и промежуточных товаров. Итак, сырьевые материалы входят в производство всех товаров; промежуточные продукты входят в производство других промежуточных продуктов и конечных товаров. Выпускаемой продукцией являются только конечные товары. Следовательно, для промежуточных продуктов некоторые позиции левее главной диагонали Леонтьева положительны. По определению, для конечных товаров только чистый вектор выпуска содержит положительные элементы. Таким образом, получается, что матрица Леонтьева имеет практически треугольную структуру с нулями, преобладающими слева от главной диагонали.

Вектор чистого выпуска содержит нули для сырьевых и промежуточных товаров. Нижняя часть этого вектора относится к выпуску конечных товаров. Для их производства необходимы частные и общественные инвестиции (капитал) и товары потребления. Для создания любых видов продукции – сырья, промежуточной продукции, конечных товаров – нужны те или иные средства производства. Кроме того, существует особый тип средств производства, а именно – станки или машины для производства машин – момент, подчеркнутый Лоувом [25]. Станки и труд позволяют снова производить станки и соответствующие средства производства для каждой отрасли – всех сырьевых материалов, промежуточных и конечных товаров. *Очевидно, что машиностроительный сектор имеет основное значение для процесса общественного производства*. Получается, что этот сектор позволяет человеку (посредством труда) вступать в контакт и взаимодействовать с природой (кстати, в традиционном обществе эта роль отводилась кузнецу, который всегда занимал привилегированное положение в обществе, предшествующем современному, потому что именно он производил инструменты и оружие). Поэтому станки, в силу своей фундаментальной важности в процессе общественного производства, удобно называть базисными природно-трудовыми факторами. Наличие машиностроительного сектора также подразумевает «производство товаров посредством товаров» Сраффы не только для процессов, связывающих сырье и промежуточную продукцию с готовыми изделиями, но также и для сферы *конечных товаров*. Ярким примером является основная двухсекторная модель, использованная в дебатах по теории капитала: сектор средств производства (станков), производящий средства производства для себя и для сектора товаров потребления [26, 13].

Конечные товары второго типа – это товары потребления. Существует три общих типа: необходимые товары потребления, товары потребления, не являющиеся товарами первой необходимости, и товары для общественного и государственного потребления.

Исторически, именно *природная* сторона производства, связанная с понятием базисных земельных факторов, послужила основой фундаментальной «зигзагообразной» *«Экономической таблицы»* Кенэ (см. [27, с. 386–402]), впоследствии использованной в межотраслевых моделях Леонтьева и Сраффы. *Трудовая* сторона производства была описана в вертикально интегрированной трудовой модели Рикардо, детально проработанной Пазинетти [23, 9]. Базисные трудовые факторы появляются также в вертикально интегрированных двухсекторных (товары потребления и средства производства) моделях Смита [28, том III], Маркса [29, том II, гл. 20–21], Робинсон [17] и Калецкого [30].

В этих рамках мы можем заметить, что только труд и земля, в силу своей производительности как основные и истинные «факторы» производства, способны создавать прибавочную стоимость. С помощью своей *«Экономической таблицы»* Кенэ попытался показать, что только земля производит прибавочную стоимость. Рикардо, однако, утверждал, что при создании прибавочной стоимости и земля, и труд действуют вместе. Тем не менее, его фундаментальные цены представляют стоимость труда, потому что рента оригинальным методом устраняется. Действительно, Рикардо утверждает, что цены формируются там, где условия производства самые сложные. Здесь рента равна нулю и только продолжительность труда определяет стоимость. Как следствие, земельная рента имеет различную природу и возникает в наиболее благоприятных условиях производства. Это есть метод определения стоимости Рикардо, которого мы будем придерживаться в данной главе. Это сделано путем введения понятия наценки на обычную или нормальную заработную плату. Эта наценка позволяет включить различные элементы в общественную прибавочную стоимость: нормальную прибыль, прибыль выше нормальной (например, вследствие выдающегося управления), земельную ренту, и, весьма важно, трудовую ренту, которая появляется, в основном, вследствие учета исключительных способностей. Вопрос стоимости и распределения в рамках процесса общественного производства поднимается в следующем разделе.

1.3 Общественное производство, стоимость и распределение

Процесс общественного производства является чрезвычайно сложным, как и проблемы стоимости и распределения, тесно связанные с этим процессом. Сложность процесса общественного производства следует из двух его сторон. В горизонтальных моделях типа Леонтьева-Сраффы сырье и промежуточные товары перемещаются между отраслями промышленности, чтобы вместе с прямым трудом и основным капиталом (прошлым трудом) создать возможность производства конечных товаров. В вертикальных производственных моделях труд помещается на передний план. На различных стадиях производства труд использует сырьевые материалы и промежуточные товары для производства конечных товаров.

Для того чтобы представить сущность общественного производства и связанных процессов стоимости и распределения, т. е. чтобы прояснить фундаментальные причинно-следственные силы, всё второстепенное следует отбросить. Здесь важно то, что мы рассматриваем вертикально интегрированную экономику, и предполагается, что условия производства таковы, что соблюдается принцип стоимости, созданной трудом. В результате получится очень простая фундаментальная (метафизическая) модель, отражающая основы, а выводы, полученные на основе этой модели не будут качественно меняться даже при упрощающих предположениях, необходимых для проведения научных исследований. Эта метафизическая модель послужит основой и полем для научной деятельности. Согласно Аристотелю, метафизика – это систематизирующая наука.

Теперь рассмотрим, как *в принципе* происходят процессы ценообразования и распределения в процессе общественного производства. В этом процессе межотраслевые цены Сраффы-Леонтьева преобразуются в вертикально интегрированные цены Рикардо-Пазинетти, пропорциональные прямому и косвенному труду.

Отправной точкой является система цен Леоньева:

$$pA + w_n n_d k = p, \tag{1.1}$$

где A – (без ограничения общности) треугольная матрица коэффициентов Леонтьева, схематически описанная в предыдущем разделе. Коэффициенты

$$a_{ij} = x_{ij}/X_j \tag{1.2}$$

обозначают количество товара i, необходимого для производства единицы товара j. Величина p – это вектор-строка цен. Сначала у нас есть цены на первичные продукты или сырье, затем цены на промежуточные товары, за которыми следуют цены на конечные товары, т. е. частное и общественное потребление и инвестиционные товары (средства производства).

Выражение

$$w_n n_d k \tag{1.3}$$

обозначает добавленную стоимость и ее распределение между заработной платой и валовой прибылью. (Мы используем символ k вместо нормы прибыли и стоимости различных средств производства, чтобы иметь возможность включить на более поздней стадии элементы земельной и трудовой ренты – в случае трудовой ренты и ренты на особые способности – сверх обычной заработной платы w_n. Величина n_d – это вектор-строка труда, затраченного на выпуск единицы продукции для всех товаров: сырьевых, промежуточных и конечных соответственно. Сложный труд через существующую структуру заработной платы сводится к простому труду, а определение социально приемлемой структуры заработной платы составляет самую сложную проблему социальной этики. Величина w_n – это скаляр, обозначающий заработную плату за единицу времени простого труда в денежном выражении, а k является наценкой на затраты по оплате труда, такой, чтобы гарантировать удовлетворительную (целевую или нормальную) норму прибыли от использования основного капитала с учетом износа оборудования. Наценка k одинакова во всех отраслях промышленности и секторах. Это означает, что мы *абстрагируемся от конкретных условий производства*, то есть *пропорций* между величиной основного капитала и фондом заработной платы (оборотный капитал); они полагаются одинаковыми во всех секторах, хотя их *абсолютные величины не совпадают*. Последствия этого предположения будут обсуждаться ниже.

Теперь из межотраслевой системы цен Леонтьева можно получить систему цен Рикардо-Пазинетти, основанную на вертикальной интеграции. Соотношение (1.1) можно переписать как

$$p\,(I - A) = w_n\, n_d\, k,$$

где I – единичная матрица (главная диагональ состоит из единиц, все остальные этой квадратной матрицы нулевые).

Если обе стороны равенства умножить на матрицу, обратную матрице Леонтьева, $(I–A)^{-1}$ и транспонировать эту матрицу, как и векторы p и n_d, которые теперь становятся векторами-столбцами, получится

$$p = w_n\,[(I - A)^{-1}]^T\, n_d\, k. \tag{1.4}$$

Соотношение

$$n = [(I - A)^{-1}]^T\, n_d \tag{1.5}$$

показывает, что вектор-столбец вертикально интегрированного труда n получен умножением вектора-столбца прямого труда n_d на *транспонированную* матрицу, обратную матрице Леонтьева. Эту процедуру можно назвать преобразованием Пазинетти [23, с. 109–112]. Каждая строка *транспонированной* обратной матрицы Леонтьева содержит количества всех товаров, необходимых *непосредственно и косвенно* для производства единицы рассматриваемого товара. В результате n_i обозначает общие трудозатраты, необходимые для производства единицы сырья, промежуточного или конечного товара.

Из отношений (1.4) и (1.5) получаем цены Рикардо-Пазинетти на конечную продукцию, основанные на вертикальной интеграции:

$$p = w_n\, n\, k. \tag{1.6}$$

Прежде чем продолжать, следует объяснить смысл и значение предположения об одинаковых условиях производства, сначала технически, а затем в более широком значении. Из отношений (1.1) и (1.6) следует, что прямой и косвенный труд, используемый для производства товаров потребления (или сырья, или промежуточных товаров) n_i, и используемые для производства средства производства n_{iK}, должны быть одинаковыми, фактически равными единице, как подразумевается в отношении (1.6). Технически это означает, что *для каждого товара* (потребления, промежуточного или сырья) *соответствующую строку средств производства в транспонированной обратной матрице Леонтьева в системе уравнений (1.4) следует умножить на определенный коэффициент так, чтобы сделать соответствующее отношение n_{iK}/n_i равным единице* (это отношение может быть и меньше, и больше единицы), причем абсолютные величины n_{iK} и n_i могут значительно отличаться. Этот очень простой способ позволяет выполнить аналитическую работу на уровне основных принципов, в то же самое время учитывая наличие разнородных товаров, характерное для процесса общественного производства. Разнородность товаров обеспечивается также тем фактом, что с помощью определенного количество абстрактного труда можно произвести совершенно разные товары. Следовательно, с одной стороны, если мы абстрагируемся от конкретных условий производства с целью выявить суть явлений, это не затронет ключевые характеристики, присущие круговому процессу общественного производства. С другой стороны, интуитивно очевидно, что повторное включение в научных целях отличающихся условий производства, т. е. различных n_{iK}/n_i, не изменило бы основных выводов. Действительно, в классико-кейнсианской теории основные принципы не затрагиваются при понижении уровня абстракции для решения проблем реального мира на уровне явлений. Мы увидим, что это не так в неоклассической теории (об этом см. также [1, с. 289–290]). Наконец, в вышеупомянутой процедуре абстрагирования некоторые коэффициенты будут больше единицы, а другие будут меньше единицы. Следовательно, единица для n_{iK}/n_i появляется как среднее в широком смысле значение производственных условий реального мира.

Как уже было указано, абстрагирование от конкретных условий производства означает переход от научных моделей к метафизическим моделям (метамоделям), воплощающим принципы. Абстрагирование от всех несущественных элементов, которые в данном случае также включают исторически изменяемые условия производства, позволяет теоретику формулировать принципы самым простым способом и делать четкие выводы, которые становятся доступными для более широкой аудитории, например историков и политиков. Без сомнения, это способствует интеграции политической экономии в более широкие рамки общественных наук и политики.

Как уже указывалось, ключевым моментом является то, что выводы, сделанные на основе набора принципов (метафизической модели), останутся верными, если модель станет более реалистичной (если, например, будут учитываться различные условия производства, или если будет учитываться наценка не только на заработную плату, но также и на промежуточные товары и сырьевые материалы, как было бы в случае, когда производство не было вертикально интегрированным). Это следует из ценовой системы (1.1). Действительно, если бы пропорции между оборотным и постоянным капиталом не были бы одинаковыми, то скаляр k в соотношениях (1.1) и (1.3) следовало бы заменить квадратной матрицей, содержащей различные секторальные наценки на главной диагонали и нули на других позициях. Если бы экономика не была вертикально интегрированной, наценка начислялась бы одновременно *и* на заработную плату, *и* на промежуточные товары и сырье, а ценовая система (1.1) имела бы вид:

$$[pA + w_n n_d]\, k = p.$$

Модель стала бы очень сложной, а выводы изменились бы только количественно, но не качественно.

Макроэкономический аналог секторальной системы цен получается, если в отношении (1.6) мы умножим векторы-столбцы p и n на вектор-строку количеств q:

$$Y = w_n N k, \tag{1.6.A}$$

где Y – номинальный валовой национальный продукт, а N – число рабочих и служащих в «прибыльном секторе», если мы интерпретируем w_n как среднюю ставку заработной платы.

Во-вторых, p_c, денежная цена набора необходимых товаров потребления, выбирается в качестве единицы измерения *(numéraire)*. Это означает, что реальный общественный продукт равен $Q = Y/p_c$, некоторому числу наборов необходимых товаров потребления. Мы теперь получаем ценовое уравнение Калецкого–Вайнтрауба, использованное в [1]:

$$p_c = w_n n k = w_n (1/A)\, k. \tag{1.7}$$

Общая производительность труда A является величиной, обратной макроэкономическому трудовому коэффициенту n, $A = Q/N$ и $n = N/Q$, где N – рабочая сила, действующая в «прибыльном секторе». Общественный продукт удобнее измерять через цену (производительного) овеществленного труда при однородной структуре капитала. Действительно, если в отношении (1.7) обе стороны умножить на Q и разделить почленно на $w_n k$, то общественный продукт будет выражаться через величину N, которая может интерпретироваться как рабочее время. Как уже указывалось, эта процедура подразумевает, что «проблема сокращения» решена; как следствие w_n представляет стоимость, созданную единицей простого труда.

Если бы отношения основного капитала к оборотному были разными, то величину k следовало бы интерпретировать как взвешенное среднее секторальных наценок. В этом случае, общественный продукт просто следовало бы измерить в вышеупомянутых единицах простого труда (необходимых товаров потребления), имеющих цену, в денежном выражении равную p_c. Упрощающее предположение об однородной структуре капитала может появляться всякий раз, когда этого требует цель анализа, например, если рассматриваются структуры и структурные изменения, как делает Пазинетти [23].

Цены (1.6) и (1.7) относятся только к произведенным товарам и, по сути, отражают предпринятые для их производства общественные усилия. Эти усилия представляются вертикально интегрированными трудовыми коэффициентами n_i для каждого товара i в системе (1.6) и его макроэкономического эквивалента n в (1.7). Усилия, предпринимаемые для производства товара i, начинаются с производства сырья, с добавленной стоимостью n_{iP}, и, через промежуточные продукты (с добавленной стоимостью n_{iI}), заканчиваются конечными продуктами с прямыми трудозатратами n_{id} на последней стадии производства. Следовательно:

$$n_i = n_{iP} + n_{iI} + n_{id} \tag{1.8}$$

и

$$n = n_P + n_I + n_d \tag{1.9}$$

для всех конечных товаров, если n в (1.9) являются векторами, и для экономики в целом, по отношению к общественному продукту, если n в (1.9) являются скалярами.

Из (1.9) и (1.7) следует

$$p_c = w_n (n_P + n_I + n_d)\, k. \qquad (1.10)$$

Это отношение означает, что при вертикальной интегрированности процесса общественного производства добавленная стоимость в секторах сырьевых материалов и промежуточных товаров является также *переменным* капиталом в смысле Маркса, что во многом упрощает представление ценообразования. Фактически, при вертикальной интеграции, стоимость труда входит в конечный продукт в логически ясной последовательности, начиная с добавленной стоимости в фундаментальном слое сырьевых товаров или земли, через слой промежуточных товаров и заканчивая слоем конечных товаров.

Ценовые уравнения (1.6), (1.7) и расположенное далее уравнение (1.10) означают, что распределение – это социальный и политический процесс, порождаемый наценкой k. Действительно, уравнение (1.7) означает, что доля заработной платы равна $1/k$, а доля доходов от собственности (состоящая из прибыли, а также земельной и трудовой рент) равна $1–(1/k)$. Социальные силы, определяющие k, характеризуются соотношением сил работодателей и рабочих, обычно представленных ассоциациями, степенью вынужденной безработицы; политический элемент вступает в действие через вмешательство государства. Вышеупомянутые ценовые уравнения означают, что цены и уровень цен зависят от технологий, что проявляется через n и A, а также распределения, что проявляется через w_n и k. Причем распределение логически предшествует производству и ценообразованию, которые могут начаться только когда структура заработной платы в денежном выражении и норма прибыли уже заданы.

Как следует из отношения (1.10), процесс распределения происходит в каждом слое, где прикладываются общественные усилия по созданию стоимости (см. прим. 2 в конце главы 1).

Эти замечания о природе цен позволяют нам оценить влияние на цены базисных земельных и трудовых факторов. Если условия добычи полезных ископаемых станут сложнее, то соответствующий трудовой коэффициент для сырьевых материалов, n_P, увеличится, и, как следствие, вырастут цены на промежуточные и конечные товары. Это уменьшит реальную заработную плату и может вызвать конфликты при распределении, как это действительно происходит всякий раз, когда цены на нефть резко повышаются. Последнее означает, что именно труд определяет цены посредством распределения доходов, и уместно говорить о спирали «заработная плата – цена».

Остались два вопроса для рассмотрения в этом разделе: значение наценки k и фундаментальная важность машиностроительного сектора. Чтобы прояснить содержание наценки k, мы начинаем с рассмотрения ценовых уравнений для товаров потребления, принимая во внимание факт, что каждый частный или общественный товар потребления производится вертикально интегрированным трудом с помощью определенных средств производства (то же выполняется для всех других товаров: частных и общественных средств производства, сырья и промежуточных товаров). Ценовое уравнение для товара потребления можно записать следующим образом:

$$p_{ic} = w_n\, n_{ic} + r\,(w_n\, n_{iK}\, k)$$

или

$$p_{ic} = w_n\, n_{ic}\, [1 + (r\, w_n\, n_{iK}\, k)/(w_n\, n_{ic})]$$

и

$$p_{ic} = w_n\, n_{ic}\, [1 + (r\, n_{iK}\, k)/n_{ic}]. \tag{1.11}$$

Поскольку мы абстрагируемся от отличающихся условий производства для выявления основных принципов, пропорции основного капитала к оборотному n_{iK}/n_{ic} считаются одинаковыми во всех секторах, хотя их абсолютные величины могут отличаться, как это и требуется для разнородных товаров. Как указывалось выше, это означает, что наценка на оборотный капитал k является единой во всех отраслях промышленности и секторах. Следовательно, выражение в квадратных скобках отношения (1.11) равняется k, что позволяет нам точнее определить экономический смысл наценки *для случая, когда доходы от собственности состоят только из прибыли*:

$$k = 1 + (r\, n_{iK}\, k)/n_i.$$

Следовательно,

$$k = n_i/(n_i - r\, n_{iK}), \tag{1.12}$$

$$1/k = (n_i - r\, n_{iK})/n_i = 1 - r\,(n_{iK}/n_i) \tag{1.13}$$

и для экономики в целом

$$1/k = (n - r\, n_K)/n = 1 - r\, (n_K/n). \qquad (1.14)$$

Отношения (1.13) и (1.14) показывают, что вся стоимость создается трудом, действующим в «прибыльном секторе», и что прибыль пропорциональна прошлому труду, воплощенному в средствах производства. Более того, поскольку, согласно отношению (1.7), реальная заработная плата исчисляется необходимыми товарами потребления (базисными трудовыми факторами), распределение в трудовом секторе должно регулироваться ценовым и распределительным уравнениями, имеющими ту же структуру, что и отношения (1.11) и (1.13). Здесь следует повторить, что нормальная прибыль не имеет никакого отношения к эксплуатации и является социально необходимой (см. также [1, с. 158–175]).

Ценовые уравнения для средств производства, участвующих в производстве товаров потребления, сырья и промежуточных товаров, имеют точно такую же структуру, как и ценовые уравнения для товаров потребления, представленные отношением (1.11):

$$p_{iK} = w_n\, n_{iK}\, [1 + (r\, n_{iK*}\, k)/n_{iK}]. \qquad (1.15)$$

Однако существует одно важное различие. При производстве средств производства, необходимых для производства товаров потребления, кроме труда присутствуют специальные средства производства, т. е. станки или машины для производства машин [25]. В выражении (1.15) эти специальные средства производства помечены звездочкой (K*). Итак, станки вместе с трудом участвуют в производстве всех необходимых средств производства (при производстве каждого товара потребления труд сопровождается специальными средствами производства). *Однако станки также сопровождают труд при производстве станков*. Следовательно, мы в итоге получаем фундаментальное уравнение:

$$p_{iK*} = w_n\, n_{iK*}\, [1 + (r\, n_{iK**}\, k)/n_{iK*}]. \qquad (1.16)$$

Это отношение устанавливает пропорцию между стоимостью основного и оборотного капитала, которая должна выполняться во всех ценовых уравнениях, т. е. n_{iK**}/n_{iK*}. Здесь мы должны вспомнить, что абстрагируемся от условий производства, чтобы выделить две существенные особенности монетарно-производственной экономики: единую норму прибыли и факт, что вся стоимость создается трудом. Однако единое отношение основного капитала к оборотному не выбирается произвольно. Это отношение устанавливается в базовом секторе монетарно-производственной экономики, *определяющем технологию*, т. е. машиностроительном секторе. В некотором смысле, это аналогично утверждению Рикардо о том, что норма прибыли регулируется в аграрном секторе, где производятся необходимые товары потребления.

Согласно выражению (1.16), отношение основного капитала к оборотному может быть равно единице при тех же абсолютных величинах, что упростило бы все приведенные выше ценовые уравнения. Однако это отношение не должно быть равно единице, и абсолютные величины основного и оборотного капитала могут меняться, т. к. станки способны производить станки различных типов. Но даже если бы абсолютные величины во всех пропорциях n_{iK}/n_i были бы одинаковыми, то все равно существовала бы возможность производить разнородные товары, т. к. станки могут производить средства производства (включая станки) различных *качественных* типов, которые, в свою очередь, могут производить качественно различные товары потребления, всегда, конечно, с помощью труда. Фактически, одинаковое *количество* труда может быть связано с совершенно разными качественными реализациями в форме разнообразных товаров. Это аналогично [23], где вертикально интегрированные трудовые коэффициенты связаны с различными и меняющимися структурами.

Рассмотрение стоимости и распределения в рамках кругового и вертикально интегрированного процесса общественного производства, предложенное здесь и в предыдущем разделе, позволяет нам рассмотреть три вопроса, связанных, по нашему мнению, с моделью кругового производства, стоимости и распределения Сраффы. Во-первых, понятие базисных природных ресурсов или сырья позволяет рассматривать задачу, полагая, как это делал Сраффа, что затраты равны выпуску. Действительно, в верхнем левом углу матрицы Леонтьева, железная руда преобразуется в сталь, сырая нефть – в бензин, и т. д.; сырьевая продукция последовательно передается всем секторам промежуточных и конечных товаров. Во-вторых, если рассматривать средства производства как конечные товары, произведенные станками и трудом, а не как смежными товарами, это значительно облегчит полный анализ стоимости и распределения в процессе общественного кругового производства;

при этом прибыль может теперь вычисляться на основной капитал посредством наценки на оборотный капитал, что включает прямые расходы на заработную плату и затраты на промежуточные товары и сырьевые материалы, которые при наличии вертикальной интеграции также становятся расходами на заработную плату. В-третьих, круговой процесс общественного производства, фактически, означает производство товаров посредством товаров и *труда*. Это означает, что круговое свойство процесса общественного производства проявляется в трех случаях. Во-первых, существует производство сырьевых товаров с помощью сырьевых товаров и труда в верхнем левом углу Сраффы системы Леонтьева. Во-вторых, в сфере конечных продуктов существует производство товаров посредством товаров в секторе средств производства, где все имеющиеся средства производства производятся станками, которые также были произведены станками. В-третьих, что, возможно, наиболее важно, необходимые товары потребления, которые являются конечными товарами, должны перемещаться во все (даже в наиболее отдаленные) точки круговой системы общественного производства, потому что производство товаров осуществляется посредством товаров и труда, – факт, отображаемый отношением (1.5) выше, который соответствует операции Пазинетти для вычисления вертикально интегрированного труда, равного произведению транспонированной матрицы, обратной матрице Леонтьева, и вектора непосредственно затраченного труда.

1.4 Пропорции и масштаб: классическая и кейнсианская макроэкономики

Классическая и кейнсианская макроэкономики представляют два аспекта процесса общественного производства и связанных с ним процессов обращения денег, средств производства и конечных товаров, соответственно. Ранее уже указывалось, что в классической макроэкономике рассматриваются *пропорции* при круговом процессе общественного производства и соответствующие теории стоимости и распределения при *заданном масштабе* деловой активности. А в Кейнсовой макроэкономике рассматривается *масштаб* производства и занятости, т. е. деловой активности, при *заданных пропорциях*. Это справедливо только на уровне принципов. В реальном мире в определенное историческое время при изменении активности изменятся и пропорции.

Теперь классические и кейнсианские элементы экономического анализа можно объединить в рамках более общей структуры – монетарной теории производства. Существенная особенность монетарно-производственной экономики ясно представлена в начале второго тома *«Капитала»* Маркса ([29], с. 31):

$$M - C \ldots P \ldots C' - M'. \tag{1.17}$$

На первом этапе производители располагают деньгами и финансами M (в оригинале G) и покупают средства производства, т. е. товары и рабочую силу C (в оригинале W). При вертикально интегрированном «трудовом» изображении общественного процесса производства P они преобразуются в готовые изделия C' (W'), что означает горизонтальный аспект производства, связанный с природными ресурсами. Готовые изделия C' преобразуются в деньги M' (G'). На этой второй стадии обращения M' – эффективный спрос в денежном выражении – управляет величиной C', количеством готовых изделий, которые можно обменять на деньги.

Классические пропорции проявляются, прежде всего, в сфере распределения. Еще до начала производства должно быть отрегулировано распределение: должны быть заданы желаемая (нормальная, удовлетворительная, целевая) норма прибыли, используемая при вычислении цены фирмами, и структура заработной платы, в идеале основанная на подсчете рабочих мест. Здесь влияние Рикардо проявляется в том, что упор сделан на распределении доходов – главной и фундаментальной проблеме классико-кейнсианской политической экономии. Вообще говоря, определение структуры заработной платы, прибыли и рент и соответствующих долей в национальном доходе – это центральная проблема справедливости распределения, которая, в свою очередь, формирует ядро социальной или политической этики.

В процессе производства формируются нормальные абсолютные цены и денежные доходы. Это дает начало новому набору пропорций, т. е. относительных цен и долей при заданных доходах. Расходование доходов определяет другой набор пропорций: абсолютные и относительные количества. Последние порождают определенные пропорции, которые должны выполняться между секторами конечных товаров, например между секторами товаров потребления и средств производства (следовательно, если заработная плата полностью расходуется на потребление, а прибыли сохраняются и равны инвестициям, то фонд заработной платы в секторе средств производства должен равняться прибыли в секторе товаров потребления). По существу, т. е. на уровне принципов, пропорции должны быть такими, чтобы процессы производства и обращения, отображаемые схемой (1.17), могли бы спокойно продолжаться; ясно, что предприниматели должны покрыть расходы на производство и реализовать желаемую норму прибыли. Это отражает вклад Сраффы в классическую макроэкономику.

Классическая точка зрения на пропорции непосредственно связана с *обращением* денежных потоков и потоков конечных товаров, существующих между производителями и частными и общественными потребителями. Объем обращения задан. Это означает, что масштаб деловой активности, измеренный в показателях занятости, также задан; деловая активность может осуществляться, например, при уровне занятости 70, 80 или 90 процентов, с соответствующими уровнями вынужденной безработицы.

Из схемы (1.17) очевидно, что деньги абсолютно необходимы для нормального функционирования системы общественного производства и обращения. Не существует обмена товаров на товары, всегда товары обменивают на деньги. Например, когда сталелитейная отрасль поставляет сталь машиностроительному сектору, она получает взамен не станки, а деньги. Это порождает потоки товаров и денег в противоположном направлении, т. е. кругооборот товаров и денег. Как уже указывалось, принцип прибавочной стоимости – процент как часть общественной прибавочной стоимости – что выражено в схеме (1.17), похоже, естественно связан с теорией *эндогенных* денег.

В долгосрочной макроэкономике Кейнса речь идет как раз о *масштабе деловой активности*, т. е. об *объеме обращения* при заданных, в принципе, пропорциях (см. прим. 3 в конце главы 1). Кейнсовы модели, включающие либо один, либо несколько секторов, обязательно основываются на вертикальной интеграции, что выдвигает на передний план трудовую сторону производства. Результат процесса общественного производства – это общественный продукт, который, вследствие этого, включает только конечные товары. Процессы распределения и формирования стоимости или цен, происходящие в рамках вертикально интегрированного процесса производства, в этот момент завершаются, и может начаться процесс обращения конечных товаров и денег. Последний порождает реальные и денежные потоки между предприятиями, домашними хозяйствами, социальной сферой (где расположено большинство разнообразных ассоциаций, главным образом, некоммерческих организаций) и государством.

Это происходит на второй стадии процесса обращения, $C' - M'$ в схеме (1.17), когда проявляется точка зрения классико-кейнсианской политической экономии на масштаб: *уровень деловой активности, т. е. масштаб производства (C', а именно – общественный продукт Q), и связанный с ним уровень занятости (N) регулируются эффективным спросом (M').* Полученный таким образом уровень занятости связан с определенным уровнем вынужденной, системно регулируемой безработицы.

Эта очень простая монетарная теория производства означает, что общественный процесс производства и обращения не могут проходить без денег, которые являются незаменимой мерой и выразителем стоимости, и столь же незаменимым средством сделок. Все общественное и частное потребление и инвестиционные планы, реализуемые в историческое время, исчисляются деньгами, которые отражают связь между прошлым и будущим. Однако в монетарно-производственной экономике [12] с экстенсивным разделением труда и, следовательно, общественным производством, не существует обмена товаров на товары, как в случае экономики реального обмена. В монетарно-производственной экономике всегда происходит обмен товаров на деньги. Например, сталелитейная промышленность поставляет сталь большей части машиностроения, не покупая машины, им произведенные. Или: рабочие, занятые в машиностроительных отраслях, не обменивают рабочее время на машины; фактически, эти рабочие «обменивают» свои зарплаты на товары, которые они непосредственно не произвели, например необходимые товары потребления. Так можно представить и обмен стоимости затрат (рабочего времени) C, представленный M, на стоимость выпуска C, и его денежного выражения M', в рамках двух процессов обращения, изображенных на схеме (1.17), в результате которых деньги *представляют* стоимость. Поскольку на этой схеме $M' > M$, прибавочная стоимость, равная

$M' - M$, должна быть произведена в рамках процесса общественного производства P, как утверждал Маркс в начале первого тома своего *«Капитала»*. Следовательно, рабочие вознаграждаются в денежной форме за свой вклад в производительные усилия в процессе общественного производства. Заработная плата в денежном выражении представляет, в свою очередь, запрос на часть общего результата производства, которую можно выбрать тем или иным способом. Как следствие, процесс общественного производства, в котором создаются конечные товары, воплощающие стоимость (рабочее время), не мог бы протекать без денег, которые представляют эту стоимость и позволяют, таким образом, их обращение. Т. е. деньги – включая, конечно, финансовый сектор – являются также общественным институтом.

Следовательно, вертикально интегрированная модель производства, подразумевающая горизонтальную межотраслевую модель (как изложено в двух предыдущих разделах), и связанные с ней процессы обращения объединяют классические и кейнсианские аналитические подходы и представляют, по сути, монетарную теорию производства. Для аналитических целей это соответствует абстрагированию от различий в условиях производства, которые подобны, но не одинаковы в различных секторах и отраслях промышленности. Действительно, хотя отношение между стоимостью основного и оборотного капитала – состоящего из заработной платы только в вертикально интегрированной модели, как следует из отношений (1.4)–(1.7) – предполагается одинаковым во всех секторах и отраслях промышленности, абсолютные величины этих капиталов могут быть различными. Это допускает существование разнородных товаров. Если пропорции между основным и оборотным капиталом заданы, вся экономическая деятельность теперь рассматривается непосредственно по отношению к труду: фундаментальные цены представляют стоимость труда; прибыли и ренты возникают, потому что рабочая сила в «прибыльном секторе» производит количественную и качественную прибавочную стоимость (качественная прибавочная стоимость возникает в форме избыточной заработной платы, например, за особые способности). Это, в свою очередь, означает, что общественный продукт измеряется рабочим временем. Следовательно, установление равных отношений между основным и оборотным капиталом (а не их абсолютными величинами) позволяет нам в духе Рикардо и Маркса обсуждать основные принципы, т. е. существенные особенности, связанные с производством, стоимостью, распределением, занятостью и деньгами. Различные условия производства, круговые движения цен и количеств, и капризы рынка связаны только с исторически изменяющимися формами проявления *(Erscheinungsformen)* неизменных основных принципов. Например, цены производства Сраффы, сами по себе являющиеся принципами, хотя и не фундаментальными, показывают, как фундаментальная стоимость труда Рикардо может быть исторически реализована посредством цен, основанных на вычислении нормальных затрат.

1.5 Пропорции в классико-кейнсианской политической экономии

Комплементарность – это фундаментальная черта процесса общественного производства. Общественный продукт – результат общих усилий всех отраслей промышленности и секторов. Они возникают из-за разделения труда, которое в принципе становится возможным в силу различного положения и способностей отдельных индивидуумов, связанных с их социальной природой. Если процесс производства протекает организованно, между различными секторами и отраслями промышленности должны преобладать заданные, но не постоянные, пропорции. Это требует сотрудничества между производителями. Координация также требуется на уровне фирм. Координация может потребоваться на уровне отраслей промышленности (что можно осуществить через организации производителей) или даже на макроэкономическом уровне, главным образом, в вопросах распределения (например, в вопросах структуры заработной платы, уровня желаемой нормы прибыли или иерархии норм прибыли).

Общественный характер производства означает, что на фундаментальном уровне все основные проблемы политической экономии, а именно: стоимости, распределения, занятости, накопления и роста, – являются также социальными, в некотором отношении макроэкономическими, проблемами. В данном разделе показано, что стоимость и распределение связаны с пропорциями производства; в следующем разделе показано, что занятость связана с масштабом. Аналитической отправной точкой будет служить вертикально интегрированная трудовая система Пазинетти [23, 9], которая, как будет показано в четвертом разделе, сводится к натуральной горизонтальной модели Леонтьева-Сраффы.

Прежде чем двигаться дальше, нужно разъяснить проблему определений, касающуюся терминов *«нормальный»* и *«натуральный»*. Фактически, система Сраффы выражает *нормальные* переменные, а модель Пазинетти содержит *натуральные* переменные (см. также [1, с. 47–53, 86–87]). *Натуральная* система Пазинетти характеризует экономику с этически желательными свойствами: существует полная занятость, а предполагаемое распределение доходов может отражать принцип справедливости распределения. Фактически, переменные и параметры, появляющиеся ниже, формально, но не по существу, эквивалентны переменным и параметрам Пазинетти и отражают этически несовершенные ситуации реального мира. Например, в реальном мире могут преобладать постоянная вынужденная безработица и в значительной степени неравное – этически неприемлемое – распределение доходов. Поскольку мы занимаемся действующими фундаментальными причинно-следственными силами, мы, следуя Сраффе, говорим здесь о *нормальных* переменных и параметрах, имея в виду, что «натуральное» – это «нормальное» в своей этически желаемой форме. В этих предположениях далее будет показано, что вертикально интегрированный подход Пазинетти можно связать с теоретической системой, включающей нормальные переменные, а именно – единую для всех отраслей норму прибыли и нормальные цены.

Главная цель данного раздела – на основе вертикально интегрированной структуры и содержания предыдущих разделов описать, как происходит определение цен и количеств в общественных круговых процессах производства и обращения. Действительно, как мы увидим ниже, модель пропорций определяет лишь *относительные* цены и количества (см. по этому поводу [23, с. 23, примечание 30]). Абсолютные цены и количества сначала произвольны; они устанавливаются только после определения уровня заработной платы в денежном выражении и уровня занятости. Рассмотрение модели обращения – это первый шаг при обсуждении пропорций в политической экономии. В первую очередь это означает, что уровень заработной платы в денежном выражении –

регулирующий абсолютные цены – и уровень эффективного спроса – регулирующий количества – определяются вне техническо-экономической сферы, т. е. в социально-политической сфере. Относительные цены важны для определения структуры заработной платы, которая не зависит от абсолютного уровня заработной платы. Однако когда обсуждается определение общественной прибавочной стоимости и масштаба хозяйственной деятельности, на передний план перемещаются абсолютные цены и количества, что естественно для монетарно-производственной экономики, где все экономические вычисления проводятся в денежном выражении, и где товары всегда обмениваются на деньги.

Общественный круговой процесс производства остается ядром монетарно-производственной экономики и дополняется процессами обращения товаров (средств производства и конечных товаров) и денег (см. схему (1.17)). Экономика рассматривается с точки зрения вертикальной интеграции. Это означает, что конечные продукты связаны с трудом, который теперь обозначает прямой и косвенный труд (последний используется для производства сырьевых материалов и промежуточных товаров). Уже отмечалось, что вертикальное (Рикардо-Пазинетти) представление процесса общественного производства заключает в себе горизонтальный или межотраслевой аспект производства, описанный моделями Сраффы и Леонтьева; на каждой вертикальной ступени производства подразумевается горизонтальное представление производства.

Также упоминалось, что процесс общественного производства может начинаться, только если распределение уже установлено. Действительно, *регулирование распределения – непременное условие для производства и формирования цен и доходов*. И структура заработной платы в денежном выражении, и нормальная (целевая, удовлетворительная) прибыль или иерархия норм прибыли делают возможным возникновение монетарных издержек и, следовательно, цен. При заданных монетарных издержках фирмы в состоянии выполнить расчет цен. Действительно, и структура заработной платы, и желаемая норма прибыли требуются, чтобы охарактеризовать усилия, предпринятые в процессе общественного производства, с помощью цен производства. Это позволит регулировать распределение на каждой стадии вертикально интегрированного процесса, преобразующего сырьевые материалы в конечные товары, и одновременно способствовать организации процесса общественного производства, т. е. способствовать появлению соответствующей структуры или пропорций, развитию возможности конкуренции в классическом смысле, т. е. появлению тенденции приближения реализованных норм прибыли к единой норме прибыли. По этим причинам средняя заработная плата в денежном выражении w_n и наценка k, которая, в свою очередь, регулируется желаемой нормой прибыли, должны быть предопределены и, следовательно, появляются ниже в конце ценового вектора в системе (1.18). Действительно, если распределение установлено, то цены на промежуточные товары на каждой стадии вертикального производства, ведущего от сырьевых материалов к конечным продуктам, известны, и также известны появляющихся в этой системе величины p_i ($i = 1, \dots, m$), являющиеся ценами конечных товаров. В фундаментальной модели, иллюстрирующей принципы, эти цены пропорциональны стоимостям, созданным трудом, и отражают общественные усилия, приложенные для производства конечных товаров.

Доходы, таким образом, формируются одновременно с ценами. Это приводит к *денежным* потокам, связанным с формированием и расходованием доходов. Эти аспекты процесса производства выражены системой цен (1.18), которая, как все другие уравнения и системы уравнений, установленные в этом разделе, взяты в слегка преобразованной форме у Пазинетти [9] и также следуют из третьего раздела выше.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -n_1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -n_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -n_m \\ -c_1 & -c_2 & \dots & -c_m & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \\ w_n k \end{bmatrix} = 0. \qquad (1.18)$$

Количество конечных товаров, произведенных в экономике, равно m. Это товары для частного и государственного потребления и инвестиций. Некоторые из них могут экспортироваться, и импорт может быть равен, не достигать экспорта или превышать его. Как указывалось в четвертом разделе, для производства конечных товаров необходимы базисные трудовые факторы (необходимые товары потребления), базисные средства производства (станки) и товары, не являющиеся базисными (см. прим. 4 в конце главы 1). Величины $p_1, \dots, p_m$ представляют соответствующие цены производства. Средний номинальный доход, произведенный рабочим (трудовой единицей) в «прибыльном секторе», равен $w_n k$, что равно номинальной средней производительности труда pA. Здесь w_n – заработная плата в денежном выражении, k – наценка на себестоимость при нормальной загрузке производственных мощностей. В вертикально интегрированной экономике расходы на заработную плату равны себестоимости, т. к. труд включает прямой и непрямой (косвенный) труд. Величина p – это цена набора необходимых товаров потребления (в денежном выражении), которая устанавливается, как таковая, для общего уровня цен. $A = Q/N$ – производительность труда в реальном исчислении. Размер общественного продукта Q выражен числом наборов необходимых товаров потребления, а N – рабочая сила в «прибыльном секторе». В этом секторе появляется качественная и количественная прибавочная стоимость, которая, в номинальном исчислении, равна $w_n(k - 1)$ и добавляется к капиталу в форме прибыли, а для землевладельцев и для особо квалифицированного или организованного труда – в форме ренты. Поскольку рабочее время предполагается заданным, N обозначает либо количество рабочих и служащих, либо рабочее время, измеряемое в часах, месяцах или годах. Как уже указывалось, работающие в «неприбыльном секторе» (в самом общем смысле, например, государственные служащие, учителя в государственных школах, эстрадные артисты и художники), будучи экономически непроизводительными, являются, конечно, социально и политически производительными; при должной организованности «неприбыльный сектор» способствует благоприятному и правильному развитию общества и государства. Этот момент особо подчеркивали специалисты по политической экономии немецкой исторической школы в конце девятнадцатого и начале двадцатого века.

Величины n_i $(= N_i/Q_{if})$ – это вертикально интегрированные трудовые коэффициенты, включающие время прямого и непрямого труда N_i, например, человеко-дни относительно выпуска товара i при полной занятости (Q_{if}). Часть непрямого труда N_i воплощена в сырье и промежуточных продуктах. Коэффициенты спроса c_i $(= Q_{if}/N_f)$ указывают, как потрачен средний номинальный доход $w_n k$, или совокупный доход в реальном исчислении, N_f (та же величина, выраженная через продолжительность труда). Часть дохода потребляется, а часть идет на уплату налогов и сбережения.

Поскольку при долгосрочном равновесии сбережения равны инвестициям [1, с. 81–89], коэффициенты спроса c_i связаны со спросом на частное и общественное потребление и средства производства.

Если выполнить умножение в первых m строках в системе (1.18), получится соответствующее число секторных ценовых уравнений. Эти уравнения отображают формирование цен внутри предприятий и оплаты доходов домохозяйств. Все ценовые уравнения системы (1.18) основаны на вертикальной интеграции и поэтому соответствуют системе уравнений (1.6):

$$p_i = w_n\, n_i\, k = w_n\, (1/A_i)\, k, \tag{1.19}$$

где $i = 1, 2, \ldots, m$ и A_i – производительность труда Q_i/N_i в секторе i.

Эти цены отображают *существенные* особенности классической теории стоимости и распределения. Тем, что они пропорциональны количеству труда, воплощенного прямо и косвенно в производстве одной единицы продукции, они отражают *общественные усилия*, которые были приложены для производства товара. Следовательно, цены на фундаментальном уровне не являются индикаторами дефицита, как считается в основанной на обмене неоклассической теории. В рамках классического подхода товары могут производиться всегда, если необходимый труд связан с производством этих товаров – это главное положение работы Пазинетти. К этому добавляется кейнсианский аргумент: если масштаб деловой активности управляется эффективным спросом (см. ниже), возникает возможность постоянной вынужденной безработицы. В такой ситуации при увеличении эффективного спроса было бы возможно произвести больше каких-либо товаров. Ясно, что при этом не приходится говорить о ценах как индикаторах дефицита, в то время как часть основного фактора производства, т. е. труда, остается незанятой.

В соотношениях (1.19) уровень заработной платы в денежном выражении w_n определяет стоимость различных товаров в денежном выражении. Цены и заработная плата в денежном выражении пропорциональны, и это имеет значение для теории инфляции: конфликты распределения могут вызвать спираль [роста – *Прим. перев.*] «заработная плата – цена». При заданных ценах рабочие и служащие в прибыльном секторе могут попытаться увеличить долю заработной платы через установление более высокой заработной платы в денежном выражении. Это уменьшило бы наценку k. Если предприниматели хотят сохранить свою долю дохода, определяемую существующей желаемой нормой прибыли, например, они поднимут цены, запуская, таким образом, спираль «заработная плата – цена».

Принцип стоимости, созданной трудом, приводит к проблеме распределения, связанной с понятием справедливости распределения. Это проявляется через набор относительных цен, которые можно вывести из абсолютных цен (1.19):

$$p_i/p_j = n_i/n_j\,. \tag{1.19.A}$$

Здесь распределение связано с оценкой труда и, следовательно, со структурой заработной платы, которая, в свою очередь, отображает конкретную сторону справедливости распределения. При заданных технических условиях производства и заданной продолжительности общественно необходимого прямого и косвенного труда, увеличение n_i/n_j означает, что труд, производящий товар i, оценивается выше, чем труд в секторе j. Как следствие, заработная плата в денежном выражении в секторе i вырастет относительно уровня сектора j. Очевидно, что определение структуры заработной платы – это очень сложный вопрос справедливости распределения, где играют роль различные факторы, наиболее важными из которых являются, по-видимому, оценка рабочих мест в рамках предприятий и профсоюзная деятельность. Похоже, что наиболее значительным фактором, приводящим к искажению структуры заработной платы, является вынужденная безработица, признак которой – появление работающих бедняков и опасных рабочих мест во времена длительного кризиса.

В системе абсолютных цен (1.19) определение прибавочной стоимости сверх заработной платы (k) связано с другой стороной справедливости распределения, т. е. определением различных долей при заданном доходе. Поскольку, по Рикардо, формирование цен связано с самыми трудными условиями производства, прибавочная стоимость сверх нормальной или обычной заработной платы w_n составляется из различных элементов: нормальной прибыли и различных рент, т. е. земельной ренты и ренты на специальные умения, например для спортсменов, врачей и юристов, и на привилегии, связанные с корпоративными организациями представителей определенных профессий. Следовательно, наценка k регулирует доли обычной заработной платы и различные доли прибавочной стоимости в доходах.

Во втором и третьем разделах мы также показали, что согласно Рикардо и Сраффе, распределение должно регулироваться в секторах, производящих базисные товары: в сырьевом секторе (сырьевые материалы, энергетические ресурсы и основные сельскохозяйственные продукты), трудовом секторе (необходимые товары потребления) и секторе средств производства (станки, т. е. машины для производства машин). Базисные товары требуются при производстве всех товаров. Их цены влияют, таким образом, на цены остальных (небазисных) товаров, которые, в результате, определяются условиями производства в базисных секторах. Это также выполняется для распределения. Например, норма прибыли, определенная в секторах базисных товаров, будет влиять на нормы прибыли в остальных секторах.

Только что рассмотренные аспекты распределения означают, что *долгосрочное* распределение – доли заработной платы, прибыли и рент при *заданных* доходах и их структуры – полностью регулируются институтами, например профсоюзами, предпринимательскими и профессиональными ассоциациями, правительством, включая чиновничий аппарат, а также исторически сложившимися привычками и обычаями. Следовательно, принцип распределения прибавочной стоимости связан со сложным социальным процессом, включающим *отношения «часть-целое»* между частями общества (индивидуумами и социальными группами) и общества как целого. Распределение должно иметь социальный характер, т. к. общественное производство, как показано в рассмотренной выше модели Сраффы-Леонтьева, представляет, по существу, социальный процесс. Поскольку отношения «часть-целое» крайне важны, определение долей в заданном доходе и структуры заработной платы воплощают отношения между частями общества и обществом в целом. Следовательно, *тарифная ставка заработной платы* для некоторого вида деятельности – это *доля* в *заданном* национальном доходе, определенная эффективным спросом, а *не* ценой труда, и это, в конечном счете, приводит к равновесию между спросом и предложением на рынке труда вообще или на некотором конкретном рынке труда.

Цены производства также имеют социальный характер, т. к. они определяются мерами по распределению, отраженными в заработной плате в денежном выражении w_n через наценку k и (социальными) условиями производства, изображенными треугольной матрицей Леонтьева, кратко описанной в третьем разделе и составленной посредством вертикальной интеграции при трудовым коэффициенте n_i, или производительности труда A_i. Это ясно следует из ценовых уравнений (1.4)–(1.7). Следовательно, в классическом подходе к экономическим проблемам стоимость и распределение являются макроэкономическими, а не микроэкономическими явлениями. Причина состоит в том, что при производстве каждого товара на сцену выходит *вся* производственная система. Это, возможно, главный принцип классической макроэкономики.

Стратегическая позиция распределения в экономической теории и в реальности следует из системы (1.18). Стоит только однажды установить структуру заработной платы и прибавочную стоимость сверх заработной платы (k), и можно разобраться с проблемами стоимости (уравнения (1.19) и (1.37)) и занятости (уравнение (1.40)). Это выражает идею Рикардо-Сраффы о том, что регулирование распределения логически предшествует определению стоимости, и точку зрения Кейнса, что распределение является (*через* потребление) ключевым определяющим элементом занятости и накопления капитала. Рикардо [18, с. 5] был совершенно прав, когда утверждал, что «определение законов, которые регулируют... распределение, есть основная проблема политической экономии». В другом контексте подобная точка зрения была высказана Кейнсом [8, с. 372–373]: «Величайшими недостатками экономического общества, в котором мы живем, являются его неспособность обеспечить полную занятость и произвольное и несправедливое распределение богатства и доходов... [Следует стремиться к] ситуации, в которой преобладает полная занятость, а рост капитала не только совершенно не зависит от недостаточной склонности к потреблению, но, напротив, сдерживает ее».

Как отмечалось выше, классическая теория стоимости и распределения подразумевает *создание доходов* в процессе общественного производства и их последующее *распределение*. Это следует из системы уравнений (1.19), полученной из системы (1.18). Последнее уравнение этой системы, а именно,

$$c_1 p_1 + c_2 p_2 + \ldots + c_m p_m = w_n k \tag{1.20}$$

указывает, какие доли доходов расходуются на те или иные товары. Коэффициенты c_i (определенные выражением (1.26) ниже) – это части реального дохода, измеренные в единицах рабочего времени, например, в человеко-днях N_f, – потраченного на некоторое количество каждого товара i (если N_f интерпретируется как число рабочих и служащих (трудовых единиц), то c_i представляет спрос на данный товар на душу населения). Коэффициенты $c_i\ p_i$ – это расходы в денежном выражении на различные товары и услуги на одного работника прибыльного сектора, указывающие способ расходования среднего денежного дохода $w_n k$. Это сразу становится очевидным, если в отношение (1.20) подставить определение c_i (соотношение (1.26) ниже):

$$\sum_{i=1}^{m} c_i p_i = \sum_{i=1}^{m} \frac{Q_{if}}{N_f} p_i = w_n k\,. \tag{1.21}$$

По сути, уравнения (1.20) и (1.21) отражают еще одну часть денежных потоков, товаров и услуг в монетарно-производственной экономике. Средний доход $w_n k$ тратится на потребление, оплату налогов и сбережения, которые впоследствии расходуются на личные и общественные товары потребления, а также на средства производства, в соответствии с чем и потребление, и инвестиции могут частично финансироваться финансовым сектором (при пассивной подстройке сбережений). В этом процессе предпринимательский сектор поставляет товары и оказывает услуги, и получает выручку с продаж. В этих процессах устанавливаются пропорции между секторами.

Экономическое значение отношения (1.21) становится яснее, если принять во внимание уравнения для p_i (соотношение (1.19) выше):

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{N_i}{N_f} w_n k = w_n k\,, \tag{1.22}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{N_i}{N_f} w_n k N_f = w_n k = Y, \tag{1.23}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{N_i}{N_f} = 1. \tag{1.24}$$

Эти определения, вместе с определением (1.20), говорят нам, что расходование среднего дохода (соотношение (1.22)) или совокупного дохода (соотношение (1.23)) влияет на распределение рабочей силы в различных секторах производства (соотношение (1.24)). Последние два члена отношения (1.23) характеризуют связь между номинальным доходом Y и реальным доходом N_f. Номинальный доход, поделенный на средний доход в денежном выражении $w_n k$, равен реальному доходу, который *отражает* общую стоимость в денежном выражении, на одного работника, трудоустроенного в прибыльном секторе. Соотношение (1.20) указывает, что распределение рабочей силы зависит от коэффициентов спроса c_i и трудовых коэффициентов n_i, которые содержатся в ценах p_i. Конечно, оба типа коэффициентов могут меняться в конкретных исторических ситуациях. Коэффициенты спроса c_i изменяются в долгосрочной перспективе из-за изменений в потребительских предпочтениях и в расходах на общественные нужды *при пассивном подстраивании спроса на средства производства*. Трудовые коэффициенты n_i уменьшаются из-за технического прогресса: для производства единицы определенного товара i требуется меньше прямого и косвенного труда. В результате, при заданном эффективном спросе и, следовательно, заданном объеме производства, технический прогресс непременно приводит к сокращению занятости. Вынужденной безработицы можно избежать, только если заработная плата в денежном выражении повышается в соответствии с производительностью труда. Это подтверждает выводы, следующие из так называемой теории высвобождения (*Freisetzungstheorie*), согласно которой технический прогресс может привести к технологической безработице. Уже Рикардо [18, гл. 31] утверждал, что введение новых и лучших машин может быть опасным для рабочего класса. Капиталисты, фактически, выбирают те методы, которые дают самый высокий чистый доход (прибыль); при этом валовой доход (заработная плата плюс прибыль) может уменьшаться, что означает снижение фонда заработной платы и уменьшение количества занятых неквалифицированных рабочих.

Количественные потоки монетарно-производственной экономики описываются системой уравнений (1.25), которая отражает пропорции. Из этой системы следует, что масштаб деятельности, регулируемой уровнем занятости N, является произвольным. Следуя Пазинетти [23], мы предполагаем, что преобладает полная занятость. К этому предположению мы вернемся в следующем разделе, где для определения масштаба долгосрочной деловой активности будет использован принцип эффективного спроса Кейнса.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -c_1 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 & -c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & -c_m \\ -n_1 & -n_2 & \ldots & -n_m & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q_{1f} \\ Q_{2f} \\ \vdots \\ Q_{mf} \\ N_f \end{bmatrix} = 0. \tag{1.25}$$

Здесь N_f обозначает *рабочую силу в прибыльном секторе* при полной занятости. Затраты труда в прибыльном секторе (N_f) при полной занятости – это основа системы для количеств. Величина N, рассматриваемая как продолжительность труда, имеет, фактически, две стороны. С одной стороны, N_f, как *имеющийся в распоряжении труд*, *является мерой* стоимости выпущенной продукции или уровень доходов, что, как указывалось выше, означает, что номинальный общественный продукт нужно разделить на $w_n k$ или pA (т. е. номинальный средний доход, равный производительности труда в денежном выражении), чтобы получить меру реального общественного продукта в трудовом исчислении. Это соответствует социальной точке зрения, поскольку труд в прибыльном секторе создает всю стоимость, *включая* прибавочную стоимость. Кроме того, эта процедура соответствует позиции Рикардо-Сраффы: распределение должно регулироваться *до* рассмотрения проблемы стоимости (номинальные средняя заработная плата w_n, и, следовательно, структура заработной платы, и желаемая или целевая норма прибыли, а, следовательно, наценка k, должны быть известны до начала производства продукции). Раз рабочее время (стоимость) является реальной мерой уровня производства, то *деньги представляют стоимость* и являются, по сути, социальным институтом, который позволяет функционировать общественным процессам производства и обращения в целом. Для выполнения своей социальной функции деньги должны быть установлены законным путем; а именно: законом должна быть зафиксирована гарантия приема денег как основного средства оплаты или погашения долгов. Следовательно, деньги являются не «наиболее легко обмениваемым товаром» неоклассической модели, основанной на реальном обмене, а социально-экономическим и правовым институтом, устанавливаемым государством.

Коэффициенты расходования c_i указывают, как расходуется (реальный) доход при полной занятости N_f и, таким образом, определяет количества Q_{if} личного и общественного потребления и средств производства при полной занятости, т. е. структуру производства, что также является вопросом пропорций:

$$Q_{if} = c_i N_f \tag{1.26}$$

при $i = 1, 2, \ldots, m$.

Уравнение (1.26) означает, что в монетарно-производственной экономике *товары, стоимость которых выражена в единицах рабочего времени (Q_{if}), в конечном счете, обмениваются на рабочее время (реальный доход, исчисляемый продолжительностью труда)*, а не на другие товары, как в неоклассической модели обмена. В некотором смысле, труд в прибыльном секторе, выполняемый с использованием прошлого труда (капитала), представляет экономический базис общества, производящего общественную прибавочную стоимость. В результате эффективный спрос возникает из четырех источников: домохозяйств, фирм, общества и государства. Система для количеств (1.25), рассматриваемая вместе с ценовой системой (1.18), проявляют социальную роль *денег*, которые, как указывалось выше, *представляют* стоимость, созданную производительным трудом, и являются, по сути, общественным институтом, который делает возможным общественные процессы производства и обращения товаров и услуг в обществе в целом.

С другой стороны, N_f представляет *труд, воплощенный* в количествах различных произведенных товаров и, следовательно, в общественном продукте. Вертикально интегрированные коэффициенты прямого и косвенного труда (n_i) и востребованных количеств (определенных отношением (1.21)) регулируют распределение труда между различными секторами производства.

$$n_1 Q_{1f} + n_2 Q_{2f} + \ldots + n_m Q_{mf} = \sum_{i=1}^{m} N_i = N_f\ , \tag{1.27}$$

где

$$n_i = N_i / Q_{if} \tag{1.28}$$

– это трудовые коэффициенты, т. е. количество прямого и косвенного труда, необходимого для производства единицы продукции. По существу, овеществленный труд представляет *общественные* *усилия*, необходимые для производства конечных товаров и, следовательно, общественного продукта.

С этой точки зрения N_f означает не только производительный труд, но также и экономическую сферу общества. Действительно, N_f представляет материальный базис общества, ядром которого является общественное производство. Общественная прибавочная стоимость позволяет обществу накапливать капитал, способствовать техническому прогрессу посредством экономии труда и возводить социальную, политическую, юридическую и культурную надстройки. Это отражается в том, что товары, появляющиеся в системе (1.25) и в определениях (1.26) и (1.27), включают личное и общественное потребление, а также средства производства.

Математически зависимость одного уравнения от других означает, что детерминант систем уравнений (1.18) и (1.25) равен нулю (это условие было установлено Пазинетти [23, например, с. 32]):

$$c_1 n_1 + c_2 n_2 + \ldots + c_m n_m - 1 = 0. \qquad (1.29)$$

Если учесть определения коэффициентов c_i и n_i (определения (1.26) и (1.28)), то это условие снова выражает распределение труда в вертикально интегрированных секторах производства:

$$N_1/N_f + N_2/N_f + \ldots + N_m/N_f = 1. \qquad (1.30)$$

Отраслевое распределение труда в прибыльном секторе выступает в качестве основного элемента социально-экономической системы и пропорций в классико-кейнсианской политической экономии. Согласно условию (1.29), это распределение зависит от спроса (c_i) и от потребностей в прямом и косвенном труде (n_i). Этот вывод следует также из определений (1.20)–(1.24).

Работа на уровне принципов значительно упрощает обсуждение чрезвычайно сложных макроэкономических проблем, и это ясно понимали Рикардо, Маркс *и* Кейнс. Например, в своей «*Общей теории*» Кейнс [8, с. 41] заявляет: «Рассматривая теорию занятости [и связанные проблемы измерения совокупного объема производства и совокупного уровня цен] я предлагаю … использовать только две важнейшие единицы измерения совокупных объемов: стоимость в денежном выражении и уровень занятости». Далее он выражает свое согласие «с доклассической доктриной, согласно которой все производится трудом при помощи того, что было принято называть мастерством, а теперь именуют технологией, и природных ресурсов, ... , а также результатов прошлого труда, воплощенного в активах» (там же, с. 213). Следовательно, абстрагирование от конкретных условий производства позволяет нам обсудить основные проблемы политической экономии на базе принципов, т. е. на уровне стоимости, созданной трудом. Если уровень абстракции понижается, стоимости, созданные трудом, меняются [1, с. 125–129]. Например, если рассматривать различные условия производства, то стоимости, созданные трудом у Рикардо, становятся ценами производства Сраффы, которые, в свою очередь, отличаются от рыночных цен. Фактически, если исходить из стоимости, созданной трудом, можно в явном виде вычислить цены производства [31, с. 122–150]. *На уровне принципов, т. е. на уровне чистой теории*, по нашему представлению, нет абсолютно никакого противоречия между Рикардо и Сраффой; и точно так же нет никакого противоречия вообще между первыми двумя томами *«Капитала»* Маркса и третьим томом этой работы. Здесь мы рассматриваем анализ одних и тех же проблем на разных уровнях абстракции. С этой точки зрения, Сраффа показывает, как стоимость труда – сущность цен – вводится в конкретную ситуацию, где существуют неравные условия производства и при единой норме прибыли. Однако первостепенную важность имеет то, что, по мнению Маркса, лежащие на поверхности явления: цены производства, рыночные цены, заработная плата, прибыли и ренты [1, с. 103–117] – «могут быть поняты должным образом, только если усвоены основные принципы (стоимость и прибавочная стоимость)» (там же, с. 127). Следовательно, принципы (основные принципы или основы) освещают чрезвычайно сложные формы проявления (*Erscheinungsformen*) монетарно-производственных экономических систем, так сказать, изнутри.

В заключение можно упомянуть, что способ абстрагирования имеет различные последствия для различных теоретических подходов. Действительно, абстрагирование от конкретных условий производства и работа на основе принципа стоимости, созданной трудом, *упрощают* классико-кейнсианскую теорию, но *являются основополагающими* для неоклассической теории [32, с. 141–145; 1, с. 289–290]. Учет неоднородной структуры капитала, связанный с единой нормой прибыли, изменяет принцип стоимости, созданной трудом (*стоимость* теперь становится *ценами производства Сраффы*), но оставляет заключения неизменными. Маржиналистская теория стоимости, распределения и занятости, построенная на суррогатной производственной функции, означающей одинаковые условия производства [24], больше не выполняется, за исключением случая, когда разные условия производства рассмотреть с единой нормой прибыли: более низкие цены на средства производства не обязательно связаны с большими количествами средств производства, и наоборот, а предельный продукт капитала больше не равняется норме прибыли. Это – результат дебатов по теории капитала [13].

1.6 Масштаб в классико-кейнсианской политической экономии

Условия (1.29) или (1.30) гарантируют экономически осмысленные решения для систем уравнений (1.18) и (1.25), т. е. положительные цены и количества. Они также означают, что *пропорции, т. е. относительные цены и количества, в принципе, не зависят от масштаба деловой активности* [23, с. 23, примечание 30; с. 32–33]. Однако независимость пропорций от масштаба имеет место не только для вертикально интегрированной трудовой модели Пазинетти [23, 9], но также и для горизонтальной межотраслевой натуральной модели Сраффы. Действительно, Сраффа [5, с. v] подчеркивает, что «никакие изменения объема производства... не рассматриваются», – условие, на котором настаивает Ронкалья [20, с. 48–51]. Независимость пропорций и масштаба в общественном производстве и обращении дает ключ для объединения классических и кейнсианских элементов экономической теории на долгосрочной основе [1, с. 150–152]. Действительно, если вектор количеств в системе (1.25) умножается на скаляр, меньший единицы, скажем $1-u$ (u – отношение количества вынужденных стать безработными ко всей производительной рабочей силе при полной занятости), все количества соответственно уменьшаются, и возникает постоянная вынужденная безработица в $100u$ процентов, хотя все формальные свойства системы для количеств сохраняются. Это означает, что матрица коэффициентов системы для количеств (1.25) остается формально неизменной и что вектор *нормальных* количеств теперь задается как

$$[Q_1, Q_2, \dots, Q_m, N], \tag{1.31}$$

причем

$$N < N_f. \tag{1.32}$$

Давайте здесь вспомним, что N обозначает занятость в *прибыльном секторе*. С учетом этого, условие (1.32) указывает на возможность нормальной или долгосрочной равновесной занятости, уровень которой ниже уровня полной занятости, т. е. на возможность долгосрочной или постоянной вынужденной безработицы, которая определяется социально-экономической системой, то есть всеми институциями, составляющими экономический базис общества и политической, правовой, социальной и культурной надстройкой, возведенной на этом базисе. Следовательно, *нормальные* количества и цены, входящие в существующий анализ, погружаются в реальный мир и отличаются от *натуральных* количеств Пазинетти и цен, касающихся этически желаемой ситуации. При этом все величины, рассматриваемые в этом разделе, регулирующиеся в рамках классического подхода технологиями и институтами, являются, по сути, постоянными или изменяются медленно, если описывается реальный мир в конкретном историческом времени [1, с. 199–204]. Но давайте вспомним еще раз, что наши утверждения находятся на уровне принципов, независимых от пространства и времени.

Скаляр занятости $(1–u)$ или, наоборот, уровень безработицы в долгосрочной перспективе (u) определяются следующим образом:

$$1 - u = N/N_f, \tag{1.33}$$

$$u = (N_f - N)/\ N_f, \tag{1.34}$$

где N – институционально регулируемая долгосрочная занятость в полностью сбалансированной ситуации, которой соответствуют долгосрочный объем производства Q, меньший, чем объем производства при полной занятости Q_f. Поскольку величина N в любой момент времени связана с Q через производительность труда $(Q = AN)$, эти определения могут быть также записаны в терминах Q. На данном этапе мы можем упомянуть, что при уровне занятости N_f в производственном секторе должны выполняться два условия. Первое: предприниматели реализуют нормальную (целевую, приемлемую) норму прибыли. Второе: при заданном отношении занятости в прибыльном и неприбыльном секторах, в обществе не существует никакой вынужденной безработицы. Тогда $N_f - N$ относится только к вынужденной безработице в прибыльном секторе, которая не достигает уровня полной или вынужденной безработицы в обществе в целом. Теперь, если по некоторым причинам N увеличивается, вынужденная безработица уменьшается *как* в прибыльном, *так и* в неприбыльном секторах, т. к. возрастающая общественная прибавочная стоимость допускает дополнительную занятость в неприбыльном секторе. Это, конечно, выполняется только на уровне принципов. В реальном мире занятость может сначала повыситься в неприбыльном секторе, например, если государство начинает программу каких-либо общественных работ. В принципе, расходование подобным образом созданных доходов приведет, посредством влияния мультипликатора, к более, чем линейному увеличению занятости в производственном секторе (см. супермультипликаторное отношение (1.40) и [1, гл. 4]).

Определители N и Q появляются из макроэкономического условия равновесия, в котором различные *компоненты спроса управляют* нормальным объемом производства Q, т. е. предложением, и, следовательно, нормальным уровнем занятости N. Это означает, что объем производства и занятость регулируются эффективным спросом (предварительные пояснения этого утверждения см. в [1, гл. 3–5]).

$$AN = Q = wN + c_s\,(P + R) + I + G + X - tM, \qquad (1.35)$$

где Q – реальный объем производства – общественный продукт, измеренный в наборах необходимых товаров потребления; Q состоит из личного и общественного потребления, а также средств производства, т. е. из тех же самых товаров, которые перечислены в векторе выпуска продукции в системе для количеств (1.25). Здесь N – это труд, используемый в продуктивном секторе, A – производительность труда (Q/N), w – реальная заработная плата w_n/p_c (w_n обозначает заработную плату в денежном выражении, а p_c – нормальную цену в наборах необходимых товаров потребления). Фонд заработной платы wN потребляется полностью; c_s – потребляемая часть общественного дохода $P+R$ (через P обозначена прибыль, включая процент, R – ренты, получаемые землевладельцами и работниками, обладающими специальными навыками или являющимися членами общественных, например корпоративных организаций), I – валовые инвестиции, G представляет правительственные расходы, X обозначает экспорт, M – импорт, а t обозначает условия торговли.

Импорт M бывает двух видов, оба они связаны с деловой активностью, т. е. с объемом производства Q или с доходом Y ($Q = Y$ в принципе):

$$M = bQ = M_1 + M_2,$$

где

$$M_1 = b_1Q,$$

$$M_2 = b_2Q.$$

Следовательно

$$M = bQ = M_1 + M_2 = b_1Q + b_2Q = (b_1 + b_2)Q. \qquad (1.36)$$

Величина M_1 – это необходимый импорт, нужный для процесса производства. Эти товары включают базисные сырьевые, трудовые факторы и средства производства (станки *и* другие средства производства, производимые с помощью станков и труда). Следовательно, необходимый импорт – это часть необходимых товаров, выступающих прямо или косвенно как затраты при производстве всех товаров (необходимые товары потребления: сырье и машины для производства машин являются показательными примерами). Величина M_2 – это необязательный импорт, связанный с потреблением сверх общественной прибавочной стоимости.

Макроэкономическое ценовое уравнение (Калецкого–Вайнтрауба), выраженное соотношением (1.35), аналогично секторным ценовым уравнениям (1.6) и (1.19) и равняется (1.7), что следует из объединения межотраслевого и вертикально интегрированного подходов к общественному производству:

$$p_c = (w_n/A)k. \qquad (1.37)$$

У этого очень простого ценового уравнения есть два важных свойства. Во-первых, оно основано на вертикальной интеграции, которая означает, что все затраты производства в конечном счете становятся затратами на оплату труда. Во-вторых, это простое уравнение наценки непосредственно связано с принципом прибавочной стоимости при распределении доходов, а доли заработной платы и собственности равны

$$W/Y=1/k,$$

$$(P+R)/Y=1-(1/k). \qquad (1.38)$$

При заданной технологии, соответствующей общей производительности труда (A), регулирование распределения – определение доли заработной платы в денежном выражении w_n и наценки k – должно логически предшествовать формированию цен. Следовательно, при заданной общей производительности труда A цена p_c становится известной, как только устанавливаются w_n и k. Определение доли заработной платы и доли собственности в доходе – это *социальная проблема*, потому что здесь затрагиваются *отношения «часть–целое»*. Частями являются заработная плата (W), прибыли и ренты ($P+R$), целым – *заданный* доход Y, который, как очевидно из супермультипликативного отношения (1.40), регулируется эффективным спросом. Определение структур заработной платы, прибыли и рент – также проблемы типа «*часть-целое*» (см. прим. 5 в конце главы 1).

Нормальные или трендовые валовые инвестиции непосредственно связаны с обслуживанием и увеличением нормального основного капитала K, необходимого для нормального объема производства Q:

$$I = (g + d)vQ, \tag{1.39}$$

где g – трендовые темпы роста экономической системы (взвешенное среднее трендовых темпов роста независимых переменных, т. е. нормальных правительственных расходов G и нормального экспорта X (см. отношение (1.40) и [1, с. 155])); d обозначает долю нормального основного капитала, который ежегодно заменяется, а v обозначает нормальный коэффициент капитала K/Q. *Нормальные инвестиции,* таким образом, связаны с *функционированием всей социальной системы*, включая технологию и институты. Следовательно, технология и институты *определяют* нормальный или долгосрочный объем инвестиций через принцип эффективного спроса (общественный продукт Q, появляясь в отношении (1.39), задается супермультипликативным отношением (1.40)). Поэтому инвестиции – независимые в краткосрочном периоде – представляют *производный* спрос в долгосрочной перспективе. Это главный принцип соотношения (1.40).

Из соотношений (1.35)–(1.39) получаются зависимости для долгосрочного (нормального, трендового) объема производства Q, и, поскольку $Q = AN$, для долгосрочного (нормального, трендового) уровня занятости N [1, с. 142–204]:

$$Q = \frac{G+X}{z_s\left[1-(1/k)\right]+t(b_1+b_2)-(g+d)v}, \tag{1.40}$$

где

$$z_s = 1 - c_s = s_s + t_s. \tag{1.41}$$

Коэффициент потерь z_s указывает на долю обычной заработной платы, которая *не* потребляется (при этом потребляемая доля равна c_s). Следовательно, коэффициент потерь – это сумма частей заработной платы, израсходованных на уплату налогов (t_s) и на сбережения (s_s). Поскольку и коэффициент потребления в долгосрочном периоде c_s, и налоговый коэффициент в долгосрочном периоде t_s определяются институтами – привычками потребления и налогов законодательством, то долгосрочная склонность к сбережению s_s представляет *чистый остаток*, меняющийся в зависимости от нормального уровня объема производства и занятости [1, с. 166–168]. Это совершенно аналогично краткосрочной теории сбережений Кейнса.

Уравнение (1.40), следуя [14, с. 62], удобно назвать супермультипликаторным соотношением, «которое можно применить к любому заданному уровню [независимых компонент спроса] для определения равновесного уровня производства [Q], ему соответствующего». Следовательно, независимые компоненты спроса G и X приводят в движение деловую активность, аналогично расходованию рент землевладельцами в *«Расширенной экономической таблице»* Кенэ [27, с. 394]. Это порождает два различных механизма занятости, а именно: внутренний механизм, приводимый в движение правительственными расходами G, и внешний механизм, обусловленный экспортом X [1, с. 190–198].

Поскольку уровни производства и занятости определяются через супермультипликаторное соотношение (1.40), скаляр уровня производства и скаляр занятости $1–u$ (определение (1.33)) также оказываются заданными. В принципе, нормальные количества, соответствующие определенному уровню производства и уровню занятости, получаются, если вектор количеств в ситуации полной занятости в системе (1.25) умножить на скаляр занятости. Определение *нормального уровня производства и занятости эквивалентно установлению трендовых уровней производства и занятости*, вокруг которых происходят циклические колебания (там же, с. 149–151). Как уже указывалось, положение трендовых уровней производства и занятости имеет большое социально-экономическое и политическое значение, потому что определяет степень долгосрочной (регулируемой системой) постоянной вынужденной безработицы. Последняя, в свою очередь, является важным элементом, регулирующим социальный и политический климат в стране.

Методологически супермультипликаторное отношение (1.40) отражает чистую долгосрочную теорию занятости Кейнса, описывая, как *в принципе* уровень производства и занятости определяются различными переменными спроса и параметрами в правой части этого уравнения [1, с. 142–204]. Согласно нашему методологическому введению, это отношение представляет метатеорию (метафизическую теорию) занятости, принимающую во внимание научную и другую информацию для определения того, что является, вероятно, существенным при установлении уровня занятости в монетарно-производственной экономике. Описание *на уровне принципов* каких-либо социально-экономических явлений – это попытка уловить существенные вечные и неизменные особенности функционирующего причинно-следственного механизма. Кроме того, в чистой модели или модели «идеального типа» условие *«при прочих равных условиях»* подразумевается автоматически. Это равнозначно тому, что заранее установленные переменные в правой части супермультипликаторного соотношения (1.40) считаются независимыми друг от друга. Как правило, это не выполняется, если рассматривается некоторая реальная ситуация.

В принципе, нормальный уровень производства положительно связан с независимыми переменными G и X и с отношением валовые инвестиции – уровень производства $I/Q = (g + d)\ v$. Влияние экспорта (X) на уровни производства и занятости будет особенно сильным, если экспорт будет состоять, главным образом, из высококачественных промышленных товаров с большой добавленной стоимостью, в которые вложено много прямого и косвенного труда [33, с. 57–79]. Однако нормальный уровень производства будет ниже, если при заданном экспорте X будет сильна технологическая и культурная зависимость от внешнего мира, что может проявиться в больших коэффициентах импорта b_1 и b_2, а также если условия торговли (t) будут неблагоприятными, – при этом большим будет t. Очень важно, что нормальный уровень производства (Q) отрицательно связан с долей дохода от собственности $1 - (1/k)$ и с коэффициентом потерь z_s, связанным с этой долей. Как правило, чем более неравным есть распределение дохода от собственности, тем большим будет z_s. При заданных правительственных расходах и валовых инвестициях *более высокие потери* дохода (z_s [1– (1/k)]) уменьшают эффективный спрос, потому что *уменьшается потребление*. По существу, безработица возникает из-за того, что отношение сбережения – доход s_s[1– (1/k)] превышает отношение инвестиции – уровень производства (g+d) v в ситуации полной занятости. Полную занятость можно было бы поддерживать только тогда, если бы частное и/или общественное потребление было увеличено. Перераспределение доходов, т. е. повышение доли нормальной заработной платы (1/k), привело бы к более высокому личному потреблению через увеличение покупательной способности. В принципе, более высокий уровень расходов на социальные нужды (G) будет требовать роста налогов. Чтобы сохранить бюджетный баланс, налоговую ставку t_s нужно повысить, что уменьшит коэффициент сбережений s_s. Если эти меры не будут предприняты, уровень производства, занятость и налоговые поступления снизятся, и при заданных правительственных расходах возникнет бюджетный дефицит. Это будет сокращать долю сбережений, пока она не станет равной инвестициям при некотором долгосрочном равновесном уровне производства и занятости, соответствующем постоянной вынужденной безработице. Следовательно, отрицательная связь между распределением и занятостью возникает, потому что доходы от собственности, сбережения и связанный с ними коэффициент потерь слишком высоки; при этом s_s, и таким образом z_s, будут тем выше, чем более неравным способом распределяются доходы от собственности. Таким образом, понятие неравного распределения доходов имеет две стороны: и доля доходов от собственности высока, и сами они распределяется неравным образом. Это приводит к высоким потерям доходов, заданным величиной z_s [1– (1/k)], которой соответствует более низкий уровень производства и занятости.

Эти кардинально важные отношения между неравным распределением и вынужденной безработицей отражают, согласно Шумпетеру [34, с. 517], сущность кейнсианской революции: «[кейнсианскую доктрину] можно легко выразить так: «Тот, кто пытается делать сбережения, разрушает реальный капитал» или через сбережения: «Неравное распределение доходов есть основная причина безработицы». Именно *это* и составляет Кейнсианскую Революцию». Действительно, Кейнс [8, с. 372–373; 35, 36] считал, что:

> «…наиболее значительными пороками экономического общества, в котором мы живем, являются его неспособность обеспечить полную занятость, а также его произвольное и несправедливое распределение богатства и доходов. [До] достижения уровня полной занятости рост капитала не только не зависит вообще от слабой склонности к потреблению, а, напротив, сдерживается ею… [и] только меры, направленные на перераспределение доходов и ведущие к усилению склонности к потреблению, могут оказаться весьма благоприятными для роста капитала».

Обратная долгосрочная зависимость между занятостью и распределением есть фундаментальное свойство супермультипликаторного соотношения.

1.7 Стоимость, цены производства и рыночные цены

В предыдущих разделах рассматривались принципы, т. е. фундаментальные силы, регулирующие цены и количества в классико-кейнсианском представлении. По сути, в этих разделах рассматриваются основные вопросы чистой долгосрочной классико-кейнсианской модели производства, стоимости, распределения и занятости. Однако на конкретно существующие цены и количества влияют очень многие факторы, обстоятельства или причинные силы, как фундаментальные, так и второстепенные. Среди второстепенных факторов особенно важны некоторые особенности условий производства, циклические изменения уровней производства и занятости. Особенно важным является функционирование рынка – сфера обращения. Важно отметить, что в долгосрочной перспективе функционирование системы *определяет* поведение индивидуумов и коллективов. В среднесрочном и краткосрочном периодах поведение экономических агентов происходит в рамках (институциональной) системы, порождая, таким образом, определенные формы поведения во время бизнес-цикла и на рынке. Вопросы, связанные с институциями и поведением – основная тема работы [1].

Если в условиях производства учитываются различия между секторами, выраженные отличающимися отношениями постоянного и оборотного капитала (n_{Ki}/n_i), и если в различных секторах и отраслях промышленности преобладает единая норма прибыли, то цены больше не будут пропорциональны социально соответствующей стоимости, созданной трудом. Фактически, стоимость при этом преобразуется в цены производства Сраффы. Это требуется потому, что, как показал опыт экономики с центральным планированием, невозможно с достаточной точностью рассчитать цены, пропорциональные стоимости, и ввести их в действие. Стоимости представляют основополагающие принципы, воплощенные в конкретно существующих ценах или основных причинно-следственных силах, определяющих цены и возникающих одновременно с другими факторами, влияющими на наблюдаемые цены, такими как условия производства, нормы прибыли и заработная плата в денежном выражении, и рыночные элементы. При этом цены производства и единую норму прибыли, связанную с этими ценами, можно считать приближенным представлением стоимости, созданной трудом, и сделать эту стоимость социально регулируемой. Действительно, единая норма прибыли и соответствующие цены производства или нормальные цены – это концептуальные основы для долгосрочного вычисления нормальных цен (*Normalkostenkalkulation*) предприятиями: нормальная цена устанавливает то, что представляет, *в принципе*, расчетная цена. Нормальные цены, вычисленные с учетом постоянных затрат и нормальной (удовлетворительной, целевой) нормы прибыли соответствуют, в свою очередь, истинным, но в значительной степени неизвестным, ценам производства, связанным с данным способом производства. С этой точки зрения цены производства выполняют, как указывалось во втором разделе, по крайней мере, четыре важные социальные функции, которые, кроме того, связаны с механизмом (среднесрочного) бизнес-цикла [1, с. 204–220] и с функционированием рынков – сферой обращения – в классико-кейнсианском смысле [там же, с. 220–235]. Во-первых, цены производства допускают децентрализованное принятие решений относительно социально приемлемых цен так, чтобы процессы производства и обращения происходили без помех. Каждая фирма может рассчитать свою цену производства, которая покрывает расходы, понесенные в процессе общественного производства, и ведет к желаемой норме прибыли на инвестируемый капитал, которая, при заданной структуре заработной платы в денежном выражении, регулирует распределение стоимости продукции или созданных доходов. Следовательно, нормальные цены приблизительно отражают социальные усилия, приложенные для производства различных продуктов, а нормальная норма прибыли (r^*) вместе со структурой заработной платы в денежном выражении регулирует распределение доходов, созданных в рамках процесса общественного производства. Таким образом, нормальные цены обеспечивают нормальное течение процесса общественного производства и связанных с ним сфер обращения средств производства и конечных товаров: фирмы компенсируют свои затраты и получают нормальную прибыль. Во-вторых, институционально установленная желаемая норма прибыли r^* регулирует социально приемлемое распределение ресурсов: секторы, в которых реализованная норма прибыли r_i превышает желаемую норму (r^*), в конечном счете привлекут ресурсы и необходимый прямой и косвенный труд; и наоборот, ресурсы покинут сектора, где реализованные нормы прибыли далеки от желаемой нормы r^*. Перераспределение, происходящее из-за разницы между реализованной и желаемой нормами прибыли отражает классический взгляд на функционирование рынков: функционирование рынка должно ввести в действие нормальные цены, регулируемые распределением и технологиями. В-третьих, сравнение желаемой (целевой) нормы прибыли r^* и реализованной нормы r позволяет предпринимателям вести себя рационально перед лицом неопределенности будущего. Действительно, предприниматели будут инвестировать больше, если *r будет постоянно* превышать r^*, и наоборот. Инвестиционное поведение предпринимателей и его координация социально-экономической системой порождает циклические изменения уровня производства и уровня занятости относительно долгосрочного институционального «тренда», а циклами управляет взаимосвязанное влияние эффекта накопления производственных мощностей и доходов от инвестиций (там же, с. 204–220). В-четвертых, конкуренция при заданной целевой норме прибыли r^* вынуждает предпринимателей и менеджеров стараться производить товары заданного качества по самым низким ценам. Это означает сбережение ограниченных природных ресурсов, труда и земли через внедрение усовершенствованных методов производства, т. е. посредством использования достижений технического прогресса, экономящего трудовые и природные ресурсы.

Следовательно, классические понятия нормальной (единой) нормы прибыли и соответствующих цен производства выступают как своеобразные механизмы социальной организации, позволяющие децентрализованное принятие решений, и оправдывающие институт частной собственности на средства производства. Последний связан с ответственностью за должное функционирование производства внутри каждой фирмы и, следовательно, всего процесса производства, а также с заботой о хорошем состоянии средств производства (там же, с. 158–180). Как уже указывалось в предыдущих разделах, этот подход означает, что нет никакого противоречия между анализом стоимости Рикардо-Маркса и ценами производства Сраффы, поскольку одна и та же проблема, а именно – формирование цен, исследуется на разных уровнях абстракции (см. прим. 6 в конце главы 1).

Уже отмечалось, что существование желаемой нормы прибыли r^* и ее взаимодействие с реализованной нормой r во многом способствует правильному функционированию монетарно-производственной экономики. В реальном мире, как правило, происходят отклонения от нормального положения дел. Например, во время депрессии рыночные цены могут стать ниже нормальных цен.

Предприниматели теперь могут попытаться удержать или расширить свои доли на рынке, одновременно пытаясь максимизировать прибыль, уменьшая, насколько это возможно, затраты (главным образом, затраты на оплату труда). Это, как правило, случается во времена тяжелой безработицы. В этих условиях важно отметить, что супермультипликаторное соотношение выполняется в любой ситуации; например, цены могут быть долго- или среднесрочными ценами производства или краткосрочными рыночными ценами. Поэтому влияние только что упомянутых необычных результатов распределения на занятость может описываться этим отношением.

Наконец, согласно классико-кейнсианским представлениям, роль рынка состоит в том, чтобы заставить рыночные цены сравняться с ценами рассчитанными фирмами и производством, которые воплощают желаемую или целевую норму прибыли. Если спрос превышает производство, то рыночные цены и реализованная прибыль будут выше своих нормальных уровней. Если эта ситуация сохраняется, предприниматели будут инвестировать больше, пытаясь таким образом выравнять реализованные и желаемые нормы прибыли. Обратное выполняется, когда нормальный уровень производства превышает спрос. Это классическое представление о конкуренции, которое, однако, как уже указывалось выше, может и не сработать, если оба института – нормальные цены и нормальные нормы прибыли больше не способствуют стабилизации долгосрочного тренда. В этом случае, тренд станет неустойчивым, и вокруг него будут преобладать колебания [1, с. 199–204].

1.8 Заключительные замечания: Кейнс и Сраффа

В этой главе важнейшие проблемы классико-кейнсианской политической экономии – экономической теории монетарно-производственной экономики – кратко и в общих чертах изложены на фундаментальном уровне, т. е. на уровне принципов или чистой теории, независимой от пространства и времени. В основе монетарной теории производства лежит круговой общественный процесс производства, использующий природные ресурсы и труд, распределение является социальным и политическим процессом, основанным на принципе прибавочной стоимости, и, по сути, управляется институтами; сущность цен связана со стоимостью, созданной трудом, которая отражает общественные усилия, предпринятые для производства товаров; уровень производства и занятость регулируются эффективным спросом через супермультипликатор; и последнее, но не менее важное: процессы производства и обращения и накопления капитала не могут проходить без денег. С методологической точки зрения весь анализ выполнен для долгосрочного периода. Рассмотрены только постоянные или медленно изменяющиеся элементы действительности, связанные с равновесием основного капитала или полностью сбалансированными ситуациями. Нормальные цены и количества, связанные с полностью сбалансированной ситуацией, отражают системное равновесие. Система является институциональной системой, состоящей из материального базиса, на котором из части прибавочной стоимости может быть возведена институциональная надстройка. Следовательно, в некотором смысле, в этой главе предлагается, как классический и кейнсианский институционализм могут быть объединены на уровне принципов.

Теоретические основы для объединения Кейнса и классиков были заложены в 1930-х, в работе Шэкла *«Годы высокой теории»*, когда Кейнс и Сраффа разработали свои теоретические системы. В своей *«Общей теории»* Кейнс поставил вопрос, как поведенческие результаты были скоординированы системой в монетарно-производственной экономике. Он должен был остаться на краткосрочном поведенческом уровне, потому что его главная задача состояла в том, чтобы показать, насколько важны деньги, ибо только они могут быть средством сбережения в мире неопределенности и обманутых ожиданий. Однако Кейнс также считал, что современная монетарно-производственная экономика просто не могла бы функционировать без денег и финансов: все желания производителей и потребителей реализуются посредством денег с течением времени так, что, как он недвусмысленно заявляет, деньги становятся связью между прошлым и будущим. Объяснив важность денег и природу процента, Кейнс смог сформулировать свой наиболее важный принцип эффективного спроса, который был сформулирован с помощью мультипликатора, а в идеале означает постоянные цены и подстраивание количеств.

А Сраффа с середины 1920-х работал на уровне производственной системы, чтобы положить начало возрождению классической политической экономии. Его задача состояла не в том, чтобы сформулировать новые принципы, а в том, чтобы рассмотреть уже известные принципы, т. е. переформулировать теорию стоимости и распределения Рикардо согласно взглядам Кенэ на процесс общественного производства, сформулированной в «*Экономической таблице*». Следовательно, Кейнс и Сраффа работали над различными проблемами и на разных уровнях анализа, и для них невозможно было сойтись для достижения синтеза. Кроме того, было очевидным отсутствие взаимного интереса к экономическим разработкам друг друга. Кейнс был неспособен понять значение долгосрочного равновесия Сраффы, а Сраффе не нравился психологический подход Кейнса к инвестициям в форме неопределенности и ожиданий. Поэтому не удивительно, что в вопросе экономической теории Сраффа и Кейнс существовали параллельно [37, 38]. Только теперь пришло время объединить их в среднесрочном классико-кейнсианском синтезе серединного пути, который может послужить отправной точкой для создания альтернативы модели общего равновесия Вальраса. На теоретическом уровне должны были пройти дебаты по теории капитала, и должен был быть развит подход к производству, основанный на вертикальной интеграции. На социальном и политическом уровне разрушение социализма с его централизованным планированием, а также нынешние и прошлые трудности, испытываемые капитализмом, также являются необходимыми предпосылками для поиска гуманистического промежуточного пути между либерализмом и социализмом. Разработка такой структуры серединного пути была основной заботой Кейнса, что следует, например, из работ Фитцгиббонса [39], О'Доннелла [40] и Мини [41]. В этом Сраффа очень поддерживал Кейнса. Фактически, «все время, в которое над головой происходили взрывы Кейнсианской революции, Пьеро Сраффа корпел над книгами и работал для подготовки собственной революции» (Джоан Робинсон, цитируемая в [42, с. 683]). Учитывая огромные социально-экономические проблемы, преобладающие в настоящее время – характеризуемые значительным неравенством в распределении доходов, массовой вынужденной безработицей и растущей бедностью – классико-кейнсианский синтез, который может быть разработан в *духе* Сраффы и Кейнса на платформе трудового принципа Пазинетти вертикальной интеграции, вселяет надежду.

В третьем и четвертом разделах было предложено, опираясь на работы Пазинетти [9, 22], в качестве теоретической отправной точкой для классико-кейнсианского синтеза рассмотреть объединение межотраслевого подхода Сраффы–Леонтьева с вертикально интегрированной структурой Рикардо и Пазинетти.

Однако для создания полной классико-кейнсианской системы политической экономии (о предварительной попытке сделать это, см. [1, гл. 3–4]) предпринят только первый шаг. На втором шаге классико-кейнсианская политическая экономия должна быть увязана с другими общественными науками – социологией, правом и политикой – для создания общей системы общественных наук. Кроме того, следует детально определить понятие среднего пути. Это означает разработку социальной философии, которая является альтернативой либерализму и социализму. В [1, гл. 2] было предложено понятие *«всеобъемлющего гуманизма»*, охватывающее индивидуальные и социальные стороны человека, а классико-кейнсианская система политической экономии была рассмотрена в более широком контексте (там же, гл. 7). Наконец, поскольку социальная философия гуманизма лежит в основе гуманистической системы общественных и политических наук, социальная и политическая этика должны увенчать эту систему, ибо, как утверждал Кейнс, социальные и политические науки являются, по существу, моральными науками.

1.9 Примечания

1. Необходимость воспользоваться нестандартным термином *labour value principle* автор поясняет так: «Согласно Сраффе (а также Рикардо и Марксу), ***стоимости, созданные трудом,*** составляют ***сущность цен***, указывая нам, как цены формируются ***в принципе.*** Отклонения, обусловленные условиями производства, лишь модифицируют стоимости, созданные трудом, но не сам принцип, который выполняется всегда. Поэтому данная работа основана именно на этом принципе. Использование цен производства Сраффы означало бы неоправданное усложнение рассуждений, а выводы при этом остались бы такими же.» – Прим. ред.

2. В [23, с. 133–138] *распределение* и *социальные усилия,* связанные с системой цен, сформулированы для натуральной системы.

3. Уже указывалось, что в реальном мире в историческое время пропорции не будут независимыми от уровней активности, как в случае экономики масштаба [деловой активности – *Прим. перев.*].

4. Вновь, если бы пропорции между оборотным и постоянным капиталом не были одинаковы, то ценовой вектор в системе (1.18) был бы матрицей, каждый столбец которой содержал бы одну цену и соответствующую наценку в соответствующих ячейках, и нули – на других позициях. На уровне принципов, где излагаются основы, нет никакой необходимости рассматривать неравные отношения постоянного капитала к оборотному. Неоднородную структуру капитала следует детально рассмотреть на уровне научных теорий, созданных на некотором множестве принципов.

5. Нужно подчеркнуть, что доли заработной платы и собственности (1.38) не соответствуют определению долей, которые обычно помещают в статистических ежегодниках. При рассмотрении прибавочной стоимости величина W в доле заработной платы содержит лишь обыкновенную, необходимую заработную плату за труд в *прибыльном секторе* экономики. А ренты R, и доли собственности содержат также «дополнительную заработную плату», например, за специальные способности или привилегии. Кроме того, правительственные расходы G в супермультипликаторном отношении (1.40) также содержат заработную плату всех государственных служащих.

6. О «слоях» действительности см. [1, с. 103–117].

Глава

2 ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ СТРУКТУРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

2.1 Структурно-технологические преобразования и их основные направления

Практика преодоления высокой инфляции 1992–94 гг. в Украине показала необходимость применения и ограниченность действия таких традиционных мер, как уменьшение денежной эмиссии, сокращение денежного дефицита, отказ от льготного кредитования предприятий и активная курсовая политика Национального банка. Рост цен был следствием глубоких структурных диспропорций в экономике, сложившихся в предыдущие десятилетия и особо усилившихся на начальном этапе переходного периода. Применение в таких условиях монетарных методов стабилизации без радикальных структурных преобразований только трансформирует эти диспропорции, заменяя, например, инфляцию ростом неплатежей, но не устраняет их первопричины. Поэтому после достижения относительной финансовой стабилизации важнейшей задачей становится проведение структурной реформы экономики. Основными ее направлениями должны стать перестройка фискальной системы и системы социальной защиты населения, изменение отношений собственности, развитие рыночной инфраструктуры, малого и среднего предпринимательства, а также изменение технологической структуры экономики.

Проведение структурных преобразований является гораздо более сложной задачей, чем первоначальная стабилизация денежного обращения. В отличие от последней здесь нет стандартных решений, большую роль играют числовые характеристики, описывающие особенности экономики. Это особо присуще технологической структуре, индивидуальной для каждой страны. Поэтому выявление структурно-технологических диспропорций, влияющих на кризисные явления в экономике, и анализ путей их устранения требуют широкого применения количественных методов исследований, в частности, математического моделирования. В данной главе эти методы применяются для планирования изменений в используемых техологиях, призванных повысить эффективность производства.

Приведем заслуживающую внимания характеристику проблемы проведения структурно-технологических преобразований из статьи А. Шарова [43].

> «Если же оценивать состояние экономики, то можно, подражая Дж. Кейнсу, сказать: «Сегодня мы переживаем острый приступ экономического пессимизма». Мы страдаем от двух болезней, упомянутых им в известной статье «Экономические возможности наших внуков» [44]. В нашем случае это, во-первых, «ревматизм» старой эпохи – не переструктуризированная экономика, ориентированная на использование ресурсов, которых у нас мало (природное сырье, нефть, газ и т. п.), и, наоборот, игнорирующая ресурсы, которыми мы богаты (человеческий капитал, земля, геоэкономическое положение). И во-вторых, по Кейнсу, это вызванная чрезвычайно быстрыми изменениями болезнь роста, трудности перехода к новому экономическому периоду. […] А также необходимость адаптации к условиям функционирования глобальной экономики».

Существующая в Украине система технологий складывалась на протяжении десятилетий под влиянием ряда факторов, среди которых следует отметить следующие:

– низкие цены на природно-сырьевые ресурсы (особенно на энергоресурсы), что не способствовало их экономии;

– низкие цены на основные потребительские товары при низкой оплате труда, что обусловило малый удельный вес добавленной стоимости в цене большинства видов продукции;

– развитую систему бюджетных субсидий, которая искажала межотраслевые ценовые пропорции и приводила к искусственному удешевлению одних товаров и удорожанию других;

– закрытый характер социалистической экономики, не требовавший конкурентоспособности отечественных товаров на внешних рынках.

В настоящее время экономика функционирует в принципиально иных условиях. Цены на большинство видов энергоресурсов, которые импортирует Украина, приблизились к мировому уровню, а в ряде случаев превысили его. С учетом несовершенства производственных технологий это приводит к быстрому росту материальных затрат в базовых отраслях экономики (черная металлургия, металлоемкое машиностроение, химическая промышленность, производство строительных материалов, агропромышленный комплекс и т. д.). Конкурентоспособность продукции указанных производств поддерживается в основном за счет низкой оплаты труда и применения «теневых» схем с целью минимизации фискальных расходов, что создает серьезные угрозы стабильности общества и национальной безопасности. Другими последствиями являются сокращение платежеспособного спроса и уменьшение удельного веса добавленной стоимости в цене производимой продукции и развитие макроэкономических процессов кейнсианского типа, когда цена слабо зависит от спроса на продукцию, которая изготовляется, а объемы ее производства – от цены. В этих условиях в зависимости от жесткости осуществляемой монетарной политики реализуется один из двух альтернативных сценариев: рост неплатежей и усиление спада производства из-за сокращения конечного спроса или ускорения инфляции издержек. Выходом из сложившейся ситуации является увеличение платежеспособности потребителей (прежде всего, населения) при одновременном сокращении издержек производства.

Во-вторых, не менее опасной, чем тенденция к росту производственных расходов, является увеличение зависимости экономики Украины от импорта отдельных видов энергоресурсов. Это касается, прежде всего, природного газа. В начале XXI века это был один из немногих энергоресурсов, цена на который для Украины была существенно меньше мировой. Оптовые цены на нефть и нефтепродукты в целом соответствовали мировым еще с середины

90-х годов прошлого века, что способствовало увеличению потребления природного газа. Сейчас вопрос цены на него и поставок приобретает все более политическую окраску. Не следует преувеличивать влияние этого фактора: для большинства производств существующие технологии допускают замену газа другими видами топлива, правда, при этом еще увеличатся материальные затраты и усилится экологическая нагрузка. Исключение составляют лишь отдельные подотрасли химической промышленности (аммиачная и азотнотуковое производство, синтез некоторых видов полимеров), где газ (метан) используется как сырье для химических реакций, и поэтому является незаменимым. Однако, учитывая вышеупомянутые негативные последствия увеличения производственных затрат, целесообразно рассматривать уменьшение потребления природного газа в условиях стабилизации экономики как одну из важнейших задач структурно-технологических преобразований.

В-третьих, современное состояние технологического оборудования на большинстве предприятий базовых отраслей промышленности, а, особенно, в непроизводственной сфере (например, в жилищно-коммунальном хозяйстве) требует немедленных значительных затрат на обновление. Главным источником этих расходов должен быть национальный доход, созданный внутри страны, то есть часть добавленной стоимости производимой продукции. В этих условиях увеличение удельного веса добавленной стоимости в цене изготавливаемой продукции следует рассматривать как одну из важнейших задач преодоления экономического кризиса и возобновления дальнейшего экономического развития.

Следует отметить, что задачи, о которых шла речь выше – уменьшение материальных затрат, сокращения потребления природного газа и оживления инвестиций в производство – взаимосвязаны, поскольку одним из главных путей их решения является энергосбережение, но и они в некоторой степени является противоречивыми. Например, замена жидкого топлива природным газом, который покупался по сниженной цене, способствовала уменьшению общих материальных расходов (в денежном измерении, в текущих ценах), но стимулировала быстрый рост потребления газа. Закрытие химических производств, являющихся крупнейшими (к тому же, безальтернативными) потребителями газа, уменьшит потребности в нем, но в то же время приведет к уменьшению валовой добавленной стоимости, сокращению занятости и уменьшению инвестиционных ресурсов, то есть углубит кризисные явления в экономике Украины.

Таким образом, сокращение издержек производства является важнейшей целью структурно-технологических изменений. Этого можно достичь двояким путем: во-первых, изменением используемых технологий, с тем чтобы уменьшить удельные расходы сырья, материалов и других видов продукции производственного назначения; во-вторых, сокращением применения отдельных, наиболее энерго- и ресурсоемких технологий, вплоть до отказа от них. Оба эти пути связаны с изменениями на межотраслевом уровне, что и обусловило выбор межотраслевых моделей как средства их анализа. Отметим, что вышеупомянутые изменения проявляются, прежде всего, в уменьшении коэффициентов матрицы прямых затрат агрегированного межотраслевого баланса. Это обусловило выбор межотраслевых агрегированных балансовых моделей как инструментария для анализа и планирования структурно-технологических изменений.

Вторым важным моментом, связанным с сокращением производственных затрат, является изменение структуры расходов государственного бюджета. Отказ от практики «мягких бюджетных ограничений» позволит сконцентрировать ресурсы на решении актуальных социальных проблем. В то же время проведение структурно-технологических преобразоваий потребует привлечения значительных бюджетных ресурсов. Оценка эффективности их использования также имеет большое значение.

В последнее десятилетие был разработан ряд моделей, предназначеных для определения структурно-технологических преобразований. В частности, для определения основных направлений уменьшения производственных расходов в [45, 3] была предложена оптимизационная межотраслевая модель с переменными коэффициентами прямых затрат. Для поиска изменений в структуре экспорта и импорта, уменьшающих энергопотребление, разработана рассмотренная в [3, 46] линейная модель, также использующая уравнения межотраслевого баланса. Влияние факторов риска и неопределенности при решении указанных задач исследовалось в работах [3, 47].

Исследование связи между затратами на производство продукции и ценами при распределении продукции в экономической системе, необходимое для планирования структурно-технологических преобразований, можно проводить с помощью сингулярных чисел и собственных векторов некоторых симметрических матриц. Это пополняет арсенал средств анализа качественных свойств леонтьевских моделей, который можно осуществить с помощью чисел и векторов Фробениуса.

В данной главе рассмотрены важнейшие, на наш взгляд, аспекты указанных подходов – базовые модели и их модификации, численные методы расчетов и вопросы их реализации.

В разделе 2.2 подробно рассмотрены математические модели межотраслевого планирования структурно-технологических изменений, исследованы свойства возникающих оптимизационных задач, обсуждаются подходы к их решению. Рассматриваемые задачи являются многоэкстремальными и нелинейными. Оптимизационные методы их решения базируются на построении негладких штрафных функций и использовании r-алгоритма (одного из эффективных методов минимизации негладких овражных функций).

Описание методов негладкой оптимизации, использованных при разработке программных средств решения подобных задач, и описание разработанной системы MiSTC для моделирования структурно-технологических преобразований помещены в главе 3.

Учет невыпуклости штрафных функций реализован процедурой мультистарта (поиска точек локального экстремума при разных начальных приближениях). Данная процедура может быть легко распараллелена и реализована на современной многопроцессорной технике, в частности, на кластерах СКИТ-2 и СКИТ-3, разработанных в Институте кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины.

Оптимальные нормированные векторы конечного продукта и добавленной стоимости в продуктивной модели Леонтьева рассмотрены в разделе 2.3 сначала для случая квадратной матрицы «затраты–выпуск», а затем для случая прямоугольной матрицы. Завершает главу раздел 2.4, в котором показано, что мультипликаторы, с помощью которых Сраффа в его знаменитой книге «Производство товаров посредством товаров» [5] вводит понятие стандартного товара, являются компонентами собственного вектора матрицы «затраты–выпуск».

2.2 Математические модели межотраслевого планирования структурно-технологических изменений

2.2.1. Описание моделей

Для определения структурно-технологических изменений, которые уменьшали бы производственные затраты и позволяли бы за этот счет увеличить доходы конечных потребителей и повысить динамичность экономики в [45, 3] была предложена следующая оптимизационная модель.

Пусть экономика страны сформирована n агрегированными отраслями; $A = \{a_{ij}\}$ – матрица коэффициентов прямых затрат для этих отраслей, ее элементы a_{ij} характеризуют величину прямых производственных затрат продукции отрасли i на изготовление единицы продукции отрасли j; y_i и x_i – конечный и валовой продукты i-ой отрасли в фиксированных ценах, которые связаны соотношением

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i, \quad i = \overline{1,n}. \tag{2.1}$$

Пусть $x = (x_1, \ldots, x_n)$ и $y = (y_1, \ldots, y_n)$, E – единичная матрица размера $n \times n$. Перепишем соотношение (2.1) в матричной форме:

$$y = (E - A)\, x \text{ или } x = (E - A)^{-1} y. \tag{2.2}$$

Сделаем допущение о линейной зависимости оплаты труда от объемов производства в отраслях. Пусть q_i – доля заработной платы и других выплат за труд в цене продукции i отрасли, $q = (q_1, \ldots, q_n)$. Общие реальные доходы потребителей D равны

$$D = \sum_{i=1}^{n} q_i x_i = (q, x). \tag{2.3}$$

Будем считать, что конечный продукт отраслей состоит из двух частей, одна из которых зависит, а другая не зависит от D. Предположив линейную зависимость первой из них от величины дохода потребителей, получаем

$$y_i = \alpha_i D + h_i, \quad i = \overline{1,n}, \tag{2.4}$$

где коэффициенты α_i отображают в основном структуру индивидуального потребления и внутренних инвестиций, а h_i определяются экспортно-импортным сальдо отраслей и структурой общественного потребления.

Выразим D через A и q. Используя (2.2), имеем $D = (q, x) = (q, (E - A)^{-1} y)$, откуда с учетом (2.4) получаем

$$D = \frac{q^T (E - A)^{-1} h}{1 - q^T (E - A)^{-1} \alpha}, \qquad (2.5)$$

где $h = (h_1, \ldots, h_n)$, $\alpha = (\alpha_1,..., \alpha_n)$. Величина

$$k = q^T (E - A)^{-1} \alpha \qquad (2.6)$$

известна как мультипликатор Кейнса.

Согласно [48] условия, исключающие развитие инфляции затрат под влиянием внутренних факторов, можно описать в виде:

$$\sum_{i=1, i \neq j}^{n} \frac{a_{ij}}{1 - a_{jj} - \overline{q}_j} < 1, \quad j = \overline{1, n}, \qquad (2.7)$$

где $\overline{q}_j$ – доля добавленной стоимости в цене продукции j-ой отрасли.

Еще одним предположением модели является линейная зависимость между долей добавленной стоимости $\overline{q}_j$ в цене продукции отрасли j и долей конечных доходов в цене этой продукции, то есть предположение, что величину $\overline{q}_j$ можно представить в виде суммы $\overline{q}_j = l_j q_j + d_j$, где l_j – мультипликатор затрат на оплату труда в j-й отрасли, а d_j – доля других составляющих добавленной стоимости в цене продукции j-й отрасли. Тогда, принимая во внимание некоторую неточность входных данных и необходимость наличия резерва для безинфляционного увеличения компонентов прибавочной стоимости, которые не зависят от q, целесообразно вместо (2.7) рассматривать условие

$$\sum_{i=1, i \neq j}^{n} \frac{a_{ij}}{1 - a_{jj} - (l_j q_j + d_j)} \leq \beta, \quad j = \overline{1, n}, \qquad (2.8)$$

где $\beta < 1$ – заранее заданная граничная величина.

Задача состоит в определении таких структурно-технологических изменений, которые максимизировали бы либо величину конечных доходов, либо величину мультипликатора «прирост доходов–прирост производства», что обеспечит динамичность экономики.

Перейдем непосредственно к математической постановке оптимизационных задач. Пусть заданы технологическая матрица A, вектор q и соответствующие векторы α, h, l и q. Пусть Δa_{ij} и Δq_j ($i=\overline{1,n}, j=\overline{1,n}$) – изменения существующих значений компонент матрицы A и вектора q; $\Delta q=(\Delta q_1,\ldots,\Delta q_n)$ и $\Delta A=\{\Delta a_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$. Задача состоит в определении таких значений Δq и ΔA, которые максимизировали бы величину D (или мультипликатор Кейнса k) без дополнительного инфляционного влияния.

Целевыми функциями задачи будут следующие:

$$f_1(\Delta A,\Delta q)=\frac{(q+\Delta q)^T(E-(A+\Delta A))^{-1}h}{1-(q+\Delta q)^T(E-(A+\Delta A))^{-1}\alpha} \tag{2.9}$$

соответствует величине D в соответствии с (2.5), и

$$f_2(\Delta A,\Delta q)=(q+\Delta q)^T(E-(A+\Delta A))^{-1}\alpha \tag{2.10}$$

соответствует мультипликатору Кейнса k в соответствии с (2.6).

Основные ограничения для Δq и ΔA, позволяющие исключить дополнительное инфляционное влияние, описываются с помощью соотношения (2.8). Они имеют следующую форму:

$$\sum_{i=1,i\neq j}^{n}\frac{a_{ij}+\Delta a_{ij}}{1-(a_{jj}+\Delta a_{jj})-(l_j(q_j+\Delta q_j)+d_j)}\le\beta,\quad j=\overline{1,n}. \tag{2.11}$$

Чтобы соблюдался физический смысл коэффициентов новой матрицы и нового вектора, рассмотрим группу ограничений

$$0\le q_j+\Delta q_j\le 1,\quad 0\le a_{ij}+\Delta a_{ij}\le 1,\quad i,j=\overline{1,n}, \tag{2.12}$$

а для соблюдения физического смысла ограничений (2.11) рассмотрим группу ограничений

$$a_{jj}+\Delta a_{jj}+l_j(q_j+\Delta q_j)+d_j\le 1,\quad j=\overline{1,n}. \tag{2.13}$$

Ограничения (2.13) соответствуют неотрицательности знаменателей в (2.11).

К последним могут быть добавлены ограничения на возможные границы изменений коэффициентов прямых затрат, обусловленные особенностями существующих технологий:

$$\underline{\gamma_{ij}}\le\Delta a_{ij}\le\overline{\gamma_{ij}}\quad i,j=\overline{1,n}, \tag{2.14}$$

$$\underline{\gamma_i}\le\Delta q_i\le\overline{\gamma_i}\quad i=\overline{1,n}. \tag{2.15}$$

С помощью ограничений (2.14) и (2.15) можно принимать управленческие решения при допустимости изменения всего нескольких коэффициентов в технологической матрице или векторе долей заработной платы. Для этого достаточно другие компоненты зафиксировать на конкретных значениях, установив для них нижние и верхние границы равными этим значениям.

Часть ограничений обусловлена ресурсами, которые выделяются для структурно-технологических изменений:

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} b_{kij} \max(0, -\Delta a_{ij}) \le B_k, \quad k = \overline{1, K}, \tag{2.16}$$

где K – количество ресурсов, B_k – объем k-го ресурса, который выделяется с целью снижения затрат производства, b_{kij} – затраты этого ресурса при реализации мероприятий, обеспечивающих единичное уменьшение удельных затрат продукции i-й отрасли на производство единицы продукции j-й отрасли.

Будем рассматривать две постановки задач:

Задача А. Максимизировать величину D: найти такие значения Δq и ΔA, которые бы максимизировали значение функции (2.9) при ограничениях (2.11)–(2.16).

Задача В. Максимизировать величину k (мультипликатор «прирост производства – прирост доходов потребителей»): найти такие значения Δq и ΔA, которые бы максимизировали значение функции (2.10) при ограничениях (2.11)–(2.16).

2.2.2. Оптимизационные задачи и их анализ

Приведем к более удобному виду систему ограничений (2.11)–(2.16). Во-первых, избавимся от дробно-линейных неравенств (2.11). Учитывая, что в j-м ограничении типа (2.11) знаменатель слагаемого не зависит от i, и, кроме того, из (2.13) следует его положительность, группу ограничений (2.11) можно записать в форме линейных неравенств:

$$\beta(a_{jj} + \Delta a_{jj}) + \beta(l_j(q_j + \Delta q_j) + d_j) + \sum_{i=1, i\neq j}^{n} (a_{ij} + \Delta a_{ij}) \le \beta, \quad j = \overline{1, n}. \tag{2.17}$$

Тогда вместе с ограничениями

$$a_{jj} + \Delta a_{jj} + l_j(q_j + \Delta q_j) + d_j \le 1, \quad j = \overline{1, n} \tag{2.18}$$

они будут полностью задавать требования, которые исключают развитие инфляции затрат под влиянием внутренних факторов, с некоторым запасом, заданным коэффициентом β. Однако, в отличие от ограничений (2.11), они уже будут линейными.

Далее рассмотрим ограничения, связанные с ресурсами, выделяемыми для структурно-технологических изменений, заменив их на

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} b_{kij}^{-} \max(0, -\Delta a_{ij}) + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} b_{kij}^{+} \max(0, \Delta a_{ij}) \le B_k, \quad k = \overline{1, K}, \quad (2.19)$$

где K – количество ресурсов; B_k – объем k-го ресурса, выделяемого на снижение затрат производства; b_{kij}^{-} – затраты k-го ресурса при реализации мероприятий, обеспечивающих единичное уменьшение удельных затрат продукции i-й отрасли на производство единицы продукции j-й отрасли; b_{kij}^{+} – затраты k-го ресурса при реализации мероприятий, обеспечивающих единичное увеличение удельных затрат продукции i-й отрасли на производство единицы продукции j-й отрасли. Заметим, что из ограничений (2.19) следуют ограничения (2.16), если установить коэффициенты b_{kij}^{-} равными коэффициентам b_{kij}, а коэффициенты b_{kij}^{+} равными нулю. Эти ограничения будем использовать как выпуклые неравенства, для чего требуется неотрицательность всех коэффициентов b_{kij}^{-} и b_{kij}^{+}. Следует отметить, что с помощью замены переменных ограничения (2.19) также можно привести к форме линейных неравенств. Это будет сопровождаться введением новых переменных, количество которых будет равно удвоенному количеству неизвестных коэффициентов матрицы.

Наконец, включим ограничения, связанные с установкой нижних и верхних границ на неизвестные коэффициенты. Их можно записать в следующей форме:

$$\underline{\Delta a_{ij}} \le \Delta a_{ij} \le \overline{\Delta a_{ij}}, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (2.20)$$

где $\underline{\Delta a_{ij}} = \max\{\underline{\gamma_{ij}}, -a_{ij}\}$, $\overline{\Delta a_{ij}} = \min\{\overline{\gamma_{ij}}, 1 - a_{ij}\}$ и

$$\underline{\Delta q_i} \le \Delta q_i \le \overline{\Delta q_i}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2.21)$$

где $\underline{\Delta q_i} = \max\{\underline{\gamma_i},\ q_i\}$, $\overline{q_i} = \min\{\overline{\gamma_i}, 1 - q_i\}$. Ограничения (2.20) следуют из объединения части ограничений (2.12) и ограничений (2.14), а ограничения (2.21) из объединения оставшихся ограничений (2.12) и ограничений (2.15).

Задаче максимизации величины D соответствует следующая оптимизационная задача (названная задачей А):

$$f_1(\Delta A, \Delta q) = \frac{(q + \Delta q)^T (E - (A + \Delta A))^{-1} h}{1 - (q + \Delta q)^T (E - (A + \Delta A))^{-1} \alpha} \to \max,$$

где ΔA и Δq удовлетворяют ограничениям (2.17)–(2.21).

Задаче максимизации величины k (мультипликатора «прирост производства–прирост доходов потребителей») соответствует следующая оптимизационная задача (названная задачей В):

$$f_2(\Delta A, \Delta q) = (q + \Delta q)^T (E - (A + \Delta A))^{-1} \alpha \to \max,$$

где ΔA и Δq удовлетворяют ограничениям (2.17)–(2.21). Оптимизационные задачи А и В являются сложными многоэкстремальными задачами математического программирования. Многоэкстремальность связана только со сложным видом функций $f_1(\Delta A, \Delta q)$ и $f_2(\Delta A, \Delta q)$ (при этом сама область допустимых значений, заданная неравенствами (2.17)–(2.21), является выпуклой). Более того, эти функции непрерывны не при всех ΔA и Δq. Чтобы исключить возможность существования точек разрыва, необходимо выполнение следующих условий:

а) матрица $E - (A + \Delta A)$ должна быть неособой;

б) $(q + \Delta q)^T (E - (A + \Delta A))^{-1} \alpha \neq 1$.

Здесь оба условия должны выполняться для задачи А, и только первое условие – для задачи В.

Поскольку из неравенств (2.17) следует продуктивность матрицы $A + \Delta A$, то условие а) выполняется для тех ΔA, которые принадлежат как области допустимых решений (2.17)–(2.21), так и ее некоторой, достаточно большой, окрестности. Величину $q^T (E - A)^{-1} \alpha$ можно рассматривать как мультипликатор «прирост производства–прирост доходов потребителей». Увеличение объемов производства будет требовать дополнительных материальных затрат даже при использовании эффективных ресурсосберегающих технологий, к тому же полученная прибавочная стоимость никогда не будет использована целиком только для потребления. Поэтому для реальных технологий всегда будет выполняться $(q + \Delta q)^T (E - (A + \Delta A))^{-1} \alpha < 1$, что означает выполнение условия б).

В области, где ΔA и Δq удовлетворяют ограничению (2.17), функция $f_1(\Delta A, \Delta q)$ будет непрерывно дифференцируемой, и ее градиент вычисляется по формулам:

$$\frac{\partial f_1(\Delta A, \Delta q)}{\partial \Delta q_j} = \frac{1}{1 - (q + \Delta q, \tilde{\alpha})}(e_j, \tilde{h}) + \frac{(q + \Delta q, \tilde{h})}{(1 - (q + \Delta q, \tilde{\alpha}))^2}(e_j, \tilde{\alpha}),\ j = \overline{1, n},$$

$$\frac{\partial f_1(\Delta A, \Delta q)}{\partial \Delta a_{ij}} = \frac{1}{1 - (q + \Delta q, \tilde{\alpha})}(e_i, \tilde{q})(e_j, \tilde{h}) + \frac{(q + \Delta q, \tilde{h})}{(1 - (q + \Delta q, \tilde{\alpha}))^2}(e_i, \tilde{q})(e_j, \tilde{\alpha}),$$

$i, j = \overline{1, n}$.

Здесь приняты следующие обозначения: $\tilde{h} = (E - (A + \Delta A))^{-1} h$, $\tilde{\alpha} = (E - (A + \Delta A))^{-1} \alpha$, $\tilde{q} = ((E - (A + \Delta A))^T)^{-1} (q + \Delta q)$, e_i – n-мерный вектор, i-я компонента которого равна единице, а все остальные равны нулю.

При вычислении градиентов для функции $f_1(\Delta A, \Delta q)$ по переменным Δa_{ij} использовано следующее правило дифференцирования обратной матрицы X^{-1} ($X = \{x_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$):

$$\frac{\partial X^{-1}}{\partial x_{ij}} = -X^{-1} \frac{\partial X}{\partial x_{ij}} X^{-1} = -X^{-1} e_i e_j^T X^{-1},$$

которое является следствием дифференцирования тождества $XX^{-1} = E$.

Для функции $f_2(\Delta A, \Delta q)$ градиенты вычисляются проще, чем для функции $f_1(\Delta A, \Delta q)$. Однако, проблемы в обеих оптимизационных задачах одинаковы. А именно, свойства целевых функций создают проблемы даже при нахождении локального экстремума, что накладывает определенные требования на выбор алгоритмов для их решения. С самой системой ограничений особых проблем нет, хотя выпуклые ограничения (2.19) и являются негладкими. Однако и с ней не все так просто, если задачи характеризуются большой размерностью. Так, число переменных для них равно $n^2 + n$ (если ищутся изменения для всех коэффициентов матрицы A) и будет достаточно большим даже при n порядка 10–20.

Следует подчеркнуть, что результаты расчетов, выполненных на основе оптимизационных моделей (2.9), (2.17)–(2.21) и (2.10), (2.17)–(2.21), в условиях переходной экономики не могут иметь директивный характер. Они должны помочь определить желательную структуру производственных технологий, которая содействует интенсификации социально-экономического развития страны, обнаружить пути преобразования существующей структуры к желаемой, оценить необходимые для этого ресурсы и т. д. Важную роль играет анализ изменения во времени технологических коэффициентов a_{ij} в последние годы, обнаружение тенденций приближения (или удаления) реальных значений a_{ij} к желаемым значениям, полученным в результате расчетов по описанным выше моделям. С этой точки зрения нахождение серии локальных экстремумов функций (2.9) или (2.10) со значениями, достаточно близкими к их глобальным максимумам, выглядит предпочтительней для последующего использования, чем поиск глобального экстремума.

Для нахождения локальных экстремумов в задачах А и В была реализована программа MULSTR для ПЭВМ (язык программирования – ФОРТРАН). Задачи А и В сводились к задачам безусловной максимизации (с помощью метода негладких штрафных функций), для решения которых применялся $r(\alpha)$-алгоритм [50]. Во-первых, он позволяет учесть негладкость ограничений (2.19). Во-вторых, для учета отмеченных выше особенностей целевых функций использовалась модификация [51] для того, чтобы градиенты целевых функций вычислять только в области, где она непрерывно-дифференцируема. Многоэкстремальность задач учитывалась путем проведения расчетов с разными начальными точками, т. е. использовался метод мультистарта с последующим анализом локальных экстремумов.

Метод мультистарта для нахождения глобального оптимального решения многоэкстремальной задачи можно представить в виде следующей процедуры: с помощью алгоритмов локального поиска находятся оптимальные локальные решения для разных начальных точек, которые генерируются случайным или детерминированным способом, и среди полученных решений выбирается наилучшее. При достаточно большом количестве запусков поиска локальных решений существует вероятность найти глобальное оптимальное решение. Очевидно, что этот метод достаточно трудоемкий, но при этом его легко можно распараллелить и реализовать вычисления, например, на кластере. При этом процесс решения задачи проводится одновременно на нескольких процессорах. Сгенерированная в «главном» (Master) процессоре начальная точка передается на любой свободный (Slave) процессор с помощью операции пересылки системы MPI. Там выполняется вычисление локального оптимального решения для этой начальной точки с помощью алгоритма выпуклой оптимизации. Затем найденное оптимальное решение передается в «главный» процессор, где происходит его сравнение с наилучшим из найденных до этого момента значением («рекордом»). Если текущее решение лучше «рекорда», то оно становится «рекордом». После окончания заданного количества запусков поиска локального решения значение «рекорда» принимается в качестве решения исходной задачи.

При таком распараллеливании в лучшем случае можно получить лишь линейное ускорение по времени для нахождения наилучшего из решений задачи A или задачи B. Для того чтобы получить нелинейное ускорение, желательно использовать элементы рестарт-технологий [49]. Разработка, исследование и применение ориентированных на параллельные вычисления методов анализа локальных решений и выбора наилучшего среди них для задачи оптимизации многоэкстремальной непрерывной функции на выпуклом ограниченном многогранном множестве может дать эффективные средства для решения задач A и B при планировании структурно-технологических изменений. Использование рекордного значения дает возможность проанализировать большее (за счет «обрывания» локальных подзадач) количество вариантов и при использовании последовательных ЭВМ.

Подробное описание управляющих параметров в программе MULSTR (начальные приближения, штрафные множители и параметры $r(\alpha)$-алгоритма), а также критерии их выбора, представлены в [57]. При вычислении градиентов целевых функций, где необходимо решать системы линейных уравнений, были использованы численно устойчивые подпрограммы DECOMP и SOLVE [52].

С помощью программы MULSTR были проведены тестовые расчеты на реальных данных для агрегированного 18-отраслевого баланса [45]. Расчеты проводились только для задачи B, задача A не решалась из-за отсутствия достоверной информации о компонентах вектора h.

Впоследствии программа MULSTR была модифицирована и применена при тестовых расчетах для задач A и B, которые включали 39 отраслей. Используемый вариант программы включал нахождение 10 локальных экстремумов (старт из 10-ти начальных приближений). Управление начальными точками реализовано с помощью установки нижних и верхних границ для переменных ΔA и Δq. Эта программа использовалась для анализа задач A и B при отсутствии ресурсных ограничений в диалоговой системе.

Отметим, что численные эксперименты продемонстрировали следующую особенность решаемых задач. Для разных начальных приближений была получена серия решений с почти равными значениями целевой функции (отклонение порядка 0,3 %–1 % от максимального значения в серии), но с существенными расхождениями некоторых компонентов решений. Этот эффект объясняет утверждение [53].

Теорема 2.1. Пусть $(\Delta A^{(1)}, \Delta q^{(1)})$ и $(\Delta A^{(2)}, \Delta q^{(2)})$ – произвольные допустимые решения задачи (2.9), (2.17)–(2.21) или (2.10), (2.17)–(2.21), для которых покомпонентно выполняется равенство:

$$(E-(A+\Delta A^{(1)})^T)^{-1}(q+\Delta q^{(1)}) = (E-(A+\Delta A^{(2)})^T)^{-1}(q+\Delta q^{(2)})\,. \quad (2.22)$$

Пусть также

$$(\Delta A_\lambda, \Delta q_\lambda) = \lambda(\Delta A^{(1)}, \Delta q^{(1)}) + (1-\lambda)(\Delta A^{(2)}, \Delta q^{(2)}),$$

где $0 < \lambda < 1$ – произвольное число. Тогда

$$f_i(\Delta A^{(1)}, \Delta q^{(1)}) = f_i(\Delta A_\lambda, \Delta q_\lambda) = f_i(\Delta A^{(2)}, \Delta q^{(2)}),\ i = \overline{1,2}$$

и $(\Delta A_\lambda, \Delta q_\lambda)$ также будет допустимым решением данных задач.

(В доказательстве этой теоремы используется результат, сформулированный в теореме 2.2, см. подраздел 2.2.3.)

Таким образом, допустимые точки с одинаковыми значениями целевой функции, удовлетворяющие (2.22), создают структуры, подобные совокупности отрезков прямых. Если крайние точки одного из таких отрезков отличаются лишь несколькими компонентами, то все внутренние точки отрезка также будут отличаться между собою только значениями этих компонентов. Если речь идет о значениях, близких к глобальному максимуму, результатом работы r-алгоритма для совокупности начальных точек будет одна из таких структур, что и соответствует результатам численных экспериментов.

2.2.3. Расширенные оптимизационные задачи

Введем новые переменные

$$z = (E-(A+\Delta A)^T)^{-1}(q+\Delta q) \quad (2.23)$$

и с их помощью построим расширенные оптимизационные задачи А и В. Учитывая, что из (2.23) следует $z^T = (q+\Delta q)^T(E-(A+\Delta A))^{-1}$, целевые функции для задач А и В примут достаточно простой вид. Так, целевая функция для величины D будет иметь дробно-линейный вид:

$$F_1(z) = \frac{z^T h}{1 - z^T \alpha}, \quad (2.24)$$

а целевая функция для мультипликатора Кейнса k станет линейной:

$$F_2(z) = z^T \alpha. \quad (2.25)$$

В результате введения переменных z к ограничениям задач А и В добавятся ограничения

$$z - (A+\Delta A)^T z = q + \Delta q. \quad (2.26)$$

Ограничения (2.26) являются результатом умножения обеих частей в соотношении (2.23) на матрицу $(E - (A + \Delta A)^T)$. Тогда расширенной задаче A будет соответствовать задача оптимизации в следующей форме:

$$F_1(z) = \frac{z^T h}{1 - z^T \alpha} \to \max \tag{2.27}$$

при ограничениях

$$z_j - \sum_{i=1}^{n} (a_{ji} + \Delta a_{ji}) z_i = q_j + \Delta q_j, \quad j = \overline{1,n}, \tag{2.28}$$

$$\beta(a_{jj} + \Delta a_{jj}) + \beta(l_j(q_j + \Delta q_j) + d_j) + \sum_{i=1, i\neq j}^{n} (a_{ij} + \Delta a_{ij}) \leq \beta, \quad j = \overline{1,n}, \tag{2.29}$$

$$a_{jj} + \Delta a_{jj} + l_j(q_j + \Delta q_j) + d_j \leq 1, \quad j = \overline{1,n}, \tag{2.30}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left(b_{kij}^{-} \max(0, -\Delta a_{ij}) + b_{kij}^{+} \max(0, \Delta a_{ij}) \right) \leq B_k, \quad k = \overline{1,K}, \tag{2.31}$$

$$\underline{\Delta q_i} \leq \Delta q_i \leq \overline{\Delta q_i}, \quad \underline{\Delta a_{ij}} \leq \Delta a_{ij} \leq \overline{\Delta a_{ij}}, \quad i, j = \overline{1,n}. \tag{2.32}$$

Тут ограничения (2.28) являются записью матричных ограничений (2.26) для компонентов матрицы ΔA, вектора Δq и вектора z. Ограничения (2.32) являются объединением ограничений, связанных с нижними и верхними границами для компоненты вектора Δq и матрицы ΔA. Другие ограничения такие же, как и в задачах A и B. Аналогичный вид будет иметь и расширенная задача B, с тем лишь отличием, что ей будет соответствовать максимизация целевой функции в форме (2.25), т. е.

$$F_2(z) = z^T \alpha \to \max. \tag{2.33}$$

Для обеих задач справедливо утверждение [53].

Теорема 2.2. Пусть $x^{(1)} = (\Delta A^{(1)}, \Delta q^{(1)}, z^*)$ и $x^{(2)} = (\Delta A^{(2)}, \Delta q^{(2)}, z^*)$ – произвольные допустимые решения задач (2.33), (2.28)–(2.32) и (2.27)–(2.32) с одинаковыми значениями переменных $z = z^*$. Пусть также $x(\lambda) = \lambda x^{(1)} + (1 - \lambda)x^{(2)}$, где $0 \leq \lambda < 1$ – произвольное число. Тогда значения функций $F_i(z)$, $i = \overline{1,2}$, будут совпадать для решений $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ и $x(\lambda)$, а $x(\lambda)$ будет допустимым решением для произвольного $0 < \lambda < 1$.

Доказательство. Покажем, что для произвольного $0 < \lambda < 1$ точка $x(\lambda)$ будет удовлетворять ограничениям (2.28)–(2.32). Действительно, ограничения (2.29), (2.30), (2.32) – линейные неравенства, а левая часть ограничений (2.31) – выпуклая функция. Поэтому эти ограничения задают выпуклое множество. Если точки $x^{(1)}$ и $x^{(2)}$ принадлежат этому множеству, то и их выпуклая комбинация $x(\lambda)$ также будет принадлежать ему, т. е. она удовлетворяет соотношениям (2.29)–(2.32). Далее, в силу допустимости $x^{(1)}$ и $x^{(2)}$, справедливы равенства

$$(E-(A+\Delta A^{(1)})^T)z^*=q+\Delta q^{(1)}$$

и

$$(E-(A+\Delta A^{(2)})^T)z^*=q+\Delta q^{(2)}.$$

Умножив первое из них на λ, а второе на $(1-\lambda)$ и просуммировав, получаем

$$(E-(A+\lambda\Delta A^{(1)}+(1-\lambda)\Delta A^{(2)})^T)z^*=q+\lambda\Delta q^{(1)}+(1-\lambda)\Delta q^{(2)}. \quad (2.34)$$

Поскольку $z_\lambda=\lambda z^*+(1-\lambda)z^*=z^*$, равенство (2.34) можно переписать

$$(E-(A+\Delta A_\lambda)^T)z^*=q+\Delta q_\lambda, \quad (2.35)$$

где $(\Delta A_\lambda, \Delta q_\lambda, z_\lambda)$ – компоненты решения $x(\lambda)$. Согласно (2.35) точка $x(\lambda)$ удовлетворяет равенствам (2.28) и является допустимым решением задач (2.33), (2.28)–(2.32) и (2.27)–(2.32).

Заметим, что значения переменных z для решения $x(\lambda)$ совпадают со значениями этих переменных для решений $x^{(1)}$ и $x^{(2)}$. Поскольку целевые функции $\overline{f}_1(z)$ и $\overline{f}_2(z)$ задач зависят только от z, их значения в точках $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ и $x(\lambda)$ также совпадут. Теорема доказана.

На теореме 2.2 базируется доказательство приведенной ранее теоремы 2.1. Заметим, что из допустимости решений $(\Delta A^{(1)},\Delta q^{(1)})$ и $(\Delta A^{(2)},\Delta q^{(2)})$ следует существование матриц $(E-(A+\Delta A^{(i)})^T)^{-1}$, $i=\overline{1,2}$. Каждому допустимому решению $(\Delta A^{(i)},\Delta q^{(i)})$, $i=\overline{1,2}$, задач (2.9), (2.17)–(2.21) или (2.10), (2.17)–(2.21) будет соответствовать единственное допустимое решение $(\Delta A^{(i)},\Delta q^{(i)},z^{(i)})$ задач (2.33), (2.28)–(2.32) и (2.27)–(2.32), при этом в силу (2.22) и (2.28) будет выполняться $z^{(1)}=z^{(2)}=z^*$.

Матрица $E-(A+\Delta A_\lambda)$ также будет неособенной, и допустимому решению $(\Delta A_\lambda, \Delta q_\lambda)$ задач (2.9), (2.17)–(2.21) или (2.10), (2.17)–(2.21) также соответствует единственное допустимое решение $(\Delta A_\lambda, \Delta q_\lambda, z_\lambda)$ преобразованных задач. Поэтому можно применить теорему 2.2 для $x^{(1)}=(\Delta A^{(1)},\Delta q^{(1)},z^*)$, $x^{(2)}=(\Delta A^{(2)},\Delta q^{(2)},z^*)$

и $x(\lambda) = (\Delta A_\lambda, \Delta q_\lambda, z_\lambda)$. Согласно этой теореме $F_i(z^*) = F_i(z_\lambda)$, $i=\overline{1,2}$. В то же время, в силу эквивалентности соответствующих задач в их начальном и преобразованном виде, должно выполняться $f_i(\Delta A^{(i)}, \Delta q^{(i)}) = F_i(z^*)$, $i=\overline{1,2}$, т. е. $f_i(\Delta A^{(i)}, \Delta q^{(i)}) = f_i(\Delta A_\lambda, \Delta q_\lambda)$, $i=\overline{1,2}$, что и доказывает справедливость теоремы.

Согласно теореме 2.2 множество X_1 значений переменных ΔA и Δq, которые будут допустимыми при заданных значениях z, будет выпуклым. Это упрощает построение данного множества.

Реализуя для нескольких начальных точек процедуру субградиентного метода с преобразованием пространства, который предполагает известным значение целевой функции [54] (а $\overline{f}_i(z)$, $i=\overline{1,2}$ известны, если z задано), получим несколько точек данного множества. Их выпуклая линейная комбинация также будет (по теореме 2.2) принадлежать данному множеству. Конструктивные алгоритмы перебора разных точек из X_1 могут быть также построены на основе субградиентных методов, которые используют внешнюю аппроксимацию множества экстремумов эллипсоидами, например, метода нахождения допустимой точки системы выпуклых неравенств [55], который обеспечивает ускоренную сходимость к граничным точкам множества X_1. При этом аппроксимацию X_1 эллипсоидом, которая построена на предыдущем шаге данного метода, можно использовать для нахождения очередной граничной точки X_1.

Заметим, что компоненты вектора z отражают структуру конечных доходов, полученных от разных видов экономической деятельности. Данная структура определяет паритет интересов (существующий или желаемый) между разными субъектами хозяйственной деятельности. Проведение вариантных расчетов (при разных z) и сравнение полученных значений критериев с решениями задач вида (2.9), (2.17)–(2.21) и (2.10), (2.17)–(2.21) позволит оценить степень влияния частных интересов на эффективность развития экономики и спрогнозировать, будет ли положительно воспринято субъектами хозяйственной деятельности предложенное решение, или же оно встретит сопротивление. Модели (2.33), (2.28)–(2.32) и (2.27)–(2.32), рассмотренные при заданных z, представляют собой модели с фиксированными целями, в которых результаты определены, но необходимо построить множество инструментов (действий), которые позволяют достичь эти результаты. Применение таких моделей играет важную роль как для предварительного анализа ситуации, так и для окончательного отбора ранее полученных решений. С этой точки зрения генерация множества допустимых решений задач (2.33), (2.28)–(2.32) и (2.27)–(2.32) со значениями целевых функций, достаточно близких к глобальному максимуму, и проведение расчетов в диалоговом режиме играют важную роль.

Сравнивая между собой изложенные подходы к проведению модельных расчетов, следует отметить следующие их преимущества и недостатки. Подход, основанный на решении задач (2.9), (2.17)–(2.21) и (2.10), (2.17)–(2.21) без преобразования позволяет существенно уменьшить размерность задачи. Поскольку все ограничения имеют форму неравенств, точное решение задачи может быть получено при конечных значениях штрафных коэффициентов, что ограничивает овражность максимизируемой функции. Множество допустимых решений задачи будет выпуклым, что в ряде случаев облегчает нахождение первого допустимого решения. В то же время возможности анализа полученных решений при данном подходе ограничены.

Подход, изложенный в данном подразделе, приводит к некоторому увеличению размерности решаемой задачи. Множество допустимых решений задачи становится невыпуклым, а наличие нелинейных (квадратичных) ограничений-равенств требует больших (теоретически – бесконечных) значений соответствующих им штрафных коэффициентов, что ухудшает овражность штрафной функции. В то же время в расширенной задаче не используются функции, определенные не на всем пространстве, и исключены проблемы, связанные с выходом за область их определения при поиске решения задачи. Предложенный подход дает широкие возможности для анализа полученных решений, рассмотрения моделей как задач с фиксированными целями и позволяет оценить значения целевой функции в точке ее глобального максимума.

Таким образом, оба подхода имеют свои преимущества и недостатки, они дополняют друг друга. Поэтому целесообразно их одновременное использование при проведении модельных расчетов.

Для нахождения локальных экстремумов в расширенных задачах А и В реализована программа MULSTR1 для ПЭВМ (язык программирования – ФОРТРАН). Она построена подобно программе MULSTR, т. е. расширенные задачи А и В сводятся к задачам безусловной максимизации с помощью метода негладких штрафных функций, а уже к последним применяется $r(\alpha)$-алгоритм. Программа

MULSTR1 значительно проще, чем программа MULSTR, поскольку при вычислении градиентов целевых функций не требуется решать системы линейных уравнений.

В программе MULSTR1 предусмотрено управление тремя штрафными множителями (используются при сведении задач А и В к задаче безусловной оптимизации), каждый из которых связан со своей группой ограничений. Так, первый штрафной множитель соответствует группе ограничений (2.28), второй – группам ограничений (2.29) и (2.30), связанных с коэффициентом β, и третий – для группы ресурсных ограничений (2.31). Ограничения (2.32), которые содержат двусторонние ограничения на ΔA и Δq, не включаются в негладкую штрафную функцию, а учитываются с помощью замены переменных ΔA и Δq на новые переменные, которые определены на всем евклидовом пространстве. Этот приём часто задействуется при использовании r-алгоритмов и интерпретируется как «четное» периодическое продолжение функции, заданной на отрезке [56]. Многоэкстремальность расширенных задач А и В учитывается так же, как и в случае программы MULSTR, с помощью проведения расчетов для разных начальных точек.

Результаты тестовых экспериментов, полученных с помощью программы MULSTR1 для расширенных оптимизационных задач А и В, представлены в [57]. На ее базе в Институте кибернетики имени В. М. Глушкова создана диалоговая система MiSTC [57] для анализа и прогнозирования структурно-технологических изменений в экономике. Ее краткое описание можно найти в разделе 3.2.

2.2.4. Верхние оценки для задач А и В

Предложенные методы нахождения локальных экстремумов на основе r-алгоритма [50] в сочетании с мультистартом для многоэкстремальных оптимизационных задач А и В (реализованы в виде программы MULSTR для постановок (2.9), (2.17)–(2.21) и (2.10), (2.17)–(2.21), и MULSTR1 – для расширенных постановок (2.33), (2.28)–(2.32) и (2.27)–(2.32) соответственно) позволяют сделать процесс принятия решения при определении основных направлений изменения технологических коэффициентов более гибким. При этом вопрос о качестве полученных решений (в смысле близости к глобальному) остается открытым. Поскольку задачи А и В представимы в виде невыпуклых квадратичных задач [53], естественной выглядит попытка оценить значения целевых функций задач с помощью двойственных лагранжевых оценок ψ^*, описанных в разделе 3.1.

Для того, чтобы преобразовать расширенные задачи А и В к квадратичному виду:

1) заменим ограничение (2.31) на

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} b_{kij} y_{ij}^2 \le B_k, \quad k=\overline{1,K}, \tag{2.36}$$

$$y_{ij}^2 + \Delta a_{ij} \ge 0, \; i,j=\overline{1,n}; \tag{2.37}$$

2) в задаче А введем дополнительную переменную v:

$$vz^T\alpha + z^T h - v = 0. \tag{2.38}$$

Тогда задаче А соответствует квадратичная задача

$$\max v \tag{2.39}$$

при ограничениях (2.28)–(2.30), (2.32), (2.36)–(2.38), а задаче В – квадратичная задача (2.28)–(2.30), (2.32), (2.33), (2.36), (2.37).

Нетрудно видеть, что для исходных квадратичных постановок задачи А (2.28)–(2.30), (2.32), (2.36)–(2.39) и задачи В (2.28)–(2.30), (2.32), (2.33), (2.36)–(2.37) область отрицательной определенности для матрицы функции Лагранжа – пустое множество, и этому случаю соответствует тривиальная оценка $+\infty$. Поэтому предлагается модифицировать постановку задачи следующим образом:

1) ограничения (2.32) меняем на ограничения

$$(\Delta q_{ij} - \overline{\Delta q_{ij}})(\Delta q_{ij} - \underline{\Delta q_{ij}}) \le 0, (\Delta a_{ij} - \overline{\Delta a_{ij}})(\Delta a_{ij} - \underline{\Delta a_{ij}}) \le 0, \; i,j=\overline{1,n}. \tag{2.40}$$

Заметим, что в [58] описывалось преобразование задачи путем замены переменных

$$\Delta\tilde{q}_i = \Delta q_i - \frac{\overline{\Delta q_i} + \underline{\Delta q_i}}{2}, \; \Delta\tilde{a}_{ij} = \Delta a_{ij} - \frac{\overline{\Delta a_{ij}} + \underline{\Delta a_{ij}}}{2},$$

и замены ограничений (2.32) на ограничения вида $\Delta\tilde{q}_i^2 \le \dfrac{(\overline{\Delta q_i} - \underline{\Delta q_i})^2}{4}$, $\Delta\tilde{a}_{ij}^2 \le \dfrac{(\overline{\Delta a_{ij}} - \underline{\Delta a_{ij}})^2}{4}$, $i,j=\overline{1,n}$. С точки зрения двойственных оценок обе процедуры эквивалентны, поскольку значение оценок инвариантно по отношению к линейному преобразованию пространства переменных);

2) для переменных z и y воспользуемся несколько искусственным приемом, добавив ограничения

$$(z_{ij}-\bar{z}_{ij})z_{ij}\le 0, (y_{ij}-\bar{y}_{ij})y_{ij}\le 0,\ i,j=\overline{1,n}\ z_i^2\le\bar{z}_i^2,\ y_i^2\le\bar{y}_i^2,$$
$$i,j=\overline{1,n}, \tag{2.41}$$

а в задаче А еще и

$$v^2\le\bar{v}^2. \tag{2.42}$$

Численные значения параметров $\bar{z}$, $\bar{y}$ и $\bar{v}$, которые задают возможные диапазоны изменения соответствующих переменных, определяются по результатам анализа исходной задачи. Недостаток этого приема заключается в том, что если оценка $\psi^* = \psi(u^*)$ достигается при таком u^*, что соответствующий хотя бы одному из ограничений (2.41), (2.42) множитель Лагранжа не равен нулю, то значение ψ^* будет зависеть от параметров $\bar{z}$, $\bar{y}$ и $\bar{v}$. Поэтому для лучшего результата желательны дополнительные ограничения, которые бы «сгладили» эту зависимость. Однако, такое расширение имеет и свои позитивные моменты благодаря наличию ограничений типа $x_i^2\le\bar{x}_i^2$ по всем переменным. Сведем квадратичные задачи к однородному виду путем домножения всех линейных мономов в задаче на дополнительную бинарную переменную t, а условие бинарности учтем путем добавления в ограничения уравнения

$$t^2 = 1. \tag{2.43}$$

При этом значение двойственной оценки, как показано в [58], не изменится.

Таким образом, мы получили представление исходных оптимизационных задач А и В в виде следующих однородных квадратичных задач:

Задача А

$$\max vt$$
$$z_jt-\sum_{i=1}^{n}(a_{ji}z_it+\Delta a_{ji}z_i)=q_j+\Delta q_jt,\quad j=\overline{1,n},$$
$$\beta(a_{jj}+\Delta a_{jj}t)+\beta(l_j(q_j+\Delta q_jt)+d_j)+\sum_{i=1,i\ne j}^{n}(a_{ij}+\Delta a_{ij}t)\le\beta,\quad j=\overline{1,n},$$
$$a_{jj}+\Delta a_{jj}t+l_j(q_j+\Delta q_jt)+d_j\le 1,\quad j=\overline{1,n},$$
$$\Delta q_{ij}^2-(\overline{\Delta q_{ij}}+\underline{\Delta q_{ij}})\Delta q_{ij}t+\overline{\Delta q_{ij}}\,\underline{\Delta q_{ij}}\le 0,\ i,j=\overline{1,n},$$
$$\Delta a_{ij}^2-(\overline{\Delta a_{ij}}+\underline{\Delta a_{ij}})\Delta a_{ij}t+\overline{\Delta a_{ij}}\,\underline{\Delta a_{ij}}\le 0, i,j=\overline{1,n},$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} b_{kij} y_{ij}^2 \le B_k\,,\ k=\overline{1,K}\,,$$

$$y_{ij}^2 + \Delta a_{ij} t \ge 0\,,\ i,j=\overline{1,n}\,,$$

$$vz^T\alpha + tz^T h - vt = 0\,.$$

$$z_{ij}^2 - \overline{z_{ij}} z_{ij} t \le 0,\ y_{ij}^2 - \overline{y_{ij}} y_{ij} t \le 0,\ i,j=\overline{1,n}\,,$$

$$z_i^2 \le \overline{z}_i^2\,,\ y_{ij}^2 \le \overline{y}_i^2\,,\ i,j=\overline{1,n}\,,$$

$$v^2 \le \overline{v}^2\,,$$

$$t^2 = 1.$$

Задача B

$$\max(z^T\alpha t)$$

$$z_j t - \sum_{i=1}^{n}(a_{ji} z_i t + \Delta a_{ji} z_i) = q_j + \Delta q_j t, \quad j=\overline{1,n},$$

$$\beta(a_{jj} + \Delta a_{jj} t) + \beta\,(l_j(q_j + \Delta q_j t) + d_j) + \sum_{i=1, i\ne j}^{n}(a_{ij} + \Delta a_{ij} t) \le \beta\,, \quad j=\overline{1,n},$$

$$a_{jj} + \Delta a_{jj} t + l_j(q_j + \Delta q_j t) + d_j \le 1, \quad j=\overline{1,n}\,,$$

$$\Delta q_{ij}^2 - (\overline{\Delta q_{ij}} + \underline{\Delta q_{ij}})\Delta q_{ij} t + \overline{\Delta q_{ij}}\,\underline{\Delta q_{ij}} \le 0,\ i,j=\overline{1,n},$$

$$\Delta a_{ij}^2 - (\overline{\Delta a_{ij}} + \underline{\Delta a_{ij}})\Delta a_{ij} t + \overline{\Delta a_{ij}}\,\underline{\Delta a_{ij}} \le 0, i,j=\overline{1,n},$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} b_{kij} y_{ij}^2 \le B_k\,,\ k=\overline{1,K},$$

$$y_{ij}^2 + \Delta a_{ij} t \ge 0\,,\ i,j=\overline{1,n}\,,$$

$$(z_{ij} - \overline{z_{ij}}) z_{ij} \le 0, (y_{ij} - \overline{y_{ij}}) y_{ij} \le 0,\ i,j=\overline{1,n}\,,$$

$$z_i^2 \le \overline{z}_i^2\,,\ y_{ij}^2 \le \overline{y}_i^2\,,\ i,j=\overline{1,n}\,,$$

$$t^2 = 1.$$

Эти постановки будем считать базовыми, а двойственные оценки ψ^* для них в дальнейшем можно будет уточнять, добавляя новые функционально избыточные ограничения.

Аналогично результатам, полученным в [59], нахождение двойственной квадратичной оценки ψ^* полученных квадратичных постановок можно свести к безусловной задаче минимизации (на основе точной негладкой штрафной функции и того факта, что для однородных квадратичных задач решение внутренней задачи достигается при $x_i = 0,\ i=\overline{1,n}$).

Теорема 2.3 [58]. Если множество ограничений однородной квадратичной задачи

$$f^* = \{\inf x^T K_0 x : f_i(x) = x^T K_i x + c_i \le 0, i \in I,$$

$$f_i(x) = x^T K_j x + c_j = 0, j \in J; x \in \Re^n\}$$

включает набор ограничений $x_i^2 + c_i = 0$, $i \in I_1$, и $x_i^2 + c_i \le 0$, $i \in J_1$, такой, что $I_1 \cup J_1 = \{1, 2, \ldots, n\}$ и $I_1 \cap J_1 = \{\varnothing\}$, то при $N > -\left(\sum_{i \in I_1} c_i + \sum_{i \in J_1} c_i\right)$ двойственная оценка ψ^* для нее равна

$$\psi^* = \min_{u \in U^-}\left(\sum_{i \in I \cup J} c_i u_i + N \max\left(0;\, u_i,\, i \in J_1; \lambda_{\max}\,(K(u))\right)\right), \quad (2.44)$$

где $U^- = \{u : u_i \le 0, i \in (J \setminus J_1)\}$, $K(u) = K_0 + \sum_{i \in I \cup J} u_i K_i$ – гессиан функции Лагранжа рассматриваемой квадратичной задачи.

В итоге оценка оптимальных значений целевых функций в задачах А и В сводится к задачам вида (2.44), размерности которых равны соответственно $(4n^2 + 7n + K + 3)$ (размерность матрицы $K(u)$ в задаче А равна $(2n^2 + 2n + 2)$) и $(4n^2 + 7n + K + 1)$ (размерность матрицы $K(u)$ в задаче В равна $(2n^2 + 2n + 1)$). При такой постановке не нужно решать внутреннюю задачу (систему линейных уравнений), и ограничение на отрицательную определенность матрицы функции Лагранжа учтено непосредственно в функционале. Отметим, что при добавлении новых семейств функционально избыточных ограничений в виде однородных квадратичных ограничений (в случае наличия линейных мономов, они умножаются на ту же переменную t) общий вид задачи (2.44) не меняется.

Для вычислительных экспериментов была написана программа на языке Octave, реализующая описанный подход для нахождения оценки ψ^* для задачи В (для решения задачи минимизации (2.44) использовалась модификация r-алгоритма). В качестве тестовой выбрана семиотраслевая модель ($n = 7$) с одним ограничением вида (2.36) (на ресурсы для проведения структурно-технологических преобразований), для которой мультипликатор Кейнса в известном локальном минимуме равен 0,6464. Параметры ограничений (2.41) приняты равными: $\bar{z}_i = 1$, $\bar{y}_{ij} = \sqrt{\Delta a_{ij}}$, $i, j = \overline{1, n}$. Размерность матрицы $K(u)$ равна 113×113, количество двойственных переменных (размерность вектора u) – 296. Для целевой функции (мультипликатора Кейнса) получена оценка 0,8929. При замене переменных Δa_{ij} на значения локального экстремума, полученного программой MULSTR1, естественно получаем оценку, равную значению функции в этой точке (относительно других переменных исходная задача линейна). Если же «отпускать» одну из отраслей, то, например, при i = 1 (фиксируются Δa_{ij}, $i = \overline{2,n}$, $j = \overline{1,n}$) имеем ψ^* = 0,7259, при i = 2 – ψ^* = 0,6854, при i = 3 – ψ^* = 0,7043. Как видим, отклонения от оптимального значения достаточно существенны, поэтому были проведены вычислительные эксперименты с добавлением различных функционально избыточных ограничений (см. раздел 3.1). Были использованы различные комбинации ограничений вида $(b_i^T x + c_i)(b_j^T x + c_j) \geq 0$ [56], которые являются следствием линейных ограничений-неравенств $b_i^T x + c_i \geq 0$ и $b_j^T x + c_j \geq 0$. К данному типу относятся ограничения (2.29), (2.30), а также линейные ограничения вида $L_i \leq x_i \leq U_i$, которые следуют из квадратичных ограничений (2.40)–(2.43). Кроме того, использовались ограничения, которые получаются вследствие попарного суммирования ограничений 3-й степени

$$(x_i - L_i)(x_j - L_j)(x_k - L_k) \geq 0 \text{ и } (U_i - x_i)(U_j - x_j)(U_k - x_k) \geq 0,$$
$$(x_i - L_i)(x_j - L_j)(U_k - x_k) \geq 0 \text{ и } (U_i - x_i)(U_j - x_j)(x_k - L_k) \geq 0,$$
$$(x_i - L_i)(U_j - x_j)(L_k - x_k) \geq 0 \text{ и } (U_i - x_i)(x_j - L_j)(U_k - x_k) \geq 0,$$
$$(U_i - x_i)(x_j - L_j)(x_k - L_k) \geq 0 \text{ и } (x_i - L_i)(U_j - x_j)(U_k - x_k) \geq 0,$$

являющихся следствием ограничений типа $L_i \leq x_i \leq U_i$; например,

$$L_i L_j L_k - U_i U_j U_k + (L_k - U_k) x_i x_j + (L_j - U_j) x_i x_k + (L_i - U_i) x_k x_j +$$
$$+ (U_j U_k - L_j L_k) x_i + (U_i U_k - L_i L_k) x_j + (U_i U_j - L_i L_j) x_k \leq 0.$$

К сожалению, структура задачи не позволила за счет апробированных нами выборок функционально избыточных ограничений существенно улучшить оценку начальной квадратичной постановки (изменение составило менее 2 %, в то время как отличие нижней оценки от верхней равно 27,6 %), а их пошаговое накопление приводит к негладким задачам такой размерности, которая делает невозможным их решение за приемлемое время. Однако есть основания ожидать улучшения двойственных оценок за счет введения новых семейств функционально избыточных ограничений (см. раздел 3.1.3).

2.3. Оптимальные нормированные векторы конечного продукта и добавленной стоимости в продуктивной модели Леонтьева

Устойчивость экономических, транспортных, энергетических и других систем, как правило, характеризуется величиной максимального собственного числа некоторой матрицы. Компоненты собственных векторов, отвечающих этому числу, связаны со значениями параметров системы в состоянии устойчивого равновесия. Для экономических систем эту роль выполняют числа и векторы Фробениуса квадратных матриц с неотрицательными коэффициентами [61, 62].

В разделе 2.3.1 приведены краткие сведения о продуктивных моделях Леонтьева. Предложенная в разделе 2.3.2 модель (2.50)–(2.53), объединяющая прямую и двойственную статические модели Леонтьева, позволяет использовать для анализа экономической системы сингулярные числа и собственные векторы некоторых симметрических матриц. С их помощью можно исследовать связи между затратами на производство продукции и ценами при распределении продукции в экономической системе. Это пополняет арсенал средств анализа качественных свойств леонтьевских моделей, который можно осуществить с помощью чисел и векторов Фробениуса (см. [63–70]). В разделе 2.3.3 приведены оптимальные нормированные структуры конечного продукта (векторы y^*) и оптимальные нормированные структуры добавленной стоимости (векторы w^*) для 15-отраслевых матриц Леонтьева [66].

Если технологические процессы описываются с помощью прямоугольных $m \times n$-матриц A, в которых количество столбцов n (технологии) и количество строк m (выпуск) не совпадают, то для таких процессов число и векторы Фробениуса напрямую неприменимы, так как не имеют аналогов для прямоугольных матриц. Оказывается, что в этом случае они связаны с максимальным сингулярным числом прямоугольной матрицы A, квадрат которого можно интерпретировать как число Фробениуса для квадратной матрицы, которая получена умножением прямоугольной матрицы на транспонированную. Роль векторов Фробениуса здесь выполняют левый и правый сингулярные векторы – собственные векторы

$m{\times}m$-матрицы AA^T и $n{\times}n$-матрицы A^TA, которые соответствуют квадрату максимального сингулярного числа [70].

Свойства максимального сингулярного числа σ_A для прямоугольных матриц и его роль в экономических моделях исследуются в разделе 2.3.4. Для этого рассматривается квадратичная экстремальная задача, в которой оптимальное значение целевой функции равно σ_A [69]. Далее в разделе 2.3.5 для неотрицательных матриц будет описана экономическая интерпретация числа σ_A и отвечающих ему сингулярных векторов. Проведено также сравнение числа σ_A с числом Фробениуса для обратной матрицы Леонтьева в агрегированном 15-отраслевом балансе Украины за 2003–2009 годы.

2.3.1. Прямая и двойственная модели Леонтьева

Рассматривается экономика с n чистыми отраслями, т. е. каждая отрасль производит один вид продукции, и разные отрасли выпускают разные виды продукции. В экономических приложениях имеют дело с неотрицательными и неразложимыми матрицами. Неотрицательной называют матрицу, все компоненты которой неотрицательны.

Пусть $A \geq 0$ – неотрицательная $n{\times}n$ –матрица $A = \{a_{ij}\}, \quad i, j = \overline{1,n}$, где коэффициент $a_{ij} \geq 0$ обозначает величину затрат продукции отрасли i на изготовление единицы продукции отрасли j. Величины a_{ij} могут быть заданы в натуральном или в стоимостном выражении. Матрица A называется матрицей Леонтьева (матрицей коэффициентов прямых затрат, матрицей технологических коэффициентов). Для экономики страны (региона) матрица A несет информацию о сложившейся структуре межотраслевых связей, о существующей технологии общественного производства и т. д.

Матрицу A называют *неразложимой*, если одновременной перестановкой строк и столбцов ее нельзя привести к виду

$$A = \begin{Bmatrix} A_1 & A_2 \\ 0 & A_3 \end{Bmatrix},$$

где A_1 и A_3 – квадратные подматрицы размеров $k \times k$ и $(n-k) \times (n-k)$, соответственно. Неразложимость матрицы A означает, что каждая отрасль использует продукцию всех других отраслей.

Неотрицательную матрицу A называют *продуктивной*, если существует хотя бы один такой положительный вектор $x > 0$, что $(I - A)\, x > 0$, где I – единичная $n{\times}n$-матрица. Экономический смысл этого определения прозрачен: матрица A продуктивна, если существует такой план $x > 0$, что каждая отрасль может произвести некоторое количество конечной продукции (вектор $y = (I - A)\,x \geq 0$).

Пусть λ_A – число Фробениуса, оно равно $\lambda_{max}(A)$ – максимальному собственному числу матрицы A. Число Фробениуса λ_A для неотрицательной матрицы $A \geq 0$ всегда положительно и не меньше, чем абсолютное значение любого другого собственного числа матрицы A (теорема Фробениуса–Перрона).

Теорема 2.4 ([61], теорема 1.5). Неотрицательная матрица A продуктивна тогда и только тогда, когда $\lambda_A < 1$.

Если матрица A является продуктивной, то неотрицательной будет матрица

$$B = (I - A)^{-1},$$

Матрица B называется матрицей коэффициентов полных затрат (обратной матрицей Леонтьева). Для продуктивной матрицы A и соответствующей ей матрицы B числа Фробениуса связаны соотношениями

$$\lambda_B = \frac{1}{1-\lambda_A} \text{ и } \lambda_A = 1 - \frac{1}{\lambda_B}.$$

Прямой моделью Леонтьева называют модель «затраты-выпуск», которая описывается равенством

$$y = (I - A)x, \tag{2.45}$$

где $x = (x_1, \ldots, x_n)^T$ – вектор валового продукта и $y = (y_1, \ldots, y_n)^T$ – вектор конечного продукта, I – единичная $n \times n$-матрица. Здесь и везде далее T – символ транспонирования. Если матрица A является продуктивной, то

$$x = By, \text{ где } x \geq 0 \text{ для любого } y \geq 0. \tag{2.46}$$

Двойственной моделью Леонтьева является модель равновесных цен, описываемая равенством

$$w = (I - A^T)p, \tag{2.47}$$

где $p = (p_1, p_2, \ldots, p_n)^T$ – вектор цен (p_i – цена единицы продукта i-й отрасли), $w = (w_1, w_2, \ldots, w_n)^T$ – вектор норм добавленной стоимости. Если матрица A является продуктивной, то

$$p = B^T w, \text{ где } p \geq 0 \text{ для любого } w \geq 0. \tag{2.48}$$

Прямую и двойственную модели Леонтьева связывает соотношение

$$p^T y = w^T x, \tag{2.49}$$

которое означает, что национальный продукт совпадает с национальным доходом. Соотношение (2.49) следует из справедливости следующей цепочки равенств

$$p^T y = p^T (I - A)x = \left((I - A^T)p\right)^T x = w^T x.$$

2.3.2. Квадратичная экстремальная задача и алгоритм для продуктивной матрицы *A*

Пусть вектор $y \geq 0$ ($\|y\| = 1$) задает нормированную структуру конечного выпуска в прямой модели Леонтьева (2.45), а вектор ($\|c\| = 1$) задает нормированную структуру добавленной стоимости в двойственной модели Леонтьева (2.47). Здесь $\|\cdot\|$ – евклидова норма вектора.

Рассмотрим следующую задачу нелинейного программирования [64]

$$f^* = (p^*)^T y^* = \max_{y \in R^n,\, p \in R^n} p^T y \equiv \max_{x \in R^n,\, w \in R^n} w^T x = (w^*)^T x^* \quad (2.50)$$

при ограничениях

$$y = (I - A)\,x, \qquad x \geq 0, \qquad y \geq 0, \qquad (2.51)$$

$$w = (I - A^T)p, \qquad p \geq 0, \qquad w \geq 0, \qquad (2.52)$$

$$\|y\|^2 = 1, \qquad \|w\|^2 = 1, \qquad (2.53)$$

где A – заданная матрица Леонтьева (неотрицательная $n \times n$-матрица), а неизвестными являются компоненты n-мерных векторов x, y, p, w.

Условие эквивалентности «≡» в целевой функции (2.50) означает использование либо целевой функции $p^T y$, либо $w^T x$. Это следует из справедливости соотношения (2.49), которое связывает прямую и двойственную модели Леонтьева, заданные ограничениями (2.51) и (2.52) соответственно. Следовательно, в задаче (2.50)–(2.53) требуется найти такие нормированные векторы конечного выпуска (вектор y^*) и добавленной стоимости (вектор w^*), чтобы с точностью до некоторого постоянного множителя максимума достигал национальный продукт (национальный доход). Оптимальным значениям векторов y^* и w^* будут соответствовать такие значения векторов x^* и p^*, которые с точностью до постоянных множителей будут определять оптимальный валовой продукт в прямой модели Леонтьева и оптимальные цены в двойственной модели Леонтьева.

В общем случае нахождение векторов y^* и w^*, x^* и p^* требует использования численных методов оптимизации для решения квадратичной экстремальной задачи (2.50)–(2.53). Здесь целевая функция (2.50) является билинейной функцией либо от переменных p и y, либо от переменных w и x, а ограничения (2.53) содержат два квадратичных равенства. Однако оказывается, что в важных для экономических приложений случаях задача (2.50)–(2.53) может быть решена аналитически в терминах собственных чисел и собственных векторов симметрических матриц.

Если матрица A продуктивна и матрица $B = (I - A)^{-1}$, то задачу (2.50)–(2.53) можно решить в два этапа:

Этап 1. Находим векторы y^* и w^* путем решения квадратичной задачи

$$f^* = (w^*)^T B\, y^* = \max_{y \geq 0,\, w \geq 0} w^T B\, y \qquad (2.54)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 1, \qquad \sum_{i=1}^{n} w_i^2 = 1. \qquad (2.55)$$

Этап 2. Вычисляем $x^* = B\, y^*$ и $p^* = B^T w^*$.

Теорема 2.5 ([64], теорема 1). Если матрица A продуктивна, то решение задачи (2.50)–(2.53) имеет вид

$$y^* = \xi, \quad x^* = B\, y^*, \quad w^* = \eta, \quad p^* = B^T w^*.$$

где ξ и η – неотрицательные нормированные собственные векторы матриц $B^T B$ и $B\, B^T$, соответствующие их максимальным собственным числам $\lambda_{max}(B^T B)$ и $\lambda_{max}(B B^T)$. Оптимальное значение целевой функции (6) равно

$$f^* = \sqrt{\lambda_{max}(B^T B)} = \sqrt{\lambda_{max}(B\, B^T)} = \sigma_B, \qquad (2.56)$$

где σ_B – максимальное сингулярное число матрицы B.

Для продуктивной матрицы A векторы y^* и w^* не обязательно определяются единственным образом. Для их единственности достаточно, чтобы продуктивная матрица A была еще и неразложимой.

Теорема 2.6 ([65], теорема 2). Если матрица Леонтьева A продуктивна и неразложима, и ей соответствует матрица $B = (I - A)^{-1}$, то задача (2.50)–(2.53) имеет единственное решение, все компоненты которого положительны. Это решение имеет вид

$$y^* = \xi, \quad x^* = B\, y^*, \quad w^* = \eta, \quad p^* = B^T w^*,$$

где ξ и η – положительные нормированные собственные векторы матриц $B^T B$ и BB^T, соответствующие их максимальным собственным числам $\lambda_{max}(B^T B)$ и $\lambda_{max}(BB^T)$.

Приведем эквивалентную формулировку теоремы 2.6, которая проясняет содержательный смысл собственных векторов и максимального сингулярного числа.

Теорема 2.7. Если матрица A продуктивна и неразложима, а σ_B– максимальное сингулярное число матрицы $B = (I - A)^{-1}$, тогда задача (2.50)–(2.53) имеет единственное решение

$$f^* = \sigma_B, \quad y^* = \xi, \quad x^* = \sigma_B \eta, \quad w^* = \eta, \quad p^* = \sigma_B \xi,$$

где ξ и η – положительные нормированные собственные векторы матриц $B^T B$ и $B\,B^T$, соответствующие их максимальным собственным числам.

Для продуктивной и неразложимой матрицы Леонтьева A теорема 2.7 определяет оптимальную нормированную структуру конечного продукта (вектор y^*) и оптимальную нормированную структуру добавленной стоимости (вектор w^*). Первой соответствуют компоненты собственного вектора ξ, а второй – компоненты собственного вектора η.

2.3.3. Векторы y^* и w^* для Украины (15 отраслей)

Межотраслевой баланс экономики Украины с 2000 года ведется по 38 отраслям (кодам видов экономической деятельности). Он публикуется в ежегодных статистических сборниках Государственной службы статистики Украины (http://www.ukrstat.gov.ua). Широко используется также агрегированный 15-отраслевой баланс, который построен в результате объединения нескольких отраслей из 38-отраслевого баланса в одну агрегированную: так, например, добыча угля и торфа, добыча углеводородов и добыча неэнергетических материалов группируются в сектор добывающей промышленности.

В таблице 2.1 приведены оптимальные нормированные структуры конечного продукта (векторы y^*) и оптимальные нормированные структуры добавленной стоимости (векторы w^*) для 15-отраслевых матриц Леонтьева [66]. Эти матрицы построены на основе таблиц «затраты-выпуск» в ценах потребителей за 2003–2009 годы [67]. Использовался следующий способ их построения. Для каждой отрасли j из таблиц были взяты ее валовой выпуск V_j и объем продукции $\tilde{a}_{ij}$ отрасли i, израсходованный отраслью j в процессе производства. Коэффициенты матрицы Леонтьева a_{ij} получены в результате деления этих чисел: $a_{ij} = \tilde{a}_{ij} / V_j$.

Таблица 2.1. Оптимальные векторы y^* и w^* (Украина, 15 отраслей)

	2003		2004		2005		2006		2007		2008		2009	
λ_B	2,418		2,408		2,476		2,409		2,338		2,305		2,323	
σ_B	2,914		2,937		3,107		2,980		2,865		2,884		2,866	
	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*
Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,26	0,24	0,26	0,21	0,27	0,20	0,28	0,20	0,28	0,20	0,28	0,18	0,28	0,19
Рыбное хозяйство	0,28	0,10	0,26	0,09	0,30	0,10	0,29	0,10	0,27	0,10	0,28	0,11	0,26	0,10
Добывающая промышленность	0,33	0,35	0,32	0,33	0,30	0,29	0,28	0,28	0,25	0,25	0,24	0,27	0,28	0,30
Перерабатывающая промышленность	0,55	0,76	0,57	0,78	0,55	0,81	0,55	0,80	0,56	0,78	0,56	0,79	0,54	0,76
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,26	0,20	0,24	0,17	0,22	0,16	0,22	0,16	0,23	0,16	0,23	0,16	0,25	0,18
Строительство	0,30	0,11	0,33	0,12	0,33	0,12	0,35	0,12	0,35	0,14	0,38	0,14	0,37	0,14
Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,19	0,27	0,17	0,26	0,23	0,29	0,24	0,30	0,23	0,32	0,22	0,30	0,23	0,32
Деятельность гостиниц и ресторанов	0,27	0,10	0,26	0,10	0,28	0,09	0,24	0,09	0,23	0,09	0,22	0,09	0,25	0,10
Деятельность транспорта и связи	0,21	0,22	0,21	0,24	0,23	0,22	0,24	0,23	0,26	0,24	0,26	0,25	0,25	0,26

Таблица 2.1. Оптимальные векторы y^* и w^* (Украина, 15 отраслей) (продолжение)

	2003		**2004**		**2005**		**2006**		**2007**		**2008**		**2009**	
λ_B	2,418		2,408		2,476		2,409		2,338		2,305		2,323	
σ_B	2,914		2,937		3,107		2,980		2,865		2,884		2,866	
	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*	y^*	w^*
Финансовая деятельность	0,12	0,11	0,11	0,14	0,09	0,09	0,07	0,07	0,08	0,09	0,07	0,08	0,06	0,07
Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,17	0,15	0,17	0,16	0,16	0,14	0,19	0,16	0,21	0,20	0,19	0,18	0,21	0,22
Государственное управление	0,15	0,06	0,16	0,07	0,11	0,05	0,10	0,04	0,11	0,05	0,12	0,05	0,09	0,04
Образование	0,10	0,04	0,09	0,03	0,10	0,03	0,10	0,04	0,09	0,03	0,10	0,04	0,11	0,04
Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,18	0,07	0,18	0,07	0,17	0,06	0,17	0,06	0,17	0,06	0,17	0,06	0,17	0,06
Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,16	0,07	0,16	0,07	0,15	0,06	0,15	0,07	0,15	0,08	0,13	0,07	0,14	0,08

Из табл. 2.1 следует достаточно высокая устойчивость компонент для ряда отраслей в парах векторов (y^*, w^*) для разных лет. Кроме того, максимальные сингулярные числа σ_B на 20–25% больше, чем числа Фробениуса λ_B. Это означает, что по критерию максимизации национального дохода оптимальные нормированные структуры конечного выпуска и добавленной стоимости лучше, чем их нормированные аналоги, найденные с помощью векторов Фробениуса.

Похожая ситуация имеет место для 22-отраслевых матриц Леонтьева (таблицы 8.1, [68]) из системы таблиц «затраты-выпуск» России за 2001–2003 годы. Оптимальные векторы y^* и w^* для этих матриц приведены в [68].

В приложении 1 приведены матрицы прямых затрат для экономики Украины за 2001–2009 гг. В приложении 2 приведены числа и векторы Фробениуса для 15-отраслевых матриц A и B для экономики Украины за 2003–2009 гг.

2.3.4. Максимальное сингулярное число прямоугольной матрицы и квадратичная экстремальная задача

Пусть A – вещественная $m \times n$-матрица и σ_A – ее такое максимальное сингулярное число, что $\sigma_A > 0$. Число $\sigma_A = \sqrt{\lambda_{max}(A_1)} = \sqrt{\lambda_{max}(A_2)}$, где $\lambda_{max}(A_1)$ и $\lambda_{max}(A_2)$ – максимальные собственные числа симметрических $m \times m$-матрицы $A_1 = AA^T$ и $n \times n$-матрицы $A_2 = A^TA$, соответственно. Левый и правый сингулярные векторы числа σ_A равны собственным векторам матриц A_1 и A_2, соответствующим максимальному собственному числу $\lambda_{max}(A_1) = \lambda_{max}(A_2) = \sigma_A^2$. Во избежание путаницы с правым и левым векторами Фробениуса взамен левого и правого сингулярных векторов будем использовать собственные векторы матриц A_1 и A_2, соответственно.

Лемма 2.1. Число σ_A равно оптимальному значению целевой функции в квадратичной экстремальной задаче

$$\sigma_A = (u^*)^T A x^* = \max_{x \in R^n,\ u \in R^n} u^T A x \tag{2.57}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} u_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1. \tag{2.58}$$

Оптимальным решением (u^*, x^*) в задаче (2.57)–(2.58) являются либо векторы

$$u^* = \xi(A_1), \quad x^* = A^T u^* / \| A^T u^* \|, \qquad (2.59)$$

либо векторы

$$x^* = \xi(A_2), \quad u^* = A x^* / \| A x^* \|, \qquad (2.60)$$

где $\xi(A_1)$ и $\xi(A_2)$ – собственные векторы матриц A_1 и A_2, соответствующие максимальным собственным числам $\lambda_{max}(A_1) = \lambda_{max}(A_2)$.

Доказательство. Задачу (2.57)–(2.58) можно записать в виде

$$\sigma_A = \max_{\|u\|=\|x\|=1} u^T A x = \max_{\|u\|=1} \varphi(u),$$

где $\varphi(u)$ – решение следующей подзадачи:

$$\varphi(u) = \max_x u^T A x \qquad (2.61)$$

при ограничении

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1. \qquad (2.62)$$

Пусть v – множитель Лагранжа, соответствующий ограничению (2.62). Функция Лагранжа для подзадачи (2.61)–(2.62) имеет следующий вид:

$$L(x, v) = u^T A x + v\,(1 - \sum_{i=1}^{n} x_i^2).$$

Из условия $\dfrac{\partial L(x,v)}{\partial x} = 0$ находим $A^T u - 2\,v\,x(v) = 0$, откуда

$$x(v) = \frac{1}{2v} A^T u. \qquad (2.63)$$

В результате получаем

$$\psi(v) = L(x(v), v) = \frac{1}{4v} \| A^T u \|^2 + v.$$

Функция $\psi(v)$ при $v^* = \dfrac{1}{2} \| A^T u \|$ достигает минимума $\psi^* = \psi(v^*) = \| A^T u \|$. Из (2.63) определяем оптимальное решение подзадачи (2.61)–(2.62)

$$x^*(u) = x(v^*) = A^T u / \| A^T u \|, \qquad (2.64)$$

при котором $\varphi(u) = \| A^T u \|$. Следовательно,

$$\max_{\|u\|=1} \varphi(u) = \max_{\|u\|=1} \| A^T u \| = \max_{\|u\|=1} \sqrt{u^T A A^T u} = \max_{\|u\|=1} \sqrt{u^T A_1 u}. \qquad (2.65)$$

С учетом того, что

$$\lambda_{max}(A_1) = \max_{\|u\|=1} u^T \ A_1 u,$$

получаем

$$\max_{\|u\|=1} \varphi(u) = \sqrt{\lambda_{max}(A_1)} = \sigma_A,$$

что доказывает равенство оптимального значения целевой функции в задаче (2.57)–(2.58) и числа σ_A.

Решением задачи (2.65) будет собственный вектор матрицы A_1, который соответствует ее максимальному собственному числу $\lambda_{max}(A_1)$. Отсюда с учетом (2.64) имеем $u^* = \xi(A_1)$ и $x^* = A^T u^* / \left\| A^T u^* \right\|$, что для задачи (2.57)–(2.58) доказывает оптимальность решения (u^*, x^*) по формуле (2.59).

Аналогично можно обосновать и формулу (2.60). Здесь соответствующая задача имеет вид:

$$\sigma_A = \max_{\|x\|=\|u\|=1} u^T \ A\, x = \max_{\|x\|=1} \varphi(x)$$

где $\varphi(x)$ – решение следующей подзадачи:

$$\varphi(x) = \max_{u} \ u^T A\, x \tag{2.66}$$

при ограничении

$$\sum_{i=1}^{m} u_i^2 = 1. \tag{2.67}$$

Для подзадачи (2.66)–(2.67) имеем решение

$$u^*(x) = A\, x / \| Ax \|, \tag{2.68}$$

при котором $\varphi(x) = \| Ax \|$. Следовательно,

$$\max_{\|x\|=1} \varphi(x) = \max_{\|x\|=1} \sqrt{x^T A^T A\, x} = \max_{\|x\|=1} \sqrt{x^T A_2^T x} = \sqrt{\lambda \max(A_2)} = \sigma_A. \tag{2.69}$$

Для задачи (2.69) оптимальным решением x^* будет $\xi(A_2)$ – собственный вектор матрицы A_2, соответствующий ее максимальному собственному числу $\lambda_{max}(A_2)$. С учетом (2.68) имеем $x^* = \xi(A_2)$ и $u^* = A\, x^* / \| A\, x^* \|$, что доказывает оптимальность решения (u^*, x^*) по формуле (2.60) для задачи (2.57)–(2.58). Этим завершается доказательство леммы.

Если кратность числа σ_A больше единицы, то это число – единственное оптимальное значение целевой функции, но ему соответствует бесконечно много оптимальных решений в задаче (2.57)–(2.58). Лемма 2.1 отражает взаимосвязь между входящими в оптимальное решение векторами из множеств собственных векторов матриц A_1 и A_2, отвечающих их максимальным собственным числам $\lambda_{max}(A_1) = \lambda_{max}(A_2)$. С помощью леммы 2.1 можно найти одно (но произвольное) оптимальное решение из множества оптимальных решений, которое зависит выбора векторов в формулах (2.58) или (2.60).

Если используется формула (2.59), то оптимальное решение (u^*, x^*) состоит из вектора u^* – некоторого произвольного собственного вектора матрицы A_1 (им может быть как любой из базисной системы собственных векторов, так и произвольная их нормированная линейная комбинация с неотрицательными коэффициентами) и вектора x^* – собственного вектора матрицы A_2, но не произвольного, а вычисленного по формуле (2.59). По существу, для собственного вектора матрицы $A_1 = AA^T$ выполняется равенство

$$\lambda_{max}(A_1)\ \xi(A_1) = \lambda_{max}(A_1)\ A\ A^T\ \xi(A_1). \qquad (2.70)$$

Если это равенство умножить справа на матрицу A^T, то получается

$$\lambda_{max}(A_1)\ A^T\ \xi(A_1) = \lambda_{max}(A_1)\ A^T A\ (A^T\ \xi(A_1)). \qquad (2.71)$$

Из (2.71) легко увидеть, что вектор $\xi(A_2) = A^T \xi(A_1) \,/\, \| A^T \xi(A_1) \|$ является собственным вектором матрицы $A_2 = A^T A$, так как при $\lambda_{max}(A_1) = \lambda_{max}(A_2)$ для него выполняется равенство

$$\lambda_{max}(A_2)\ \xi(A_2) = \lambda_{max}(A_2)\ A^T A\ \xi(A_2). \qquad (2.72)$$

Если для вычисления собственного вектора использовать формулу (2.60), то получим аналогичную ситуацию, но при этом выбирается любой из базисной системы собственных векторов для матрицы A_2 или произвольная их нормированная линейная комбинация с неотрицательными коэффициентами. Здесь оптимальное решение (u^*, x^*) состоит из вектора x^* – некоторого произвольного собственного вектора матрицы A_2 и вектора u^* – собственного вектора матрицы A_1, но не произвольного, а вычисленного по формуле (2.60). Действительно, если равенство (2.72) умножить справа на матрицу A, то получим равенство

$$\lambda_{max}(A_2)\, A\, \xi(A_2) = \lambda_{max}(A_2)\, A\, A^T\, (A\, \xi\, A_2). \qquad (2.73)$$

Учитывая, что $\lambda_{max}(A_2) = \lambda_{max}(A_1)$, из (2.73) следует справедливость равенства (2.70) для вектора $\xi(A_1) = A\, \xi(A_2)\ /\ \|\ A\, \xi(A_2)\ \|$. Следовательно, вектор $\xi(A_1) = A\, \xi(A_2)\ /\ \|\ A\, \xi(A_2)\ \|$ является собственным вектором матрицы A_1, соответствующим ее максимальному собственному числу $\lambda_{max}(A_1)$.

Из вышеизложенного следует справедливость следующей леммы.

Лемма 2.2. Если кратность σ_A равна единице, то числу σ_A в задаче (2.57), (2.58) соответствует единственное оптимальное решение (u^*, x^*), компоненты которого

$$u^* = \xi(A_1) \text{ и } x^* = \xi(A_2) \qquad (2.74)$$

равны собственным векторам матриц A_1 и A_2, отвечающим их максимальным собственным числам $\lambda_{max}(A_1) = \lambda_{max}(A_2)$.

Этот случай имеет место при анализе экономических моделей, где коэффициенты матрицы являются неотрицательными. Аналогичная ситуация и для случая, когда кратность числа σ_A больше единицы, если коэффициенты в матрице A возмутить так, чтобы получившиеся матрицы $A\, A^T$ и A^TA имели единственное максимальное собственное число.

2.3.5. Экономическая интерпретация оптимального решения

Напомним, что число Фробениуса λ_A равно максимальному собственному числу $n \times n$-матрицы A с неотрицательными коэффициентами. Правый вектор Фробениуса равен вектору x_A, такому что

$$A\, x_A = \lambda_A x_A \text{ и } \sum_{i=1}^{n} (x_A)_i = 1. \qquad (2.75)$$

Левый вектор Фробениуса равен вектору p_A, такому что

$$A^T p_A = \lambda_A p_A \text{ и } \sum_{i=1}^{n} (p_A)_i = 1. \qquad (2.76)$$

В соотношениях (2.75) и (2.76) векторы Фробениуса отмасштабированы таким образом, чтобы сумма их компонент равнялась единице. Это связано с удобством интерпретации каждой из компонент этих векторов, например как доли (в процентном соотношении) вклада той или иной технологии в конечный выпуск продукции. Для симметрической матрицы правый и левый векторы Фробениуса совпадают. Такой вектор назовем вектором Фробениуса. Нормированный вектор Фробениуса является собственным вектором симметрической матрицы A, соответствующим ее максимальному собственному числу λ_A.

Для неотрицательных и неразложимых матриц теорема Фробениуса-Перрона (теорема 1.1 [61, с. 29]) гарантирует существование правого (левого) вектора Фробениуса, все компоненты которого положительны. Из изложенного выше следует справедливость такой леммы.

Лемма 2.3. Если неотрицательная $m \times n$-матрица A не содержит нулевых строк и столбцов, а минимальная по размеру из матриц $A_1 = A\,A^T$ и $A_2 = A^TA$ является неразложимой, то число σ_A в задаче (2.57), (2.58) достигается в единственной точке (u^*, x^*), все компоненты которой положительны. При этом вектор u^* равен нормированному вектору Фробениуса для матрицы A_1, а вектор x^* равен нормированному вектору Фробениуса для матрицы A_2.

Содержательный смысл оптимального решения задачи (2.57), (2.58) рассмотрим на примере линейной системы $y = Ax$ со входом $x \in R^n$ и выходом $y \in R^m$, которая описывает процесс производства m видов продукции n предприятиями (технологиями). Здесь A – неотрицательная технологическая $m \times n$-матрица, в которой коэффициент a_{ij} означает количество i-го продукта произведенного по j-й технологии, $i = 1,..., m$, $j = 1,..., n$. Величина $a_{ij} > 0$, если i-й продукт производится по j-й технологии и $a_{ij} = 0$ в противном случае.

Задачу (2.57), (2.58) для указанного процесса можно записать в таком виде: найти

$$\sigma_A = (u^*)^T y^* = \max_{y \in R^m,\, u \in R^m} u^T y \tag{2.77}$$

при ограничениях

$$y = A\,x, \quad x \in R^n, \tag{2.78}$$

$$\sum_{i=1}^{m} u_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1. \tag{2.79}$$

Задача (2.77)–(2.79) является более прозрачной для интерпретации содержательного смысла максимального сингулярного числа σ_A и соответствующих ему сингулярных векторов, чем задача (2.57), (2.58). Легко увидеть, что если компоненты вектора $u \in R^m$

интерпретировать как цены на единицу производимых продуктов, то получаем оптимальное соотношение между нормированным вектором использования технологий и нормированным вектором цен. Оптимальное соотношение реализует максимум суммарной цены на производимые продукты и этот максимум равен числу σ_A – максимальному сингулярному числу матрицы A. Если выполнены условия леммы 2.3, то оптимальное соотношение однозначно определяет оптимальные цены, равные положительному нормированному вектору Фробениуса матрицы $A_1 = A\ A^T$, и оптимальное использование технологий, равное положительному нормированному вектору Фробениуса матрицы $A_2 = A^TA$.

К интересной двойственной интерпретации числа σ_A и векторов Фробениуса легко прийти, если задачу (2.57), (2.58) записать в таком виде: найти

$$\sigma_A = (p^*)^T x^* = \max_{p \in R^n, x \in R^n} p^T x \tag{2.80}$$

при ограничениях

$$p = A^T u, \quad u \in R^m, \tag{2.81}$$

$$\sum_{i=1}^{m} u_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1. \tag{2.82}$$

Задача (2.80)–(2.82) записана с помощью матрицы A^T и является не менее прозрачной, чем задача (2.77)–(2.79). Здесь вектор p определяет стоимости использования технологий, где цена на производство единицы каждого отдельного продукта одинакова. Легко видеть, что оптимальное значение целевой функции (2.80) отражает максимальную стоимость использования технологий и реализуется на таких же нормированном векторе использования технологий и нормированном векторе цен как и в задаче (2.77)–(2.79).

Указанная интерпретация оптимального решения задачи (2.57), (2.58) справедлива также, если $n = m$, т. е. количество технологий равно количеству продуктов. Однако, для квадратных матриц леммы 2.1 и 2.3 имеют больше приложений, так как в качестве неизвестных в задаче (2.57), (2.58) можно рассматривать не только используемые технологии, но и выпуск продукции. Проиллюстрируем это на примере модели Леонтьева $y = (I - A)\,x$, где x – валовый выпуск, y – конечный выпуск, A – матрица коэффициентов прямых затрат, I – единичная матрица. Здесь матрица Леонтьева ($I - A$) не является неотрицательной, но для продуктивной модели Леонтьева (ей соответствует $\lambda_A < 1$), неотрицательной является обратная матрица Леонтьева $B = (I - A)^{-1}$. Отсюда имеем, что $x = B\,y$, и леммы 2.1 и 2. 3 можно задействовать для конечного выпуска y и добавленной стоимости w, которая связана с двойственной (ценовой) моделью Леонтьева $w = (I - A^T)p$, где p – вектор цен, w – вектор норм добавленной стоимости.

Для продуктивной модели Леонтьева квадратичная экстремальная задача имеет вид: найти

$$\sigma_B = (w^*)^T B\, y^* = \max_{w \in R^n,\, y \in R^n} w^T B\, y \tag{2.83}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} w_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 1. \tag{2.84}$$

Если переобозначить $y \to x$, $w \to u$, то задача (2.83), (2.84) совпадает с задачей (2.57), (2.58,) и для нее применимы леммы 2.1 и 2.3.

В результате получим нормированные векторы конечного продукта и добавленной стоимости, которые отвечают максимизации числа σ_B – величины, пропорциональной национальному доходу [64]. При этом число σ_B всегда будет больше, чем число Фробениуса λ_B. Их сравнение для агрегированного 15-ти отраслевого баланса Украины за 2003–2009 годы приведено в таблице 2.2 [66]. Здесь λ_A – числа Фробениуса технологических матриц A, $\lambda_B = 1/(1 - \lambda_A)$. Из последнего столбца в таблице видим, что число σ_B превышает число Фробениуса λ_B не меньше, чем на 20 процентов.

Таблица 2.2. Сравнение чисел λ_B и σ_B (Украина, 15 отраслей)

Год	λ_A	λ_B	σ_B	$(\sigma_B - \lambda_B)/\lambda_B$
2003	0,58641	2,41787	2,914	0,205
2004	0,58476	2,40825	2,937	0,220
2005	0,59611	2,47591	3,107	0,255
2006	0,58495	2,40936	2,980	0,237
2007	0,57231	2,33812	2,865	0,225
2008	0,56623	2,30535	2,884	0,251
2009	0,56958	2,32332	2,866	0,234

Заключение. В разделе 2.3 показано, что сингулярное число матрицы и его сингулярные векторы для экономических моделей позволяют построить некоторые оптимальные соотношения, которые связывают ценовой и ресурсный факторы. Сингулярные векторы тесно связаны с векторами Фробениуса, они расширяют область действия последних на класс неотрицательных прямоугольных матриц. Однако интерпретация оптимальных соотношений связана с нормированными векторами, которые не играют большой роли в экономических приложениях. Чтобы заменить нормированные векторы на линейные выпуклые комбинации компонент существует большой резерв по модификации квадратичной экстремальной задачи (2.57), (2.58). Так, например, масштабирование переменных u и x позволяет рассматривать векторы, которые легко приблизить к выпуклым комбинациям. Такие задачи несколько сложнее, чем задача (2.57), (2.58). Их оптимальные решения будут определяться сингулярным числом некоторой модифицированнной технологической матрицы, которая получена умножением технологической матрицы слева и справа на диагональные матрицы.

2.4. Об алгоритмах вычисления стандартного товара Сраффы

Пьеро Сраффа (1898–1989) в своей знаменитой книге «Производство товаров посредством товаров» (см. [5] и перевод на немецкий с послесловием Бертрама Шефолда [71]) вводит понятие стандартного товара. Под этим Сраффа понимает следующее: произведенный экономикой отдельный составной товар и множество средств производства, а также чистый продукт и общий товарный выпуск находятся друг с другом в одинаковом соотношении. Содержащая всего 92 страницы книга Сраффы [5] написана очень сжато и разделена на 91 параграф. Сраффа ([71], п. 25) рассчитывает стандартный товар с помощью мультипликаторов (множителей), не объясняя, как они получаются. В данном разделе показано, что эти мультипликаторы являются компонентами собственного вектора. Речь идет о собственных значениях и собственных векторах так называемой матрицы «затраты-выпуск». Здесь полезной оказывается знаменитая теорема Перрона-Фробениуса (см. [72], [73]). Насколько авторам известно, эта связь до сих пор не была представлена в литературе. Текст раздела является переводом доклада [74][3].

2.4.1. Система производства Сраффы

Сраффа рассматривает экономику как совокупность n отраслей. Будем полагать, что в каждой отрасли производится ровно один товар. Для того чтобы отрасль j, $j = 1, ..., n$ смогла произвести общий обьем продукции x_j, она нуждается в общем объеме затрат s_{ij} от отрасли i, $i = 1, ..., n$. В данном разделе мы не будем рассматривать совместное производство Сраффы, при котором в отрасли производится несколько товаров. В каждой отрасли i имеются рабочие, которые выполняют в этой отрасли общую работу L_i, которая измеряется в *человеко-годах*. В этом случае L_i – это соответствующее количество рабочих в отрасли i. Сраффа далее предполагает, что все рабочие имеют одинаковую *ставку заработной платы* w. Кроме того, в каждой отрасли i производится некоторый излишек товаров d_i (surplus) (т. е. превышение произведенных товаров производственного назначения над тем их количеством, которое было затрачено в процессе производства, а также на средства существования рабочих – прим. ред.). Цена товара i обозначается p_i. Произведенный излишек и цены составляют векторы $d = [d_1, d_2, ..., d_n]^T$ и $p = [p_1, p_2, ..., p_n]^T$. При этом национальный доход ([5], п. 12) будет рассчитываться как $Y = d^Tp$, а $W = w\ Y$ – это общая заработная плата. Здесь Сраффа нормирует общее рабочее время величиной в один год и полагает, что $L = L_1 + \dots + L_i + \dots + L_n = 1$. В этом случае $0 \le L_i \le 1$ – доля отрасли i в общих затратах рабочего времени. В данном разделе рабочее время также рассчитывается с нормировкой $L = 1$. Сраффа также полагает наличие *единой нормы прибыли* r для всех предприятий. Кроме того, Сраффа как средство платежа использует не банковские деньги, а выбирает некоторый стандартный товар в качестве единицы измерения (*numéraire*) выплачиваемой зарплаты или прибыли. Стандартный товар производится рассмотренной экономикой. При этом цена стандартного товара полагается равной 1, а остальные цены – это относительные цены, выраженные в соответствующих единицах. Общий выпуск q_i отрасли i состоит из суммы количеств товаров s_{ij} и, кроме того, излишка d_i, произведен-

[3] Перевод с немецкого выполнил М. М. Андрияш, редактирование – Т. А. Бардадым

ного в этой отрасли. В табл. 2.3 приведены количества товаров s_{ij}, излишки d_i и общий выпуск q_i.

Таблица 2.3. Количество товара s_{ij}, излишки d_i и общий выпуск q_i

Секторы	**Секторы**							**Излишек**	**Трудозатраты**	**Общий выпуск**
	S_1	S_2	S_3	…	S_i	…	S_n			
S_1	S_{11}	S_{12}	S_{13}		S_{1j}		S_{1n}	d_1	L_1	q_1
S_2	S_{21}	S_{ij}	S_{ij}		S_{ij}		S_{ij}	d_2	L_2	q_2
…										
S_i	S_{i1}	S_{ij}	S_{ij}		S_{ij}		S_{ij}	d_i	L_i	q_i
…										
S_n	S_{n1}	S_{ij}	S_{ij}		S_{ij}		S_{ij}	d_n	L_n	q_n

Если обозначить $e = [1, 1, ..., 1]^T$ единичный вектор и воспользоваться матрицами и векторами

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{n1} & s_{n2} & \dots & s_{nn} \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_n \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_n \end{bmatrix}, \qquad (2.85)$$

то общий выпуск можно рассчитать с помощью матричного уравнения

$$q = Se + d. \qquad (2.86)$$

Введем оператор диагонализации, преобразующий векторы в диагональные матрицы. Для вектора (2 × 2) он выглядит так:

$$Diag\,(q) := \hat{q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{q}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/q_1 & 0 \\ 0 & 1/q_2 \end{bmatrix}. \qquad (2.87)$$

В качестве примера мы выбираем схему производства Сраффы ([71], п. 5), и произвольно полагаем, что $L_1 = \frac{22}{34}$ и $L_2 = \frac{12}{34}$. Этот пример нужно понимать следующим образом: для того чтобы получить 575 *четвертей пшеницы* нужно израсходовать 280 *четвертей пшеницы*, 12 *тонн железа* и $\frac{22}{34}$ *общего рабочего времени*. Чтобы дополнительно получить 20 *тонн железа* нужно израсходовать 120 *четвертей пшеницы*, 8 *тонн железа* и $\frac{12}{34}$ *общего рабочего времени*.

$$280 \text{ \textit{четв. пшен.}} + 12 \text{ \textit{т. железа}} + \frac{22}{34} \text{ \textit{работы}} \rightarrow 575 \text{ \textit{четв. пшен.}} \quad (2.88)$$

$$120 \text{ \textit{четв. пшен.}} + 8 \text{ \textit{т. железа}} + \frac{12}{34} \text{ \textit{работы}} \rightarrow 20 \text{ \textit{т. железа.}} \quad (2.89)$$

Из этой схемы производства мы вычисляем матрицы и векторы

$$S = \begin{bmatrix} 280 & 120 \\ 12 & 8 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 175 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad q = Se + d = \begin{bmatrix} 575 \\ 20 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 22/34 \\ 12/34 \end{bmatrix}, \quad (2.90)$$

с которыми далее будут проводиться расчеты в матричном виде.

2.4.2. Понятие стандартной системы и стандартного товара

Замысел Сраффы ([71], п. 23) состоит в том, чтобы цену одного товара выражать в количествах другого товара, выбранного за единицу измерения (*numéraire*). Однако это осложняет изучение изменений цен, которые происходят при изменении распределения. Будут ли цены зависеть от товара, который измеряется, или от товара, выбранного в качестве единицы измерения? Сраффа осознает, насколько трудно найти конкретный товар, который мог бы служить единицей измерения, изменение цены которого не зависело бы ни от одного из измеряемых товаров. Однако Сраффа ([71], п. 24) пытается найти набор товаров, которые могли бы подойти.

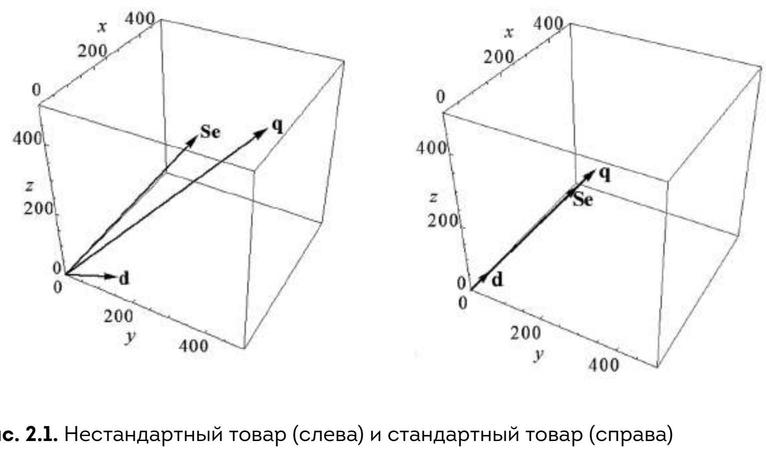


Рис. 2.1. Нестандартный товар (слева) и стандартный товар (справа)

Для этого Сраффа вводит понятие базисного продукта ([71], п. 6). «Критерием служит то, участвует ли товар (неважно, прямо или косвенно) в производстве всех товаров. Те товары, которые участвуют, мы будем называть *базисными*, а те, которые не участвуют, – *небазисными товарами*». Отрасль, которая производит базисный продукт, называется базисной отраслью. Далее Сраффа ([71], п. 25) выделяет из реальной экономической системы такие части отдельных базисных отраслей, что, взятые вместе, они формируют полную миниатюрную систему, обладающую тем свойством, что различные товары представлены среди ее совокупных средств производства в тех же пропорциях, как и среди ее продуктов. Сраффа ([71], п. 26) называет эту часть системы производства *стандартной системой*, а произведенный набор товаров – *стандартным составным товаром*.

Вектор Se обозначает средства производства. Для *стандартного товара*, рис. 2.1 справа, параллельность векторов получается из свойств пропорции $q,\ q-d=Se,\ d$

$$q \parallel q-d=Se \parallel d\,. \tag{2.91}$$

При этом возникает вопрос построения конкретного *стандартного товара*.

2.4.3. Вычисление стандартного товара из нестандартного товара

Указанный способ Сраффа получает из системы производства, которая производит *нестандартный товар*, так что три вектора q, Se, d не параллельны друг к другу. Умножая каждую из n строк схемы производства на число g_1, $i=1,\ldots,n$, Сраффа преобразует этот *нестандартный товар* в *стандартный*. Но Сраффа ([71], п. 25) не объясняет, как рассчитываются множители g_i, а просто приводит числовой пример.

Мы объединили эти множители в одну операцию и идентифицировали ее как *ортогональное аффинное преобразование Эйлера*. В рассматриваемом n-мерном пространстве при этом получаются объекты, ортогонально-аффинные исходным. Числа g_i – это коэффициенты *преобразования* к i-й оси.

Для иллюстрации рассмотрим пример (2.88)–(2.89) с $n = 2$ продуктами. Уравнение *ортогонального аффинного преобразования Эйлера* задается произведением диагональной матрицы $\hat{q}$ на матрицу S^T (S транспонированная) и на векторы d, q, L (2.90) и выглядит следующим образом

$$\tilde{S}^T=\hat{g}S^T=\begin{bmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} s_{11} & s_{21} \\ s_{12} & s_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} g_1s_{11} & g_1s_{21} \\ g_2s_{12} & g_2s_{22} \end{bmatrix};\ \tilde{d}=\tilde{q}-\tilde{S}e; \tag{2.92}$$

$$\tilde{q} := \hat{g}q = \begin{bmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 q_1 \\ g_2 q_2 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{L} = \hat{g}L = \begin{bmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 L_1 \\ g_2 L_2 \end{bmatrix}. \tag{2.93}$$

Диагональную матрицу $\hat{q}$ нужно рассчитать таким образом, чтобы векторы $\tilde{q}$, $\tilde{S}e$, $\tilde{d}$ были параллельны друг другу:

$$\tilde{q} \parallel \tilde{q} - \tilde{d} = \tilde{S}e \parallel \tilde{d}\,. \tag{2.94}$$

Из условия параллельности получается коэффициент пропорциональности, который рассчитывается с помощью множителя $(1+R)$:

$$\tilde{S}e\,(1+R) = Sg(1+R) = \tilde{q} = \hat{g}q = \hat{q}g\,. \tag{2.95}$$

Теперь идея состоит в том, чтобы умножить уравнение (2.95) слева на диагональную матрицу $\hat{q}^{\,-1}$. При этом получается:

$$\hat{q}^{-1}(Sg)(1+R) = \hat{q}^{-1}(S)g(1+R) = (\hat{q}^{-1})\hat{q}g = (\hat{q}^{-1}\hat{q})g = g\,. \tag{2.96}$$

При этом возникает матрица $D = (\hat{q}^{-1}S)$, которая далее будет называться *матрицей распределения*. Кроме того, из уравнения (2.96) мы выводим уравнение для собственного значения,

$$Dg(1+R) = g \;\;\Rightarrow\;\; Dg = \frac{1}{1+R}g = \lambda g, \tag{2.97}$$

где собственным значением будет $\lambda = \dfrac{1}{1+R}$. *Матрица распределения* $D = (\hat{q}^{-1}S)$ примера (2.88)–(2.89) теперь будет выглядеть таким образом:

$$D = (\hat{q}^{-1}S) = \begin{bmatrix} \frac{1}{575} & 0 \\ 0 & \frac{1}{20} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 280 & 120 \\ 12 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{56}{115} & \frac{24}{115} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}. \tag{2.98}$$

С помощью единичной матрицы $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ выпишем характеристический полином для уравнения собственного значения (2.97).

$$P_2(\lambda) = \det(D - \lambda I_2) = \lambda^2 - \frac{102}{115}\lambda + \frac{8}{115}\,. \tag{2.99}$$

Так как матрица $D = (\hat{q}^{-1}S)$ (2.98) положительная и неразложимая (см. [72], с. 395), то по теореме Фробениуса-Перрона существует максимальное действительное собственное значение, а именно $\lambda = \dfrac{1}{1+R} = 0{,}8$. Отсюда получается величина R = 0,25, обозначенная Сраффой как *максимальная норма прибыли*. Соответствующими λ = 0,8 собственными векторами являются $g = \left[\frac{2}{3}k,\ k\right]^T$.

При k = 1 получается собственный вектор $g = \left[\frac{2}{3},\ 1\right]^T$, а из него в итоге получается диагональная матрица

$$\hat{g} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (2.100)$$

Для примера Сраффы (2.88)–(2.89) и соответствующих ему матриц и векторов (2.90) можно вычислить матрицу $\tilde{S}$ и векторы $\tilde{q},\ \tilde{d},\ \tilde{L}$:

$$\tilde{S}^T = \hat{g}S^T = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 280 & 12 \\ 120 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{560}{3} & 8 \\ 120 & 8 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{q} = \hat{g}q = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 575 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1150}{3} \\ 20 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{d} = \tilde{q} - \tilde{S}e = \begin{bmatrix} \dfrac{1150}{3} \\ 20 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dfrac{920}{3} \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{230}{3} \\ 4 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{L} = \hat{g}L = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dfrac{22}{34} \\ \dfrac{12}{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{22}{51} \\ \dfrac{12}{34} \end{bmatrix}. \qquad (2.101)$$

При этом средства производства для обеих отраслей получаются как

$$\tilde{S}e = \begin{bmatrix} \dfrac{560}{3} & 120 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{920}{3} \\ 16 \end{bmatrix}. \qquad (2.102)$$

Три следующих вектора параллельны и выполняется нужное условие (2.94)

$$\tilde{S}e=\begin{bmatrix}\frac{920}{3}\\16\end{bmatrix}\parallel\tilde{q}=\begin{bmatrix}\frac{1150}{3}\\20\end{bmatrix}\parallel\tilde{d}=\begin{bmatrix}\frac{230}{3}\\4\end{bmatrix}. \qquad (2.103)$$

Получившаяся система производства $\tilde{S}, \tilde{q}, \tilde{d}, \tilde{L}$ образует стандартный товар. Из-за изменения количеств выпущенных товаров в каждом секторе соответственно совокупные трудозатраты больше не будут нормированы на 1. Действительно, $\tilde{L}^T e=\begin{bmatrix}\frac{22}{51} & \frac{12}{34}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\frac{40}{51}$. Новую нормировку можно получить с помощью *растяжения* системы производства $\tilde{S}, \tilde{q}, \tilde{d}, \tilde{L}$ с *коэффициентом растяжения* γ, в результате получается следующая система производства S_1, q_1, d_1, L_1.

$$L_1=\gamma\tilde{L}=\gamma\begin{bmatrix}\frac{22}{51}\\\frac{12}{34}\end{bmatrix};\ L_1^T e=\gamma\tilde{L}^T e=\gamma\begin{bmatrix}\frac{22}{51} & \frac{12}{34}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\gamma\frac{40}{51}=1. \quad (2.104)$$

Вместе с тем *коэффициентом растяжения* $\gamma=\frac{51}{40}$ и величины S_1, q_1, d_1, L_1 получаются из расширенной системы производства $\tilde{S}, \tilde{q}, \tilde{d}, \tilde{L}$:

$$S_1=\gamma\tilde{S}=\frac{51}{40}\cdot\begin{bmatrix}\frac{560}{3} & 120\\8 & 8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}238 & 153\\\frac{51}{5} & \frac{51}{5}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}238 & 153\\10{,}2 & 10{,}2\end{bmatrix},$$

$$S_1 e=\begin{bmatrix}238 & 153\\10{,}2 & 10{,}2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}391\\20{,}4\end{bmatrix},$$

$$q_1=\gamma\tilde{q}=\frac{51}{40}\cdot\begin{bmatrix}\frac{1150}{3}\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1955}{4}\\\frac{51}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}488{,}75\\25{,}5\end{bmatrix},$$

$$d_1=q_1-S_1 e=\begin{bmatrix}488{,}75\\25{,}5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}391\\20{,}4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}97{,}75\\5{,}1\end{bmatrix},\quad L_1=\begin{bmatrix}\frac{11}{20}\\\frac{9}{20}\end{bmatrix}. \quad (2.105)$$

Система производства S_1, q_1, d_1, L_1 – это тоже *стандартная система*, так как параллельность сохранилась

$$S_1 e=\begin{bmatrix}391\\20{,}4\end{bmatrix}\parallel d_1=\begin{bmatrix}97{,}75\\5{,}1\end{bmatrix}\parallel q_1=\begin{bmatrix}488{,}75\\25{,}5\end{bmatrix}. \qquad (2.106)$$

С рассчитанными матрицами (2.105) мы составляем схему производства и получаем:

$$238 \text{ \textit{четв. пшеницы}} + 10{,}2 \text{ \textit{т. железа}} + \frac{11}{20} \text{ \textit{работы}} \rightarrow$$
$$\rightarrow 488{,}75 \text{ \textit{четв. пшеницы},} \tag{2.107}$$

$$153 \text{ \textit{четв. пшеницы}} + 10{,}2 \text{ \textit{т. железа}} + \frac{9}{20} \text{ \textit{работы}} \rightarrow$$
$$\rightarrow 25{,}5 \text{ \textit{т. железа}.} \tag{2.108}$$

Таким образом, мы готовы рассчитывать абсолютные и относительные цены.

2.4.4. Ценовая модель Сраффы

Одна из целей работы Сраффы заключается в том, чтобы определить для каждой отрасли i цену p_i произведенного товара. При этом некоторое количество одного из n товаров определяется как единица измерения или средство платежа (*numéraire*). Для этого подходит, например, *«четверть пшеницы»*. Цены формируют вектор $p = [p_1, \ldots, p_n]^T$. Ценовая модель Сраффы для системы производства, которая не производит *стандартный товар*, приведена ниже:

$$S^T p\,(1 + r) + L\,(w \cdot Y) = \hat{q}p. \tag{2.109}$$

Аналогично схеме производства (2.88)–(2.89), ценовая модель Сраффы (2.109) для *нестандартных товаров* преобразовывается теперь в ценовую модель для *стандартных товаров*. При этом объекты n-мерного векторного пространства снова преобразуются с помощью *ортогонального аффинного преобразования Эйлера* с диагональной матрицей $\hat{g}$. Умножим слева уравнение (2.109) на диагональную матрицу $\hat{g}$:

$$\hat{g}(S^T p)(1 + r) + \hat{g}\,(L\,(w \cdot Y)) = \hat{g}\,(\hat{q}p). \tag{2.110}$$

Чтобы нормировать общее рабочее время, уравнение (2.110) умножается на *коэффициент растяжения* $\gamma = \dfrac{51}{40}$. В итоге получается искомая ценовая модель

$$\gamma\,(\hat{g}S^T)p(1 + r) + \gamma\,(\hat{g}L)(w \cdot Y) = \gamma\,(\hat{g}\hat{q})p. \tag{2.111}$$

Вместе с тем получаются уже известные матрицы и векторы (2.105):

$$S_1 = \gamma\,\hat{g}S^T = \frac{51}{40} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 280 & 12 \\ 120 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 238 & 10{,}2 \\ 153 & 10{,}2 \end{bmatrix},$$

$$\hat{q}_1 = \gamma \hat{g}\hat{q} = \frac{51}{40} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 575 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1955}{4} & 0 \\ 0 & \frac{51}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 488{,}75 & 0 \\ 0 & 25{,}5 \end{bmatrix},$$

$$L_1 = \gamma \hat{g} L = \frac{51}{40}\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{22}{34} \\ \frac{12}{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{11}{20} \\ \frac{9}{20} \end{bmatrix}, \quad e^T L_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{11}{20} \\ \frac{9}{20} \end{bmatrix} = 1. \qquad (2.112)$$

Теперь ценовую модель Сраффы для *стандартных товаров* (2.111) можно записать следующим образом:

$$S_1^T p(1+r) + L_1(w \cdot Y) = \hat{q}_1 p. \qquad (2.113)$$

Теперь речь идет о том, чтобы разрешить вопрос ценовой модели. Для этого следует определить параметры. Максимальная норма прибыли R получается из числа Фробениуса положительной неразложимой матрицы распределения $D = (\hat{q}^{-1}S)$ (2.98). То есть $R = \frac{1}{\lambda_1} - 1 = \frac{1}{0{,}8} - 1 = 0{,}25$. Сраффа ([71], п. 30) отмечает также, что для стандартных товаров следствием условия *параллельности* (2.94) будет линейное соотношение $w = w(r) = 1 - \frac{r}{R}$,

$$238p_1 + 10{,}2p_2(1+r) + \frac{11}{20}(w \cdot Y) = 488{,}75p_2,$$

$$153p_1 + 10{,}2p_2(1+r) + \frac{9}{20}(w \cdot Y) = 25{,}5p_2,$$

$$p_i = p_0 \text{ или } Y = Y_0;$$

$$r = r_0 = 0{,}15$$

$$w = 1 - \frac{r}{R}, \qquad (2.114)$$

которое также будет составной частью ценовой модели для стандартных товаров. Реальная норма прибыли r ограничена неравенством $0 \le r \le R$. В результате получаем, что $w(r = R) = 0$ и $w(r = 0) = 1$. С учетом этого мы устанавливаем, что в системе уравнений (2.114) при $n = 2$ мы имеем в общей сложности неизвестные p_1, p_2 и три параметра Y или p_0, r, w, которые должны быть определены ранее. Сраффа ([71], п. 12) рассчитывает национальный доход от стандартного товара $Y = d_1{}^T p$, общую сумму заработной платы $W = w \cdot Y$, валовую прибыль $P = r \cdot e^T S_1{}^T p$, совокупный капитал $K = e^T S_1{}^T p$ и общий выпуск $X = e^T \hat{q}_1{}^T p$.

Расширенная ценовая модель (2.114) теперь решена. Здесь мы также приводим как образец три варианта определения параметров Y или p_0, r, w.

а) Национальный доход нормируется как $Y = Y_0 = 1$ *ВВП*, норма прибыли $r = r_0 = 0{,}15$, отсюда норма зарплаты $w = 1 - \dfrac{0{,}15}{0{,}25} = 0{,}4$.

С помощью этих данных рассчитываются ***абсолютные цены:***

$$p_1 = \frac{56}{9775}\frac{ВВП}{четв.\ пшеницы},\ p_1 = \frac{22}{255}\frac{ВВП}{т.\ железа},$$

общая сумма заработной платы: $W = w \cdot Y = 0{,}4 \cdot 1 = 0{,}4$ *ВВП*, валовая прибыль: $P = r \cdot e^T S_1{}^T p = 0{,}15 \cdot [1\ 1]\begin{bmatrix} \dfrac{238}{153} & \dfrac{10{,}2}{10{,}2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{56}{9775} \\ \dfrac{22}{255} \end{bmatrix} = 0{,}6\ ВВП$

совокупный капитал:

$$K = e^T S_1{}^T p = [1\ 1]\begin{bmatrix} \dfrac{238}{153} & \dfrac{10{,}2}{10{,}2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{56}{9775} \\ \dfrac{22}{255} \end{bmatrix} = 4\ ВВП$$

и общий выпуск:

$$X = e^T \hat{q}_1{}^T p = [1\ 1]\begin{bmatrix} 238 & 10{,}2 \\ 153 & 10{,}2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{56}{9775} \\ \dfrac{22}{255} \end{bmatrix} = 5\ ВВП = K + Y.$$

Также проверяются национальный доход с излишками и ценами

$$Y = d_1{}^T p = [97{,}75\ \ 5{,}1] \begin{bmatrix} \dfrac{56}{9775} \\ \dfrac{22}{255} \end{bmatrix} = 0{,}56 + 0{,}44 = 1\ ВВП.$$

б) В качестве единицы измерения (*numéraire)* выбрана 1 *четверть пшеницы*. Таким образом цена пшеницы здесь будет равняться $p_0 = p_1 = 1\dfrac{четв.\ пшеницы}{четв.\ пшеницы} = 1$. Норма прибыли $r = r_0 = 0{,}15$, отсюда вычисляем норму заработной платы $w = 1 - \dfrac{0{,}15}{0{,}25} = 0{,}4$. С помощью этих данных рассчитывается **относительная *цена***

$$p_2 = \frac{1265}{84}\frac{четв.\ пшеницы}{т.железа} = 15{,}06\frac{четв.\ пшеницы}{т.железа}$$

и национальный доход с излишками и ценами

$$Y = d_1^T p = [97{,}7 \quad 5{,}1] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1265 \\ \hline 84 \end{bmatrix} = 174{,}553 \text{ } \textit{четв. пшеницы.}$$

После этого рассчитываем *общую сумму заработной платы:*

$$W = w \cdot Y = 0{,}4 \cdot 174{,}553 \textit{ четв. пшеницы} = 69{,}821 \textit{ четв. пшеницы},$$

валовую прибыль:

$$P = r \cdot e^T S_1^{\,T} p = 0{,}15 \cdot [1 \quad 1] \begin{bmatrix} 238 & 10{,}2 \\ 153 & 10{,}2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1265 \\ \hline 84 \end{bmatrix} = 104{,}732 \textit{ четв. пшеницы},$$

совокупный капитал:

$$K = e^T S_1^{\,T} p = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} 238 & 10{,}2 \\ 153 & 10{,}2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1265 \\ \hline 84 \end{bmatrix} = 698{,}214 \textit{ четв. пшеницы}$$

и общий выпуск:

$$X = e\ \hat{q}_1 p = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} 488{,}75 & 0 \\ 0 & 25{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1265 \\ \hline 84 \end{bmatrix} = 872{,}766 \textit{ четв. пшеницы} = K + Y.$$

в) Для следующей иллюстрации, исчерпывающей возможности расчета, проводится замена единицы измерения (*numéraire*) на другое произвольно выбранное естественное *средство платежа*. Положим, например: 1 *четв. пшеницы* = 168 *яблок*. (При этом результаты будут выражены в целых числах. Здесь можно было бы воспользоваться также любой денежной валютой, но чтобы оставаться верными Сраффе, мы выбираем товар). Таким образом цена пшеницы здесь равняется: $p_1 = 168 \dfrac{\textit{яблок}}{\textit{четв. пшеницы}}$. Норма прибыли $r = r_0 = 0{,}15$, с помощью чего рассчитывается норма зарплаты $w = 1 - \dfrac{0{,}15}{0{,}25} = 0{,}4$.

На основании этих данных рассчитывается **вторая относительная цена** $p_2 = 2530 \dfrac{\textit{яблок}}{\textit{т. железа}}$. Также рассчитываются национальный доход с излишками и ценами $Y = d^T_1 p = [97{,}75 \quad 5{,}1] \begin{bmatrix} 168 \\ 2530 \end{bmatrix} = 29\,325 \textit{ яблок.}$

Теперь рассчитываем *общую сумму заработной платы*

$$W = w \cdot Y = 0{,}4 \cdot 29\,325 \textit{ яблок} = 11\,730 \textit{ яблок},$$

валовую прибыль:

$$P = r \cdot e^T S_1{}^T p = 0{,}15 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 238 & 10{,}2 \\ 153 & 10{,}2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 168 \\ 2530 \end{bmatrix} = 17\ 595 \text{ } \textit{яблок},$$

совокупный капитал:

$$K = e^T S_1{}^T p = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 238 & 10{,}2 \\ 153 & 10{,}2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 168 \\ 2530 \end{bmatrix} = 117\ 300 \text{ } \textit{яблок}$$

и общий выпуск:

$$X = e^T \hat{q}_1{}^T p = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 488{,}75 & 0 \\ 0 & 25{,}5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 168 \\ 2530 \end{bmatrix} = 146\ 625 \text{ } \textit{яблок} = K + Y.$$

2.4.5. Выводы

Множители Сраффы для расчета *стандартного товара* по *нестандартному* образуют *ортогональное аффинное преобразование Эйлера*. Дополнительное нормирование общего рабочего времени, получившегося *стандартного товара* осуществляется путем *растяжения*. Также показано, как определение множителей Сраффы сводится к задаче определения собственного значения матрицы распределения $D = (\hat{q}^{-1} S)$. Из получившегося уравнения для собственного значения рассчитываются множители. Это иллюстрируется посредством системы производства из $n = 2$ отраслей. Однако, данный процесс можно обобщить.

Полная ценовая модель Сраффы для *стандартных товаров* дополнительно подразумевает линейную зависимость $w = w(r) = 1 - \dfrac{r}{R}$ между нормой заработной платы w и эффективной нормой прибыли r, которая должна лежать в интервале $0 \le r \le R$. При этом максимальная норма прибыли R рассчитывается с помощью числа Фробениуса матрицы распределения $D = (\hat{q}^{-1} S)$, которая здесь ради простоты расчёта считается положительной и неразложимой, как следует из рассмотренной схемы производства.

Последнее условие можно ослабить. Для того чтобы рассчитать неизвестные цены, сначала нужно установить и идентифицировать параметры ценовой модели. При этом различают два основных случая:

А) Если нормируют национальный доход $Y_0 = 1$ *ВВП* и выбирают эффективную норму прибыли r, $0 \le r \le R$, то норму зарплаты w и n абсолютных цен $p_1, \ldots, p_n$ можно рассчитать через отношение $\dfrac{\textit{ВВП}}{\textit{Единица товара}}$.

В) Если за единицу выбирают некоторое количество выбранного товара i (*numéraire,* например «четверть пшеницы“), то добавленная **относительная цена** $p_i = 1$ становится безразмерной. Выбирают снова норму прибыли r, $0 \leq r \leq R$, с ее помощью рассчитывают норму зарплаты w. Тогда рассчитывают $(n - 1)$ остальных **относительных цен** p_k, $k = 1, \ldots , n$, $k \neq i$, которые выражены в единицах выбранного товара (*numéraire*), к примеру $\frac{\textit{тонна железа}}{\textit{четверть пшеницы}}$.

Матрица распределения $D = (\hat{q}^{-1}S)$ дает ключ к алгоритму расчета *стандартного товара Сраффы по нестандартному товару*. Множители Сраффы – это компоненты собственного вектора матрицы распределения во время нормируемой общей работы, согласно теореме Фробениуса-Перрона единственного существующего реального максимального собственного значения. В итоге после определения параметров системы указанным выше способом (национальный доход или выбранная единица измерения (*numéraire)*, норма прибыли и зарплаты) предложенная Сраффой ценовая модель для стандартного товара оказывается решенной.

Глава

3 ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ СРЕДСТВА РАСЧЕТА МЕЖОТРАСЛЕВЫХ МОДЕЛЕЙ СТРУКТУРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

3.1 Методы негладкой оптимизации, основанные на алгоритмах Н. З. Шора и его школы

В данной главе приведены краткие сведения о методах оптимизации, используемых для определения оптимальных значений параметров в математических моделях, описанных в главе 2, и краткое описание системы MiSTC, предназначенной для решения оптимизационных задач межотраслевого планирования структурно-технологических изменений при анализе макроэкономических процессов. Использованные в системе методы негладкой оптимизации, основанные на алгоритмах Н. З. Шора и его школы, в течение многих лет эффективно применяются для решения разнообразнейших прикладных задач. Читателю, который захочет подробно ознакомиться с ними, рекомендуется начать с книг [50, 56, 75]. Сборники избранных работ Н. З. Шора [76–77] позволяют восстановить процесс развития этого направления, а в обзорных статьях [78–79] в краткой форме приводятся основные достижения Н. З. Шора и его школы, а также сведения, характеризующие место этих результатов в развитии методов недифференцируемой оптимизации.

Текст данного раздела основан на работе [79], посвященной 75-летию со дня рождения академика НАН Украины Наума Зуселевича Шора. В ней акцент сделан на трех его важнейших идеях: обобщенном градиентном спуске (1962), использовании линейных неортогональных преобразований пространства для улучшения обусловленности овражных функций (1969), двойственном подходе к получению и уточнению оценок в невыпуклых квадратичных моделях (1985). На основе первых двух идей получен ряд фундаментальных результатов в негладкой оптимизации [50], которая как самостоятельный раздел математического программирования сформировалась в конце прошлого века. На основе третьей идеи получен ряд важных результатов в многоэкстремальной оптимизации и теории графов [75].

Предложенный Н. З. Шором в [80] алгоритм, позволяющий минимизировать выпуклые функции с разрывным градиентом, приобрел большую значимость в силу многочисленных практических приложений. Именно с него началось планомерное исследование метода обобщенного градиентного спуска, который получил в дальнейшем название субградиентного метода [81]. До того времени вопросы минимизации негладких функций не привлекали большого внимания математиков, а рассматривались лишь эпизодически (например, в теории чебышевских приближений, в теории линейных неравенств). Развитие вычислительной техники, связанное с широким распространением электронных вычислительных машин (ЭВМ), стимулировало интерес к проблемам оптимизации. Оно привело к бурному развитию математического программирования, так как, с одной стороны, давало возможность реализовывать сложные алгоритмы и решать задачи высокой размерности, встречающиеся на практике; с другой стороны, появилась возможность проводить в короткие сроки проверку эффективности новых методов и алгоритмов.

О сути проблем, связанных с минимизацией недифференцируемых функций, и о вкладе Н. З. Шора в их разрешение замечательно написал Б. Т. Поляк [82]: «Основные алгоритмы минимизации гладких функций – градиентный и Ньютона – были построены на использовании линейной и квадратичной аппроксимации функции, задаваемой первыми членами ряда Тейлора. Однако, для недифференцируемой функции эта идея неприменима – такая функция не может быть хорошо аппроксимирована ни линейной, ни квадратичной функциями... Поэтому разработка методов минимизации негладких функций требует привлечения новых идей. Одна из них, принадлежащая Н. З. Шору, выглядит несколько неожиданно. Пишется прямой аналог градиентного метода с заменой градиента на произвольный субградиент $g_f(x)$ функции $f(x)$:

$$x_{k+1} = x_k - \gamma_k g_f(x_k). \tag{3.1}$$

... Значения функции в методе (3.1) не могут убывать монотонно. Оказывается, однако, что при этом монотонно убывает другая функция – расстояние до точки минимума, и в этом-то заключается основная идея субградиентного метода (3.1).»

Анализу первой идеи Шора (1962) мы посвятим следующий подраздел, где приведем ряд результатов по субградиентному методу (методу обобщенного градиентного спуска) и укажем на их связь с другими известными результатами.

3.1.1. Субградиентный метод

Пусть $f(x)$ – выпуклая функция, определенная в евклидовом пространстве E^n; X^* – множество минимумов (которое может быть и пустым), $x^* \in X^*$ – точка минимума; $\inf\limits_{x \in E^n} f(x) = f^*$; $g_f(x)$ – субградиент (произвольный) функции $f(x)$ в точке x.

Определение 3.1. Субградиентом выпуклой функции $f(x)$ в точке $\bar{x}$ называется вектор $g_f(\bar{x})$, удовлетворяющий неравенству

$$f(x) - f(\bar{x}) \geq (g_f(\bar{x}), x - \bar{x}) \quad \text{для всех} \quad x \in E^n. \tag{3.2}$$

Здесь $(\cdot,\cdot)$ – скалярное произведение векторов из E^n. Если $f(x)$ – непрерывно дифференцируема в точке $\bar{x}$, то субградиент $g_f(\bar{x})$ определяется однозначно и совпадает с $\nabla f(\bar{x})$ – градиентом функции $f(x)$ в точке $\bar{x}$. В точках негладкости функции $f(x)$ субградиент $g_f(\bar{x})$ определяется неоднозначно.

Из неравенства (3.2) следует, что если $f(x) < f(\bar{x})$, то субградиент $g_f(\bar{x})$ удовлетворяет неравенству

$$(-g_f(\bar{x}), x - \bar{x}) > 0. \tag{3.3}$$

Геометрически формула (3.3) означает, что антисубградиент в точке $\bar{x}$ образует острый угол с произвольным направлением, проведенным из точки $\bar{x}$ в точку x с меньшим значением $f(x)$.

Отсюда, если X^* непусто и $\bar{x} \notin X^*$, то при сдвиге из точки $\bar{x}$ в направлении $-g_f(\bar{x})$ с достаточно малым шагом расстояние до X^* убывает. Этот простой факт является центральной идеей субградиентного метода минимизации негладких функций, и именно о нем идет речь в приведенной выше цитате Б. Т. Поляка.

Определение 3.2. Субградиентным методом называется процедура построения последовательности $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ по правилу

$$x_{k+1} = x_k - h_k \frac{g_f(x_k)}{\| g_f(x_k) \|}, \quad k = 0,1,2,\ldots, \tag{3.4}$$

где x_0 – начальное приближение, h_k – шаговый множитель, $g_f(x_k)$ – произвольный субградиент функции $f(x)$ в точке x_k. Если $g_f(x_k) = 0$, то x_k является точкой минимума функции $f(x)$, и процесс (3.4) останавливается.

Наиболее общий результат о сходимости субградиентного метода связан с классическими условиями регулировки шага и содержится в следующей теореме [50].

Теорема 3.1. Пусть $f(x)$ – выпуклая функция с ограниченной областью минимумов X^*, $\{h_k\}_{k=0}^{\infty}$ – последовательность чисел, обладающая свойствами

$$h_k > 0; \quad \lim_{k\to\infty} h_k = 0; \quad \sum_{k=0}^{\infty} h_k = +\infty.$$

Тогда последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$, полученная по формуле (3.4), при произвольном $x_0 \in E^n$ обладает одним из следующих свойств: либо найдется такое $k = k^*$, что $x_{k^*} \in X^*$, либо $\lim\limits_{k\to\infty} \min\limits_{x\in X^*} \| x_k - x \| = 0, \quad \lim\limits_{k\to\infty} f(x_k) = \min\limits_{x\in E^n} f(x) = f^*.$

Теорема 3.1 является одним из ярких результатов применения идеи Шора (1962). Не менее ярким результатом применения этой же идеи является предложенный Б. Т. Поляком субградиентный метод

$$x_{k+1} = x_k - h_k^* \frac{g_f(x_k)}{\| g_f(x_k) \|}, \quad h_k^* = \frac{f(x_k) - f^*}{\| g_f(x_k) \|}, \quad k = 0,1,2,\ldots, \tag{3.5}$$

где для регулировки шага используется априорное знание значения функции в точке минимума [82]. Здесь шаговый множитель h_k^* задает величину максимального сдвига в направлении нормированного антисубградиента, при котором угол между антисубградиентом и направлением из точки x_{k+1} в точку минимума будет нетупым. Это гарантирует уменьшение расстояния до множества X^* на каждой итерации метода (3.5).

Величину h_k^* называют шагом Поляка или шагом Агмона-Моцкина-Шенберга [83]. Этот шаг тесно связан с результатами И. И. Еремина о сходимости итерационных методов аппроксимации неподвижных точек с помощью операторов, обладающих свойством квазисжимаемости (фейеровости). Свойство фейеровских операторов можно считать аналогом уменьшения расстояния до множества X^* в субградиентном методе. Подробное изложение результатов по итерационным процессам фейеровского типа можно найти в [84, 85].

Имеется несколько вариантов доказательства теоремы 3.1 или ее аналога для субградиентного процесса в форме (3.1). Все они основаны на изучении поведения последовательности $\{\rho_k\}_{k=0}^{\infty}$, где $\rho_k = \min\limits_{x \in X^*} \|x_k - x\|$. Наиболее общий результат (для случая выпуклых функций, определенных в гильбертовом пространстве, когда минимизация производится при наличии ограничений) получен Б. Т. Поляком (Доклады АН СССР, 1967, № 1). Аналогичный результат для конечномерного случая получен Ю. М. Ермольевым (Кибернетика, 1966, № 4). При получении обоих указанных результатов используется принцип доказательства от противного и нет конструктивных механизмов их распространения на специальные классы выпуклых функций.

Конструктивный механизм основан на доказательстве теоремы 3.1, принадлежащем Н. З. Шору (1969, Труды I Зимней школы по математическому программированию, 1969, Дрогобыч). В нём используется вспомогательный результат о свойстве субградиентного процесса с постоянным шагом [50].

Наиболее интенсивно исследования по субградиентным методам в Институте кибернетики проводились в 60–70 годы прошлого столетия. Параллельно они проводились учеными из других научных центров СССР, например И. И. Ереминым (Свердловск) и Б. Т. Поляком (Москва) для решения задач выпуклого программирования с ограничениями. Следует отметить, что результаты по субградиентным методам, полученные в СССР, вызвали огромный интерес за рубежом [86], когда в них увидели ключ к решению задач большой размерности. Так, например, использование схем декомпозиции для решения блочных задач линейного и нелинейного программирования приводит к сравнительно небольшим задачам минимизации негладких функций от связывающих переменных или от множителей Лагранжа для связывающих ограничений. Центральную роль при решении блочных задач математического программирования сыграли ускоренные варианты субградиентных методов, которые будут рассмотрены ниже.

Отметим, что субградиентные методы остаются актуальными и в настоящее время. Так, несмотря на огромное быстродействие и значительную оперативную память современных компьютеров, всегда найдутся задачи с таким количеством переменных, для которых они являются единственным путем их решения. Кроме того, субградиентные методы можно рассматривать как способ ускорения методов по типу покоординатного спуска, если вместо одной координаты рассматривать группу координат, зафиксировав остальные. Методы покоординатного спуска, например, пропагандируются Ю. Е. Нестеровым, как эффективный подход к решению оптимизационных задач «сверхвысоких» размеров [87].

3.1.2. Субградиентные методы с растяжением пространства

При решении практических задач субградиентные методы оказались медленно сходящимися, что привело к необходимости построения алгоритмов, которые были бы эффективными при минимизации овражных выпуклых функций. Здесь центральную роль сыграла вторая важная идея Н. З. Шора (1969). Она связана с применением линейных неортогональных преобразований пространства для улучшения свойств оптимизируемой функции в преобразованном пространстве переменных и восходит к работе Н. З. Шора и В. И. Билецкого [88]. Суть идеи Шора состоит в следующем.

Пусть на k-й итерации субградиентного метода производится замена переменных $x = B_k y$, где B_k – неособенная $n \times n$-матрица (т. е. существует обратная матрица $A_k = B_k^{-1}$). Субградиент выпуклой функции $f(x)$ в точке x_k удовлетворяет неравенству

$$f(x) \geq f(x_k) + (g_f(x_k), x - x_k) \quad \forall x \in E^n,$$

откуда, осуществляя замену переменных $x = B_k y$, получаем

$$\varphi(y) \geq \varphi(y_k) + (B_k^T g_f(x_k), y - y_k) \quad \forall y \in E^n.$$

Вектор $g_\varphi(y_k) = B_k^T g_f(x_k)$ удовлетворяет неравенству

$$\varphi(y) \ge \varphi(y_k) + (g_\varphi(y_k), y - y_k) \quad \forall y \in E^n$$

и является субградиентом выпуклой функции $\varphi(y) = f(B_k y)$ в точке $y_k = A_k x_k$ преобразованного пространства переменных $y = A_k x$.

Пусть к функции $\varphi(y)$ применяется субградиентный метод, где h_k – шаговый множитель в направлении нормированного антисубградиента. В преобразованном пространстве переменных $y = A_k x$ этот метод имеет вид

$$y_{k+1} = y_k - h_k \frac{g_\varphi(y_k)}{\| g_\varphi(y_k) \|} = y_k - h_k \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\| B_k^T g_f(x_k) \|} \tag{3.6}$$

и, следовательно, очередное приближение $x_{k+1} = B_k y_{k+1}$ будет получено по формуле

$$x_{k+1} = B_k y_k - h_k B_k \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\| B_k^T g_f(x_k) \|} = x_k - h_k B_k \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\| B_k^T g_f(x_k) \|}. \tag{3.7}$$

Формулы (3.6) и (3.7) являются центральными в идее Шора (1969). Очевидно, что если их дополнить правилом рекурретного пересчета матрицы $B_{k+1} = B_k T_k$, то получим наглядную интерпретацию субградиентного метода с последовательным (от одной итерации к другой) преобразованием пространства переменных. Если матрицы T_k выбирать так, чтобы поверхность овражной функции в очередном преобразованном пространстве переменных становилась менее овражной, то такой метод окажется эффективнее, чем субградиентный метод.

Пусть x_0 – начальное приближение, B_0 – неособенная $n \times n$-матрица. Тогда субградиентный метод с последовательным преобразованием пространства переменных имеет вид

$$x_{k+1} = x_k - h_k B_k \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\| B_k^T g_f(x_k) \|}, \quad B_{k+1} = B_k T_k, \quad k = 0, 1, \ldots, \tag{3.8}$$

где h_k – шаговый множитель, T_k – $n \times n$-матрица, $g_f(x_k)$ – произвольный субградиент функции $f(x)$ в точке x_k.

Метод (3.8) принято называть B-формой субградиентного метода с преобразованием пространства; на каждой его итерации корректируется матрица, связанная с заменой переменных $y = Bx$. Его можно записать в H-форме (по типу методов переменной метрики) с помощью симметрической матрицы $H_k = B_k B_k^T$. Если матрицы

$T_0, T_1, \ldots, T_{k-1}$ – неособенные и выпуклая функция $f(x)$ – непрерывно дифференцируема, $\nabla f(x_k)$ – ее градиент в точке x_k, то направление $-B_k B_k^T \nabla f(x_k) = -H_k \nabla f(x_k)$ всегда есть направлением спуска, т. е. направлением убывания функции $f(x)$. Метод (3.8) в B-форме или его аналог в H-форме является компактным изложением второй идеи Шора.

В 1969–1971 гг. под руководством Н. З. Шора построены два семейства субградиентных методов с растяжением пространства переменных, которые различаются выбором направления растяжения. В их основе лежит оператор растяжения пространства, который в матрично-векторной форме имеет вид

$$R_\alpha(\xi) = I_n + (\alpha - 1)\xi\xi^T, \quad \xi \in E^n, \quad \|\xi\| = 1, \quad \alpha > 1,$$

где $(\cdot)^T$ означает транспонирование, I_n – единичная $n \times n$-матрица, α – коэффициент растяжения пространства, ξ – направление растяжения. Подробно свойства оператора $R_\alpha(\xi)$ изложены в монографии [50].

При описании алгоритмов в B-форме (на каждой итерации корректируется матрица B_k) используется оператор

$$R_\beta(\xi) = R_\alpha^{-1}(\xi) = I_n + (\beta - 1)\xi\xi^T, \quad \beta = \frac{1}{\alpha} < 1.$$

Оператор $R_\beta(\xi)$ является обратным к оператору растяжения пространства $R_\alpha(\xi)$, и в методах с растяжением пространства переменных он обеспечивает пересчет матрицы B_{k+1} за $2n^2$ арифметических операций умножения. Действительно,

$$B_{k+1} = B_k R_\beta(\xi) = B_k(I_n + (\beta - 1)\xi\xi^T) = B_k + (\beta - 1)(B_k\xi)\xi^T,$$

откуда легко видеть, что вычисление вектора $\eta = B_k\xi$ требует n^2 умножений и столько же умножений требует построение одноранговой матрицы $\eta\xi^T$.

В первом семействе субградиентных методов используется операция растяжения пространства в направлении субградиента. B-форму этого семейства методов можно описать следующим образом.

Определение 3.3. Субградиентным методом с растяжением пространства в направлении субградиента называется процедура построения последовательностей $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ и $\{B_k\}_{k=0}^{\infty}$ по следующему правилу:

$$x_{k+1} = x_k - h_k B_k \xi_k, \quad B_{k+1} = B_k R_{\beta_k}(\xi_k), \quad k = 0,1,2,\ldots, \tag{3.9}$$

где

$$\xi_k = \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\| B_k^T g_f(x_k) \|}, \qquad \beta_k = \frac{1}{\alpha_k} < 1. \tag{3.10}$$

Здесь x_0 – начальное приближение, $B_0 = I_n$ – единичная $n \times n$-матрица, h_k – шаговый множитель, α_k – коэффициент растяжения пространства, $g_f(x_k)$ – произвольный субградиент функции $f(x)$ в точке x_k. Если $g_f(x_k) = 0$, то x_k является точкой минимума функции $f(x)$, и процесс (3.9), (3.10) останавливается.

Первые эксперименты показали, что, выбирая $\alpha_k = 2$ и $h_k = const$, для многих примеров выпуклых овражных функций можно получить хорошие результаты [88]. К сожалению, такой простой способ не всегда приводит к цели. Теоретически удалось обосновать такие алгоритмы, где шаговый множитель h_k и коэффициенты растяжения пространства α_k выбирались таким образом, чтобы последовательность расстояний до точки минимума в соответствующих преобразованных пространствах не возрастала [89]. Для этого использовалась дополнительная информация о функции $f(x)$ – значение функции в точке минимума f^* и так называемые постоянные роста M и N.

Теорема 3.2. Пусть $f(x)$ – выпуклая функция, определенная в E^n, и в некоторой сферической окрестности S_d, $S_d = \{x : \| x - x^* \| \le d\}$, точки минимума x^* субградиент удовлетворяет двустороннему неравенству

$$N(f(x) - f(x^*)) \le (g_f(x), x - x^*) \le M(f(x) - f(x^*)), \tag{3.11}$$

где $M \ge N$ – положительные константы. Тогда если в методе (3.9), (3.10) принять

$$x_0 \in S_d, \quad h_k = \frac{2MN}{M+N} \cdot \frac{f(x_k) - f(x^*)}{\| B_k^T g_f(x_k) \|}, \quad \alpha_k = \frac{M+N}{M-N},$$

то последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ удовлетворяет неравенству

$$\| A_k(x_k - x^*) \| \le d, \quad A_k = B_k^{-1}, \quad k = 0,1,2,\ldots \tag{3.12}$$

Из неравенства (3.12) следует локализация x^* в эллипсоиде $\Phi_k = \{x : \| A_k(x_k - x) \| \le d\}$ с центром в точке x_k. Отношение объемов эллипсоидов Φ_{k+1} и Φ_k задается следующим равенством:

$$\frac{vol(\Phi_{k+1})}{vol(\Phi_k)} = \beta_k = \frac{M-N}{M+N}.$$

Для выпуклых функций с постоянными роста M и N теорема 3.2 определяет вариант субградиентного метода с растяжением пространства в направлении субградиента, который сходится со скоростью геометрической прогрессии по отклонению наилучшего достигнутого значения $f(x)$ от оптимального $f^* = f(x^*)$. Это обеспечивает выполнение неравенства (3.12), в соответствии с которым объем эллипсоида, в котором локализуется точка x^*, убывает со скоростью геометрической прогрессии со знаменателем $(M-N)/(M+N)$.

Для квадратичной положительно определенной функции в неравенстве (3.11) можно выбирать $M = N = 2$. Для кусочно-линейной функции, надграфик которой представляет собой конус с вершиной в точке (x^*, f^*), можно выбирать $M = N = 1$. Если в методе (3.9), (3.10) выбрать $\beta_{k+1} = \beta = 0$, то этим случаям соответствуют алгоритмы, которые сходятся за число шагов, не превышающее n. Решение невырожденной системы n линейных уравнений с n неизвестными $(a_i, x) + b_i = 0$, $i = 1, \ldots, n$, можно заменить нахождением минимума $f(x) = \max\limits_{1 \le i \le n} |(a_i, x) + b_i|$. Если взять $f^* = 0$, $\beta_k = 0$ и применить метод (3.9), (3.10), то получим алгоритм, соответствующий известной конечной процедуре решения линейных алгебраических систем – методу ортогонализации градиентов.

Известный метод эллипсоидов[4] является частным случаем методов с растяжением пространства в направлении субградиента [90].

Теорема 3.3. Пусть $f(x)$ – выпуклая функция, определенная в E^n, и начальное приближение x_0 такое, что существует точка $x^* \in X^*$, для которой выполняется $\| x_0 - x^* \| \le d$. Тогда, если в методе (3.9), (3.10) принять

$$h_0 = \frac{d}{n+1}, \quad h_{k+1} = h_k \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}, \quad \alpha_k = \alpha = \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}, \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,$$

то последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ удовлетворяет неравенству

$$\| A_k (x_k - x^*) \| \le h_k (n+1), \quad A_k = B_k^{-1}, \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots . \qquad (3.13)$$

[4] Первыми метод эллипсоидов в H-форме предложили Д. Б. Юдин и А. С. Немировский [91], исходя из методов последовательных отсечений.

Множество точек x, удовлетворяющих неравенству

$$\| A_k (x_k - x) \| \le (n+1)\ h_k = d \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)^k,$$

представляет собой эллипсоид Φ_k. Его объем $vol(\Phi_k)$ определяется по формуле

$$vol(\Phi_k) = v_0 d^n \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)^{nk} \cdot \ (\det A_k)^{-1},$$

где v_0 – объем единичного n-мерного шара. Отсюда получаем

$$\frac{vol\left(\Phi_{k+1}\right)}{vol(\Phi_k)} = \frac{\left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)^n \cdot \det A_k}{\det A_{k+1}} = \frac{\left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)^n \cdot \det A_k}{\det R_\alpha (\xi_k) \cdot \det A_k} =$$

$$= \frac{1}{\alpha} \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)^n = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)^n = q_n \approx 1 - \frac{1}{2n^2}.$$

Следовательно, объем эллипсоида, в котором локализуется точка x^*, в соответствии с неравенством (3.13) убывает со скоростью геометрической прогрессии со знаменателем q_n. Этот знаменатель зависит лишь от n – размерности пространства переменных и не зависит от свойств минимизируемой функции *f(x).* Благодаря этому факту метод эллипсоидов сыграл важную роль в теории сложности задач математического программирования. На его основе в 1979 г. Л. Г. Хачиян построил и обосновал первый полиномиальный алгоритм решения задачи линейного программирования с рациональными коэффициентами. Метод эллипсоидов позволил обосновать полиномиальные алгоритмы для ряда комбинаторных задач [92].

Опыт применения алгоритмов с растяжением пространства в направлении субградиента показал существенное ускорение субградиентных процессов. Однако оказалось, что такие методы в принципе не могут быть монотонными. Это связано с простым геометрическим фактом: если мы находимся на границе двух «кусков» кусочно-гладкой поверхности уровня, а градиенты к этим гладким «кускам», вычисленные в данной точке, образуют тупой угол, то никакое растяжение пространства в направлении градиентов не может превратить этот угол в острый, он может лишь приближаться к $\pi/2$, оставаясь тупым. Применяя растяжение пространства в направлении субградиента, невозможно получить направление убывания функции в виде антиградиента к одному из кусков в растянутом пространстве. В то же время растяжение пространства в направлении разности двух указанных градиентов с достаточным коэффициентом растяжения превращает тупой угол между градиентами в острый, т. е. соответствующие образы этих антиградиентов в растянутом пространстве становятся направлениями убывания функции.

Это стимулировало разработку второго семейства субградиентных методов, в которых используется растяжение пространства в направлении разности двух последовательных субградиентов. Эти методы получили название r-алгоритмов (от русского слова «разность») и стали одним из центральных результатов докторской диссертации Н. З. Шора (1970). Выбор шагового множителя в r-алгоритмах связан с поиском минимума функции по направлению. При определенной регулировке шага и коэффициентов растяжения пространства они являются монотонными по минимизируемой функции.

Рассмотрим описание r-алгоритмов в B-форме для минимизации выпуклой функции $f(x)$, определенной в E^n, и будем предполагать, что $f(x)$ имеет ограниченную область минимумов X^*. Для этого требуется выполнение условия $\lim\limits_{\|x\|\to\infty} f(x) = +\infty$, которое обеспечивает корректность регулировки шага.

Определение 3.4. r-алгоритмом называется процедура построения последовательностей $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ и $\{B_k\}_{k=0}^{\infty}$ по следующему правилу:

$$x_{k+1} = x_k - h_k B_k \xi_k, \quad B_{k+1} = B_k R_{\beta_k}(\eta_k), \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots, \tag{3.14}$$

где

$$\xi_k = \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\| B_k^T g_f(x_k) \|}, \quad h_k \ge h_k^* = \arg\min_{h \ge 0} f(x_k - h B_k \xi_k), \tag{3.15}$$

$$\eta_k = \frac{B_k^T r_k}{\| B_k^T r_k \|}, \quad r_k = g_f(x_{k+1}) - g_f(x_k), \quad \beta_k = \frac{1}{\alpha_k} < 1. \tag{3.16}$$

Здесь x_0 – начальное приближение, $B_0 = I_n$ – единичная $n \times n$-матрица[5], h_k – шаговый множитель, α_k – коэффициент рас-

[5] В качестве матрицы B_0 часто выбирают диагональную матрицу D_n с положительными элементами на диагонали, с помощью которой осуществляется масштабирование переменных.

тяжения пространства, $g_f(x_k)$ и $g_f(x_{k+1})$ – произвольные субградиенты функции $f(x)$ в точках x_k и x_{k+1}. Если $g_f(x_k)=0$, то x_k является точкой минимума функции $f(x)$, и процесс (3.14)–(3.16) останавливается.

Применительно к задачам минимизации гладких функций r-алгоритмы по своей формальной структуре близки к алгоритмам квазиньютоновского типа с переменной метрикой. Так, предельный вариант r-алгоритма с бесконечным коэффициентом растяжения (здесь $\beta_k=\beta=0$, $h_k=h_k^*$) является проективным вариантом метода сопряженных градиентов [93]. Для задачи минимизации выпуклой непрерывно дифференцируемой функции $f(x)$ предельный вариант r-алгоритма с восстановлением матрицы B_k после каждых n итераций обладает квадратичной скоростью сходимости при обычных условиях гладкости и регулярности $f(x)$ [50].

Несмотря на то, что r-алгоритмы используются уже 40 лет, проблема обоснования их сходимости для всего класса выпуклых функций остается открытой и в настоящее время. Еще в 1982 г. Н. З. Шор и В. И. Гершович отметили: «Теория всего класса алгоритмов с растяжением пространства далека от совершенства. Нам кажется достаточно реалистичной целью – построение такого алгоритма, который по своей практической эффективности не уступал бы r-алгоритму и был столь же хорошо обоснован, как метод эллипсоидов». Шагом в этом направлении можно считать работу [94], где для преобразования специального эллипсоида в шар используется антиовражный прием, близкий к тому, который имеет место в r-алгоритмах. Однако, здесь растяжение пространства реализуется в направлении разности двух нормированных субградиентов, и близким к направлению разности двух субградиентов оно будет только тогда, когда нормы субградиентов близки.

Замечательное свойство r-алгоритма заключается в том, что его конкретные реализации показывают очень хорошие результаты при минимизации овражных функций. Одним из эффективных зарекомендовал себя вариант $r(\alpha)$-алгоритма с постоянным коэффициентом растяжения пространства α и адаптивным способом регулировки шага. В нем величина h_k настраивается в процессе выполнения одномерного спуска в направлении нормированного антисубградиента в преобразованном пространстве переменных с помощью параметров h_0^0, q_1, n_h, q_2. Здесь h_0^0 – величина начального шага (используется на первой итерации, на каждой последующей итерации уточняется); q_1 – коэффициент уменьшения шага ($q_1 \geq 1$), если условие завершения спуска по направлению ($h_k^0 > h_k^*$) выполняется всего за один шаг одномерного спуска; натуральное число n_h задает число шагов одномерного спуска ($n_h > 1$), через каждые n_h шагов h_k^0 будет увеличиваться в q_2 раз, где q_2 – коэффициент увеличения шага ($q_2 \geq 1$). Подробные рекомендации по выбору коэффициента растяжения пространства и параметров адаптивной регулировки шага даны в [56, с. 45–47]. Суть их выбора состоит в том, чтобы адаптивный способ регулировки шага позволял увеличивать точность поиска минимума функции по направлению в процессе счета и при этом число шагов по направлению не должно превышать в среднем двух-трех на одну итерацию.

За последние 40 лет в Институте кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины накоплен значительный опыт решения оптимизационных задач с помощью r-алгоритма. К настоящему времени усилиями Н. З. Шора и его учеников Н. Г. Журбенко, Л. П. Шабашовой, В. И. Гершовича, А. В. Кунцевича, П. И. Стецюка, А. П. Лиховида и др. разработано несколько модификаций r-алгоритма применительно к решению различных задач оптимизации [51, 95, 78]. Эти модификации использовались в задачах линейного и нелинейного программирования, блочных задачах с различными схемами декомпозиции, при решении минимаксных и матричных задач оптимизации, для вычисления двойственных лагранжевых оценок в многоэкстремальных и комбинаторных задачах оптимизации. На практике они применялись для решения задач оптимального планирования, оптимального проектирования, синтеза и анализа сетей, восстановления изображений, эллипсоидальной аппроксимации и локализации и др. Модификации r-алгоритмов стали центральными методами в системах поддержки и принятия решений для планирования структурно-технологических преобразований на основе семейства оптимизационных межотраслевых моделей с переменными коэффициентами прямых затрат [53].

Следует подчеркнуть, что идея о применении линейных неортогональных преобразований пространства для улучшения свойств оптимизируемой функции в преобразованном пространстве переменных оказалась эффективной в выпуклой оптимизации. Модификации r-алгоритмов, разработанные на основе этой идеи Н. З. Шором и его школой, являются эффективными для минимизации негладких функций. Мировую известность получил метод эллипсоидов – частный случай субградиентных методов с растяжением пространства в направлении субградиента. Конгресс по математическому программированию, который проводился в Бонне в 1982 г., был посвящен методу эллипсоидов и его приложениям. В избранных трудах конгресса [96] опубликован обзорный доклад Н. З. Шора «Generalized gradient methods of nondifferentiable optimization employing space dilatation operations» о методах негладкой оптимизации, разработанных в Институте кибернетики. Участие Н. З. Шора в работе этого конгресса во многом определило его третью идею, которая будет изложена в следующем разделе.

В рамках идеи Шора (1969) в форме метода (3.8) естественно ожидать новых семейств субградиентных методов с преобразованием пространства для минимизации негладких выпуклых функций. Так, например, в [97] построено и обосновано ряд эффективных субградиентних методов с преобразованием пространства для нахождения точки минимума выпуклой функции при известном оптимальном значении функции. Они используют шаг Поляка в преобразованном пространстве переменных и гарантируют монотонное уменьшение расстояния до множества минимумов в последовательно преобразованных пространствах переменных. Преобразования пространства реализуются с помощью одноранговoго эллипсоидального оператора и доортогонализирующего однорангового оператора, и цена одной итерации этих методов такая же, как и у r-алгоритмов.

3.1.3. Двойственные оценки в экстремальных квадратичных задачах

Многие задачи булевого линейного программирования могут быть переформулированы как экстремальные квадратичные задачи с булевыми переменными. Так, например, условие булевости переменной $x \in \{0,1\}$ представляется квадратичным равенством $x^2 - x = 0$. Если две булевы переменные x_i и x_j не могут одновременно принимать значение, равное единице, то это условие может быть записано в виде равенства $x_i x_j = 0$ (равносильно линейному неравенству $x_i + x_j \le 1$). Для экстремальных квадратичных задач Н. З. Шор предложил использовать двойственный подход к получению и уточнению оценок целевой функции (третья важная идея). В квадратичных задачах на минимум эти оценки будут границами снизу для минимального значения целевой функции, а в квадратичных задачах на максимум – границами сверху для максимального значения целевой функции.

Третья идея Н. З. Шора включает алгоритмы нахождения двойственных оценок на основе методов недифференцируемой оптимизации и использование функционально избыточных квадратичных ограничений (их добавление не изменяет множества допустимых решений исходной квадратичной задачи) для улучшения точности двойственных оценок. Впервые двойственный подход к получению оценок предложен в работе Н. З. Шора и А. С. Давыдова (1985) для задач булевого программирования [98]. В 1986–1987 годах он был дополнен процедурами уточнения оценок и применен к другим многоэкстремальным задачам, в том числе и к задаче нахождения глобального минимума полинома [99]–[101]. Наиболее полное изложение результатов Н. З. Шора можно найти в его англоязычной монографии [75], менее полное – в русскоязычной монографии [56]. Полезными будут также обзорные статьи [102, 103].

Опишем суть двойственного подхода для получения и уточнения оценок в квадратичных экстремальных задачах на примере экстремальной квадратичной задачи с ограничениями-равенствами: найти

$$Q^* = \max_{x \in E^n} Q_0(x) \tag{3.17}$$

при ограничениях

$$Q_i(x) = 0, \quad i = 1, \ \ldots, \ m. \tag{3.18}$$

Здесь квадратичные функции имеют вид

$$Q_i(x) = (K_i x, x) + (b_i, x) + c_i,$$

где K_i – симметрические вещественные $n \times n$-матрицы, b_i – n-мерные векторы из E^n, c_i – вещественные числа, $i = 0, \ \ldots, \ m$. Некоторые из функций $Q_i(x)$, $i = 0, 1, \ \ldots, \ m$ могут быть также линейными.

В общем случае задача (3.17), (3.18) многоэкстремальна и относится к классу NP-трудных задач. Оценки сверху для Q^* можно получить путем следующей лагранжевой релаксации. Пусть $u \in E^m$ – вектор множителей Лагранжа, соответствующий ограничениям (3.18). Функция Лагранжа для задачи (3.17), (3.18) имеет вид

$$L(x,u) = Q_0(x) + \sum_{i=1}^{m} u_i Q_i(x) \equiv (K(u)x,x) + (b(u),x) + c(u),$$

где

$$K(u) = K_0 + \sum_{i=1}^{m} u_i K_i, \quad b(u) = b_0 + \sum_{i=1}^{m} u_i b_i, \quad c(u) = c_0 + \sum_{i=1}^{m} u_i c_i.$$

Рассмотрим функцию

$$\Psi(u) = \max_{x \in R^n} L(x,u) \equiv \max_{x \in R^n} [(K(u)x,x) + (b(u),x) + c(u)].$$

Пусть $\lambda_{max}(K)$ – максимальное собственное число симметрической $n \times n$-матрицы K.

Функция $\Psi(u)$ является выпуклой функцией от переменных u (как результат взятия операции максимума по переменным x для семейства функций, линейных по переменным u). Область определения функции $\Psi(u)$ обозначим $\mathrm{dom}\,\Psi$. Она состоит из $\Omega^- = \{u \in E^m : \lambda_{max}(K(u)) < 0\}$ (подмножество $u \in E^m$, для которых матрица $K(u)$ отрицательно определена) и подмножества тех точек $u \in \Omega^0 = \{u \in E^m : \lambda_{max}(K(u)) = 0\}$, для которых система линейных уравнений

$$2K(u)x + b(u) = 0 \qquad (3.19)$$

имеет решение. Для всех других точек $\Psi(u) = +\infty$.

Если $\mathrm{dom}\,\Psi \neq \varnothing$, то для любого $u \in \mathrm{dom}\,\Psi$ значение функции $\Psi(u)$ является нетривиальной (т. е. неравной $+\infty$) оценкой сверху для Q^* – оптимального значения целевой функции в задаче (3.17), (3.18). Наилучшая оценка сверху для Q^* в классе лагранжевых оценок вида $\Psi(u)$ связана с решением следующей задачи негладкой оптимизации:

$$\Psi^* = \min_{u \in \mathrm{dom}\Psi} \Psi(u). \qquad (3.20)$$

Точками негладкости функции $\Psi(u)$ есть точки границы множества Ω^-, где система линейных уравнений (3.19) имеет неединственное решение.

Оценку Ψ^* с любой заданной точностью можно найти за полиномиальное время методом эллипсоидов; для одной его итерации требуется $O(m^2) + O(n^3)$ арифметических операций. Из них $O(m^2)$ операций связано с растяжением пространства двойственных переменных (множителей Лагранжа), а $O(n^3)$ операций требуются для вычисления вектора, определяющего полупространство локализации оптимальных множителей Лагранжа (при фиксированных значениях множителей Лагранжа решается система линейных уравнений с симметрической $n\times n$-матрицей, определяется максимальное собственное число симметрической $n\times n$-матрицы и соответствующий этому числу собственный вектор).

Оценка Ψ^* обладает следующими свойствами. Если минимум в (3.20) достигается на $u^* \in \Omega^-$, то $\Psi^* = Q^*$ (т. е. оценка точная, см. лемму 4.1 из [56, с. 90]). При этом находится и точка глобального минимума $x^* = x\ (u^*)$, где $x\ (u^*)$ – решение системы (3.19) при $u = u^*$. Если же минимум в (3.20) достигается на границе области Ω^-, то может существовать так называемый «разрыв двойственности» $\Delta^* = \Psi^* - Q^* > 0$. Один из способов уменьшения Δ^* связан с введением функционально избыточных ограничений (при этом может увеличиться и количество переменных в задаче).

Функционально избыточные ограничения – это ограничения, добавление которых не изменяет множества допустимых решений начальной квадратичной задачи. Однако при этом изменяется функция Лагранжа, что в некоторых случаях позволяет уменьшить Δ^*. Если к исходной задаче (3.17), (3.18) прибавить r функционально избыточных квадратичных ограничений $Q_{m+1}(x) = 0$, ..., $Q_{m+r}(x) = 0$, $r \geq 1$, то новая квадратичная задача примет вид: найти

$$Q^* = \max_{x \in R^n} Q_0(x) \tag{3.21}$$

при ограничениях

$$Q_i(x) = 0, i = 1,\ \ldots,\ m + r. \tag{3.22}$$

Теорема 3.4. Если Ψ_1^* – оценка вида Ψ^* для задачи (3.21), (3.22), то $\Psi_1^* \leq \Psi^*$.

Доказательство. Задаче (3.21), (3.22) соответствует вектор множителей Лагранжа $U \in E^{m+r}$, и функция Лагранжа для нее имеет вид:

$$L_1(x,U) = Q_0(x) + \sum_{i=1}^{m+r} u_i Q_i(x) = L(x,u) + \sum_{i=m+1}^{m+r} u_i Q_i(x).$$

Поскольку $L_1\left(x, (\{u\}, 0, \ldots, 0)\right) = L(x,u)$ и $\Psi_1(\{u\}, 0,\ \ldots,\ 0) = \Psi(u)$, то

$$\Psi_1^* = \min_{U \in \mathrm{dom}\Psi_1} \Psi_1(U) \leq \min_{u \in \mathrm{dom}\Psi} \Psi(u) = \Psi^*.$$

Теорема 3.4 не только констатирует, что функционально избыточные ограничения могут улучшить точность двойственной оценки, но и поясняет, что это улучшение является следствием увеличения количества множителей Лагранжа [75]. Ограничения, которые являются линейными комбинациями уже существующих ограничений, не отражаются на точности двойственной оценки, т. е. $\Psi_1^* = \Psi^*$. Вклад таких ограничений в функцию Лагранжа эквивалентен лишь определенному изменению множителей Лагранжа при существующих ограничениях. Однако добавление функционально избыточных ограничений, которые являются нетривиальными следствиями из условий задачи, в ряде случаев приводит к тому, что двойственная оценка Ψ_1^* может стать точной для Q^*. Последнее означает, что оптимальное значение Q^* со сколь угодно большой точностью можно найти за полиномиальное время, которое зависит от числа переменных и числа ограничений в квадратичной задаче. Функционально избыточными могут быть следующие ограничения:

а) квадратичные следствия линейных ограничений: например, квадратичное ограничение в форме $(b_i^T x + c_i)(b_j^T x + c_j) \geq 0$ является следствием из двух линейных ограничений-неравенств: $b_i^T x + c_i \geq 0$ и $b_j^T x + c_j \geq 0$;

б) квадратичные ограничения, которые характеризуют неоднозначность представления произведения трех либо большего числа переменных задачи. Как правило, они имеют место при сведении полиномиальной задачи к квадратичной. Например, имеются переменные x_1, $x_2 = x_1^2$ и $x_3 = x_1^3$. Тогда квадратичное ограничение $x_2^2 - x_1 x_3 = 0$ есть следствием неоднозначного представления x_1^4, а именно $x_1^4 = (x_1^2)^2 = (x_1^3)(x_1)$;

в) квадратичные ограничения, которые являются следствиями булевости или бинарности переменных задачи. Например, для бинарных переменных $x_i^2 = 1$, $x_j^2 = 1$, $x_k^2 = 1$ всегда справедливо квадратичное неравенство $x_i x_j + x_i x_k + x_j x_k \geq -1$.

Более детальную информацию о семействах фунционально избыточных ограничений, их использовании для нахождения глобального минимума полинома и в экстремальных задачах на графах (максимальное устойчивое множество вершин графа, максимальный разрез графа и др.) можно найти в монографиях [75, 56].

Функционально избыточные ограничения сыграли огромную роль при получении эффективных оценок снизу для целевой функции в задачах нахождения глобального минимума полиномиальной функции $P(x)$ от одной или нескольких переменных. Эти задачи специальным образом сводятся к многоэкстремальным квадратичным задачам (на минимум) с определенными семействами функционально избыточных квадратичных ограничений. В [75] доказано, что двойственная оценка для таких квадратичных задач совпадает со значением p^* полинома $P(x)$ в точке глобального минимума тогда и только тогда, когда полином $\bar{P}(x) = P(x) - p^*$ может быть представлен как сумма квадратов других полиномов. Эти результаты имеют отношение к классическим работам Д. Гильберта по разложению неотрицательных полиномиальных форм на сумму квадратов. Разработанный Шором метод дает возможность не только доказать существование такой декомпозиции (если она существует), но и найти одно из возможных представлений полинома $\bar{P}(x)$ в виде суммы квадратов других полиномов. Более того, этим методом можно определить значение глобального минимума полинома $P(x)$.

Итак, третья идея Шора (1985), связанная с двойственным подходом для получения и уточнения оценок в квадратичных экстремальных задачах, может быть использована при создании эффективных методов решения многоэкстремальных задач, которые можно описать с помощью квадратичных моделей (такие модели встречаются во многих приложениях). Эффективность таких методов обеспечивается двумя моментами. Во-первых, двойственные оценки для квадратичных моделей являются более точными, чем оценки в линеаризованных аналогах этих моделей, и целесообразно их использовать в сочетании с методом ветвей и границ. Во-вторых, использование функционально избыточных ограничений позволяет выделить среди многоэкстремальных задач такие их подклассы, которые разрешимы за полиномиальное время. При этом можно даже указать верхнюю границу сложности такого класса задач, которая зависит от количества квадратичных ограничений.

Особого внимания заслуживают и алгоритмы нахождения двойственных оценок в квадратичных моделях. Их можно считать альтернативой использованию методов внутренних точек для решения задач полуопределенного программирования (semidefinite programming), т. е. задач оптимизации, в которых в качестве ограничения фигурирует требование неотрицательной определенности некоторых матриц. Действительно, многие задачи полуопределенного программирования целесообразно рассматривать как задачи недифференцируемой оптимизации и применять для их решения эффективные методы минимизации негладких выпуклых функций. Условие неотрицательной определенности симметрической $n \times n$-матрицы X (принято обозначать $X \succeq 0$) эквивалентно тому, что минимальное собственное число матрицы X не отрицательное: $\lambda_{min}(X) \geq 0$. Но $\lambda_{min}(X)$ – вогнутая недифференцируемая функция элементов матрицы, т. е. если элементы матрицы $X(u) = \{x_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$ являются линейными функциями от вектора варьируемых параметров $u \in R^m$, то условие $X(u) \succeq 0$ эквивалентно выпуклому негладкому ограничению $\varphi(u) = -\min(X(u)) \leq 0$.

Научное наследие Наума Зуселевича Шора намного богаче, чем нам удалось изложить в данном разделе. Здесь отмечены только центральные вехи в его творчестве, сделан акцент на субградиентные методы недифференцируемой оптимизации, разработанные в Институте кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины. Эти методы оказали огромное влияние на развитие теории и практики многих направлений математического программирования. Книги Н. З. Шора стали настольными для ведущих отечественных и зарубежных специалистов в области математического программирования.

3.2 Программные средства для моделирования структурно-технологических преобразований

Система MiSTC предназначена для решения оптимизационных задач межотраслевого планирования структурно-технологических изменений при анализе макроэкономических процессов. Профессор М. В. Михалевич, имя которого упомянуто в названии (MiSTC – Michalevich Structural and Technological Changes), был инициатором ее создания и разработал теоретические основы данной системы [45, 3, 53]. Разработчиками системы являются также П. И. Стецюк, Л. Б. Кошлай, А. В. Пилиповский и А. Ю. Видил [53, 63].

Исходной информацией для расчетов служат таблицы межотраслевого баланса, данные для которых регулярно собираются статистическими службами.[6]

[6] В Украине этим занимается Государственная служба статистики Украины, а с данными можно ознакомиться на ее официальном сайте http://www.ukrstat.gov.ua

Система содержит средства решения следующих оптимизационных задач: максимизации доходов потребителей, максимизации мультипликатора Кейнса («прирост доходов – прирост производства»), описанных в разделе 2.2, и позволяет провести проверку совместности системы ограничений для заданной матрицы прямых затрат и прочих входных параметров. Решения данных оптимизационных задач позволяют указать наиболее перспективные для структурно-технологических преобразований отрасли в условиях ограниченных ресурсов на проведение преобразований.

Реализация системы. Программы для решения описанных задач написаны на Qt (расширении языка C++) и библиотеки Lapack++ для выполнения математических операций. Данная библиотека предоставляет удобный пользовательский интерфейс для ввода крупных числовых матриц и анализа результатов математических расчетов.

Интерфейс программы предоставляет набор вкладок (рис. 3.1), которые группируют элементы интерфейса по их смыслу и таблиц для ввода/показа матриц. Поиск оптимального значения выбранной целевой функции производится с помощью r-алгоритма [50] и процедуры мультистарта (последовательного старта субградиентного алгоритма с разных начальных точек и последующего анализа полученных результатов).

При запуске системы MiSTC пользователю предлагается указать основные скалярные параметры: размер задачи (количество отраслей), инфляционный параметр β, количество стартовых точек для мультистарта и целевую функцию оптимизационного процесса (рис. 3.1). Перед началом процесса оптимизации рекомендуется проверить совместность системы ограничений. В зависимости от количества анализируемых отраслей, пользователь может выбрать отличающиеся от стандартных значения штрафов и параметры r-алгоритма.

Далее заполняются таблицы для матрицы прямых затрат A (рис. 3.2) и используемых векторов (рис. 3.3). Отдельная вкладка предусмотрена для ввода ресурсных ограничений (рис. 3.4). Предусмотрено возможность автоматического заполнения границ изменения матрицы A, что позволяет упростить работу с большим количеством отраслей.

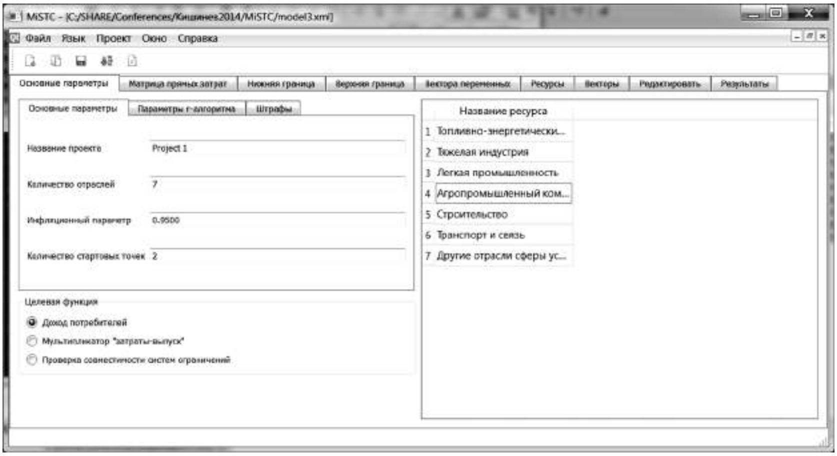
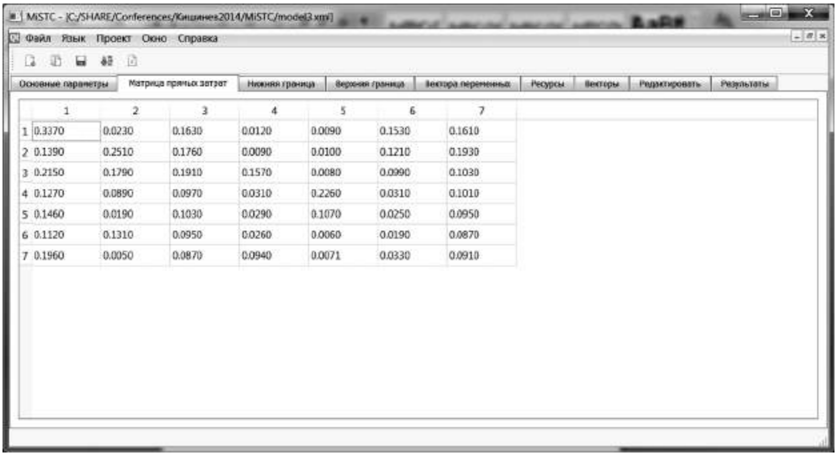


Рис. 3.1. Окно программы MiSTC, открытое на вкладке с основными параметрами. Рассматривается задача для семи отраслей



	1	2	3	4	5	6	7
1	0.3370	0.0230	0.1630	0.0120	0.0090	0.1530	0.1610
2	0.1390	0.2510	0.1760	0.0090	0.0100	0.1210	0.1930
3	0.2150	0.1790	0.1910	0.1570	0.0080	0.0990	0.1030
4	0.1270	0.0890	0.0970	0.0310	0.2260	0.0310	0.1010
5	0.1460	0.0190	0.1030	0.0290	0.1070	0.0250	0.0950
6	0.1120	0.1310	0.0950	0.0260	0.0060	0.0190	0.0870
7	0.1960	0.0050	0.0870	0.0940	0.0071	0.0330	0.0910

Рис. 3.2. Ввод матрицы прямых затрат

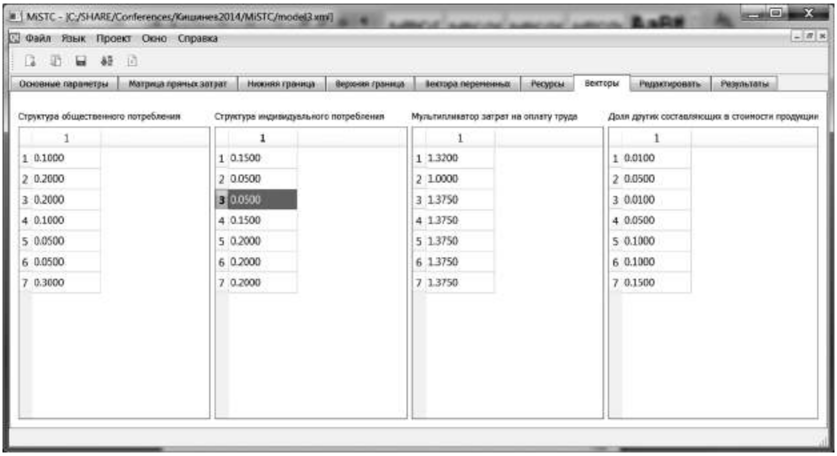


Рис. 3.3. Векторы структуры общественного и индивидуального потребления, мультипликатор затрат на оплату труда и доля других составляющих в стоимости продукции

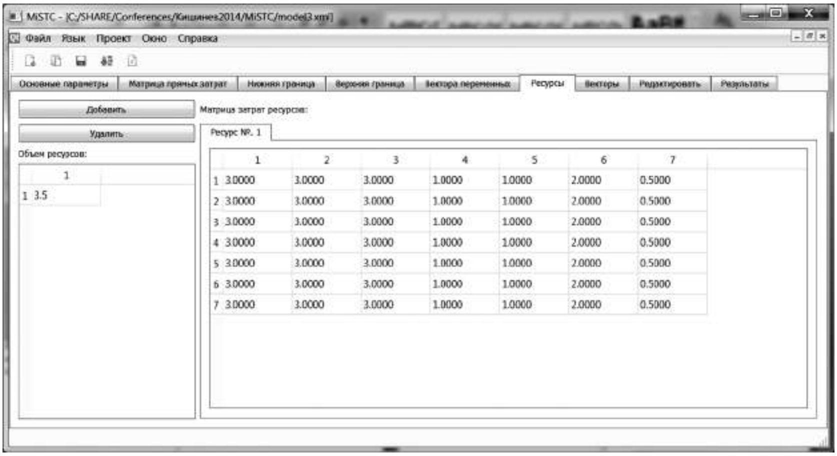


Рис. 3.4. Интерфейс ввода ресурсных ограничений. Слева вводятся значения B_k, а в центральной области – элементы матрицы b_k

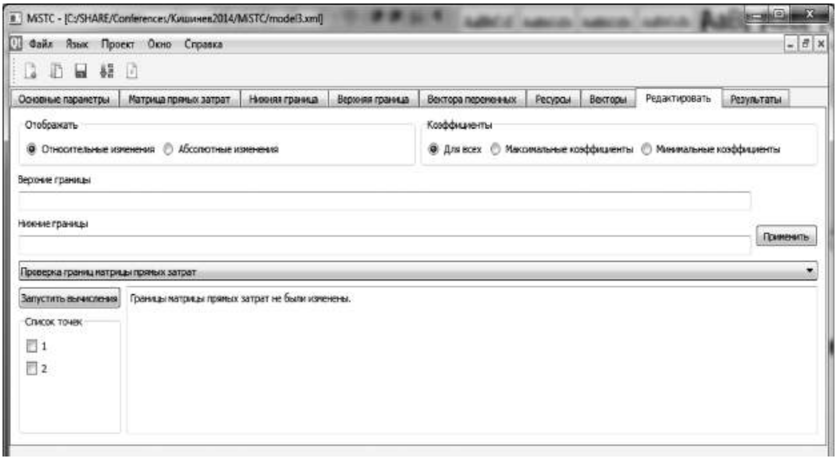


Рис. 3.5. Вкладка анализа свойств матрицы прямых затрат и изменения её границ

Возможна установка заданных значений для границ изменения всех элементов матрицы, а также только для заданного количества наибольших или наименьших элементов (рис. 3.5). Одновременная установка верхних и нижних границ равными нулю позволяет регулировать фактическое количество переменных в задаче. Перед запуском расчетов происходит автоматическая проверка границ изменения переменных, чтобы для всех матрицы прямых затрат A и вектора оплаты труда q выполнялись условия $0 \le a_{ij} + \Delta a_{ij} \le 1$ и $0 \le q_i + \Delta a_i \le 1$.

Результатом вычислений является набор финальных матриц прямых затрат, векторов вектора доли оплаты труда q и вспомогательных векторов z, представляющих интерес с точки зрения анализа оптимизационного процесса (рис. 3.6). Их количество соответствует количеству заданных стартовых точек. Выбранное решение выводится в виде таблицы, совмещающей в себе матрицу прямых затрат и векторы оплаты труда с указанием соответствующих строкам отраслей. Отдельно указываются значения и невязки целевой функции в рекордной и последней точках субградиентного процесса, а также информация о ходе вычислений (количество итераций, количество вычислений функции и субградиента, критерий останова и время вычислений). Пользователь имеет возможность отсеять совпадающие с заданной точностью решения и отдельно просмотреть значения ΔA и Δq.

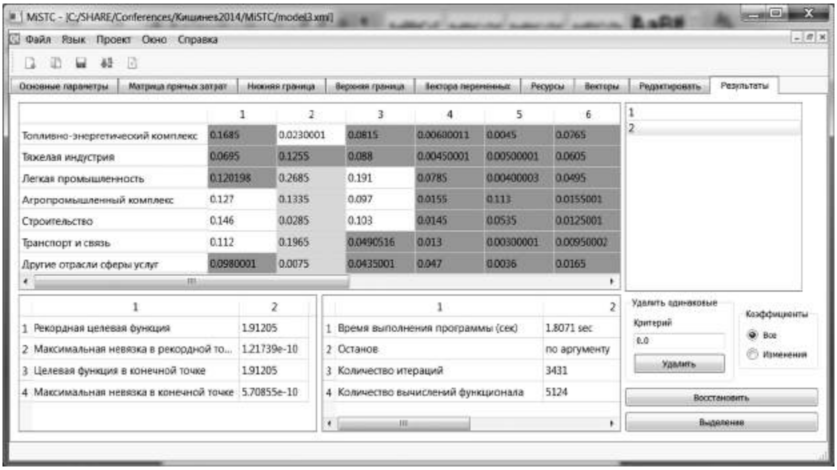


Рис. 3.6. Результаты вычислений: вывод матрицы прямых затрат. Цветом выделены изменения её компонент в бóльшую (желтый) или меньшую (серый) сторону по сравнению с начальной

Для удобства анализа предлагаемых изменений по отраслям предусмотрена возможность выделения цветом элементов, которые изменились в бóльшую или меньшую сторону по сравнению с первоначально заданной матрицей прямых затрат. Есть возможность генерации отчета в формате HTML, содержащего информацию о входных данных задачи и результатах вычислений.

Пример. В качестве тестового примера рассмотрим задачу для семи отраслей со следующими значениями матрицы прямых затрат A и вектора доли оплаты труда q:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}337 & 0{,}139 & 0{,}215 & 0{,}127 & 0{,}146 & 0{,}112 & 0{,}1960 \\ 0{,}023 & 0{,}251 & 0{,}179 & 0{,}089 & 0{,}019 & 0{,}131 & 0{,}0050 \\ 0{,}163 & 0{,}176 & 0{,}191 & 0{,}097 & 0{,}103 & 0{,}095 & 0{,}0870 \\ 0{,}012 & 0{,}009 & 0{,}157 & 0{,}031 & 0{,}029 & 0{,}026 & 0{,}0940 \\ 0{,}009 & 0{,}010 & 0{,}008 & 0{,}226 & 0{,}107 & 0{,}006 & 0{,}0071 \\ 0{,}153 & 0{,}121 & 0{,}099 & 0{,}031 & 0{,}025 & 0{,}019 & 0{,}0330 \\ 0{,}161 & 0{,}193 & 0{,}103 & 0{,}101 & 0{,}095 & 0{,}087 & 0{,}0910 \end{pmatrix}, q = \begin{pmatrix} 0{,}05 \\ 0{,}02 \\ 0{,}01 \\ 0{,}08 \\ 0{,}09 \\ 0{,}12 \\ 0{,}14 \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что имеется один ресурс в количестве $B_1 = 3{,}5$, описываемый матрицей

$$\{b_{ij1}\}_{i,j=1}^{n} = \begin{pmatrix} 3,00 & 3,00 & 3,00 & 1,00 & 1,00 & 2,00 & 0,50 \\ 3,00 & 3,00 & 3,00 & 1,00 & 1,00 & 2,00 & 0,50 \\ 3,00 & 3,00 & 3,00 & 1,00 & 1,00 & 2,00 & 0,50 \\ 3,00 & 3,00 & 3,00 & 1,00 & 1,00 & 2,00 & 0,50 \\ 3,00 & 3,00 & 3,00 & 1,00 & 1,00 & 2,00 & 0,50 \\ 3,00 & 3,00 & 3,00 & 1,00 & 1,00 & 2,00 & 0,50 \\ 3,00 & 3,00 & 3,00 & 1,00 & 1,00 & 2,00 & 0,50 \end{pmatrix}.$$

Мультипликатор затрат на оплату труда равняется $l = (1{,}320\ \ 1{,}000\ \ 1{,}375\ \ 1{,}375\ \ 1{,}375\ \ 1{,}375\ \ 1{,}375)^T$, а часть прочих составляющих добавленной стоимости полагалась равной $d = (0{,}01\ \ 0{,}05\ \ 0{,}01\ \ 0{,}05\ \ 0{,}10\ \ 0{,}10\ \ 0{,}15)^T$. При этом структура индивидуального потребления характеризуется вектором $\alpha = (0{,}15\ \ 0{,}05\ \ 0{,}05\ \ 0{,}15\ \ 0{,}20\ \ 0{,}20\ \ 0{,}20)^T$, а структура коллективного потребления – вектором $h = (0{,}1\ \ 0{,}2\ \ 0{,}2\ \ 0{,}1\ \ 0{,}05\ \ 0{,}05\ \ 0{,}03)^T$. Изменения коэффициентов матрицы прямых затрат рассматривались в пределах до 50% от начального значения, а изменение вектора доли оплаты труда в сторону увеличения до максимального значения.

Таблица 3.1. Зависимость оптимальных значений целевых функций f_1^* (2.9) и f_2^* (2.10) от количества переменных n в матрице прямых затрат и значения коэффициента β

n	β=1		β=0,95		β=0,9	
%	f_1^*	f_2^*	f_1^*	f_2^*	f_1^*	f_2^*
50	2,16188	0,6751	1,88599	0,64637	1,67095	0,62027
40	2,03471	0,66316	1,78670	0,63521	1,57472	0,60788
30	1,90212	0,64954	1,65749	0,61939	1,43671	0,5874
20	1,75540	0,63315	1,47255	0,59417	1,21586	0,55085
10	1,57512	0,61044	1,23925	0,55654	0,95043	0,49664

Результаты расчетов показали, что уменьшение коэффициента β и границ изменений матрицы прямых затрат негативно влияет на макроэкономические показатели, описываемые функциями, f_1^* (2.9) и f_2^* (2.10) см. таблицу 3.1.

Разработанное приложение не нуждается в специальной инсталляции. Требования к программному и аппаратному обеспечению: Windows XP, Windows 7, процессор не менее 1,5 ГГц, оперативная память не менее 1,0 ГБ. Система снабжена справочными данными. Предусмотрена возможность выбора языка пользовательского интерфейса – русского, украинского или английского.

Глава 4

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЫНКА ТРУДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХАРГУМЕНТНОЙ ФУНКЦИИ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТРУДА

Эмпирические исследования рынка труда во многих странах демонстрируют неоднозначные зависимости между оплатой труда и уровнем безработицы. Согласно классическому подходу к анализу указанного сегмента национального рынка, безработица – следствие превышения предложения рабочей силы над спросом на нее. Поскольку предложение увеличивается с увеличением оплаты труда, а спрос на рабочую силу при этом уменьшается, безработица должна возникать, когда величина оплаты труда превышает свое равновесное значение. При увеличении отмеченного превышения безработица должна возрастать, таким образом будет существовать прямая зависимость между величиной оплаты труда и уровнем безработицы. Такая зависимость подтверждается эмпирическими данными для некоторых стран и для разных временных интервалов [104].

В то же время для многих стран статистические исследования демонстрируют противоположную картину. Существует обратная зависимость между уровнями безработицы и оплатой труда [105], т. е. когда увеличение зарплат согласуется с увеличением занятости. При этом характер такой зависимости несущественно отличается для стран с разным уровнем экономического развития [106], для которых можно было бы ожидать неоднозначного влияния специфики организации рынка труда (в том числе и наличие или отсутствие разных форм несовершенной конкуренции).

Возможно также изменение характера отмеченной зависимости в соответствии с конъюнктурой рынка. В частности, в [107] приведены эмпирические свидетельства того, что прямая зависимость между уровнями безработицы и оплаты труда отображает изменение номинальной заработной платы до уровня, необходимого для компенсации избыточного предложения труда. В то же время обратной зависимости в большинстве случаев соответствуют флуктуации вокруг равновесного уровня зарплаты и безработицы [108]. В этих условиях повышение минимальной оплаты труда может иметь позитивные последствия. Следует отметить, что в настоящее время на большинстве рынков труда преобладает именно обратная зависимость между оплатой труда и безработицей.

Существование обратной зависимости традиционно объясняется с помощью моделей неконкурентного рынка труда при предположениях относительно большей рыночной силы работодателей, их возможности использовать безработицу как способ, вынуждающий работающих по найму согласиться с более низкой заработной платой. Похожие взгляды используются, в частности, в концепции NAIRU (Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment) [109]. В работе [110] обратная зависимость интерпретируется как результат «премирования» работодателями своих работников за качественное выполнение ими своих обязательств. Необходимость такого премирования, по мнению авторов, возникает из-за относительного недостатка рабочей силы, т. е. из-за низкого уровня безработицы. В целом же объяснить обратную зависимость с помощью классических и неоклассических моделей не всегда возможно.

Отсутствие структурных моделей, которые адекватно описывали бы указанную зависимость, тормозит ее использование в теоретико-экономических исследованиях и не объясняет изменения в политике оплаты труда.

Открытым остается вопрос: почему такая зависимость не наблюдалась в реальных ситуациях, когда предположения о преобладающей рыночной силе работодателей выглядело вполне обоснованным. Проблемным остается также объяснение обратной зависимости в рамках моделей «спрос – предложение – цены», которые являются традиционными при исследовании рынков. Недостаток теоретического анализа последствий практического использования обратной зависимости между уровнями безработицы и оплаты труда тормозит использование инструментов экзогенного (опережающего) повышения оплаты труда в экономической политике, в частности, через эффективную политику относительно минимальной заработной платы.

В настоящей главе, основанной на работе [6], сделана попытка объяснить эти явления, рассмотрев функцию индивидуального предложения труда, аргументами которой являются не только оплата труда, но и уровень безработицы. Более широко вопросы моделирования рынка труда рассмотрены в [4].

Данная глава состоит из четырех разделов. В разделе 4.1 приведено микроэкономическое обоснование свойств такой функции на основе анализа модели поведения лица, работающего по найму. В этой модели учитывается не только полезность денег и свободного времени для отмеченного лица, но и влияние на его действия риска потерять работу. В разделе 4.2 с помощью построенной двухаргументной функции предложения труда определяются условия, при которых возможны прямая и обратная зависимости между оплатой труда и безработицей. В разделе 4.3 двухаргументная функция применяется для исследования конкурентного и монопсонического рынков труда. В разделе 4.4 приведена оценка последствий регулирования оплаты труда и занятости.

4.1. Микроэкономическое обоснование двухаргументной функции предложения труда

Рассмотрим модель поведения индивидуума, определяющего, сколько часов он согласен работать (это количество далее будем обозначать x) при известном уровне оплаты труда ω. Обозначим через T общее число часов, имеющихся в распоряжении указанного лица на протяжении периода планирования им своих действий. Пусть $u(t)$ – функция, соизмеряющая ценность свободного времени в количестве t и полезность денег для лица, работающего по найму. Далее предположим, что эта функция возрастающая, вогнутая и дифференцируемая. Как отмечалось ранее, в модели, кроме доходов и полезности в отношении свободного времени, учитывается риск потерять работу. Характеристиками такого риска являются вероятность сохранения работы p и уровень благосостояния в случае потери работы u_0. Далее будем предполагать, что величина p зависит от предложения рабочей силы, которая приходится на единицу оплаты труда (т. е. от рентабельности работающего по найму для работодателя) и от уровня безработицы U. Допустим, что функция $p = p\left(\frac{x}{\omega}, U\right)$, возрастающая по $\frac{x}{\omega}$ (т. е. работодатель увольняет в последнюю очередь тех работников, которые обеспечивают ему наибольшую прибыль) и убывающая по U (больший уровень безработицы обозначает больший риск потерять работу), при этом $p\,(0, U) = 0$ при любых значениях U. Предположим также, что величина u_0 постоянна и меньше $\omega_0 x + u(T–x)$ при любом $0 \le x \le T$, где ω_0 – минимальный установленный уровень оплаты труда. Предположим также, что функция $p\left(\frac{x}{\omega}, U\right)$ дифференцируема по ее первой переменной.

Лицо, работающее по найму, определяет свое предложение труда x, максимизируя при известных значениях ω и U ожидаемую полезность $G(x)$, определяющуюся следующим образом:

$$G(x) = (\omega x + u(T–x))\, p\left(\frac{x}{\omega}, U\right) + u_0\left(1 - p\left(\frac{x}{\omega}, U\right)\right).$$

При этом $0 \le x \le T$. Учитывая, что $\omega \ge \omega_0$, при сделанных выше предположениях точка $x = 0$ может быть точкой максимума $G\,(x)$. Случай, когда такой точкой будет $x = T$, можно исключить, предположив, что значение $u'(0)$ достаточно большое. Таким образом, $G\,(x)$ может принимать максимальное значение только во внутренней точке промежутка $[0,T]$, там, где ее производная равняется нулю. Из соотношения:

$$G'(0) = (\omega - u'(T-x))p\left(\frac{x}{\omega}, U\right) + (\omega x + u(T-x))\frac{\partial p\left(\frac{x}{\omega}, U\right)}{\partial x} - u_0\frac{\partial p\left(\frac{x}{\omega}, U\right)}{\partial x}$$

следует равенство

$$\omega - u'(T-x) = \frac{\partial p\left(\frac{x}{\omega}, U\right)}{\partial x}\, p^{-1}\left(\frac{x}{\omega}, U\right)(u_0 - \omega x - u(T-x)). \quad (4.1)$$

Обратим внимание на то, что величина

$$\frac{\partial p\left(\frac{x}{\omega}, U\right)}{\partial x}\, p^{-1}\left(\frac{x}{\omega}, U\right) = E\left(\frac{x}{\omega}, U\right)$$

является коэффициентом эластичности вероятности сохранения работы при предложении труда x. При сделанных предположениях эта величина будет положительной и убывающей по x и U. Последний из множителей правой части равенства (4.1) принимает отрицательные значения при любых $0 \le x \le T$ и $\omega \ge \omega_0$.

Таким образом, точкой максимума $G(x)$ будет точка пересечения кривых $y = \omega - u'(T-x)$ и $y = E\left(\dfrac{x}{\omega}, U\right)(u_0 - \omega x - u(T-x))$ (рис. 4.1).

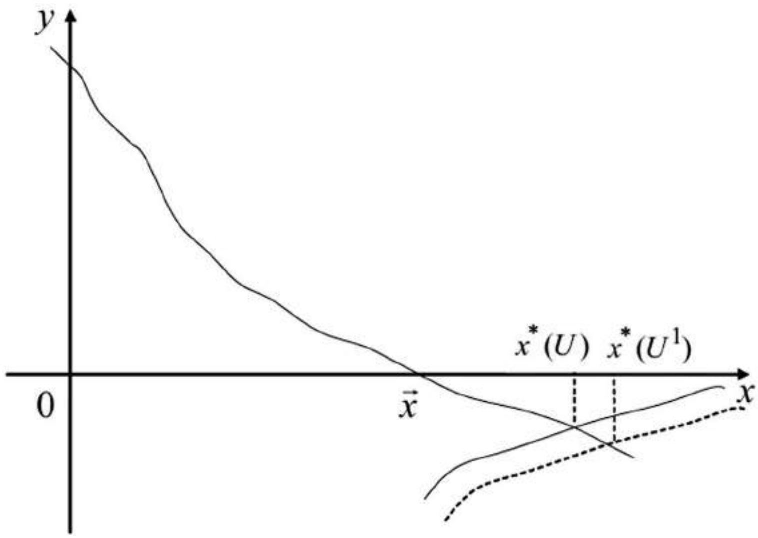


Рис. 4.1. Двухаргументная функция индивидуального предложения труда

Отметим, что точкой пересечения кривой $y = \omega - u'(T-x)$ с осью $0x$ будет точка $\bar{x}$, которой соответствует решение работающего по найму, принятое без учета риска потерять работу. Именно это решение традиционно рассматривается при микроэкономическом обосновании свойств функции индивидуального предложения труда $x^*(u)$. Таким образом, предложение труда $x^*(U)$, определенное с учетом риска безработицы, всегда будет больше $\bar{x}$. Учитывая свойства $E\left(\dfrac{x}{\omega}, U\right)$ увеличение U будет смещать вниз кривую $y = E\left(\dfrac{x}{\omega}, U\right)(u_0 - \omega x - u(T-x))$, таким образом, для $U^1 > U$ будет выполняться $x^*(U^1) > x^*(U)$ (рис. 4.1) и предложение труда будет возрастающей функцией по U.

Поскольку при сделанных предположениях величина $(u_0 - \omega x - u(T-x))\, E\left(\frac{x}{\omega},\ U\right)$ будет уменьшаться по ω, при уменьшении $\omega - u'(T-x)$ можно показать, что при достаточно малых ω предложение труда будет возрастающей функцией от этой величины. Далее первая из этих величин будет уменьшаться, в то время как вторая возрастать. Если это возрастание превысит уменьшение, предложение труда будет уменьшаться. Однако возможна ситуация, когда уменьшение первой величины превысит возрастание второй, тогда предложение труда будет продолжать возрастать. Таким образом, эффект уменьшения предложения труда вследствие высокой зарплаты, типичный для неоклассических моделей, будет иметь место только при дополнительных предположениях о малой чувствительности работающего к возможности потери им работы.

Из непрерывности кривых, которые рассматриваются на рис. 4.1, следует непрерывность зависимости индивидуального предложения труда от ω и U.

Таким образом, двухаргументная функция индивидуального предложения труда $L(\omega,U)$ при рассмотренных выше предположениях непрерывная и возрастающая по U. Для достаточно малых ω ($\omega \le \omega \le \tilde{\omega}$) эта функция также будет возрастающей по ω. При этом величина $\tilde{\omega}$ возрастает с увеличением U. При некоторых условиях она может быть бесконечно большой. Эти свойства функции $L(\omega,U)$ используются для дальнейшего анализа зависимости между оплатой труда ω и безработицей U.

4.2. Анализ зависимости между оплатой труда и безработицей

Рассмотрим рынок труда, предложение на котором формируется индивидуумами, имеющими одинаковые функции индивидуального предложения труда $L(\omega,U)$. В соответствии с результатами предыдущего раздела эти функции непрерывные, возрастающие по ω и U при $\omega < \tilde{\omega}$. Далее будем рассматривать именно этот случай. Пусть $\bar{z}(\omega)$ – количество лиц, предлагающих свой труд при условии его оплаты в размере ω. Далее предположим, что

$\bar{z}(\omega)$ – возрастающая по ω дифференцируемая функция, а функция $L(\omega, U)$ тоже дифференцируемая.

Ситуацию на рынке определяют оплата труда ω и количество занятых $z \le \bar{z}(\omega)$. Общее количество труда $F(\omega, z)$, используемое в этой ситуации, равняется

$$F(\omega, z) = zL(\omega, \bar{z}(\omega) - z).$$

Исследуем свойства функции $F(\omega, z)$. Ее частная производная по первой переменной равняется

$$\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial \omega} = z\left(\frac{\partial L(\omega, \bar{z}(\omega) - z)}{\partial \omega} + \frac{\partial L(\omega, \bar{z}(\omega) - z}{\partial u}\frac{\partial \bar{z}(\omega)}{\partial u}\right).$$

Для $\omega \le \tilde{\omega}$ она положительна. Производная по второй переменной равняется

$$\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} = L(\omega, \bar{z}(\omega) - z) - z\frac{\partial L(\omega, \bar{z}(\omega) - z)}{\partial u}.$$

Принимая во внимание тот факт, что $z > 0$ и $L(\omega, \bar{z}) - z) > 0$, сделаем вывод, что знак величины $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z}$ будет определяться знаком выражения $z^{-1} - E_1(\omega, z)$, где

$$E_1(\omega, z) = \frac{\partial L(\omega, \bar{z}(\omega) - z}{\partial u} L^{-1}(\omega, \bar{z}(\omega) - z)$$

– коэффициент эластичности по уровню безработицы функции индивидуального предложения труда.

Если выполняется неравенство $E_1(\omega, z) \le z^{-1}$, то имеет место $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} \ge 0$. В этом случае влияние ω на величину $F(\omega, z)$ может быть компенсировано увеличением *z*, т. е. уменьшением безработицы $\bar{U} = \bar{z}(\omega) - z$ (при этом $\bar{z}(\omega)$ также уменьшается). При этих условиях наблюдается прямая зависимость между оплатой труда и уровнем безработицы, как это следует из классических моделей рынка труда.

Если же имеет место неравенство $E_1(\omega, z) > z^{-1}$, то будет выполняться $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0$. Влияние уменьшения ω на величину $F(\omega, z)$ в этом случае компенсируется уменьшением *z* и увеличением *U*. Таким образом, здесь возникает обратная зависимость между оплатой труда и уровнем безработицы, что наблюдается при построении эмпирических зависимостей.

Главная причина, которая обуславливает изменение характера зависимости – изменение эластичности по уровню безработицы двухаргументной функции предложения труда. Малым значениям коэффициента эластичности будет отвечать прямая зависимость между ω и U, большим значениям – обратная зависимость. Эластичность уровня безработицы по величине оплаты труда, которая зачастую оценивается во время эмпирических исследований [106], будет определяться эластичностью функции предложения труда по величине.

4.3. Анализ рынка труда

Проанализируем с помощью двухаргументной функции предложения труда процессы, происходящие на рынке труда при различных формах его организации. Начнем исследования с конкурентного рынка труда.

Пусть спрос на труд L_D на этом рынке определяется зависимостью $L_D = f(\omega)$, где $f(\omega)$ – некоторая убывающая, выпуклая и дифференцируемая функция от величины оплаты труда ω. Предложение труда L_s будет зависеть также от занятости z и определяться соотношением $L_S = F(\omega, z)$, где $F(\omega, z)$ – двухаргументная функция предложения труда, которая рассматривалась в предыдущем разделе. Условие равновесия на таком рынке приобретает вид

$$F(\omega, z) - f(\omega) = 0. \qquad (4.2)$$

Из равенства (4.2) вытекает существование множеств состояний равновесия $\hat{H}$, которым на плоскости $z0\omega$ соответствует геометрическое место точек (ω, z), удовлетворяющих условию $f(\omega) = F(\omega, z)$. Отметим, что с точки зрения неоклассических моделей в состав этого множества будут входить точки псевдоравновесия с ненулевым уровнем безработицы. Однако во всех этих точках совокупное предложение труда всех занятых лиц равно совокупному спросу на труд, а эффективность использования трудовых ресурсов (т. е. отношение L_D / ω) для некоторых из таких точек превышает этот показатель для точек с нулевой безработицей.

Таким образом, все точки множества $\hat{H}$ можно рассматривать как такие, которые обеспечивают экономическую и социальную стабильность, т. е. являются аналогами точек равновесия в классических моделях. Исходя из этого, множество $\hat{H}$ далее будем называть множеством состояний равновесия.

Учитывая, что $F(\omega, z)$ монотонно возрастающая по $\omega < \tilde{\omega}$, а $f(\omega)$ – убывающая функция, из предположений о достаточно больших и малых значениях этих функций при достаточно малых и больших ω соответственно вытекает, что указанное множество не будет пустым, а его графическое изображение будет представлять собой некоторую линию на рассматриваемой плоскости.

При этих условиях возможны два типа изменений состояний равновесия. Во-первых, это смещение точки равновесия вдоль линии $\hat{H}$, т. е. переход от одного состояния равновесия к другому при неизменном виде зависимостей $L_D = f(\omega)$ и $L_S = F(\omega, z)$. Причиной такого перехода может быть действие факторов (в том числе и неэкономических), которые не влияют непосредственно на спрос, на труд и на его предложение, но приводят к изменению занятости или оплаты труда. Одним из таких факторов может быть изменение величины минимальной оплаты труда ω^0 при условии, что предыдущее равновесное значение оплаты труда окажется меньше её нового минимального уровня. Во-вторых, изменение текущего состояния равновесия может быть обусловлено изменением функций $f(\omega)$ и $F(\omega, z)$ воздействием факторов, которые непосредственно не учтены в равенстве (4.2). Рассмотрим детальнее оба типа изменений. Предположим сначала, что для всех (ω, z) из некоторой окрестности предыдущей точки равновесия выполняется условие $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} > 0$. Тогда увеличение ω компенсируется уменьшением z, и линия $\hat{H}$ будет графиком некоторой непрерывной убывающей функции $z = z(\omega)$ (рис. 4.2).

Пусть точка (ω^0, z^0) – текущее состояние равновесия. Рассмотрим сначала, как изменятся занятость и оплата труда при переходе к новому состоянию равновесия при неизменном положении линии $\hat{H}$. Из рис. 4.2 видно, что один из параметров при этом увеличится, а другой – уменьшится. Например, для новой точки равновесия (ω^1, z^1) выполняется $\omega^1 > \omega^0$, $z^1 < z^0$. Для данного случая наблюдается прямая зависимость между оплатой труда ω и уровнем безработицы $U = \bar{z}(\omega) - z$, о чем шла речь в предыдущем разделе.

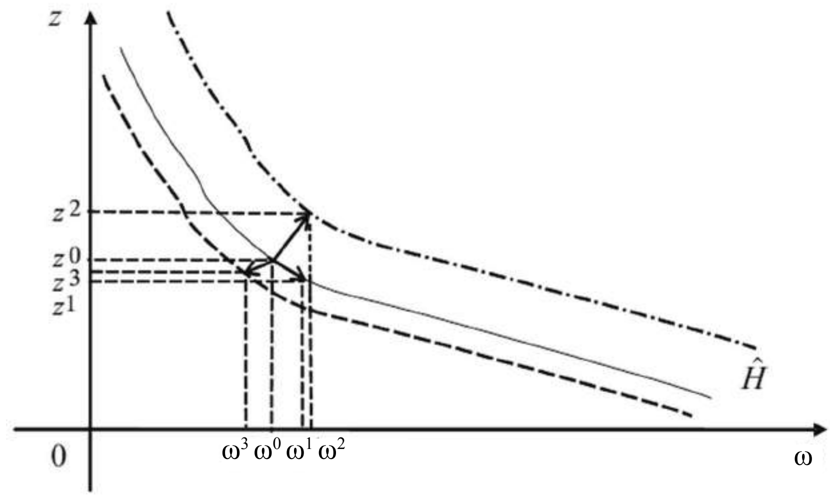


Рис. 4.2. График изменения состояний при условии $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} > 0$

Проанализируем теперь последствия изменений положения линии $\hat{H}$ (множества состояний равновесия). Пусть под воздействием некоторых факторов, не учтенных непосредственно в равенстве (4.2), величина спроса на труд $f(\omega)$ возрасла для всех ω. Это возрастание должно компенсироваться увеличением z, таким образом, равновесие при неизменных ω будет достигаться для больших значений z. Как следствие, линия $\hat{H}$ сместится вверх до положения, обозначенного на рис. 4.2 штрих-пунктирной линией. Переход к новому состоянию равновесия (ω^2, z^2) на рынке осуществляется преимущественно таким образом, чтобы это состояние несущественно отличалось от предыдущего. Как следует из рис. 4.2, это сопровождается, в первую очередь, увеличением как занятости, так и оплаты труда ($\omega^2 > \omega^0$, $z^2 > z^0$). Если количество лиц, предлагающих свой труд $\bar{z}(\omega)$, при этом растет медленнее, чем занятость (т. е. имеет место неравенство $\bar{z}(\omega^2) - \bar{z}(\omega^0) < z^2 - z^0$), уровень безработицы U уменьшится. Для данного случая наблюдается обратная зависимость между ω и U.

В случае изменения спроса на труд $f(\omega)$ для всех ω линия $\hat{H}$ сместится вниз, до положения, обозначенного на рис. 4.2 пунктирной линией. При переходе к новому состоянию равновесия (ω^3, z^3)

в большинстве случаев уменьшится как занятость ($z^3 < z^0$), так и оплата труда ($\omega^3 < \omega^0$). Если при этом будет выполняться $\bar{z}(\omega^3) - \bar{z}(\omega^0) < z^3 - z^0$, уровень безработицы возрастет, что также приведет к обратной зависимости между ω и U.

Таким образом, на конкурентном рынке труда при выполнении условия $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} > 0$ при переходе к новому состоянию равновесия при неизменном положения линии $\hat{H}$ наблюдается прямая зависимость между уровнями безработицы и оплаты труда. Если же переход к новому состоянию равновесия обусловлен изменением положения линии $\hat{H}$, то такая зависимость может быть как прямой, так и обратной.

Рассмотрим теперь случай, когда для всех (ω, z) з из некоторой окрестности (ω^0, z^0) выполняется неравенство $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0$. Линия $\hat{H}$ будет графиком некоторой возрастающей функции $z(\omega)$ (рис. 4.3).

Как видно из рис. 4.3, в случае перехода к новому состоянию равновесия при неизменном положении кривой $\hat{H}$ занятость и оплата труда изменяются в одном направлении (в рассмотренном случае $\omega^1 < \omega^0$, $z^1 < z^0$). При условиях относительно функции $\bar{z}(\omega)$, аналогичных приведенным при исследовании предыдущего случая, возникнет обратная зависимость между уровнями оплаты труда и безработицы.

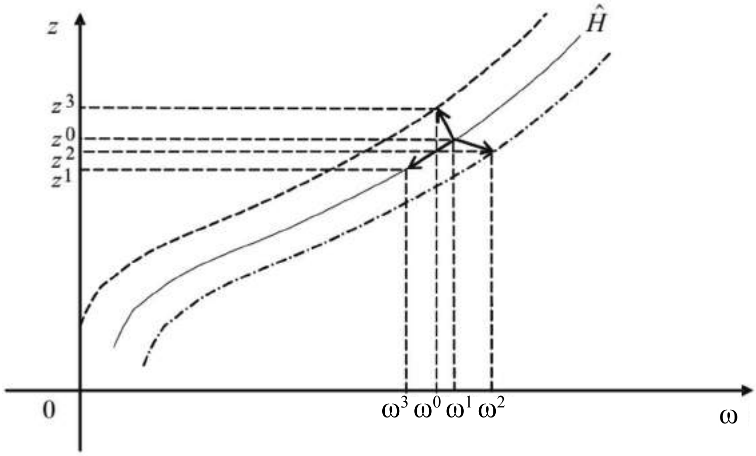


Рис. 4.3. График изменения состояний при условии $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0$

При увеличении спроса на труд под действием факторов, не учтенных в равенстве (4.2), линия $\hat{H}$ сместится вниз, поскольку $F(\omega, z)$ увеличивается при уменьшении z. Новое положение $\hat{H}$ обозначено штрих-пунктирной линией. При переходе к новой точке равновесия (ω^2, z^2) оплата труда возрастет $(\omega^2 > \omega^0)$, а занятость уменьшится, т. е. $z^2 < z^0$. Как следствие, уровень безработицы $U = \bar{z}(\omega) - z$ возрастет и будет наблюдаться прямая зависимость между безработицей и оплатой труда. В случае уменьшения спроса на труд $\hat{H}$ займет положение, обозначенное пунктиром. Для нового состояния равновесия (ω^3, z^3) будет выполняться $z^3 > z^0$, $\omega^3 < \omega^0$. В этом случае тоже возможно возникновение прямой зависимости между ω и U.

Таким образом, когда $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0$, переход к новым состояниям равновесия при неизменном положении линии $\hat{H}$ сопровождается преимущественно обратной зависимостью между оплатой труда и уровнем безработицы. Если же переход к новому состоянию равновесия обусловлен изменением положения линии $\hat{H}$, для него характерна прямая зависимость между отмеченными показателями.

Если знак $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z}$ изменяется для разных (ω, z) из любой окрестности точки (ω^0, z^0), то изменение уровней безработицы и оплаты труда будет зависеть от знака отмеченной производной в точке (ω^0, z^0) и в отдельных областях вокруг нее и будет комбинацией двух анализируемых случаев.

Рассмотрим теперь случай монопсонического рынка труда, когда единый работодатель-монополист действует в соответствии со своими интересами, максимизируя свою прибыль, полученную от использования приобретенной рабочей силы. Воспользовавшись моделью такого рынка, рассмотренной в [111], можно сделать вывод, что в этих условиях работодатель определяет оплату труда ω и занятость z таким образом, чтобы максимизировать функцию

$$Q(\omega, z) = \min(lF(\omega, z), \alpha V) - H\omega z \tag{4.3}$$

на множестве $D = \{(\omega, z): \omega \geq 0, 0 \leq z \leq \bar{z}(\omega)\}$.

В (4.3) l – продуктивность труда, вычисленная согласно созданной добавочной стоимости; α – часть добавочной стоимости в цене продукции, которая изготовляется работодателем; V – спрос на отмеченную продукцию, значение этого параметра далее будем считать известным и фиксированным; $H=1+h$, h – величина дополнительных затрат, связанных с приобретением труда, которые приходятся на единицу фонда оплаты труда. Следуя [112], будем считать, что такие затраты (непрямые налоги на фонд оплаты труда, социальные отчисления и т. п.) пропорциональны величине фонда оплаты труда.

Точкой максимума функции $Q(\omega, z)$ может быть или внутренняя точка множества D, в которой эта функция либо недифференцируема, либо ее градиент равняется нулю, либо точка на границе D. Ситуация, когда в этой точке выполняется $\omega = 0$ или (и) $z = 0$ не представляет интереса для дальнейшего рассмотрения ввиду нулевого значения объемов производства. Поэтому в дальнейшем исключим эту ситуацию, полагая, что для достаточно малых (ω, z) должно выполняться $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial \omega} > 0$ и $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} > 0$, и указанные выше частные производные будут достаточно большими. Для точки (ω, z), в которой функция $Q(\omega, z)$ недифференцируема, будет выполняться $lF(\omega, z) = \alpha V$, или $\omega = F_\omega^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z\right)$, где $F_\omega^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z\right)$ – функция, обратная к $F(\omega, z)$ по переменной ω.

В случае $\frac{\partial F(\omega, \mathrm{z})}{\partial \mathrm{z}} > 0$ эта функция возрастающая по V и убывающая по z. Зависимость $\omega = F_\omega^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z\right)$ для фиксированного V схематически изображена на рис. 4.4, при возрастании V линия L, отображающая эту зависимость, смещается вправо и вверх, в положение L', обозначенное пунктиром. Если точка максимума функции принадлежит L, для этой точки величина $zF_\omega^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z\right)$ должна принимать наименьшее значение среди всех точек L. Предположив дифференцируемость по z для обратной к $F(\omega, z)$ функции (это предположение имеет сугубо техническое значение, при его отсутствии можно получить аналогичные результаты, однако это потребует более сложных математических выкладок), получим, что в точке (ω^*, z^*) максимума функции $Q(\omega, z)$ на прямой L, должно выполняться $F_\omega^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z^*\right) + z^* \frac{\partial F_\omega^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z^*\right)}{\partial z} = 0$ или $z^* = -(E_3(V, z^*))^{-1}$, где $E_3(V, z)$ – величина функции эластичности $F_\omega^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z\right)$ по переменной z. Отметим, что при сделанных предположениях величина $E_3(V, z)$ отрицательна, а функция $Q(\omega, z)$ возрастает при движении вдоль L к (ω^*, z^*).

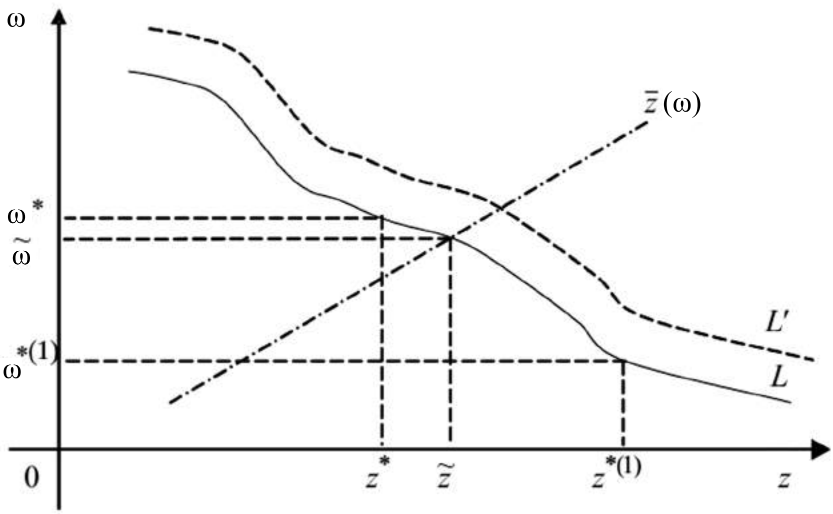


Рис. 4.4. График формирования занятости и оплаты труда на монопсоническом рынке

В случае когда выполняется $z^* > \bar{z}(\omega^*)$, т. е. z^* расположена под линией $z = \bar{z}(\omega)$, обозначенной на рис. 4.4 штрих-пунктиром (такая ситуация возникает для точки $(z^{*(1)}, \omega^{*(1)})$), точкой максимума функции $Q(\omega, z)$ будет точка $(\tilde{\omega}, \tilde{z})$ пересечения линий L и $z = \bar{z}(\omega)$. В этой точке занятость $\tilde{z}$ равняется количеству желающих работать $\bar{z}(\tilde{\omega})$, т. е. будет наблюдаться отсутствие безработицы (этот эффект свойственен традиционным моделям монопсоническкото рынка труда, в которых оплата труда рассматривается как главная величина, контролируемая работодателем). Если же точка (ω^*, z^*) расположена над линией $z = \bar{z}(\omega)$, величина безработицы $U = \bar{z}(\omega^*) - z^*$ может быть достаточно большой. Таким образом, в соответствии с моделью (4.3) на монопсоническом рынке труда возможна существенная безработица, если управляемыми переменными для работодателя являются не только оплата труда, но и уровень занятости, а функция $F_{\omega}^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z\right)$ претерпит существенные изменения при движении вдоль линии L. Обратим также внимание и на тот факт, что при увеличении V величина $-(E_3(V, z))^{-1}$ может как увеличиваться, так и уменьшаться. Таким образом, здесь возможна как прямая, так и обратная зависимость между ω и z.

Рассмотрим теперь случай, когда $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0$. При этих условиях функция $F_\omega^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, z\right)$ возрастает как по z, так и по V, а величина $E_3(V, z)$ положительна, и функция Q (ω, z) возрастает при движении вдоль линии L, которое сопровождается уменьшением z. Таким образом, точка максимума отмеченной функции не может принадлежать множеству $\left\{(\omega, z) : \frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0\right\}$. Осталось исследовать случай, когда функция Q (ω, z) достигает максимума в точке, где ее частные производные равняются нулю. Такая точка (ω^*, z^*) должна удовлетворять соотношениям

$$
\begin{aligned}
& l\frac{\partial F(\omega^*, z^*)}{\partial \omega} - Hz^* = 0, \\
& l\frac{\partial F(\omega^*, z^*)}{\partial \omega} - H\omega^* = 0.
\end{aligned} \tag{4.4}
$$

Учитывая, что $l > 0$ и $H > 0$, второе из этих соотношений не будет выполняться, если $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0$, Таким образом, точка (ω^*, z^*) также не может принадлежать множеству $\left\{(\omega, z) : \frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0\right\}$.

При этом точка (ω^*, z^*) должна находиться выше линии $z = \bar{z}(\omega)$. Если же она находится под отмеченной линией, максимум функции $Q(\omega, z)$ достигается на границе множества D, при условии, что $z = \bar{z}(\omega)$. Необходимые условия для такой точки максимума приобретают вид:

$$
\begin{aligned}
& l\frac{\partial F(\omega^*, z^*)}{\partial \omega} - Hz^* = -\lambda^* \frac{\partial \bar{z}(\omega^*)}{\partial \omega}, \\
& l\frac{\partial F(\omega^*, z^*)}{\partial \omega} - H\omega^* = \lambda^*,
\end{aligned} \tag{4.5}
$$

где λ^* – оптимальное значение множителя Лагранжа, которому соответствует ограничение $z \le \bar{z}(\omega)$. Отметим, что при этом должно выполняться $\lambda^* > 0$ [113], таким образом, второе из уравнений (4.5) не может выполняться в точке, где $\frac{\partial F(\omega^*, z^*)}{\partial \omega} < 0$.

Из уравнений (4.5) следует, что точка (ω^*, z^*) должна удовлетворять соотношениям :

$$l\frac{\partial F(\omega^*, z^*)}{\partial \omega} - Hz^* = -\frac{\partial \bar{z}(\omega^*)}{\partial \omega}\left(l\frac{\partial F(\omega^*, z^*)}{\partial z} - H\omega^*\right),$$

$$z = \bar{z}\,(\omega^*). \tag{4.6}$$

Точка (ω^*, z^*), удовлетворяющая системам уравнений (4.4), или (4.6) будет точкой максимума функции Q (ω, z), если она находится ниже линии L. Поскольку последняя смещается вверх при увеличении V, при достаточно больших значениях этого параметра величины монопсонической оплаты труда, то при монопсонической занятости z^* не изменятся при дальнейшем возрастании V. Здесь также прослеживается аналогия с приведенными в [111] моделями монопсонического рынка труда. Изменение других параметров модели, например H, может вызвать как одинаково направленные, так и противоположные изменения величин ω^* и z^*, при этом возможно возникновение как прямой, так и обратной зависимости между уровнями оплаты труда и безработицы.

Таким образом, модель монопсонического рынка труда, где используется двухаргументная функция, демонстрирует возможность возникновения существенной безработицы, которая используется работодателем как способ давления на работающих по найму в целях увеличения индивидуального предложения труда при ее неизменной оплате. Величины занятости и оплаты труда будут изменяться в этой модели в одном или разных направлениях вследствие изменения величин спроса на продукцию, изготовляемую работодателем, дополнительных затрат на приобретение труда и других параметров модели. Здесь возможно возникновение как прямой, так и обратной зависимости между уровнями безработицы и оплаты труда. Оптимальная стратегия работодателя (ω^*, z^*) не может принадлежать множеству $\left\{(\omega,\ z) : \frac{\partial F(\omega,\ z)}{\partial z} < 0\right\}$.

Следовательно, разные типы зависимостей между оплатой труда и уровнем безработицы возможны для разных форм организации рынка труда. Прежде всего они будут определяться эластичностью двухаргументной функции предложения труда и причинами возникновения изменений в конъюнктуре рынка труда.

4.4. Анализ последствий административного регулирования оплаты труда и занятости

Результаты исследования рынка труда с использованием двухаргументной функции позволяют оценить действенность мероприятий в области занятости и оплаты труда, направленных на смягчение последствий экономического кризиса. Этот кризис влияет на все основные сегменты национальной экономики, но его последствия относительно состояния трудовых ресурсов и человеческого капитала страны особенно пагубны. Быстрое сворачивание производства приводит к существенному уменьшению спроса на труд и порождает массовые увольнения, а ухудшение финансового состояния предприятий вынуждает работодателей уменьшать заработную плату и проводить нерегулярные выплаты. Отмеченные процессы стимулируют снижение профессиональных навыков квалифицированных рабочих, усиливают трудовую миграцию лучших специалистов, при этом социальная напряженность возрастает. В таких условиях раздаются призывы к применению методов государственного регулирования рынка труда, в частности, установлению минимальной оплаты труда (или увеличению ранее установленной минимальной оплаты с расширением сферы действия последней) и к ограничению сокращения работающих. Оценим действенность этих методов для ранее рассмотренных форм организации рынка труда.

Рассмотрим сначала конкурентный рынок при условии, когда выполняется $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} > 0$, т. е. когда увеличение оплаты труда ω и занятости z увеличивают совокупное предложение труда. Как отмечалось ранее, в этих условиях уменьшение спроса на труд смещает множество равновесных состояний $\hat{H}$ влево и вниз (см. рис. 4.2). Новому равновесному состоянию отвечают меньшие значения как ω, так и z. Из рис. 4.2 следует, что административное ограничение увеличения безработицы (например, фиксация занятости на уровне z^0, который отвечает предыдущему состоянию равновесия, путем запрета увольнения работающих) приведет к более существенному сокращению оплаты труда по сравнению со случаем, когда такой запрет отсутствует. При этом новой точке равновесия будет отвечать меньшее значение спроса на труд, таким образом, сокращение объемов производства увеличится. Потеря в оплате труда и объемах производства тем больше, чем больший наклон кривой $\hat{H}$, т. е. чем большая эластичность по безработице индивидуальной функции предложения труда. Как отмечалось в разд. 4.1, упомянутая выше эластичность будет высокой при существенных потерях индивидуума в случае его увольнения и усиленного восприятия им риска потерять работу. Таким образом, в этих условиях административные ограничения увольнения могут усилить спад производства, снизить уровень благосостояния работающих и увеличить негативные социальные последствия.

Исследуем теперь случай, когда для конкурентного рынка труда выполняется $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0$, т. е. когда оплата труда ω и занятость z разнонаправлено влияют на совокупное предложение труда. В этих условиях уменьшение спроса на труд сместит множество состояний равновесия (кривую $\hat{H}$) влево и вверх (рис. 4.3). Переход к новому состоянию равновесия будет сопровождаться уменьшением ω и увеличением z, таким образом, ограничение занятости теряет смысл. Однако усилится ориентация экономики на использование менее квалифицированного низкооплачиваемого труда, что будет иметь негативные социальные последствия. Ограничение уменьшения ω (например, путем повышения уровня минимальной оплаты труда) также ограничит увеличение z и немного усилит безработицу.

Похожая ситуация будет наблюдаться и на монопсоническом рынке труда. В зависимости от того, будет выполняться $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} > 0$, или $\frac{\partial F(\omega, z)}{\partial z} < 0$, ограничение сокращения занятости в условиях кризиса может привести к дополнительному сокращению оплаты труда или же может не повлиять на ситуацию на рынке труда. Дополнительные негативные эффекты могут возникнуть в случае, когда точка пересечения кривой L после ее сдвига (вследствие уменьшения спроса V) и вертикальной прямой $z = \tilde{z}$, где $\tilde{z}$ – минимальный уровень занятости, находится справа от точки пересечения линий L и $z = \bar{z}(\omega)$ (рис. 4.4). В этом случае функция доходов работодателя-монополиста Q (ω, z) будет убывающей при любых ω и z, таким образом, она достигнет наибольшего значения в точке (0,0), которой соответствует полное сворачивание производства работодателем. Ограничение уменьшения оплаты труда в условиях экономического спада, как это следует из анализа модели с двухаргументной функцией предложения труда, неминуемо усилит безработицу.

Ситуация несколько изменится, если увеличение минимальной оплаты труда будет происходить при условии достижения экономической стабилизации и в начале подъема производства.

Вернемся к рассмотрению конкурентного рынка труда. В случае, проиллюстрированном на рис. 4.2, увеличение минимальной оплаты труда ω^0 сверх нового равновесного уровня ω^1 одновременно со смещением кривой $\hat{H}$ вправо и вверх изменит положение новой точки равновесия. При этом величина оплаты труда будет большей, а занятости – меньшей по сравнению с их значениями при отсутствии изменений в минимальной оплате. Поскольку новое равновесное значение занятости z превзойдет старое, совокупные доходы работающих по найму возрастут, что, учитывая относительно высокую граничную склонность к потреблению отмеченной социальной группы, может ускорить общий экономический рост. По-видимому, именно такое развитие событий имело место в странах-лидерах на постсоциалистическом пространстве, о которых шла речь в начале главы. Следует отметить, что такая политика может привести и к негативным явлениям. В случае, когда минимальная оплата труда существенно превысит новый равновесный уровень и траектория смещения точки равновесия будет проходить почти параллельно оси $0x$, безработица существенно увеличится. Поэтому рост минимальной оплаты труда должен быть постепенным и сопровождаться оценкой его последствий с помощью рассмотренных ранее моделей.

Рассмотрим теперь случай, проиллюстрированный на рис. 4.3. Здесь при условии изменения спроса на труд имеет место прямая зависимость между оплатой труда и безработицей, следовательно, увеличение минимальной оплаты труда неминуемо уменьшит занятость. Однако, если рынок пребывает в стадии равновесия, результатом будет смещение точки равновесия вправо и вверх вдоль кривой $\hat{H}$. При этом, вследствие обратной зависимости между ω и U, увеличится как занятость, так и оплата труда. Совокупные доходы работающих по найму возрастут, что, как уже отмечалось, стимулирует общий экономический рост. Последний будет сопровождаться увеличением спроса на труд, что, согласно рассмотренной модели, увеличит оплату труда и уменьшит занятость. Таким образом, здесь также возможны негативные социальные последствия. Их можно ограничить, если возрастание минимальной оплаты труда вводить постепенно, не вызывая существенных рыночных диспропорций.

Аналогичные результаты получены и для монопсонического рынка труда. Повышение минимальной оплаты труда должно осуществляться постепенно и при такой ситуации на рынке труда, когда есть основания предполагать наличие обратной зависимости между оплатой труда и безработицей. Несмотря на наличие отмеченной зависимости, возможно увеличение безработицы как на ограниченном промежутке времени, так и в перспективе.

Таким образом, применение административных рычагов не может полностью предотвратить негативные социальные последствия экономического кризиса. Более того, уменьшая социальные проблемы относительно одного из аспектов рынка труда (занятости или оплаты труда), эти рычаги ухудшат ситуацию в другом аспекте. Следовательно, их применение должно сопровождаться оценкой всех последствий, осуществленных путем модельных расчетов. В этих условиях особенное значение приобретает верификация предложенных моделей на статистических данных, которые касаются отдельных стран и регионов. Заметим, что уменьшение эластичности по безработице индивидуальной двухаргументной функции предложения труда ограничит негативные последствия административного регулирования оплаты труда и занятости. Таким образом, антикризисные действия также должны быть направлены на уменьшение чувствительности индивидуумов к возможной безработице. Особенно это касается высококвалифицированных работников. Поставленной цели можно достичь с помощью таких мероприятий, как увеличение объемов и продолжительности выплат пособий по безработице, усиление контроля над соблюдением прав работающих в вопросах увольнения и принятия на работу, выявление и запрет выгодных для работодателя форм скрытой безработицы, расширение практики общественных работ.

Оценивая последствия сокращения оплаты труда, необходимо также учитывать ее влияние на высококвалифицированных работников, которые составляют существенную часть «среднего» класса. Отмеченные группы наиболее уязвимы к уменьшению заработной платы, следствием может стать масштабная трудовая эмиграция или переквалификация. Потерянный вследствие этого трудовой потенциал восстановить будет очень тяжело. Предотвратить эти процессы может развитие альтернативной занятости с сохранением квалификации, прежде всего, в сфере малого и среднего бизнеса. Ряд мероприятий относительно регламентации венчурного бизнеса и инжиниринговой деятельности, работы по «свободным» профессиям, стимулирование индивидуальной трудовой деятельности в области прикладных научных и исследовательско-конструкторских разработок, создание и внедрение новых технологий должно рассматриваться органами законодательной и исполнительной власти как первоочередные для сохранения существующего человеческого капитала в условиях экономического кризиса.

Глава 5

МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ МОДЕЛИ И МНОГОМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ОТРАСЛЕЙ ЭКОНОМИКИ

Изменения в соотношениях и пропорциях структуры экономики проявляются на всех уровнях экономической системы и поэтому классифицируются в зависимости от рассматриваемых экономических структур. Так, отраслевой структуре экономики соответствуют межотраслевые и внутриотраслевые изменения, диспропорции и деформации взаимосвязей. Региональной структуре – изменение соотношений и взаимодействий дотационных регионов и регионов-доноров [114]. Технологической структуре – изменение технологических укладов и их взаимосвязей.

В развитых индустриальных странах структурные изменения вызваны научно-техническим прогрессом, изменениями в отношениях собственности, разделении труда и его специализации, циклическими экономическими процессами, глобализацией.

Для стран с переходной экономикой требуемые прогрессивные структурно-технологических изменения предполагают разработку эффективной структурной политики, т. е. системы мер по формированию, поддержанию и изменению пропорций в экономике для более эффективного использования всех видов ресурсов. Структурная политика, в свою очередь, означает выделение приоритетов в решении экономических, экологических, социальных, региональных, научно-технических и прочих проблем, и в соответствии с этими приоритетами развитие определенных отраслей и видов деятельности.

К средствам реализации структурной политики относят: инвестиционную политику, систему рыночных стимулов (налоги, кредиты, субсидии и пр.), правовое регулирование и т. д.

В контексте использования межотраслевых моделей как инструмента структурно-технологического развития экономики и формирования прогрессивной структурной политики (главы 1, 2 настоящей книги) интересным, на наш взгляд, представляется изучение структурных внутриотраслевых изменений и выбор направлений развития отдельных отраслей. В настоящей главе межотраслевые модели используются в сочетании с многомерным статистическим анализом. В качестве примера применения предлагаемого подхода рассматривается грузовой транспорт Украины.

Выбор грузовой транспортной отрасли объясняется ее первостепенным значением для развития экономики. Эффективное функционирование транспорта является необходимым условием стабилизации, прогрессивных структурных преобразований экономики, развития внешнеэкономической деятельности страны, удовлетворения потребностей населения и общественного производства в перевозках, защиты ее экономических интересов. Дальнейшее развитие отрасли с учетом ее особенностей и роли в процессах экономических и социальных преобразований, ее конкурентоспособность может обеспечить только адекватная государственная транспортная политика, являющаяся составной частью структурной политики, и для формирования которой необходим системный подход, модели и алгоритмы анализа различных сценариев развития.

В настоящей главе, материалы которой частично опубликованы в работах [115–150], по результатам системного анализа грузовой транспортной отрасли Украины построены модели, связывающие параметры различных экономических отраслей. На основе полученных межотраслевых моделей проанализировано состояние дел в транспортной отрасли и пути повышения ее эффективности.

Глава состоит из пяти разделов. В разделе 5.1 проанализированы существующие модели структурных внутриотраслевых изменений. В разделе 5.2 выявлены особенности грузовой транспортной системы, определяющие пути ее развития. Эконометрические модели изменения показателей грузовой транспортной системы Украины рассмотрены в разделе 5.3, которые в разделе 5.4 проанализированы в контексте динамики экономики страны в целом. Расчеты межотраслевых моделей для исследования грузовой транспортной системы Украины проведены в разделе 5.5.

5.1. Модели структурных внутриотраслевых изменений

С позиций системного анализа и принципов эволюционной теории экономическая система может быть описана набором параметров состояния и законов перехода от одного состояния к другому [114]. Институциональные преобразования в системе, означающие модернизацию или замену старых институтов новыми, отражают смену или модификацию этих законов. В этом контексте макроэкономическая динамика представляется всей совокупностью изменений экономической системы в целом, в том числе в результате реализации экономической политики, обусловленных развитием технологий, человеческого капитала и институтов.

Структурные изменения проявляются на всех экономических уровнях. Как правило, их совокупный эффект связан с новыми интегральными характеристиками экономики в целом, не эквивалентными простому количественному суммированию составляющих элементов. Структурные изменения могут являться как причиной экономических противоречий, так и механизмов их разрешения, усиливая или, наоборот, ослабляя тренд экономического развития.

Классификация структурных изменений в экономике связана с экономическими структурами. Например, отраслевой структуре экономики соответствуют межотраслевые и внутриотраслевые изменения, диспропорции и деформации взаимосвязей. Региональной структуре – изменение соотношений и взаимодействий дотационных регионов и регионов-доноров. Технологической структуре – изменения технологических укладов и их взаимосвязей. Структура собственности характеризуется изменением соотношений и приоритетов государственной, частной и смешанной форм собственности. Структура производственных фондов определяет изменение в соотношениях устаревшего и новейшего оборудования, амортизацию основных производственных фондов; структура конкуренции определяет изменение конкурентных позиций и монополизацию [114].

Структурно-технологические изменения, т. е. изменения при переходе от одного технологического типа к другому, а также институциональные изменения, которые возникают в системе в виде количественно-качественных преобразований экономических институтов, происходят одновременно на нескольких уровнях, оказывая взаимное влияние друг на друга.

Для развитых индустриальных стран причинами структурных изменений экономики считают научно-технический прогресс (НТП), изменения в отношениях собственности, изменения в разделении труда и его специализации, циклические процессы в экономике и процессы глобализации. Исследователи [114] констатируют, что существует причинная связь между уровнем экономического развития страны и секторальной структурой ее экономики.

Структурно-технологические изменения бывают прогрессивными и регрессивными. Структурно-технологические изменения считаются прогрессивными, если:

– растут и качественно меняются потребности населения;

– происходит интернационализация потребностей;

– гармонизируется структура производства и потребления;

– устанавливаются процессы размещения, распределения и перераспределения ресурсов;

– реализуются научно-технические достижения;

– определяются направления дальнейшего развития и совершенствования социально-экономической системы.

Для осуществления прогрессивных структурно-технологических изменений необходима разработка эффективной структурной политики, т. е. системы мер по формированию, поддержанию и изменению пропорций в экономике для более эффективного использования всех видов ресурсов. Структурная политика предполагает выделение приоритетов в решении экономических, экологических, социальных, региональных, научно-технических и прочих проблем, и в соответствии с этими приоритетами развитие определенных отраслей и видов деятельности.

К средствам реализации структурной политики относят: инвестиционную политику, систему рыночных стимулов (налоги, кредиты, субсидии и пр.), правовое регулирование и т. д.

Роль транспорта для положительной динамики экономики в целом подчеркивается многими экономистами, например, академиком НАН Украины С. Пирожковым [151]. Это согласуется и с работами видных ученых России и других стран, предлагающих для аналитического описания экономики осуществлять ее дезагрегирование на четыре основных сектора, выделяя электроэнергетику и грузовой транспорт как отдельный сектор [152, 153].

Эффективные структурные изменения транспортной системы и принятие единственно правильных для этого управленческих решений могут быть обеспечены путем анализа существующего положения отрасли, изменения тенденции развития грузовых перевозок, в том числе в контексте развития экономики в целом, следующей по результатам анализа разработки вариантов решения и выбора из них оптимальных решений. Очевидно, что принимать верные решения при постоянно меняющихся рыночных отношениях, политической обстановке и, как следствие, экономических показателях, достаточно сложно. Кроме того, общепринятые экономические показатели, характеризующие национальный доход, народное потребление, накопление, материальные издержки и др. невозможно получить непосредственным наблюдением, – они являются результатом сложного экономического расчета. В указанных условиях результаты расчета также могут быть искаженными.

В условиях нестабильности и непрозрачности экономики различные объективные показатели грузоперевозок существенным образом влияют друг на друга, одновременно испытывая влияние других отраслей экономики, последствий мирового финансового кризиса, политической ситуации и субъективных факторов (например, смены руководителей разных уровней) и т. д. Анализ и прогнозирование как отдельных показателей грузовой транспортной системы, так и процесса их динамического взаимодействия, представляет один из путей решения сформулированной задачи. Таким образом, объективно возникает необходимость в развитии методологии управления грузовой транспортной системой Украины на основе экономико-математических методов и моделей, в том числе межотраслевых, с использованием новых информационных технологий с учетом факторов риска и неопределенности. Это позволяет выявить наиболее значимые факторы риска и повысить качество принимаемых управленческих решений.

Существует значительное количество работ, посвященных вопросам стохастического моделирования социально-экономических систем разного масштаба и разных уровней. Теоретические основы изучения современных экономических явлений заложены работами экономистов С. А. Айвазяна, А. А. Бакаева, В. М. Геец и других. Стохастические экономико-математические модели и методы управления экономическими системами, базирующиеся на разнообразных математических принципах и аппаратах (от простых схем дифференциального и интегрального исчисления до сложных алгоритмов динамического и стохастического программирования) рассмотрены в классических работах Р. Беллмана, Д. Р. Хикса, К. Грейнджера, С. Йохансена и других.

Проведенный анализ различных исследований и научных публикаций в области повышения эффективности экономики и формирования прогрессивной структурной экономической политики показывает, что решение проблемы ученые разных стран и научных школ (Л. И. Абалкин, А. Г. Аганбегян, А. А. Богданов, Д. М. Гвишиани, Г. Я. Гольдштейн, В. С. Ефремов, Э. М. Коротков, Г. Б. Клейнер, Д. С. Львов, Б. З. Мильнер и др.) видят по-разному [154, 155]. Это объясняется тем, что построение универсальной модели, «прикладная дееспособность которой распространяется чуть ли не на любые задачи сценарного анализа и прогноза», как отмечают авторы работы [152], практически не оправдано.

Модели создаются под конкретные задачи, формулируемые в терминах социально-экономического анализа, управления и прогноза. Однако среди работ по моделированию больших социально-экономических систем на основе реальных данных авторы работы [152, с. 2–3] выделяют только два основных подхода к построению моделей реальных национальных экономик. В основе первого подхода, по их мнению, лежат результаты эконометрического моделирования экономики США Л. Клейна и А. Голдбергера по данным 1929–1952 гг. [156]. Созданная в это время агрегированная модель в виде системы регрессионных и балансовых уравнений обеспечивала среднесрочный прогноз основных макроэкономических показателей (ВВП, реального объема промышленного производства, инвестиций в основной капитал, инфляции на потребительском рынке и др.). Идеи [156] были развиты в работе [157] в ранних 1970-х на основе идеи Кейнса: лимитирующим фактором экономического обмена на всех уровнях и главной движущей силой экономики считается агрегированный спрос. Эконометрические модели включали до 200–300 регрессионных уравнений, коэффициенты которых получены по данным «относительно коротких периодов стабильной макроэкономической конъюнктуры».

Общемировые экономические события начала 1970-х годов (нефтяной кризис, рост мировых цен на нефть, картельный сговор стран ОПЕК) ограничили применение «агрегированных» методов эконометрического моделирования. Знаменитая «критика Лукаса» была направлена против попыток агрегированного *ad hoc* моделирования больших экономических систем: «экономические кризисы и непредвиденные «шоки предложения» приводят к существенным структурным сдвигам в макроэкономических системах, что на практике вызывает необходимость в перекалибровке больших систем эконометрических уравнений и пересчете всех коэффициентов регрессионных зависимостей» [158, цитируется по 156].

Второй подход к эконометрическому моделированию, инициированный «критикой Лукаса» в 1970-е годы, состоял в дезагрегировании больших социально-экономических систем и построении детального теоретического и эконометрического описания каждого из выделенных структурных секторов макроэкономической системы. Эконометрические модели секторов имели небольшую размерность и допускали детальное описание факторов спроса и предложения, влияющих на динамику основных экономических показателей.

Развитие эконометрического моделирования в рамках второго подхода в 1980–1990 гг. проходило параллельно по трем направлениям. С одной стороны, создавались агрегированные по методологии Клейна макромодели реальных экономик. Авторы работы [152] выделяют проект LINK, интегрирующий эконометрические модели национальных экономик в мировую эконометрическую модель [153]). К 2005 г. эконометрическая система проекта состояла из 80 моделей, представляющих 73 национальные экономики и 7 региональных групп (ООН совместно с Пенсильванским университетом США и Университетом Торонто Канады). Другая известная модель MARK III в рамках агрегированного подхода описывала экономики отдельных стран и их взаимодействие [159].

С другой стороны, начиная с 1980-х годов, при моделировании реальных экономик активно используется дезагрегированный подход. Здесь отмечают как модели отдельных секторов экономики, например, модель энергетического сектора экономики США, так и макроэкономические модели, использующие идеи дезагрегирования для детального учета факторов предложения [152]. Одна из наиболее успешных моделей в этом направлении – FKSEC – макроэконометрическая квартальная модель Нидерландов, использовалась в 1991 г. для краткосрочного и среднесрочного прогноза параметров макроэкономической конъюнктуры [154]. Отличительной чертой этой модели было дезагрегирование сферы производства товаров и услуг на 6 секторов (*exposed* – «открытый» сектор, *mining and quarrying* – добыча полезных ископаемых, *construction* – строительство, *sheltered* – «закрытый» сектор, *residential* – ЖКХ, *non-market services* – нерыночные услуги). Отрасли каждого из этих секторов отличаются экономическим поведением предприятий. Построение эконометрической модели для каждого из этих секторов позволило детально описать факторы предложения, влияющие на макроэкономическую динамику.

В 1980–1990 гг. возникло третье направление, связанное с моделированием нестационарной динамики макроэкономических показателей. Первая исследовательская программа в этом направлении была сформулирована Ч. Нельсоном и К. Плоссером, отметивших важность анализа не только неслучайных, но и *стохастических* трендов в динамических рядах макроэкономических индикаторов для построения адекватных эконометрических зависимостей [155]. Несколько позже П. Перрон выдвинул программу исследования структурных сдвигов в динамических рядах данных [160]. В 1990–2000 гг. появились первые макроэконометрические модели, построенные с использованием идей второго и третьего направления. В качестве одной из первых удачных работ подобного рода признают эконометрическую модель MESANGE – квартальную макромодель французской экономики для построения кратко- и среднесрочных прогнозов и для оценки влияния параметров экономической политики [161]. Модель использует методологию коинтеграционного анализа для описания динамики важнейших макроиндикаторов, а также принцип дезагрегирования сферы производства на важнейшие структурные сектора.

В работе [152] экономика РФ моделировалась на основе современной методологии второго подхода по следующей схеме.

На первом этапе рассматривалась дезагрегированная модель российской экономики, включающая минимум важнейших секторов. Эта модель опиралась на гипотезу четырехполюсной структуры реального сектора экономики, сложившейся в 1992–2006 годы: экспортно ориентированные отрасли, поставляющие конкурентную продукцию на внешний и внутренний рынок, естественные монополии, газовая отрасль и внутренне ориентированные отрасли, обслуживающие национальный рынок и подверженные рецессии вследствие снижения платежеспособного спроса населения и низкой конкурентоспособности их продукции с импортными товарами. На этом этапе была построена аналитическая модель, объединяющая в себе результаты теоретического анализа искомых зависимостей.

Итогом разработки аналитической модели стал качественный анализ факторов, влияющих на динамику исследуемых макроэкономических показателей. Эти факторы далее включены в спецификацию эконометрических зависимостей для исследуемых показателей в качестве объясняющих переменных. Таким образом, на втором этапе осуществлен переход к агрегированному макроописанию российской экономики с теоретически обоснованным выбором объясняющих переменных в важнейших уравнениях модели.

В различных исследованиях состав отраслей, входящих в перечисленные выше три важнейших сектора российской экономики, варьируется. Так, в работе [162], помимо экспортно ориентированного и внутренне ориентированного сектора, рассматривается «нерыночный сектор» экономики, включающий в себя естественные монополии, комплекс ЖКХ и бюджетную сферу. Основной признак выделения «нерыночного сектора» – наличие регулируемых заниженных тарифов и цен в этом секторе. В работе [163] основное внимание уделяется структурным диспропорциям между экспортно ориентированным и внутренне ориентированным секторами экономики, причем естественные монополии, по сути дела, включаются во внутренне ориентированный сектор.

В модели работы [152] принимается следующее условное разделение отраслей российской экономики по четырем основным секторам:

– экспортно ориентированный сектор (добыча и переработка нефти, угля, торфа и сланцев), черная и цветная металлургия, химия и нефтехимия, лесной комплекс);

– естественные монополии (электроэнергетика, грузовой железнодорожный и трубопроводный транспорт);

– газовая отрасль;

– внутренне ориентированный сектор (машиностроение и металлообработка, промышленность стройматериалов, легкая и пищевая отрасль, ЖКХ, сельское хозяйство, пассажирский и коммерческий транспорт).

При выделении секторов экономики авторы исходят из особенностей экономического поведения предприятий отраслей, входящих в конкретный сектор. Основной структурный признак выделения экспортно ориентированного сектора – возможность предприятий зарабатывать твердую валюту за экспортные поставки. Структурный признак выделения внутренне ориентированного сектора – работа предприятий преимущественно для внутреннего рынка. Естественные монополии выделяют на основе возможности экономии от масштаба при обслуживании рынка одной фирмой. Выделение газовой отрасли в отдельный моделируемый сектор объясняется экономическим поведением агентов, представленных в этом секторе, и соединяет признаки инфраструктурной монополии и экспортно ориентированной компании, с одной стороны, и оказывает значительный системный эффект на макроэкономическую динамику и структуру, с другой стороны.

С развитием информационных технологий увеличилась возможность совершенствования экономического планирования (текущего, оперативного, стратегического) и прогнозирования. Объясняется это, прежде всего тем, что современная экономика представляет открытую систему, построенную на прямых и обратных горизонтальных и вертикальных связях, и может успешно развиваться только при наличии эффективного управления этими связями, как на макро-, так и на микроуровне. Реальное равновесие на рынке возможно лишь при совпадении ожиданий производителей и потребителей. В реальной жизни, о чем свидетельствуют события последних лет, неизбежны экономические и политические кризисы, неполное или неэффективное использование ресурсов. И даже, несмотря на это, необходимость в балансовом методе очевидна.

Рассмотрение и анализ транспортной отрасли с использованием межотраслевой модели, или модели Леонтьева «затраты – выпуск», выявляет уязвимые места в работе транспортной отрасли на данный момент, и позволят предложить методы устранения главных проблем развития.

Межотраслевая модель Леонтьева «затраты – выпуск», свойства которой подробно рассмотрены в предыдущих главах, позволяет анализировать как национальную экономику в целом, так и экономику отдельных отраслей и взаимоотношения между ними.

Результат моделирования может быть использован для выработки адекватных мер по корректировке направлений развития как отдельных отраслей, так и национальной экономики в целом. С использованием модели изучим взаимосвязи грузовой транспортной системы с остальными отраслями экономики. По итогам исследования будут предложены пути повышения эффективности работы грузовой транспортной системы для достижения межотраслевого баланса между всеми отраслями экономики.

Исследование грузовой транспортной системы Украины на основе межотраслевой модели Леонтьева «затраты – выпуск» требует решения следующих задач:

- изучения особенностей и примеров использования модели межотраслевого баланса для анализа отдельных отраслей экономики;
- анализа данных грузоперевозок транспортной отраслью Украины за конкретный период;
- составления межотраслевого баланса, детализирующего данные для транспортной отрасли и агрегирующие данные для других отраслей экономики;
- разработки методики анализа отдельных отраслей с помощью модели Леонтьева;
- создания универсальной информационной технологии анализа.

Несмотря на известные работы по анализу проблем отдельных отраслей экономики в контексте развития экономической системы в целом, существующие модели теоретической и прикладной направленности и методы их вычислительной реализации, авторы многих публикаций подчеркивают необходимость использования новых методов анализа секторов экономики на основе принципиальных особенностей и взаимосвязей между ними. Однако сложно указать работы, содержащие примеры анализа современного состояния транспортной системы Украины, в том числе с использованием межотраслевых агрегированных моделей.

Таким образом, анализ результатов различных исследований позволил сделать следующие выводы:

1. В научной литературе до сих пор не выделены факторы и направления повышения эффективности всей экономики с учетом особенностей конкретных отраслей. Необходимы исследования в области управления отраслями, в том числе грузовой транспортной отраслью как одной из перспективных отраслей, удовлетворяющей разнообразные потребности населения и обеспечивающей эффективность экономики в целом.

2. Отсутствует современный системный подход к управлению эффективностью грузовой транспортной отрасли в контексте всей экономики, предполагающий многоуровневость и иерархию экономических отношений, в том числе международных, затрагивающий оперативный и стратегический факторы деятельности грузовой транспортной отрасли.

3. Не выявлена связь показателей функционирования отдельных предприятий с общим состоянием экономики Украины, что не позволяет решать комплексные проблемы их развития, определить направления государственного регулирования деятельности отдельных отраслей.

4. Не предложены стратегические инструменты и методы выбора на их основе направлений повышения эффективности отдельных отраслей, в том числе грузовой транспортной отрасли.

5. Отсутствует методика выбора направлений развития грузовой транспортной отрасли на основе современных математико-экономических моделей и методов.

6. Не найдены эффективные пути реструктуризации грузовой транспортной отрасли, ориентированные на обслуживание инфраструктуры (дорог и т. д.) и повышение качества и числа предоставляемых транспортных услуг [136, 137].

7. Не выявлены работы, анализирующие современное состояние транспортной системы Украины, в том числе с использованием межотраслевых агрегированных моделей.

5.2. Особенности грузовой транспортной системы Украины, определяющие пути ее развития

В отличие от других отраслей экономики, транспорт не производит товаров, однако является важным экономическим сегментом. Грузовой транспорт представляет сложную систему с подсистемами железнодорожного, автомобильного, водного и трубопроводного транспорта. Удельная доля авиационного транспорта Украины в объеме перевозимых грузов слишком мала (до 1 %), поэтому он не рассматривался. Несмотря на административную независимость, между отдельными видами грузового транспорта существуют тесные взаимосвязи. До сих пор структура транспортной системы Украины, так же как и России, отличается от структур развитых стран Европы и США. Это, прежде всего, относится к доли грузов, перевозимых различными видами транспорта в общем объеме грузовых перевозок. В России на долю железных дорог приходится 55 % от общего объема перевозимых грузов, водного транспорта – 15 %; на долю трубопроводов – 27,5 % грузов, а автомобильного транспорта – только 1,5 %. Аналогичная ситуация и в Украине. В США же, например, бо́льшая часть грузовых перевозок осуществляется автомобильным транспортом (60 %), на долю железнодорожного транспорта приходится только 10 %, водного – 8 %, воздушного – 0,01 %, трубопроводного – 18 %. Подобное расхождение вызывает ряд вопросов и объясняет интерес к анализу данных и прогнозированию основных показателей грузовой транспортной системы Украины. Предпочтение в поиске закономерностей, связывающих анализируемые данные, отдается статистическим методам. Во-первых, в условиях возможных ошибок в экономических данных, не существует альтернативы этим методам. Во-вторых, эти методы позволяют формально проверить гипотезы об адекватности полученных моделей и значений рассчитанных оценок, выявить случаи нарушения гипотез и указать, в каком направлении следует модифицировать модели. Кроме того, подобные исследования нуждаются в унификации алгоритмов и процедур, применяемых при обработке данных и моделировании [154].

К принципиальным особенностям грузовой транспортной системы Украины, как было отмечено выше, относят нестационарность динамических рядов показателей, обусловленную этапами спада и роста, влияние сезонных факторов и больших случайных возмущений, структурные сдвиги в параметрическом описании эконометрических зависимостей.

Соблюдая общие объективные экономические законы рынка, транспорт (как отдельный сектор экономики вместе с энергетикой) должен с учетом собственной специфики обеспечивать нормальное функционирование экономического пространства государства и рентабельность транспортных предприятий, фирм и других объединений.

Результатом функционирования транспорта является перемещение товаров и услуг. Полезный эффект, который появляется в результате перемещения, его конечный результат – доставка товаров и услуг в пункт назначения. Это и есть основная «продукция», т. е. услуга транспорта, имеющая невещественную форму потребления. Однако, как и всякая продукция, она характеризуется своими качественными особенностями, т. е. чтобы ее успешно продать, необходимо обеспечить высокий уровень качества транспортного обслуживания: доставку в установленные сроки без потерь, с максимальным удобством для потребителей.

Обеспечение этого требует значительных материальных, трудовых и финансовых ресурсов. Грузовые транспортные услуги имеют определенную стоимость (потребительную и меновую), которая возникает при транспортировке грузов и входит в цену товара в месте потребления. Однако цена транспортной продукции на рынке, как и всякий товар, должна определяться спросом и предложением с учетом общественно необходимых затрат труда и потребительских свойств перевозок. Пока цены транспортной продукции (транспортные тарифы) регулируются государством, транспорт имеет определенные ограничения в конкуренции рыночных структур.

К особенностями рынка грузовых транспортных услуг относят:

– невещественный характер производимой продукции, как и всякой другой услуги;

– пространственную разъединенность полигонов реализации транспортных услуг, их невзаимозаменяемость, что ограничивает внутриотраслевую (на одном виде транспорта) конкуренцию;

– всеобщность и массовость транспортного рынка в обществе, его монополизм;

– роль отдельных видов транспорта на транспортном рынке в значительной мере зависит от их универсальности, производительности, характеристик коммуникаций, уровня технической оснащенности, провозной и пропускной способности, стоимости, удобства и безопасности транспортировки грузов;

– спрос на грузовые перевозки формируют общественно необходимые потребности в материальном обмене.

Соотношение спроса и предложения на транспортные услуги по видам транспорта определяет уровень участия каждого из них в работе транспортной системы и одновременно является стимулом развития.

Важным принципом современного рынка является ориентир на конечный результат. Поэтому на первое место выходит не столько минимизация затрат, а качество предоставляемых услуг, их соответствие требованиям и/или желаниям потребителя. Такое качество, как правило, требует увеличения затрат.

Проблемами грузового транспорта Украины, требующими неотложного решения, являются:

– снижение объемов перевозок грузов;

– критически низкий уровень финансирования отрасли;

– практически изношенный технический парк транспортных средств, инфраструктуры, материально-технической базы.

Разработанная «Концепція розвитку транспортно-дорожнього комплексу (ТДК) України до 2015 року і подальший період» [164] была призвана решить эти проблемы. Ее основными задачами были:

– анализ и оценка деятельности транспорта, транспортной инфраструктуры, в частности инфраструктуры международных транспортных коридоров;

– выявление проблем деятельности транспорта, основных причин их возникновения и определения, приоритетных мер по их устранению;

– определение перспектив развития транспорта до 2015 года.

Однако реализации мер по преодолению указанных проблем, сдерживающих обеспечение растущего по объемам и качеству спроса на грузовые транспортные услуги, помешал ряд факторов, среди которых:

– недостаточное обновление основных фондов, подвижного состава на всех видах транспорта и дорожного хозяйства, несоответствие их технического уровня современным требованиям;

– низкий уровень межотраслевой координации в развитии транспортной инфраструктуры, приведший к нерациональному использованию ресурсов и снижению эффективности использования транспорта;

– низкая степень использования геополитического положения страны и возможностей ее транспортных коммуникаций для международного транзита грузов по территории;

– нерегулярное и неэффективное обновление нормативно-правовой базы, регулирующей деятельность всей транспортной системы;

– медленное совершенствование транспортных технологий и их недостаточная связь с производственными, торговыми, складскими и таможенными технологиями;

– недопустимо низкий уровень информатизации грузовой транспортной системы и процессов ее функционирования и информационного взаимодействия транспорта с другими отраслями экономики;

– неэффективные финансово-экономические предложения для стимулирования инвестиций на развитие транспорта;

– отставание в реализации государственных и отраслевых программ для отдельных видов деятельности, видов транспорта, транспортного машиностроения, развития государственной границы [115].

Таким образом, необходим комплекс организационно-правовых, экономических и технико-технологических мероприятий, рассчитанных как на краткосрочную, так и на долгосрочную перспективу, обеспечивающих развитие грузовой транспортной отрасли в контексте развития экономики и динамики мировых экономических процессов.

Решение этих проблем имеет важное значение для развития внешнеэкономических связей, реализации геополитического потенциала Украины как транзитного государства.

Учитывая, что вследствие географического положения через территорию Украины проходят кратчайшие направления транзитных грузопотоков, совершенствование транспортной сети повысит потенциальные возможности страны для увеличения объемов международного транзита грузов.

В настоящее время транспортная система Украины не готова к обеспечению перевозок в необходимых объемах. Вследствие военных действий, непрозрачной нормативно-правовой базы, низкого инвестиционного потенциала увеличивается износ технических средств, ухудшается их структура, не обеспечивается надлежащая безопасность движения, растет негативное влияние деятельности транспорта на окружающую среду и здоровье людей. Все это в условиях сложных мировых процессов, жесткой конкуренции приводит к вытеснению украинских перевозчиков с международных рынков транспортных услуг, снижает качество обслуживания предприятий и населения.

Создание надлежащих условий для развития, в том числе национального законодательства в сфере транспорта, позволит уточнить потребности совершенствования инфраструктуры, выявить «узкие» места, определить приоритетные задачи по каждому виду транспорта. Важно ускоренное развитие транспортной инфраструктуры, создание соответствующей международным стандартам сети транспортных коридоров, ее интегрирование в транспортные системы Европы и Азии.

Все вышеизложенное только подтверждает актуальность подробного изучения грузовой транспортной отрасли и выявления ее межотраслевых связей с другими отраслями экономики.

5.3. Эконометрические модели изменения показателей грузовой транспортной системы Украины

5.3.1. Коинтеграционный анализ временных рядов показателей грузовой транспортной системы Украины

Представленные в этом разделе результаты эконометрического моделирования и анализа грузовой транспортной системы Украины являются итогами большой работы целого коллектива исследователей [118–150]. Эконометрические модели, построенные с учетом причинно-следственных связей основных элементов системы, проверенные с учетом новых данных, отражают и объясняют динамику объема грузов, перевозимых основными видами транспорта с января 2003 по январь 2014 г.

Методику анализа объясним на примере эмпирического моделирования данных Интернет-страницы Государственной службы статистики Украины (http://www.ukrstat.gov.ua). Данные отражают месячные объемы перевозок в *млн. тонн*, осуществляемых с января 2003 по январь 2010 – всего 88 месяцев – четырьмя основными видами транспорта: железнодорожным (RW), автомобильным (RT), водным (WT) и трубопроводным (PT) [120].

Последовательности изменения отдельных показателей (рис. 5.1) представляют нестационарные случайные процессы, или временные ряды $X_{i,t}$, ..., $X_{n,t}$, где $i = 1 \div n$ – номер показателя (вида транспорта), $t = 1, \ \dots, \ T$ – последовательные моменты времени, $\Delta t = 1$ месяц. Значения всех n-показателей в момент времени t образуют $n \times 1$-вектор $x_t = (X_{1,t}, \ ..., \ X_{n,t})^T = \left(RT_t \quad PT_t \quad WT_t \quad RW_t\right)^T$, сумма элементов которого равна общему объему грузов, перевезенных в данном месяце всей грузовой транспортной системой Украины. Изменение вектора x_t – многомерный нестационарный случайный процесс.

Математическая задача, необходимая для решения экономической проблемы анализа грузовой транспортной отрасли, сводится к поиску адекватного аналитического описания скалярных и многомерных случайных процессов изменения анализируемых показателей, а также в оценке стационарных линейных комбинаций, характеризующих их общую динамику.

На начальном этапе анализа проведена оценка возможной статистической связи между каждыми двумя параметрами расчетом выборочных значений парных коэффициентов корреляции. Положительное значение коэффициента корреляции свидетельствует о возрастающей парной связи факторов, а отрицательное значение – об убывающем характере этой связи.

Значения парных коэффициентов корреляции параметров, представленные в табл. 5.1, показывают сильную статистическую зависимость между грузовыми перевозками, осуществляемыми автомобильным и железнодорожным, автомобильным и водным, железнодорожным и водным транспортом соответственно.

Таблица 5.1. Корреляционные зависимости между параметрами

	RT_t	PT_t	WT_t	RW_t
RT_t	1,000	-0,340	0,591	0,593
PT_t	-0,340	1,000	-0,025	0,081
WT_t	0,591	-0,025	1,000	0,753
RW_t	0,593	0,081	0,753	1,000

Низкая корреляционная зависимость показателей трубопроводного транспорта со всеми остальными видами транспорта вполне объяснима, т. к. трубопроводный транспорт по всем своим характеристикам уникален и отличается от других видов грузового транспорта.

Классический корреляционный анализ не дает полного представления о взаимодействии изучаемых показателей [165, с. 117]. Поэтому для анализа возможных причинно-следственных связей использован тест Грэйнджера [166, с. 424–438] на каузальность (причинность), обычно применяемый к элементам векторного случайного процесса для ответа на вопрос: может ли одна из входящих в вектор переменных быть причиной изменения другой переменной (принятое обозначение $z \rightarrow y$). При тестировании выясняют, какую часть дисперсии текущего значения переменной y можно объяснить прошлыми значениями самой переменной y и может ли добавление прошлых значений переменной z уточнить эти значения. Переменную z называют причиной y если z обеспечивает уменьшение дисперсии при прогнозе y.

Изменяемый вектор z считается причиной изменения вектора y, если коэффициенты при лагах z статистически значимы. Лагами, или лаговыми переменными, называют значения переменных в предшествующий период времени. При существовании двухсторонней причинной связи, когда z является причиной y, а y является причиной z, скорее всего, существует третий независимый вектор, влияющий на z и y.

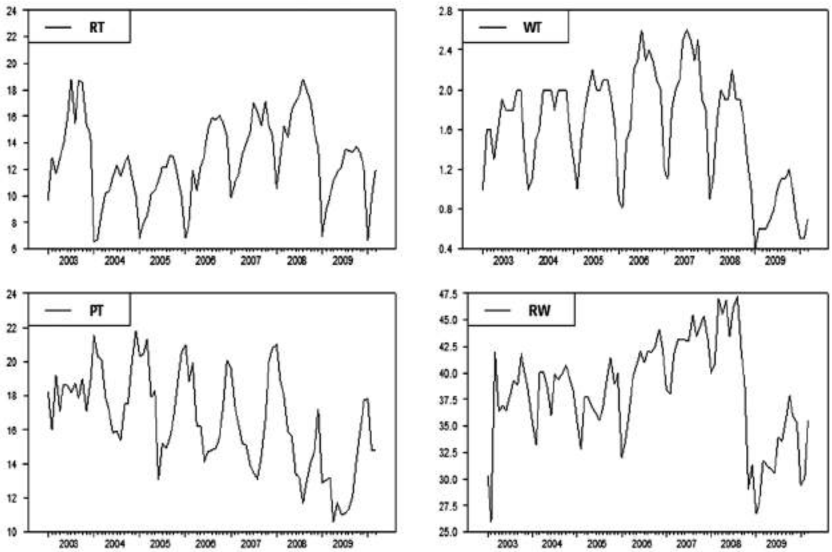


Рис. 5.1. Исследуемые процессы изменения объемов перевозимых грузов: *RT – (road transport)* автомобильным, *PT – (pipeline transport)* трубопроводным, *WT – (water transport)* водным, *RW – (railway transport)* железнодорожным транспортом

Причинность (по Грейнджеру [166, с. 424–438]) для двух переменных связана с проверкой возможности математического описания случайных процессов в виде

$$z_t = \sum_{j=1}^{p} a_j z_{t-j} + \sum_{j=1}^{p} b_j y_{t-j} + \varepsilon_{1t},\ y_t = \sum_{j=1}^{p} c_j z_{t-j} + \sum_{j=1}^{p} d_j y_{t-j} + \varepsilon_{2t}.$$

Отсутствие причинной связи $z \to y$, т. е. когда прошлые значения z не влияют на y, означает, что $c_j = 0$ при $j = 1,\ \ldots,\ p$. Отсутствие причинной связи $y \to z$ означает, что $b_j = 0$ при $j = 1,\ \ldots,\ p$.

Гипотезы о причинной связи проверяют с помощью F-статистики Фишера в виде суммы квадратов отклонений оценки от среднего значения $ESS = \sum_{t=1}^{n} (\hat{z}_t - \bar{z})^2$, деленной на остаточную сумму квадратов,

$$F = \frac{ESS / (m-1)}{RSS / (T-m)},$$

где $\bar{z}$– среднее значение z, $\hat{z}$ – расчетные значения, $RSS = \sum_{t=1}^{n} \varepsilon_t$ – сумма квадратов остатков в модели, m – число переменных.

Выдвигают нулевую гипотезу, по которой одна из изучаемых переменных не является причиной (по Грейнджеру) для другой переменной. Для проверки справедливости гипотезы сравнивают фактическое F и критическое (табличное) *Fк.з.* значения F-статистики с $(m - 1)$ и $(n - m)$ степенями свободы. Нулевая гипотеза отвергается при значениях F, превышающих критическое значение при заданном уровне α значимости

$$F = \frac{ESS / (m-1)}{RSS / (T-m)} > F_{1-\alpha}(m-1, T-m).$$

Вероятность ошибочного отвержения гипотезы H_0 равна α. В таблице 5.1 приведены значения F-статистик и соответствующих им P-значений, т. е. результат оценки – вероятность $P\{F(m-1,\ T-m) > F\}$. Если P-значение меньше заданного уровня значимости (здесь α = 0,05), то считают, что исследуемая переменная является причиной (по Грейнджеру) для другой. Тест Грэйнджера чувствителен к количеству лагов в уравнении регрессии, поэтому его проводят для их различных значений (табл. 5.2, 5.3). Интерпретация результатов теста Грейнджера в работе заключается в указании направлений причинно-следственной зависимости между показателями, характеризующими различные элементы грузовой транспортной системы (табл. 5.3). Результаты теста устойчивы и не зависят от значений лагов.

Текущее значение вектора x_t, что обосновано экономически, зависит от его прошлых значений. Зависимости коэффициентов корреляции последовательных значений каждого показателя от промежутка времени k между ними определяются по формуле

$$\rho_k = \frac{E\left[(X_{i,t} - \mu)(X_{i,t+k} - \mu\right]}{\sqrt{E\left[(X_{i,t} - \mu)^2\right] E\left[(X_{i,t+k} - \mu)^2\right]}},\ \mu = E\left[X_{i,\,t}\right],\ i = 1 \div n$$

и называются автокорреляционными функциями от k. Разложение j-го коэффициента автокорреляционной функции в виде

Таблица 5.2. Результаты теста Грейнджера

H_0 : *z* не является причиной по Грейнджеру для *y*		*lags* = 2		*lags* = 3		*lags* = 4		*lags* = 5		*lags* = 6	
z	*y*	*F*	*P*	*F*	*P*	*F*	*P*	*F*	*P*	*F*	*P*
PT	*RT*	9,813	0,000	7,590	0,000	5,454	0,001	4,306	0,002	4,278	0,001
RT	*PT*	2,247	0,112	2,942	0,038	2,739	0,035	1,551	0,185	1,771	0,118
WT	*RT*	3,343	0,040	1,581	0,201	1,354	0,258	1,508	0,198	1,189	0,323
RT	*WT*	4,838	0,010	4,081	0,010	2,960	0,025	2,194	0,064	1,723	0,129
RW	*RT*	0,783	0,460	0,402	0,752	0,296	0,879	0,476	0,793	1,043	0,405
RT	*RW*	13,656	0,000	7,881	0,000	5,247	0,001	4,603	0,001	4,915	0,000
WT	*PT*	5,789	0,004	4,405	0,007	3,822	0,007	2,342	0,050	2,364	0,039
PT	*WT*	10,726	0,000	10,678	0,000	8,498	0,000	6,798	0,000	5,617	0,000
RW	*PT*	3,994	0,022	2,103	0,107	2,339	0,063	1,114	0,361	1,319	0,261
PT	*RW*	5,552	0,006	5,435	0,002	3,754	0,008	2,890	0,020	2,578	0,026
RW	*WT*	0,674	0,513	0,578	0,631	0,392	0,814	0,398	0,849	0,459	0,836
WT	*RW*	10,379	0,000	4,276	0,008	2,829	0,031	2,193	0,064	2,585	0,026

$$\rho_j = \varphi_{k1}\rho_{j-1} + \ldots + \varphi_{k(k-1)}\rho_{j-k+1} + \varphi_{kk}\rho_{j-k}, j = 1,2, \ldots, k,$$

вводит понятие частной автокорреляционной функции φ_{kk} от k.

Графики автокорреляционной и частной автокорреляционной функций процессов изменения всех анализируемых скалярных процессов (рис. 5.2) показывают постепенное убывание функции с ростом t после нескольких первых значений. Это подтверждает высокую линейную зависимость между ближайшими значениями показателей, т. е. нестационарность случайных процессов их изменения. Поэтому все процессы могут быть описаны моделями

$$X_t = \mu_0 + \mu t + \sum_{j=1}^{p} \varphi_j X_{t-j} + \varepsilon_t, \qquad (5.1)$$

содержащими постоянное слагаемое μ_0, коэффициент μ, характеризующий его устойчивое систематическое изменение в течение всего периода наблюдения; прошлые значения с постоянными коэффициентами φ_j (p – количество членов авторегрессии), а также нормально распределенные стационарные случайные процессы ε_t.

Таблица 5.3. Интерпретация результатов теста Грейнджера

$lags = 2$	$lags = 3$	$lags = 4$	$lags = 5$	$lags = 6$
$PT_t \to RT_t$	$PT_t \leftrightarrow RT_t$	$PT_t \leftrightarrow RT_t$	$PT_t \to RT_t$	$PT_t \to RT_t$
$WT_t \leftrightarrow RT_t$	$RT_t \to WT_t$	$RT_t \to WT_t$	нет связи	нет связи
$RT_t \to RW_t$	$RT_t \to RW_t$	$RT_t \to RW_t$	$RT_t \to RW_t$	$RT_t \to RW_t$
$WT_t \leftrightarrow PT_t$	$WT_t \leftrightarrow PT_t$	$WT_t \leftrightarrow PT_t$	$WT_t \leftrightarrow PT_t$	$WT_t \leftrightarrow PT_t$
$PT_t \leftrightarrow RW_t$	$PT_t \to RW_t$	$PT_t \to RW_t$	$PT_t \to RW_t$	$PT_t \to RW_t$
$WT_t \to RW_t$	$WT_t \to RW_t$	$WT_t \to RW_t$	нет связи	$WT_t \to RW_t$

Количество членов авторегрессионной части модели (прошлых значений) рассчитано по информационному критерию Шварца-Байеса

$$SBC = \ln\left(\frac{RSS}{T}\right) + \frac{(n+1)\ln T}{T}. \qquad (5.2)$$

На первом шаге моделирования число членов авторегрессии выбрано достаточно большим $p_{\max}$ так, чтобы оно было не меньше истинного порядка модели. Затем это число понижено путем последовательного сравнения расширенной и редуцированных моделей с различными $p \le p_{\max}$ по информационному критерию, где T – количество наблюдений, n – количество членов регрессии. Окончательная структура модели соответствует минимальному значению критерия (5.2).

Темпы прироста, или первые разности, всех процессов $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$ (Δ – разностный оператор) стационарны. Такие процессы X_t называют интегрированными порядка 1 [166, 167]. Математическое описание новых скалярных процессов

$$\Delta X_t = \mu_0 + \mu t + \alpha X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \qquad (5.3)$$

соответствует известному расширенному критерию Дики-Фуллера [168, 156, 161], где α, α_j – константы, $\alpha = -(1 - \sum_{j=1}^{p} \varphi_j)$.

Для уточнения структуры новой модели (5.3) проверяется нулевая гипотеза $H_0 : \alpha = 0$ против альтернативной гипотезы H_1: $\alpha \ne 0$. Для этого используется случайная функция (статистика) $\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\sigma}_\alpha}$, подчиняющаяся распределению Дики-Фуллера, здесь $\hat{\alpha}$ – оценка коэффициента α, $\hat{\sigma}_\alpha$ – выборочное среднеквадратическое отклонение.

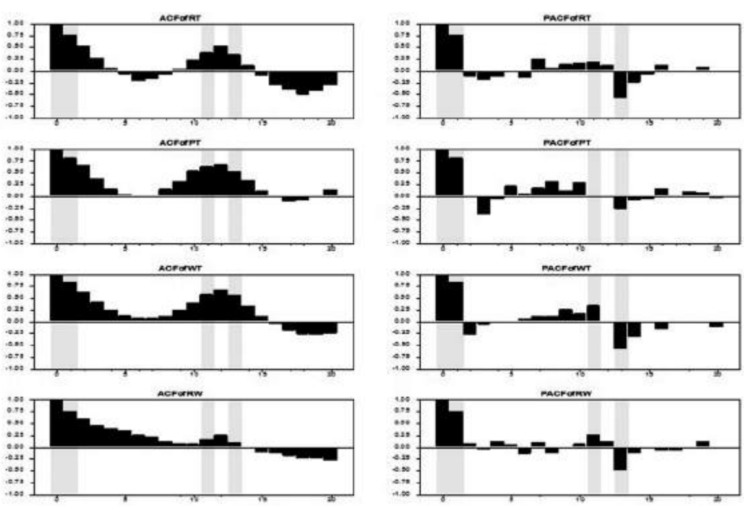


Рис. 5.2. Автокорреляционная (ACF) и частная автокорреляционная (PACF) функции изучаемых процессов

Если принимается нулевая гипотеза, уравнение (5.3) имеет единичный корень, т. е. описывает нестационарный случайный процесс, или интегрированный временной ряд первого порядка (обозначается как $I(1)$). Если нулевая гипотеза отвергается, то ряд считается интегрированным нулевого порядка ($I(0)$), т. е. стационарным.

В таблице 5.4 проанализированы возможные модели вида (5.3): с константой и с константой и трендом. Первые разности DRT, DPT, DWT, DRW являются стационарными, т. е. имеют порядок интегрированности $I(0)$, а исследуемые случайные процессы нестационарными с порядком интегрированности $I(1)$.

Таблица 5.4. Определение порядка интегрированности

Параметры	Лаг *p*	*T*-статистика (без тренда)	к.з. (1%)	Лаг *p*	*T*-статистика (с трендом)	к.з. (1%)	Порядок интегрирования
RT	0	-3,399	-3,508	0	-3,360	-4,068	$I(1)$
PT	9	-0,525	-3,518	0	-3,608	-4,068	$I(1)$
WT	9	-0,053	-3,518	10	0,078	-4,083	$I(1)$
RW	1	-3,474	-3,509	6	-3,592	-4,068	$I(1)$
DRT	0	-9,154	-3,509	0	-9,087	-4,070	$I(0)$
DRT	1	-4,848	-3,510	8	-4,818	-4,071	$I(0)$
DWT	0	-7,622	-3,509	0	-7,575	-4,070	$I(0)$
DRT	0	-11,117	-3,509	0	-11,178	-4,070	$I(0)$

Статистические модели в виде соотношений между первыми разностями описывают только краткосрочную динамику процессов и не позволяют анализировать долгосрочные связи между параметрами. Коинтеграционный анализ позволяет выявить долгосрочную причинно-следственную связь, скрытую помехами краткосрочных колебаний, как стационарную линейную комбинацию нестационарных процессов.

Элементы вектора $x_t = (X_{1,t},\ ..., X_{n,t})^T$ называют коинтегрированными порядка d,b и обозначают $x_t \sim CI(d,b)$, если они представляют интегрированные процессы $I(d)$ порядка d, и существует отличный от нуля вектор β, такой, что линейная комбинация $x_t\beta$ есть интегрированный процесс порядка $(d-b)$. Вектор β называют коинтегрирующим вектором [166, 167].

Коинтеграция существует только между нестационарными процессами одинакового порядка интегрированности. Между процессами различных типов такая связь отсутствует [165].

Одинаковая структура моделей процессов объемов грузовых перевозок отдельными видами транспорта позволяет выдвинуть гипотезу о существовании долгосрочной причинно-следственной зависимости между ними. Гипотеза проверяется на основе построения модели векторной авторегрессии вектора x_t

$$x_t = A_0 + \sum_{j=1}^{p} A_j x_{t-j} + \varepsilon_t, t = 1, \ ...., \ T. \tag{5.4}$$

$x_t = (RT_t, PT_t, WT_t, RW_t)^T$ – вектор параметров, A_j – $n \times n$-матрицы коэффициентов, A_0 – $n \times 1$-матрица постоянных членов, $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \ ..., \ \varepsilon_{nt})^T$ – вектор ошибок оценивания, n – число параметров, p – порядок модели. Алгоритм определения коэффициентов модели подробно описан в работе [150] и реализован с помощью прикладного программного обеспечения RATS/CATS (ESTIMA) [167]. Уточненный вид модели (5.4)

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + A_3 x_{t-3} + \varepsilon_t, \tag{5.5}$$

где $A_0 = \begin{pmatrix} 2,87 \\ 3,75 \\ -0,03 \\ 6,68 \end{pmatrix}$, $A_1 = \begin{pmatrix} 0,59 & -0,58 & 1,31 & 0,05 \\ 0,14 & 0,83 & -0,05 & -0,01 \\ 0,03 & -0,08 & 0,66 & 0,01 \\ 0,33 & -0,43 & 1,49 & 0,71 \end{pmatrix}$,

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0,23 & 0,32 & -2,01 & 0,02 \\ -0,31 & 0,25 & 0,96 & 0,06 \\ -0,01 & 0,04 & -0,09 & 0,01 \\ -0,57 & 0,23 & -2,38 & 0,17 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} -0,13 & 0,13 & 0,64 & 0,01 \\ 0,23 & -0,33 & 0,63 & -0,13 \\ -0,04 & 0,05 & 0,24 & -0,01 \\ 0,18 & 0,23 & 1,94 & -0,10 \end{pmatrix}.$$

Для нахождения коинтегрирующих векторов, определяющих линейные комбинации между процессами, согласно методу Йохансена [165] векторная авторегрессия (5.4) переписывается в форме

$$\Delta x_t = x_{t-1}\Pi + \sum_{j=1}^{p-1} \Delta x_{t-j}\Gamma_j + \varepsilon_t, \tag{5.6}$$

где $\Gamma_j = -\sum_{t=j+1}^{p} \Pi_i, \Pi = -(I - \sum_{i=1}^{p} \Pi_i) = -\Pi(1)$. Поскольку разности исследуемых случайных процессов Δx_t – стационарные случайные процессы, процесс $x_{t-1}\Pi = \Delta x_t - \sum_{j=1}^{p-1} \Delta x_{t-j}\Gamma_j - \varepsilon_t$ также стационарен. Столбцы матрицы П – коинтегрирующие (либо нулевые) векторы. Каждый вектор раскладывается по базису коинтегрирующего подпространства β. Из коэффициентов разложений составляется матрица α размера $k \times r$, так что $\beta\alpha^T = \Pi$. Ранг матрицы П равен числу коинтегрирующих векторов r. При нулевом ранге матрицы П не существует стационарных линейных комбинаций векторного процесса x_t. Если матрица П имеет полный ранг, то любая комбинация элементов x_t стационарна. Если ранг П лежит между 0 и n $(0 < m < n)$, существует m векторов коинтеграции.

Существование линейной комбинации проверено также методом Йохансена, основанным на связи количества коинтегрирующих векторов с рангом матрицы П в авторегрессионном представлении многомерного случайного процесса x_t [165].

Ранг матрицы П в (5.6) определен методом максимального правдоподобия. Нулевая гипотеза об отсутствии коинтеграции между процессами проверена с помощью двух тестов – статистики следа (LR^{trace}) и статистики максимального собственного значения (LR^{λ}_{max}).

Статистика следа для проверки нулевой гипотезы о том, что ранг коинтеграции равен r, против альтернативной гипотезы о равенстве ранга k (количеству параметров), имеет вид

$$LR^{trace} = LR(r,k) = -T\sum_{i=r+1}^{k} \ln\ (1-\lambda_i).$$

Статистика максимального собственного значения для проверки нулевой гипотезы о том, что ранг равен r, против альтернативной гипотезы о том, что ранг равен $r+1$, имеет вид

$$LR_{\lambda max} = LR(r,r+1) = -\ln\ (1-\lambda_{r+1}).$$

Статистики рассчитываются для значений r от 0 до k (табл. 5.5).

Таблица 5.5. Определение ранга коинтеграции

Собственные числа	$LR_{\lambda max}$	LR^{trace}	H_0	$LR_{\lambda max}$ (90%)	LR^{trace} (90%)
0,3071	43,16	63,37	0	18,03	49,91
0,2129	11,99	20,22	1	14,09	31,88
0,1448	6,87	8,23	2	10,29	17,79
0,0455	1,36	1,36	3	7,50	7,50

По результатам анализа таблицы 5.5 ранг коинтеграции принят равным 1 ($r = 1$), что свидетельствует о наличии одной статистически значимой долгосрочной связи между процессами изменения объемов грузовых перевозок различными видами транспорта:

$$\widehat{RT}_t = 1{,}835PT_t - 16{,}433WT_t + 1{,}094RW_t - 32{,}913. \qquad (5.7)$$

Результаты моделирования показывают, что между объемами перевозок грузов различными видами грузовой системы Украины существует однозначная долгосрочная зависимость, отражающая пропорции между ними. Коэффициенты зависимости говорят о том, что на долю, например, автомобильного транспорта в стране приходится около 0,8 всех грузов, перевозимых по железным дорогам. Такая ситуация, отражающая последствия социалистической экономики, наблюдается и в России, тогда как в развитых европейских странах и США основная часть грузовых перевозок осуществляется автомобильным транспортом. Также модель (5.7) может быть использована для анализа необходимого развития структуры грузовой транспортной системы Украины в целом и для прогнозирования ее отдельных показателей.

5.3.2. Модель изменения показателей грузовой транспортной системы в пространстве состояний

Одним из ставших популярным в последнее время средством анализа временных рядов является метод пространства состояний [168, 169].

Преобразуем модель VAR(p) уравнения (5.4) для p=1

$$x_t = Ax_{t-1} + A_0 + E_t \qquad (5.8)$$

в пространстве состояний. Один из возможных способов преобразования содержится в работе [119].

Вместо модели (5.8) записываем

$$x_t = Ax_{t-1} + \Pi_0 + \omega_{t-1}, \qquad (5.9)$$

где

$$x_t := \begin{bmatrix} x_t \\ \vdots \\ x_{t-p+1} \end{bmatrix},\ A_0 := \begin{bmatrix} A_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},\ A := \begin{bmatrix} A_1 & \cdots & A_{p-1} & A_p \\ I_K & & 0 & 0 \\ & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & & I_K & 0 \end{bmatrix},\ E_t := \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},\ \omega_t := E_{t+1}.$$

Соотношение (5.9) представляет так называемое уравнение состояния. Ему соответствует уравнение наблюдений вида

$$y_t = \begin{bmatrix} I_K & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x_t, \tag{5.10}$$

или

$$y_t = B x_t, \tag{5.11}$$

где

$$B = \begin{bmatrix} I_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \tag{5.12}$$

В пространстве состояний уравнение состояний описывает динамику системы в равноотстоящие промежутки времени, а уравнение наблюдений представляет процесс, генерирующий наблюдения в дискретные моменты времени.

Учитывая сезонную периодичность исследуемых процессов грузоперевозок, исходные временные ряды можно скорректировать путем вычитания из них значений периодической составляющей (она определена с помощью скользящих средних с периодом осреднения равным 12). Средние значения скорректированных процессов не меняются по сравнению со средними значениями исходных процессов, однако дисперсии уменьшаются за счет снижения разброса в значениях исследуемых рядов. Для скорректированных процессов в модели (5.9) $x_t = (RT_t \ \ PT_t \ \ WT_t \ \ RW_t)^T$ – 4×1-вектор состояния, $\Pi_0 = (-0{,}67 \ \ 3{,}35 \ \ -0{,}42 \ \ 4{,}36)^T$ – 4×1-матрица-столбец коэффициентов,

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}78 & 0{,}03 & -0{,}71 & 0{,}11 \\ -0{,}04 & 0{,}84 & 0{,}94 & -0{,}04 \\ -0{,}01 & 0{,}02 & 0{,}62 & 0{,}02 \\ 0{,}27 & 0{,}12 & 3{,}49 & 0{,}59 \end{pmatrix}$$

$\omega_{t-1} := (\varepsilon_t \ \ 0 \ \ 0 \ \ 0)^T$ – 4×1-случайный вектор. В уравнении наблюдений (5.11) y_t – 4×1- вектор наблюдений, B – матрица наблюдений размера 4×4. Мы предполагаем, что матрицы A и B для скорректированных рядов не зависят от времени. В работе [137] предлагается способ проверки этого утверждения.

На рис. 5.3 изображены собственные числа матрицы A $\lambda = (0{,}263 \ \ 0{,}733 \ \ 0{,}910 + 0{,}03i \ \ 0{,}911 - 0{,}03i)^T$, где $i = \sqrt{-1}$.

Система уравнений (5.9), (5.10) для исследуемых данных наблюдаема, поскольку матрица $\left[B^T \,\middle|\, A^T B^T \,\middle|\, \dots \,\middle|\, \left(A^T\right)^{n-1} B^T \right]$ размера $n \times nm = 4 \times 16$ имеет ранг, равный 4. Это означает, что на конечном интервале времени по известным значениям вектора наблюдений y_t, возможно однозначное определение значений вектора состояния x_t.

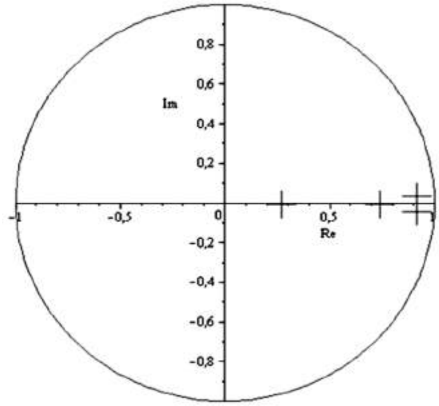


Рис. 5.3. Собственные числа матрицы *A*

Любое изменение данных, как известно, ведет к потере информации. Это мы и стараемся изучить для временных рядов объемов грузоперевозок, совершаемых разными видами транспорта.

Таблица 5.6. Корреляционная матрица исходных рядов

	RT	*PT*	*WT*	*RW*
RT	1			
PT	-0,376	1		
WT	0,620	-0,195	1	
RW	0,591	-0,0279	0,719	1

Таблица 5.7. Корреляционная матрица скорректированных рядов

	RT	*PT*	*WT*	*RW*
RT	1			
PT	-0,137	1		
WT	0,213	0,334	1	
RW	0,405	0,241	0,565	1

Таблица 5.8. Корреляционная матрица скорректированных рядов

	D[RT]	*D[PT]*	*D[WT]*	*D[RW]*
D[RT]	1			
D[PT]	-0,170	1		
D[WT]	0,646	-0,196	1	
D[RW]	0,319	-0,153	0,426	1

Таблица 5.9. Корреляционная матрица скорректированных рядов

	DD[RT]	*DD[PT]*	*DD[WT]*	*DD[RW]*
DD[RT]	1			
DD[PT]	0,0516	1		
DD[WT]	0,446	0,148	1	
DD[RW]	0,122	0,407	0,272	1

Для скорректированных рядов коэффициенты корреляции между PT и WT, PT и RW меняются. Но поскольку их значения чрезвычайно малы, на этот факт можно не обращать внимание. Остальные коэффициенты остаются такими, какими они были до преобразования временных рядов.

Этот факт и недостаточное количество априорной информации являются основанием для продолжения анализа в пространстве состояний.

Процедура фильтрации. Наиболее популярным алгоритмом анализа временных рядов в пространстве состояний является фильтр Калмана [116, 122, 123]. Фильтр Калмана широко применяется в теории управления, в последние годы все больше применяется в экономических исследованиях, в том числе для снижения ошибок идентификации.

Уравнения фильтра Калмана следующие. На первом этапе рассчитывается априорная (прогнозная) оценка вектора состояния x_t по наблюдениям y_{t-1}, ..., y_0, с помощью формулы

$$\hat{x}_{t/t-1} = A\hat{x}_{t-1} + A_0. \tag{5.13}$$

Затем определяются значения ковариационной матрицы ошибок оценивания:

$$P_{t/t-1} \equiv E\left\{\left[x_{t/t-1} - \hat{x}_{t/t-1}\right]\cdot\left[x_{t/t-1} - \hat{x}_{t/t-1}\right]^T\right\} = AP_{t-1}A^T + HR_tH^T. \tag{5.14}$$

При поступлении нового наблюдения априорные значения оценки вектора состояния корректируются по формуле:

$$\hat{x}_t = \hat{x}_{t|t-1} + K_t z_t, \tag{5.15}$$

в зависимости от разницы между ним и априорной оценкой:

$$z_t = y_t - B\hat{x}_{t/t-1}. \tag{5.16}$$

Эту разницу называют также невязкой (инновацией, остаточным членом). Матрица K_t весовых коэффициентов (коэффициентов усиления) рассчитывается по формуле:

$$K_t = P_{t/t-1} B^T C_0^{-1},$$

где $C_0 = E\left[z_t z_t^T \right] = \left[BP_{t/t-1} B^T + GQ_t G^T \right]$.

Оптимальность алгоритма фильтра Калмана в значительной степени зависит от точности и достоверности априорной информации о вероятностном распределении вектора состояния и шумов в системе. При этом замена истинных значений оцениваемых величин их выборочными оценками приводит к ошибкам результатов. Поэтому предлагается использовать один из адаптивных алгоритмов, работающих в условиях минимальной априорной информации и корректирующих искомые оценки после каждого вновь поступившего измерения (наблюдения). По результатам анализа априорной информации выбран алгоритм, использующий в качестве критерия оценивания информационное расхождение Кульбака-Лейблера между параметрами вероятностного распределения истинного вектора состояния и его оценки [156, 117–120, 173].

Уравнения предлагаемого алгоритма, используемые для определения априорного и апостериорного значения оценок вектора состояния совпадают с аналогичными уравнениями фильтра Калмана (5.13) и (5.15). Отличием является уравнение, используемое для определения значений матрицы коэффициентов усиления

$$K_t = A\hat{\Sigma}_{t-1} A^T B \left[BA\hat{\Sigma}_{t-1} A^T B^T + T_t \right]^{-1}, \tag{5.17}$$

в котором неизвестные истинные характеристики шумов заменены доступной информацией о наблюдениях в виде выборочных значений ковариационных матриц наблюдения T_t и оценки вектора состояния $\hat{\Sigma}_t$:

$$T_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left((y_i - \overline{y}_i) \cdot (y_i - \overline{y}_i)^T \right),\ \overline{y}_i = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^{i} y_k ,$$

$$\hat{\Sigma}_t = [\mathrm{I} - K_t B] A \cdot \hat{\Sigma}_{t-1} A^T [\mathrm{I} - K_t B]^T + K_t T_t K_t^T .$$

Предлагаемый алгоритм реализован на базе программного обеспечения Maple V в среде WINDOWS.

Оценка и прогноз результатов представлены на рисунке 5.4. Ошибка оценки рассчитана по формуле

$$\varepsilon_i = \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \times 100\,\% \cdot$$

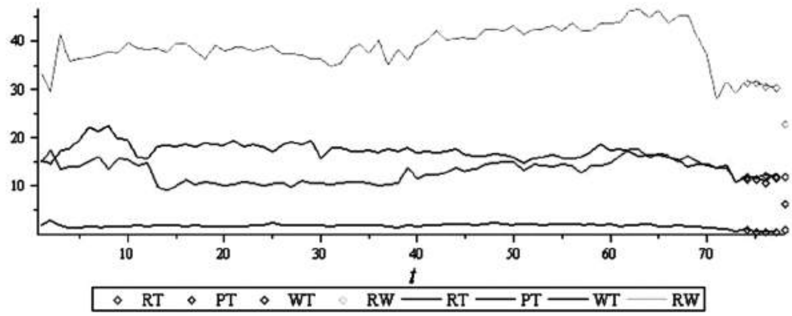


Рис. 5.4. Оценка и прогноз результатов

Графики рисунка 5.5 отражают ошибку оценки на каждом шаге оценивания. Для установившегося режима она не превышает 15%.

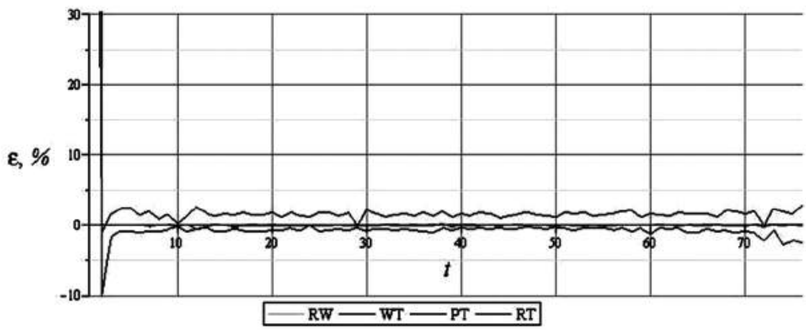


Рис. 5.5. Ошибки оценивания

Автокорреляции ошибок оценивания рассчитываются по известной формуле

$$\rho_k = \frac{E\left[(\varepsilon_i - \mu)(\varepsilon_{i+k} - \mu\right]}{\sqrt{E\left[(\varepsilon_i - \mu)^2\right]E\left[(\varepsilon_{i+k} - \mu)^2\right]}},\ \mu = E\left[\varepsilon_i\right].$$

где ρ_k – автокорреляционная функция, т. е. зависимость ρ_k от временного лага k. Граф рисунка 5.6 иллюстрирует последовательность значений автокорреляционной функции ошибок оценивания. Она имеет вид дискретного случайного процесса типа «белого шума».

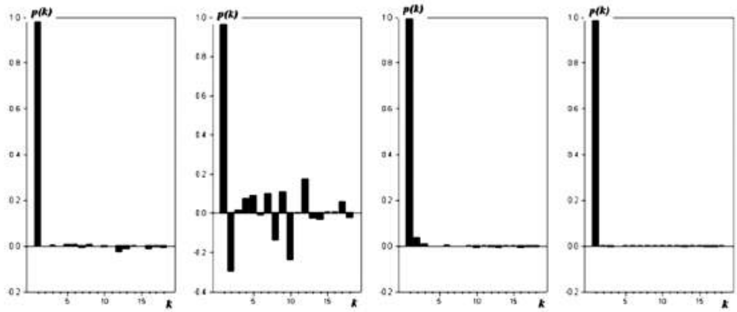


Рис. 5.6. Автокорреляционная функция ошибок оценивания

5.4. Анализ изменения показателей грузовой транспортной системы в контексте динамики всей экономики

Наблюдавшийся в 2012–2013 гг. рост объемов грузовых перевозок не свидетельствовал о повышении эффективности грузовой транспортной отрасли как подсистемы всей экономической системы страны. Анализ статистических данных показал, что показатели экономической эффективности для грузовой транспортной системы не улучшались. Основными причинами для этого являлись: неудовлетворительно низкий уровень развития транспортно-логистической системы, задержка модернизации сети автомобильных дорог на фоне увеличившегося числа автомобилей, несоответствие транспортной инфраструктуры мировым стандартам, ограниченные возможности грузовых перевозок по железным дорогам, высокая стоимость топлива.

Рассмотренные в предыдущих разделах результаты моделирования объемов грузовых перевозок обеспечили качественный прогноз показателей транспортной отрасли в последние месяцы 2013 – начале 2014 гг. Однако меняющиеся экономические условия Украины требовали новых подходов, предполагающих выявление структурных изменений в построенных моделях и учитывающих увеличивающуюся неполноту и неточность данных. Применение в моделях только отдельных показателей конкретных отраслей на фоне возможных ошибок в используемой статистической информации не позволяет в полной мере отразить их состояние и выявить направления развития, повышая неопределенность и неточность результатов анализа. Появились новые вопросы, связанные с анализом и прогнозом показателей отдельных отраслей в контексте восстановления и развития экономики в целом.

Системный подход к анализу хозяйственной деятельности отдельных отраслей предполагает учет состояния экономики, проявившийся, в том числе через изменение институтов и технологий. Отсутствие в анализируемых данных индикаторов, отражающих состояние экономики в целом, исключает возможность сравнения состояния и путей развития грузовых транспортных систем для разных стран и регионов.

Грузовая транспортная система страны должна быть рассмотрена как сложная многоуровневая иерархическая система, состоящая из подсистем – различных видов грузового транспорта, структурно связанных и включенных в одну систему для достижения цели по транспортировке грузов. В свою очередь, эта система должна рассматриваться как подсистема экономической системы страны в целом.

По вышеуказанным причинам анализ показателей грузовой транспортной системы дополняется изучением ее отношений со всей экономикой. В этом разделе – через дополнительно выбранные основные экономические макропоказатели [151]. В следующем разделе – через межотраслевые модели.

Проведенный анализ научной литературы, данных по значениям макропоказателей и методик их расчета обосновывает предложение дополнить модели введением двух макропоказателей: валового внутреннего продукта (ВВП) и объема реализованной продукции (ОРП).

ВВП является одним из важнейших экономических показателей и отражает состояние экономики страны в целом [154]. Один из способов получения ВВП связан с расчетом агрегированной денежной стоимости всех товаров и услуг, произведенных всей экономикой (за исключением международной деятельности) в течение четверти года.

Объем реализованной продукции характеризует денежную стоимость всех производимых товаров.

Другие традиционные макроэкономические показатели (индекс потребительских цен и т. д.) здесь не рассматриваются, поскольку являются относительными величинами.

В Украине существует опыт использования макропоказателей для прогноза объемов грузовых перевозок железнодорожным транспортом [173]. Изменение объемов связывается с изменением валового внутреннего продукта, объемом реализованной продукции и объемом всех перевозок. К сожалению, работа написана более десяти лет назад и базируется на традиционных методах статистического анализа. В результате, прогноз получен с существенными ошибками: в 2005 году грузооборот железнодорожного транспорта Украины был 223,4 *млрд т/км* против прогноза с помощью моделей регрессии 178,7–182,4 *млрд т/км*; в 2010 – 218,04 *млрд т/км* против 201,2–209,6 *млрд т/км*.

В настоящем разделе описаны результаты моделирования показателей грузовой транспортной системы и макроэкономических показателей: ВВП и ОРП. Вектор анализируемых переменных сформирован по результатам теста Грейнджера [168] и коинтеграционных соотношений.

Полученная модель векторной авторегрессии (VAR) представлена в пространстве состояний. Дальнейшее использование адаптивного фильтра позволяет преодолеть неопределенность априорной информации. Информационное расхождение Кульбака-Лейблера между реальными значениями величин и их оценок представляет критерий качества прогнозов. Предложенная методика оптимизации для решения задачи выборочного прогнозирования многомерного временного ряда, отражающего изменения объемов грузоперевозок различными видами транспорта и двух макропоказателей: ВВП и ОРП – показывает лучшие результаты, чем прогнозирование только на основе VAR.

Рассматриваются шесть временных рядов показателей системы грузового транспорта Украины (перевозимых грузов: *а* – автомобильным транспортом (*RT*), *тыс. тонн*; *б* – железнодорожным транспортом (*RW*), *тыс. тонн*; *c* – водным транспортом (*WT*), *тыс. тонн*; *d* – трубопроводным транспортом (*PT*) *млн. тонн*) и макроэкономические показатели валового внутреннего продукта (*GDP*) и объема реализованной продукции (*VP*), *млн. гривен*. Это означает, что данные четырех временных рядов *RT*, *PT*, *WT* и *RW* имеют единицы измерения массы. Все данные за исключением ВВП представлены ежемесячно за период с января 2003 года по декабрь 2011 года (рис. 5.7). Значения ВВП с января 2009 года доступны только в виде квартальных данных. Для получения месячных данных проведена линейная интерполяция. Временные ряды опубликованы Государственной службой статистики Украины.

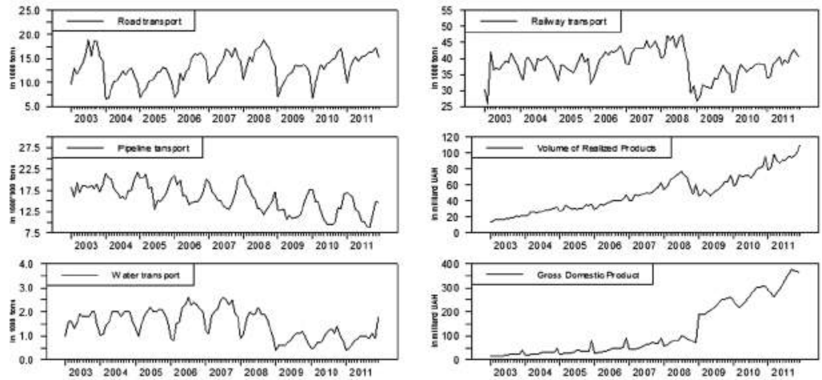


Рис. 5.7. Исследуемые временные ряды: *RT, PT, WT, RW, VP, GDP*

Для каждого месяца $t \in \{2003{:}1, \ldots, 2011{:}12\}$ все $n = 6$ показателей формируют многомерный случайный $n \times 1$-вектор $x_t = [RT_t, PT_t, WT_t, RW_t, VP_t, GDP_t]^T$.

Значения коэффициентов корреляции Пирсона между компонентами вектора демонстрируют сильную статистическую зависимость (табл. 5.10).

Таблица 5.10. Корреляция (Пирсон)

	VP	*GDP*	*PT*	*WT*	*RW*	*RT*
VP	1					
GDP	0,93810	1				
PT	-0,59237	-0,64756	1			
WT	-0,40964	-0,35601	0,16661	1		
RW	0,14222	0,12981	0,05919	0,67714	1	
RT	0,35720	0,43768	-0,40569	0,41878	0,573445	1

Тест Грейнджера на каузальность [166] применяется для определения возможности каждого из временных рядов RT_t, PT_t, WT_t, RW_t, VP_t, GDP_t прогнозировать другие компоненты RT_t, PT_t, WT_t, RW_t, VP_t, GDP_t того же вектора x_t. Компоненты вектора X_t называют причиной Y_t, если X_t обеспечивает уменьшение дисперсии при прогнозе Y_t. Тест был реализован для различного количества лагов. Как видно из табл. 5.11, результаты теста Грейнджера устойчивы и не зависят от значений лагов.

Таблица 5.11. Тест Грейнджера на каузальность компонент вектора x_t

$lags = 2$	$lags = 3$	$lags = 4$	$lags = 5$
$PT_t \rightarrow RT_t$	$PT_t \leftrightarrow RT_t$	$PT_t \leftrightarrow RT_t$	$PT_t \rightarrow RT_t$
$RT_t \leftrightarrow WT_t$	$RT_t \rightarrow WT_t$	$RT_t \rightarrow WT_t$	$RT_t \leftrightarrow WT_t$
$RT_t \rightarrow RW_t$	$RT_t \rightarrow RW_t$	$RT_t \rightarrow RW_t$	$RT_t \rightarrow RW_t$
$VP_t \leftrightarrow RT_t$	$VP_t \leftrightarrow RT_t$	$VP_t \leftrightarrow RT_t$	$VP_t \leftrightarrow RT_t$
$PT_t \leftrightarrow WT_t$	$PT_t \leftrightarrow WT_t$	$PT_t \rightarrow WT_t$	$PT_t \rightarrow WT_t$
$PT_t \leftrightarrow RW_t$	$PT_t \rightarrow RW_t$	$PT_t \rightarrow RW_t$	$PT_t \rightarrow RW_t$
$PT_t \rightarrow GDP_t$	$PT_t \leftrightarrow GDP_t$	$PT_t \leftrightarrow GDP_t$	$PT_t \leftrightarrow GDP_t$
$VP_t \rightarrow PT_t$	$VP_t \rightarrow PT_t$	$VP_t \rightarrow PT_t$	$VP_t \rightarrow PT_t$
$WT_t \rightarrow RW_t$	$WT_t \rightarrow RW_t$	$WT_t \rightarrow RW_t$	$WT_t \rightarrow RW_t$
$GDP_t \rightarrow WT_t$	$GDP_t \rightarrow WT_t$	$GDP_t \rightarrow WT_t$	$GDP_t \rightarrow WT_t$
$GDP_t \rightarrow VP_t$	GDP_t *нет связи с* VP_t	$VP_t \rightarrow GDP_t$	$VP_t \rightarrow GDP_t$

Коинтеграционные соотношения между различными компонентами вектора x_t, основанные на исследованиях в [116–118], имеют вид (t здесь опущено):

$$\widehat{RT} = -0{,}012\ VP - 2.948\ WT + 0{,}477\ RW, \tag{5.18}$$

$$\widehat{RT} = 2{,}06\ GDP + 145{,}18\ WT - 8{,}65\ RW, \tag{5.19}$$

$$\widehat{RT} = -53{,}5\ PT - 353\ WT + 47\ RW + 19{,}5\ VP - 23{,}25\ GDP, \tag{5.20}$$

$$\widehat{RT} = 0{,}028\ VP + 0{,}305\ RW, \tag{5.21}$$

$$\widehat{RT} = -0{,}199\ VP + 1{,}475\ RW - 1{,}261\ PT - 9{,}023\ WT. \tag{5.22}$$

Коинтеграционные соотношения показывают «динамическую регрессию» между анализируемыми случайными процессами. Для временных рядов RT_t, PT_t, WT_t, RW_t, VP_t, GDP_t ранг коинтеграции равен 1.

Данные табл. 5.11 и коинтеграционные соотношения (5.18)–(5.22) выражают прогноз одного ряда как функцию многомерного временного ряда. Удалим сезонность из всех временных рядов. Сезонность определяется как свойство временного ряда, которое повторяется с регулярными интервалами. Сезонные колебания делают анализ труднее, потому что изменения в данных за определенный период отражают важные увеличения или уменьшения в уровне данных [117].

В общем случае временной ряд может быть разложен на отдельные составляющие [117]: $TC(t)$ – тренд-циклическую (неслучайную) составляющую, $S(t)$ – периодическую составляющую, $E(t)$ – нерегулярную (случайную) составляющую.

Функциональные отношения могут быть аддитивными и мультипликативными. По результатам предварительного анализа использована аддитивная модель:

$$x(t) = TC(t) + S(t) + E(t).$$

В случае детерминированной сезонности классический метод сезонной корректировки, известный как метод Census I, включает два основных действия. Сначала вычисляется скользящее среднее для случайного процесса. Затем процесс скользящих средних вычитается из наблюдаемого процесса (в аддитивной модели) или же значения наблюдаемого процесса делятся на значения скользящих средних (в мультипликативной модели). На следующем шаге вычисляется периодическая составляющая, как среднее (для аддитивных моделей) или урезанное среднее (для мультипликативных моделей) всех значений процесса, соответствующих данной точке периода. Исходный процесс корректируется, результирующий процесс называется скорректированным: из ряда убрана периодическая составляющая.

Симс [174] показал, что модели векторной авторегрессии (VAR) – эффективный инструмент исследования отношений между экономическими переменными и их прогноза.

Для исследуемого $n \times 1$-вектора $x_t = [x_1, \ldots, x_n]^T$ временных рядов модель векторной авторегрессии имеет вид:

$$x_t = A_0 + \sum_{j=1}^{p} A_j x_{t-j} + \varepsilon_t, \; t = 1, \ldots, T \tag{5.23}$$

где A_0 – вектор констант; $A_j = (\alpha_{ik}(j))$; $i, k = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, p$ – матрицы коэффициентов; $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \ldots, \varepsilon_{nt})^T$ – вектор ошибок оценивания (остатков); p – порядок модели. Коэффициенты модели (5.23) вычислены методом наименьших квадратов, а порядок модели выбран с использованием информационного критерия Шварца *SBC* (*Schwartz Bayesian Criterion*):

$$SBC = T\log|\Sigma| + N\log(T),$$

где $|\Sigma|$ – детерминант ковариационной матрицы остатков, N – общее число параметров во всех уравнениях. Так, если каждое уравнение в VAR имеет порядок p и константу, то $N = n^2p + n$; каждое из n уравнений имеет np членов и константу. Число членов регрессии сокращается $\log|\Sigma|$ за счет увеличения N. Таким образом, оптимальный порядок модели (5.23) соответствует наименьшему значению информационного критерия и для исследуемых процессов равен 1 [118].

Таблица 5.12. Информационный критерий Шварца

Лаг	0	1	2	3	4	5	6	7
SBC/ BIC	2434,61	1855,17	1876,13	1899,42	1977,13	2057,62	2117,78	2203,19

Модель векторной авторегрессии переписана в виде:

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \tag{5.24}$$

где $x_t = (VP_t \;\; RT_t \;\; PT_t \;\; WT_t \;\; RW_t)^T$,

$$A_0 = (\underset{(4,307)}{-0,639} \;\; \underset{(1,318)}{-0,624} \;\; \underset{(1,322)}{4,278} \;\; \underset{(0,227)}{-0,264} \;\; \underset{(2,446)}{5,861})^T,$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} \underset{(0,034)}{0,952} & \underset{(0,199)}{-0,039} & \underset{(0,246)}{-0,201} & \underset{(1,385)}{-2,323} & \underset{(0,168)}{0,285} \\ \underset{(0,010)}{0,017} & \underset{(0,061)}{0,759} & \underset{(0,075)}{0,087} & \underset{(0,424)}{-0,017} & \underset{(0,051)}{0,042} \\ \underset{(0,010)}{-0,034} & \underset{(0,062)}{-0,015} & \underset{(0,076)}{0,659} & \underset{(0,425)}{-0,025} & \underset{(0,052)}{0,078} \\ \underset{(0,002)}{-0,004} & \underset{(0,011)}{-0,008} & \underset{(0,013)}{0,004} & \underset{(0,073)}{0,702} & \underset{(0,009)}{0,025} \\ \underset{(0,019)}{0,063} & \underset{(0,113)}{0,210} & \underset{(0,140)}{0,312} & \underset{(0,787)}{3,298} & \underset{(0,095)}{0,437} \end{pmatrix} \tag{5.25}$$

В скобках указаны среднеквадратичные ошибки. Пусть известны значения x_t временного ряда *VAR* для $t = 1, ..., T$. Прогноз на $(T+1)$-й период – это математическое ожидание x_{T+1}, условное относительно имеющейся на момент T информации $x_1, ..., x_T$.

Прогноз определяется выражением:

$$x_T^p(1) = E(x_{T+1}) = \sum_{j=1}^{P} E(x_{T+1-j})A_j + E(\varepsilon_{T+1}) = \sum_{j=1}^{p} x_{T+1-j}A_j.$$

Прогноз на s шагов вычисляется как

$$x_T^p(s) = E(x_{T+s}) = \sum_{j=1}^{P} E(x_{T+s-j})A_j.$$

Прогнозы вычисляются рекуррентно, причем $E(x_t) = x_t$ при $t \le T$ и $E(x_t) = x_T^p(t-T)$ при $t > T$.

Для анализируемых данных прогноз рассчитан с помощью программного обеспечения RATS/CATS (ESTIMA) [167]. Результаты представлены на рис. 5.8.

Для снижения влияния ошибок модели на результат векторная авторегрессия переписывается в пространстве состояний (SSM). Общая формула модели пространства состояний:

$$y_t = Bx_t + \eta_t$$
$$x_{t+1} = Ax_t + \varepsilon_t,\ \ t = 1,\ 2,\ ...., \tag{5.26}$$

где y_t – вектор выходных параметров, x_t – вектор состояния, η_t – $m \times 1$-вектор погрешностей измерений выходных параметров, ε_t – $n \times 1$-вектор погрешностей моделирования, A – переходная матрица размера $n \times n$, B – матрица наблюдений размера $n \times m$.

Первое уравнение, которое называется уравнением наблюдения, является линейной регрессией выходных переменных через переменные состояния. Второе уравнение описывает динамику переменных состояния.

Возможен следующий способ представления VAR(p) в пространстве состояний [169]:

$$x_t := \begin{bmatrix} x_t \\ \vdots \\ x_{t-p+1} \end{bmatrix},\ \Pi_0 := \begin{bmatrix} A_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},\ A := \begin{bmatrix} A_1 & \cdots & A_{p-1} & A_p \\ I_K & & 0 & 0 \\ & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & & I_K & 0 \end{bmatrix},\ E_t := \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

где

$$x_t = Ax_{t-1} + A_0 + E_t,$$

$$y_t = \begin{bmatrix} I_K & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x_t,$$

и вектор состояния x_t определяется выражением (5.24) или:

$$x_t = Ax_{t-1} + \Pi_0 + \omega_{t-1}. \tag{5.27}$$

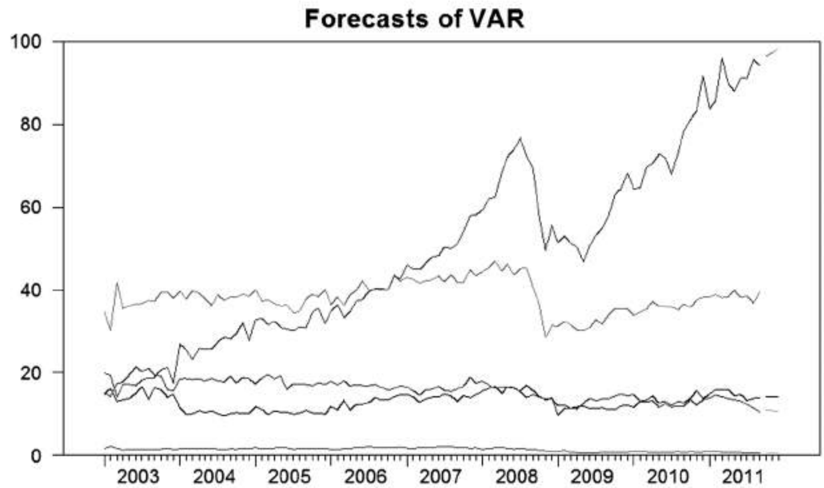


Рис. 5.8. Прогноз переменных *VP*, *R*, *PT*, *WT*, *RW* с помощью VAR

Уравнение наблюдений имеет вид:

$$y_t = Bx_t, \quad B = \begin{bmatrix} I_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \qquad (5.28)$$

Вектор состояния x_t, имеющий размерность 5×1, матрица перехода состояний A размера 5 × 5 и матрица коэффициентов $\Pi_0 = A_0$ выражаются с использованием уравнения (5.25), $\omega_{t-1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_t & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T$. Вектор наблюдений y_t имеет размер 5×1, а матрица наблюдений B – 5 × 5.

Представление системы в виде уравнений (5.27)–(5.28) дает возможность использовать ее для расчета прогнозных значений вектора состояния, используя известный алгоритм дискретного фильтра Калмана [168]. При этом необходимо отметить, что оптимальность фильтра Калмана в значительной степени зависит от точности и достоверности априорной информации о вероятностном распределении вектора состояния и шумов в системе.

Преодоление указанных трудностей может быть достигнуто путем разработки фильтра, работающего в условиях минимальной априорной информации и корректирующего искомые оценки после каждого вновь поступившего измерения (наблюдения). По мнению авторов, в качестве такого алгоритма может быть использован адаптивный фильтр, минимизирующий информационное расхождение Кульбака-Лейблера между параметрами распределения вероятностей истинного вектора состояния $g(x)$ и его оценки $f(x)$ [121–123, 127]:

$$J(f,g) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\log\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}dx. \tag{5.29}$$

С точки зрения информационного критерия оптимальными считаются оценки, описываемые следующим уравнением:

$$\hat{x}_{t+1/t} = K_t \xi(\hat{x}_{t/t-1}, y_t),$$

где K_t является решением следующей оптимизационной задачи:

$$K_t = \arg\min\ [J(g,f)], \tag{5.30}$$

а ξ – функция, зависящая от априорных оценок при поступлении нового наблюдения.

Уравнения предлагаемого алгоритма, используемые для определения априорного и апостериорного значения оценок вектора состояния, совпадают с аналогичными уравнениями фильтра Калмана:

$$\hat{x}_{t|t-1} = A\hat{x}_{t-1} + A_0, \tag{5.31}$$

$$\hat{x}_{t+1|t} = A\hat{x}_{t|t-1} + K_t\left(y_t - B\hat{x}_{t|t-1}\right), \tag{5.32}$$

$$\hat{x}_{t+1|t} = A\hat{x}_{t|t-1} + K_t z_t; \tag{5.33}$$

z отражает расстояние между истинным и оценочным значениями вектора наблюдений:

$$z_t = y_t - B\hat{x}_{t|t-1}. \tag{5.34}$$

Отличием алгоритма от фильтра Калмана является уравнение для значений матрицы коэффициентов усиления

$$K_t = A\hat{\Sigma}_{t-1}A^T B\left[BA\hat{\Sigma}_{t-1}A^T B^T + T_t\right]^{-1}, \tag{5.35}$$

в котором неизвестные истинные характеристик шумов заменены доступной информацией о наблюдениях в виде выборочных значений ковариационных матриц наблюдения T_t и оценки вектора состояния $\hat{\Sigma}_t$.

$$T_t = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left((y_i - \overline{y}_i)\cdot(y_i - \overline{y}_i)^T\right),\ \overline{y}_i = \frac{1}{i}\sum_{k=1}^{i} y_k,$$

$$\widehat{\Sigma}_t = [\mathrm{I} - K_t B]A\cdot\widehat{\Sigma}_{t-1}A^T[\mathrm{I} - K_t B]^T + K_t T_t K_t^T.$$

Предлагаемый алгоритм реализован на базе программного обеспечения Maple V в среде WINDOWS.

При этом трубопроводный транспорт был исключен из анализа, т. к. он является специализированным (уникальным) видом транспорта, что согласовывается с корреляционным анализом и результатами теста причинности по Грейнджеру.

Для нового вектора состояния $x_t = \begin{pmatrix} VP_t & RT_t & WT_t & RW_t \end{pmatrix}^T$ коэффициенты в модели (5.24) принимают следующие значения:

$$A_0 = \begin{pmatrix} \underset{(3,699)}{-2,434} \\ \underset{(1,136)}{0,150} \\ \underset{(0,195)}{-0,232} \\ \underset{(2,802)}{8,646} \end{pmatrix},\ A_1 = \begin{pmatrix} \underset{(0,026)}{0,970} & \underset{(0,198)}{-0,029} & \underset{(1,378)}{-2,223} & \underset{(0,170)}{0,217} \\ \underset{(0,008)}{0,009} & \underset{(0,061)}{0,755} & \underset{(0,663)}{-0,060} & \underset{(0,072)}{0,071} \\ \underset{(0,001)}{-0,004} & \underset{(0,010)}{-0,008} & \underset{(0,073)}{0,700} & \underset{(0,008)}{0,026} \\ \underset{(0,015)}{0,035} & \underset{(0,115)}{0,194} & \underset{(0,799)}{3,143} & \underset{(0,085)}{0,541} \end{pmatrix}.$$

$$\omega_{t-1} := (\varepsilon_t\ \ 0\ \ 0\ \ 0)^T.$$

Результаты прогнозирования значений скорректированного вектора состояния с помощью предлагаемого алгоритма фильтрации представлены в виде табл. 5.13 и рис. 5.10–5.11.

Результаты прогнозирования содержат ошибки, которые в экономике обычно подразделяются на случайные и систематические. По мнению авторов [163], при анализе переходной экономики правильно использовать термин «тенденциозных ошибок», возникающих из-за искажения и сокрытия статистической информации в качестве элемента рациональной стратегии экономического поведения. Например, в практических расчетах ВВП применяют два подхода: 1) анализ индикатора потребительского и производственного сектора; 2) анализ индикатора промышленного сектора, связанные друг с другом. Зависимость между ними сохраняется для текущих цен. Для сопоставимых цен промышленный индикатор устойчиво отличался от индикатора потребительского сектора.

Таблица 5.13. Результаты прогнозирования вектора x_t

	2011:10					2011:11					2011:12				
		Прогноз		Ошибка, %			Прогноз		Ошибка, %			Прогноз		Ошибка, %	
	real	Var	Filter	Var	Filter	real	Var	Filter	Var	Filter	real	Var	Filter	Var	Filter
VP	96	96,02	96	0	0	96	96,94	96	0,9	0	101	98,53	98	2,4	2,9
RT	16,3	16,52	16,3	1,3	0	16	16,36	16,8	2,2	4	17	16,8	17	1,1	0
WT	0,9	1	0,9	10	0	1,1	0,99	1,03	9	7	0,9	0,98	0,9	8	0
RW	41	39,03	40	4,8	2,5	42	39,32	42	6	0	41	38,81	39	5,3	5

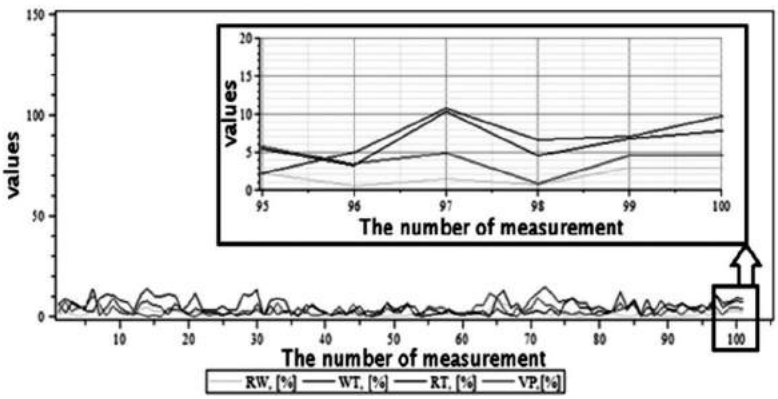


Рис. 5.10. Ошибки прогнозирования переменных *VP, RT, WT, RW* с помощью *адаптивного алгоритма* (ось абсцисс – номер измерения, ось ординат – значения)

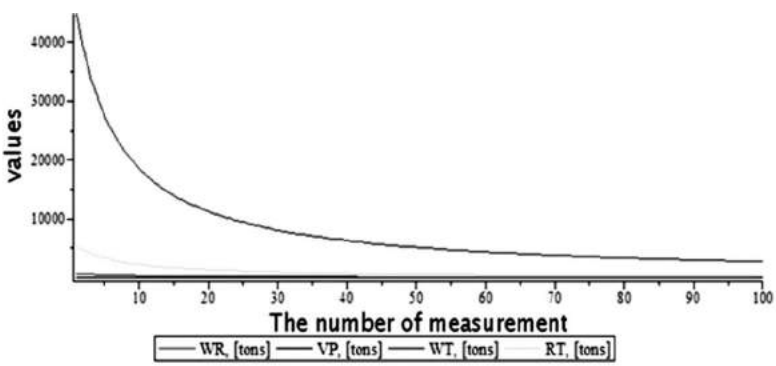


Рис. 5.11. Дисперсия ошибок прогнозирования переменных *VP, RT, WT, RW* с помощью *адаптивного алгоритма* (ось абсцисс – номер измерения, ось ординат – значения)

ВВП, рассчитанный через производство, значительно ниже, чем ВВП, рассчитанный через потребление. Так, для России разрыв оценивается в 1,5 ВВП. Это является следствием того, что товары, произведенные «теневой» экономикой, не отражаются официальной статистикой, тогда как произведенные товары принимаются в расчет в общем объеме произведенной продукции.

Указанный факт отражает еще одну причину, по которой следует использовать эмпирические модели для оценки показателей межотраслевой таблицы.

В целом, основное преимущество предложенной методики заключается в возможности оценки будущих значений многомерных временных рядов даже при наличии структурных сдвигов (описывающих изменения статуса «до кризиса» / «после кризиса»).

5.5. Анализ грузовой транспортной системы Украины с использованием модели Леонтьева «затраты – выпуск»

Как было сказано выше, современные информационные технологии определяют качественно новые возможности совершенствования экономического планирования (текущего, оперативного, стратегического) и прогнозирования. Объясняется это, прежде всего тем, что современная экономика представляет открытую систему, построенную на прямых и обратных горизонтальных и вертикальных связях, и может успешно развиваться только при наличии эффективного управления этими связями как на макро-, так и на микроуровне. Реальное равновесие на рынке возможно лишь при совпадении ожиданий производителей и потребителей, в реальной жизни, о чем свидетельствуют события последних лет, неизбежны экономические и политические кризисы, неполное или неэффективное использование ресурсов. И даже, несмотря на это, необходимость в балансовом методе очевидна.

Рассмотрение и анализ транспортной отрасли с использованием межотраслевой модели, или модели Леонтьева «затраты – выпуск», выявляет уязвимые места в работе транспортной отрасли на данный момент, и позволит предложить методы устранения главных проблем развития.

Межотраслевая модель Леонтьева «затраты – выпуск», свойства которой подробно рассмотрены в предыдущих главах, позволяет анализировать как национальную экономику в целом, так и экономику отдельных отраслей и взаимоотношения между ними. Результат моделирования может быть использован для выработки адекватных мер по корректировке направлений развития как отдельных отраслей, так и национальной экономики в целом.

Основная цель создаваемой методики – проанализировать взаимозависимость грузовой транспортной отрасли с другими экономическими отраслями.

Как уже было сказано выше, в научной литературе присутствуют примеры анализа эффективности различных экономических отраслей на базе межотраслевой модели и результатов их использования для решения различных практических задач, например, связанных с изучением перемещения грузов с учетом потребления энергии, экологическим загрязнением и занятостью [151, 175].

Введем в рассмотрение термины.

Связи с заказчиками (*forward linkage*) – связи с потребляющими отраслями в системе межотраслевых связей. Такие связи характеризуют, в какие отрасли и для каких производств направляется продукция рассматриваемой отрасли. Следует помнить, что английское выражение подразумевает не просто наличие связи между отраслями, а качественный аспект такой связи, т. е. то, что развитие одной отрасли создает условия для развития другой или других отраслей. Поэтому в некоторых случаях для прояснения ситуации следует добавлять такие уточняющие слова, как «взаимоусиливающие» или «взаимовыгодные».

Связи с поставщиками (*backward linkage*) – связи с производящими отраслями в системе межотраслевых связей. Такие связи характеризуют, какие отрасли и в каком масштабе участвуют в создании продукции рассматриваемой отрасли. Следует помнить, что английское выражение подразумевает не просто наличие связи между отраслями, а качественный аспект такой связи, т. е. то, что развитие одной отрасли создает условия для развития другой или других отраслей. Поэтому в некоторых случаях для прояснения ситуации следует добавлять такие уточняющие слова, как «взаимоусиливающие» или «взаимовыгодные». Кроме того, такие связи бывают «прямыми» и «косвенными». Например, автомобилестроение напрямую связано со сталелитейной промышленностью и косвенно – с угольной промышленностью и черной металлургией, которые поставляют сырье для производства стали.

Хан и Квак [176], применяя результаты исследования Миллера и Блэра [177], предположили, что через спрос на производимую продукцию нельзя точно оценить влияние новой производственной деятельности во всех секторах экономики. Такое изменение конечного спроса может произойти только в результате воздействия на модель извне (например, изменения вкуса потребителей и государственные закупки).

При анализе транспортной отрасли Украины используют общепринятую методику объединения в группы (таблица 5.14). При объединении в группы отдельных секторов экономики используют подходы работ [114, 177].

Существует небольшое число исследований, в которых модель «затраты – выпуск» используется непосредственно для анализа транспортной отрасли [178, 179, 175]. Авторами работы [177] проведено исследование морского сектора корейской национальной экономики в 1975–1998, основанное на комплексной модели «затраты – выпуск», включающей, в том числе, анализ межотраслевых связей, модель управления спросом, модель управления предложением, ценовую модель Леонтьева. Результаты исследования показали слабые связи с потребляющими отраслями морской индустрии в Корее, низкую стоимость дефицитных поставок и низкий ценовой эффект, при этом сильные связи с производящими отраслями, высокое стимулирование производства и большое стимулирование занятости. Анализ относится только к водному транспорту; однако может быть основой для исследования всей транспортной отрасли (включая железнодорожный, автомобильный, воздушный, водный транспорт и соответствующую инфраструктуру).

Ван дер Линден [180] исследовал взаимосвязь между государственной политикой и экономическими показателями сектора для составления рекомендаций по продолжению или изменению преобладающей секторо-ориентированной политики. Статья анализирует морскую политику Германии. Анализ модели «затраты – выпуск» использован для определения эффективности секторов; результаты анализа использованы для прогнозирования прогнозы различных политических сценариев.

Для обоснования и рассмотрения роли портов в стратегических планах экономического развития в Уэльсе, Брайен и др. [181]

использовали модель «затраты – выпуск». Они показали, что портовая инфраструктура играет важную роль в поддержке других предприятий Уэльса и потому требует внимания государственной власти к тщательному изучению значения портового сектора для экономического развития регионов. Однако вместо проведения комплексного анализа в этой работе было оценено только экономическое влияние на занятость, доходы и выпуск.

Долл и Шлаффер для обсуждения экономических последствий от обложения большегрузных грузовиков (HGV) платой за проезд в Германии в январе 2005 года [182] провели исследование с использованием модели «затраты – выпуск», оценив потенциальное воздействие новой системы. Были сделаны следующие выводы: (1) ни неблагоприятное влияние цен, ни положительное влияние на уровень занятости не оказывает значительного воздействия на общую экономическую деятельность; (2) ни в одной из 70 рассмотренных отраслей рост цен не был больше (в результате обложения HGV платой за проезд) 0,2%, однако сектор автомобильного транспорта испытал повышение цен на 5,79%; (3) если доходы, поступающие от обложения HGV платой за проезд, реинвестируются в дополнительные инфраструктурные проекты, может быть создано 39 000 новых рабочих мест; (4) с макроэкономической точки зрения положительный эффект усовершенствованной инфраструктуры и занятости населения, полученные на основе новой политики обложения HGV, могут сгладить негативное влияние роста цен. Однако на микроэкономическом уровне небольшие транспортные компании будут испытывать серьезные трудности и могут даже исчезнуть с рынка. Несмотря на то, что это исследование касается только вопросов дорожного транспорта и двух элементов (цены и влияния на уровень занятости), оно показывает, что результаты анализа модели «затраты – выпуск» могут быть использованы для обоснования политики.

Существуют примеры использования модели «затраты – выпуск» для исследования влияния транспортной отрасли на национальную экономику отдельных стран и регионов, например, Тайваня. Еще в 1986 году Хо использовала данные таблицы «затраты – выпуск» 1981 г. и проанализировала влияние связей с потребляющими и производящими отраслями [183]. Она пришла к выводу, что в то время металлургическое сырье (сталь) и химические вещества и сопутствующие товары относились к лидирующим секторам.

В соответствии со связями с потребляющими и производящими отраслями транспортная отрасль имела большой потенциал для поддержки других отраслей. Среди четырех видов транспорта автомобильный транспорт стал наиболее важным сектором и составлял по объему более 60% от общего объема перевозок в 1981 году. Лайен [184] использовал данные, полученные из таблиц «затраты – выпуск» 1976 и 1981, для изучения воздействия связей с потребляющими и производящими отраслями транспорта (водного, автомобильного и воздушного транспорта и инфраструктуры), а также взаимосвязанных эффектов в транспортных секторах, а также в транспортной отрасли и других отраслях промышленности. Он пришел к выводу, что (1) с 1950-х годов в Тайване объем автомобильных перевозок превысил объем железнодорожных перевозок; (2) из-за относительно низких межотраслевых связей автомобильного транспорта необходимы меры по активизации междугородних перевозок; (3) требуется увеличение транспортных услуг для перевозки импортируемых и экспортируемых грузов водным и воздушным транспортом.

Таблица 5.14. Секторы транспортной отрасли

Сектор	Подсекторы
Железнодорожные перевозки	• железнодорожные пассажирские перевозки; • скоростные пассажирские перевозки общественным транспортом; • железнодорожные перевозки грузов;
Автомобильные перевозки	• пассажирские перевозки; • транспортные услуги частных грузовых перевозок
Водный транспорт	• международные и внутренние пассажирские перевозки; • международные грузоперевозки, внутренние грузовые перевозки водным транспортом;
Воздушный транспорт	• пассажирские перевозки; • грузовые перевозки; • другие услуги воздушного транспорта;
Складские услуги	• транспортировка, обработка и хранение грузов;
Другие транспортные услуги	• функционирование транспортной инфраструктуры; • услуги туристических организаций; • почтовая и курьерская деятельность; • деятельность предприятий связи.

Ванг [185] проанализировал экономическое влияние транспорта и связи на Тайване с использованием таблицы «затраты – выпуск» за 1984 для обсуждения связей с потребляющими и производящими отраслями, эффекты дохода и занятости. Он пришел к выводу, что (1) бюджетный сектор больше связан с производящими отраслями, в то время как транспорт и связь больше связаны с потребляющими отраслями; (2) водный и воздушный транспорт в большей степени поддерживают экспорт товаров, в то время как автомобильный, железнодорожный и воздушный виды транспорта ориентированы на услуги внутренней туристической отрасли; (3) дорожный и складской сектора имеют более высокий эффект дохода, а водный и воздушный транспорт – более низкий; и (4) автомобильный и железнодорожный виды транспорта имеют более высокий мультипликатор занятости.

Нир и Лян [186] также провели исследование межотраслевых связей транспортной отрасли. Они классифицировали семь секторов транспортировки, включая железнодорожный, автомобильный, водный, воздушный виды транспорта, складские услуги, туристические и транспортные услуги. Используя данные 1996 года, они проанализировали связи с потребляющими и производящими отраслями, выпуск продукции, доходность и занятость. Согласно эмпирическим результатам, они пришли к выводу, что инвестиции в автомобильный транспорт были самыми высокими, в то время как железнодорожный транспорт имел выше индуцированный эффект производства, доходность и занятость; поэтому правительству рекомендовалось пересмотреть отношение структуры затрат для каждого вида транспорта.

Рассмотрим модель «затраты – выпуск» для анализа транспортной отрасли Украины. Это линейная межотраслевая модель, иллюстрирующая отношения между производительными секторами экономической системы государства.

Основные уравнения модели, состоящей из N промышленных секторов, выглядят следующим образом

$$X_i = \sum_{j=1}^{N} x_{ij} + F_i = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} X_j + F_i, \tag{5.36}$$

$$X_i = \sum_{j=1}^{N} x_{ij} + V_j = \sum_{j=1}^{N} r_{ij} X_j + V_i, \tag{5.37}$$

где X_i – суммарный валовой продукт отрасли $i = 1, 2, ..., N$; a_{ij} $(= x_{ij} / X_j)$ – прямые затраты или технические коэффициенты, результат деления x_{ij}, межотраслевого потребления продукции i сектором j, на X_j – общий объем валовой продукции в отрасли j; r_{ij} $(= x_{ij} / X_i)$ – коэффициенты непосредственного выпуска, результат деления x_{ij}, межотраслевого потребления продукции производящего сектора i сектором j, на X_j – общий объем валовой продукции в отрасли i. F_i является конечным спросом на продукцию в отрасли i, V_j – конечная добавленная стоимость по отрасли j. Таким образом, модель (5.36) описывает спрос, что следует из вертикального столбца в таблице «затраты – выпуск», модель (5.37) описывает предложение, что следует из горизонтальной строки таблицы [175].

Модель «затраты – выпуск» разделяет два типа экономического влияния конкретного производственного сектора на другие секторы в экономике: (1) эффект связи с производящими отраслями; (2) эффект связи с потребляющими отраслями [115]. Первая (обратная) зависимость изображена как мощность рассеивания (*Power of dispersion* – POD), которая является средней для n элементов в столбце j, деленное на среднее значение всех n^2 элементов в обратной матрице Леонтьева.

Аналогично, вторая (прямая) зависимость выражается как чувствительность дисперсии (*Sensitivity of dispersion* – SOD), вычисляемой как среднее из n элементов в строке i, деленное на среднее значение всех n^2 элементов обратной матрицы Леонтьева [177].

Пусть b_{ij} – элементы обратной матрицы Леонтьева. Вычисление прямой зависимости (B_i^f) и обратной зависимости (F_j^b) проводится по формулам

$$B_i^f = \frac{\sum_{j=1}^{n} b_{ij}}{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}}, \quad F_j^b = \frac{\sum_{i=1}^{n} b_{ij}}{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}}.$$

Сравнение значений (силы) обратной и прямой зависимости различных секторов в конкретной экономике представляет известный механизм выявления «ключевых» или «ведущих» отраслей в экономике и группировки отраслей в пространственные кластеры [114]. Для грузовой транспортной отрасли эффект связи с производящими отраслями означает, что производственная деятельность отдельных видов грузового транспорта может вызывать большее использование другими секторами как входа (затрат) транспортного сектора. С другой стороны, эффект прямой зависимости указывает на то, что транспортировка продукции может использоваться в качестве затрат для собственного производства других секторов. Эффекты прямой и обратной зависимости будут использоваться в оценке влияния транспортной отрасли на национальную экономику в целом [187].

Хо [183] и Квак [187], следуя Миллеру и Блэру [177], показали, что стандартная, обусловленная спросом модель «затраты – выпуск» не может точно определить воздействие нового производства, деятельности в отдельной отрасли, на все другие отрасли экономики, потому что изменение конечного спроса объясняется внешними для моделей воздействиями (например, изменением потребительского вкуса и государственными закупками). Поэтому отдельная отрасль должна рассматриваться экзогенно и быть учтена в финальной группе. Тот же принцип может применяться для анализа роли транспортной отрасли в национальной экономике.

Уравнение (5.36) можно переписать в матричном виде

$$X = (I - A)^{-1} F,$$

где I обозначает единичную матрицу размера $N \times N$, $(I - A)^{-1}$ называется обратной матрицей Леонтьева, где элементы ($a_{ij} = dX_i/dF_j$) представляют сумму прямого и косвенного выпуска в секторе i на единицу конечного спроса в секторе j. Для рассмотрения каждого отдельного сектора как экзогенного авторами работы [177] добавлен индекс «e» к новой матрице и индекс M к векторам, связанным с отдельными видами транспорта:

$$X_e = (I - A_e)^{-1} (F_e + A_M X_M). \tag{5.38}$$

Предполагая $\Delta F_e = 0$, из уравнения (5.38) получаем

$$\Delta X_e = (I - A_e)^{-1} A_M \Delta X_M.$$

Последнее выражение может быть использовано при анализе существенных отношений между отраслями эффективного производства (эффективной экономики) с транспортной отраслью как инфраструктурой, а также для оценки влияния изменений в инвестиции для всех видов грузового транспорта на выпуск всех других отраслей.

Поскольку, как считают авторы работы [176], обычный анализ «затраты – выпуск» позволяет определить связи с производящими отраслями и не может считаться целесообразным, когда речь идет о влиянии связей с потребляющими отраслями, модель «затраты – выпуск», обусловленная потреблением, исследует прямые и непрямые воздействия при ограничении на поставки.

Уравнение (5.37) можно переписать [176] в матричном виде

$$X^T = V^T (I - R)^{-1},$$

знак ^{T} обозначает транспонирование матрицы, $(I - R)^{-1}$ – обратная матрица выпуска, где элементы ($q_{ij} = dx_j/dV_i$) представляют сумму прямых и косвенных потребностей сектора j на единицу конечной добавленной стоимости в секторе i. Как и в модели «затраты – выпуск», обусловленной спросом, рассмотрение транспортного сектора в качестве экзогенного и предположение, что нет никаких изменений на добавленную стоимость во всех других секторах [175, 141], ведет к выражению

$$\Delta X^T_e = R_M \Delta X_M (I - R_e)^{-1}. \tag{5.39}$$

Уравнение (5.39) может быть использовано для оценки последствий недостатка услуг отдельного сектора транспортных перевозок на выпуск продукции во всех других секторах и в качестве основы для определения дефицита или проблем в транспортировке продукции.

Структурные связи между секторами экономики могут быть измерены точнее в физических единицах, поскольку это устраняет влияние цен. Ценовая модель Леонтьева позволяет выявить изменения экзогенных затрат через общеэкономические последствия. Каждый транспортный сектор рассматривается как экзогенный и помещается в основную группу затрат. Без изменения цен в добавленной стоимости сектора обычная ценовая модель Леонтьева записывается в виде

$$\Delta P = (I - A^T_e)^{-1} A_M \Delta P_M, \tag{5.40}$$

где P – это матрица нормированных цен. Если предположить, что изменения затрат в каждой отрасли может быть полностью пересчитано, и задан годовой объем производства в каждой отрасли, то уравнение (5.40) может быть использовано для оценки изменения оптовых цен в экономической системе, обусловленной изменением затрат в транспортного секторе [175].

Для составления таблицы «затраты – выпуск» при анализе грузовой транспортной отрасли воспользуемся данными Государственной службы статистики Украины (http:/www.ukrstat.gov.ua). Информация отражает взаимосвязь всех отраслей с транспортной отраслью в денежном эквиваленте по итогам за 2010 год [138].

Значения показателя «Связи с потребляющими отраслями» (Sensitivity of dispersion – SOD) тем выше и показателя «Связи с производящими отраслями» (Power of dispersion – POD) – тем ниже, чем больше возможности отдельной отрасли «быть поддержанной» другими отраслями.

Для транспортной отрасли Украины показатели, рассчитанные по таблице «затраты – выпуск» 2010 г. имеют следующие значения:

Таблица 5.15. Значения SOD и POD

SOD								
2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
2	14	2	3	5	4	9	2	3
POD								
2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
11	12	13	13	7	7	8	9	8

Содержащиеся в таблице 5.15 коэффициенты POD и SOD показывают, что продукция отрасли в большой степени используется другими отраслями. Очевидно: услуги грузоперевозок и перевозок пассажиров для всего остального производства необходимы всем другим отраслям.

Судя по значениям коэффициентов SOD, транспортная отрасль конкурирует с некоторыми отраслями за лидирующие позиции. Основными конкурентами транспортной отрасли являются с 2003 по 2006 год сельское хозяйство и, на протяжении этого периода, операции с недвижимостью. Другими словами, лидирующие позиции в экономике Украины (по данным таблицы 2010 г.) занимают операции с недвижимостью и транспорт.

Проще говоря, чем выше коэффициент SOD, тем больше услуг данная отрасль может предоставить другим отраслям. Чем выше коэффициент POD, тем больше поддержки других отраслей требуется отрасли.

По значениям показателей SOD и POD для транспортной отрасли в таблице 5.16 можно сказать, что транспортная отрасль может предоставить большое количество производимых услуг, не требуя при этом поддержки со стороны других отраслей. Однако каждая отрасль прямо или косвенно зависит от производства других отраслей, поэтому все рассчитанные показатели являются взаимоусиливающими.

Анализ таблицы коэффициентов POD показывает, что главную позицию по потреблению продукции других отраслей занимает строительство. При этом в рейтинге производства и поддержки других отраслей строительство стоит в среднем на 9-й позиции из 15-ти.

Если представить информацию подробнее по всем секторам экономики, усреднив при этом их позиции за весь анализируемый период, то можно составить список, в котором будут отображаться отрасли в порядке убывания, в порядке утраты позиции по способности предоставлять свои услуги другим экономическим секторам и в порядке уменьшения степени зависимости производства определенной отрасли от других отраслей.

Итак, если перечислить отрасли экономики по порядку возрастания коэффициентов, то можно получить такую картину.

Отрасли, способные предоставить свои услуги другим отраслям экономики Украины (по убыванию):

1. Операции с недвижимостью, сдача под найм и услуги юридическими лицами.
2. Транспорт и связь.
3. Оптовая и розничная торговля, торговля транспортными средствами, ремонтные услуги.
4. Сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство.
5. Отели и рестораны.
6. Государственное управление.
7. Коллективные, общественные и личные услуги, услуги домашней прислуги, экстерриториальная деятельность.
8. Производство и распределение электроэнергии, газа и воды.
9. Строительство.
10. Здравоохранение и социальная помощь.
11. Обрабатывающая промышленность.
12. Образование.
13. Рыбное хозяйство.
14. Добывающая промышленность.
15. Финансовая деятельность.

Отрасли, которые нуждаются в поддержке их производства другими отраслями экономики Украины (по убыванию):

1. Сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство.
2. Рыбное хозяйство.
3. Добывающая промышленность.
4. Обрабатывающая промышленность.
5. Производство и распределение электроэнергии, газа и воды.
6. Строительство.
7. Оптовая и розничная торговля, торговля транспортными средствами, ремонтные услуги.
8. Отели и рестораны.
9. Транспорт и связь.
10. Финансовая деятельность.

11. Операции с недвижимостью, сдача под найм и услуги юридическими лицами.

12. Государственное управление.

13. Образование.

14. Здравоохранение и социальная помощь.

15. Коллективные, общественные и личные услуги, услуги домашней прислуги, экстерриториальная деятельность.

Роль транспорта и связи характеризуется их местом в списках. Что касается процентного соотношения перевозимых в 2010 г. грузов, они следующие:

- железнодорожный транспорт – 0,5726 %;
- автомобильный транспорт – 0,2095 %;
- трубопроводный транспорт – 0,2031 %;
- водный транспорт – 0,0147 %;
- авиа- и другие виды транспорта 0,0001 %.

Для упрощения анализа транспортной отрасли в контексте анализа динамики всей экономики выполним агрегирование отраслей:

- добывающей и перерабатывающей;
- торговли и деятельности отелей и ресторанов;
- финансовой деятельности и оплаты услуг финансовых посредников;
- охраны здоровья и предоставления социальной помощи, а также предоставления коммунальных и индивидуальных услуг;
- деятельности в сфере культуры и спорта.

Результатом агрегирования является таблица «затраты – выпуск» за 2005 год как основа анализа грузовой транспортной отрасли Украины.

Расчеты матрицы прямых затрат, вектора валового выпуска продукции и вектора конечного потребления продукции выполнены с использованием MS Excel и ППО Octave 3.4.

Изучение моделей межотраслевого баланса позволяет определить структуру потребления грузовой транспортной отраслью продукции других отраслей экономики и наоборот, а также сделать следующие выводы о функционировании грузовой транспортной отрасли Украины:

1. Матрица прямых затрат, составленная по итогам таблицы «затраты – выпуск» за 2005, 2010 год является продуктивной,

а следовательно, модель описывающая эту матрицу, также является продуктивной. Другими словами, услуги, производимые грузовым транспортом страны, удовлетворяют спрос на них.

2. На основании матрицы прямых затрат и общего валового выпуска продукции найдены коэффициенты прямых затрат, которые отображают долю услуг транспорта, затрачиваемого на производство одной единицы продукции в другой отрасли.

3. По итогам решения прямой задачи Леонтьева по таблице 2010 г. видно, что индустриальная отрасль, финансовые и страховые услуги, а так же другие услуги перенасыщены товарами из других отраслей, наблюдается простой транспортировки товаров. Напротив, в сельскохозяйственной и транспортной отраслях, наблюдается дефицит ресурсов.

4. Водному и авиационному транспорту, а также предприятиям связи, необходимо увеличить производство услуг, а наземному транспорту – сократить объем транспортировки продукции для установления межотраслевого баланса между отраслями.

5. После установления межотраслевого баланса между всеми отраслями устранятся все негативные последствия, связанные с дефицитом в отраслях продукции, или простоев продукции на складах производителя.

Применение межотраслевой модели открывает новые возможности в отношении углубления экономического анализа и совершенствования систем планирования. Расширение этих возможностей может происходить в трех главных направлениях:

– можно основывать плановые расчеты на прямом планировании конечного общественного продукта. Исходным пунктом всей системы плановых расчетов становится определение объема растущих потребностей общества;

– экономические исследования обогащаются новыми методами количественного анализа;

– народнохозяйственное планирование получает в свое распоряжение методы отбора оптимальных вариантов плана.

Применение межотраслевой модели может также служить основой для исследования изменения показателей эффективности функционирования грузовой транспортной отрасли (фондоотдачи, фондоемкости, трудоемкости и т. д.).

Глава 6 ПРОБЛЕМЫ НЕТОЧНОСТИ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Цель данной главы – напомнить о некоторых естественных источниках неточностей и неопределенности в экономической статистике, являющейся основой для информационного обеспечения рассмотренных ранее моделей. Здесь не будут рассматриваться методические вопросы – как организовать сбор статистических данных, как их обрабатывать, агрегировать, хранить, публиковать – они заслуживают специального исследования профессионалами. Будет лишь указано, на какие особенности использования реальных данных следует обратить особое внимание. Хотелось бы надеяться, что помещенный в этой главе материал будет способствовать рациональному выбору моделей и данных, включая стандартные статистические индексы и показатели, для наиболее адекватного описания рассматриваемых экономических явлений.

В разделе 6.1 дано краткое общее описание трудностей, возникающих при использовании реальных данных. В разделе 6.2 внимание читателя обращается на некоторые особенности расчета стандартных статистических показателей, которые разумно учитывать в прикладных исследованиях. В разделе 6.3 приведен модельный пример, демонстрирующий, насколько важно правильно учитывать изменчивость экономических показателей и оценивать правомерность тех или иных предположений и упрощений при составлении моделей. Завершает главу раздел 6.4, в котором проведенное эконометрическое исследование наличия зависимостей между рядом экономических показателей является лишь иллюстрацией необходимости тщательной проверки стационарности исследуемых временных рядов.

6.1. Естественные источники неопределенности в экономической статистике

Для реализации рассмотренных моделей необходимо развитое информационное обеспечение. При построении такого обеспечения возникают определенные проблемы, среди которых следует отметить следующие:

- неполнота и недостоверность информации;
- противоречивый характер информации, полученной из различных источников;
- ограниченность временных рядов и разнородность данных (последнее особенно свойственно переходному периоду, когда изменяются стандарты по сбору и формам хранения статистической информации, например, к концу 90-х годов XX века межотраслевые балансы в Украине составлялись по 18-отраслевой номенклатуре, позже был осуществлен переход до 38-отраслевой номенклатуры);
- сознательное искажение данных;
- большие объемы информации.

Учитывая сказанное, построение информационного обеспечения предложенных моделей не может ограничиваться только созданием информационных баз на основе стандартных СУБД. Кроме этого необходима разработка специализированных программных средств сопоставления и верификации информации, трансформации данных при переходе от одного стандарта к другому, а также создание инструментария для всестороннего формального и неформального анализа данных. Рассмотрим некоторые проблемы, которые при этом возникают.

Это, в первую очередь, необходимость обработки данных, полученных из разных источников, ни один из которых нельзя считать полностью достоверным.

Главные проблемы сравнения экономической информации, полученной из различных источников, связаны с содержанием показателей, методологией их определения и правил применения в научной и практической деятельности, а также рациональным построением системы показателей, позволяющей преодолеть эти трудности.

Статистика исследует количественную сторону явлений и процессов экономической жизни в единстве с их качественной стороной. На основе научно разработанной методологии она определяет размеры и количественные соотношения, присущие экономике и социальной сфере с учетом при этом их специфики.

Общественные явления отличаются огромным разнообразием типов, форм и этапов становления и развития. Несмотря на это все они находятся в определенной связи и взаимодействии. Отсюда следует, что и показатели, которые их характеризуют, так или иначе взаимосвязаны между собой. Однако эта связь между показателями далеко не во всех случаях столь существенна, чтобы можно было связать их в единую систему в виде некоторой схемы. Так, наряду с макроэкономическими показателями существуют показатели, отражающие сугубо специфические черты той или иной сферы общественной жизни, связь между многими из которых, а также с макроэкономическими показателями не может быть явно прослежена и выражена в виде определенного соотношения. Отсюда следует, что практически невозможно создать единую всеобъемлющую систему статистических показателей. Систему статистических показателей экономической информации следует рассматривать как совокупность подсистем показателей, характеризующих весь хозяйственный комплекс в виде макроэкономических показателей отдельных отраслей материального производства и нематериальной сферы.

При построении и совершенствовании подсистемы статистических показателей и общей их системы необходимо соблюдать ряд требований.

1. Показатели, полученные из разных источников, начиная с предприятий и организаций, независимо от их ведомственной подчиненности и форм собственности, должны определяться на основе единой методологии. Тем самым будет достигнута сопоставимость данных, что необходимо для осуществления управления экономикой страны в целом, ее отраслей, отдельных регионов, административно-территориальных единиц и предприятий, акционерных обществ и т. п.

2. Подсистемы статистических показателей должны содержать только те показатели, без которых невозможно эффективное руководство и управление всеми сферами общественной жизни и выявление закономерностей их развития. Эти подсистемы должны отличаться определенной устойчивостью и одновременно быть гибкими, чтобы своевременно отражать все важнейшие явления и

процессы, обусловленные конкретными историческими условиями, например, в переходные периоды, когда в результате осуществления реформ происходят существенные изменения в экономической, социальной и культурной сферах, что имеет место в настоящее время в нашей стране.

Обычно экономические показатели являются некоторыми абсолютными, относительными и средними величинами. Их определение и правила применения в познавательных целях и практической деятельности имеют первостепенное значение. Между тем ряд вопросов, связанных с выявлением сущности и использования экономических показателей, до сих пор не получили однозначного правильного решения. Это касается, в первую очередь, средних величин, которые являются обобщенной характеристикой размеров и количественных соотношений для однородных в своей основе признаков общественных явлений и процессов. Но и они имеют свои особенности – этот вопрос будет рассматриваться ниже в разделе 6.2.

Учитывая сказанное, представляется целесообразным создание общей информационной базы для ранее рассмотренных моделей. Основу такой базы составляют межотраслевые балансы производства и распределения продукции в стоимостном измерении. Вышеупомянутое изменение отраслевой номенклатуры при составлении таких балансов создает определенные проблемы при сравнении данных в реальном времени.

Еще одной проблемой является запаздывание поступления информации, поскольку задержка между временем сбора информации и моментом составления баланса составляет не менее 2–3 лет. Существует несколько подходов к решению этих проблем.

Во-первых, возможность переноса результатов расчетов по ранее составленным балансам на более поздние ситуации. Технологические изменения в экономике, как правило, занимают определенный промежуток времени, следовательно, значение коэффициентов прямых затрат, исчисленные в постоянных ценах, будут незначительно отличаться для близких моментов времени, однако прогнозирование ценовых изменений при растущей неопределенности, обусловленной мировым финансовым кризисом, может оказаться проблематичным.

Во-вторых, для проведения расчетов могут использоваться не фактические, а прогнозные значения коэффициентов прямых затрат и других показателей межотраслевого баланса. Проблема учета ценовых изменений и их влияния на указанные нормативы остается актуальной и в этом случае.

Выход может быть найден путем разработки макроэкономических моделей для одновременного прогнозирования цен, объемов производства и показателей стоимости продукции.

Итак, при поиске объективных характеристик тех или иных экономических процессов и явлений исследователи сталкиваются с ситуацией отклонения «идеального» (описанного аналитическими зависимостями и моделями) процесса от особенностей его реального протекания и возможностей статистического исследования данного явления методологическим аппаратом прикладной статистики. Можно сказать, что мы встречаемся с двумя аспектами искажения статистической информации:

объективным, когда исследуемый социально-экономический процесс ведет себя сложнее (или иначе), чем принятая для его исследования аналитическая зависимость (в силу воздействия социально-политических всплесков или усиления иных факторов, которые были отнесены ранее к «прочим равным условиям»);

субъективным, когда регуляторная деятельность государственных институций усложняет или изменяет методологию исчисления традиционных показателей (как результат принятия новых несогласованных законодательных поправок или несвоевременного воздействия на изменившуюся ситуацию).

6.2. Особенности построения и использования статистических показателей

В данном разделе мы приведем несколько примеров особенностей построения и использования статистических показателей. Специалистам в области сбора и обработки реальных статистических данных они, как правило, известны. Однако приведенные рекомендации будут полезными исследователям, занимающимся прикладной статистикой.

Изменение методик расчета статистических показателей. Если предполагается изучение поведения какого-либо статистического показателя на протяжении достаточно длительного периода времени, желательно убедиться в том, что методики его вычисления на протяжении исследуемого периода не изменялись. Да, время от времени эти методики изменяют, что позволяет совершенствовать процесс сбора и обработки информации, но насколько сопоставимыми после этого будут данные периодов, соответствующих разным методикам – важный вопрос, на который следует обращать особое внимание.

Подавляющее большинство макроэкономических прогнозов основывается на данных Системы национальных счетов (СНС) и Классификатора видов экономической деятельности (КВЭД). Внесение изменений в КВЭД резко изменяет возможности сопоставления рядов данных. Конкретные примеры, демонстрирующие несопоставимость отдельных категорий данных для экономических исследований, обусловленные изменениями в КВЭД, можно найти, например, в [188]. Напомним, что редакция КВЭД (ДК 009-96) была разработана на базе NACE (ред. 1) («Nomenclature statistique des Activites economiques dans la Communaute Europeenne») – Статистической классификации видов экономической деятельности Европейского Сообщества, которая используется при сборе и распространении широкого диапазона статистических данных в Европейском Союзе. Начиная с января 2001 года все статистические наблюдения, формирование сводной информации и публикация статистических данных осуществлялись согласно КВЭД (ДК 009-96).

С 2006 года вступила в силу вторая редакция КВЭД (ДК 009: 2005), которая была разработана на базе NACE (ред. 1.1) и состояла из 17 секций и 62 разделов.

КВЭД (ДК 009: 2010), который создан на основе NACE (ред. 2) и вступил в силу с 1 января 2012 года, структурно отличается от предыдущей редакции. Он состоит из 21 секции и 88 разделов, и эти структурные новшества влекут за собой значительные содержательные изменения, требующие дополнительных расчетов для получения сопоставимых данных. Методологические основы и объяснение к позициям национального классификатора ДК 009: 2010 (КВЭД 2010) соответствуют Классификации видов экономической деятельности Европейского Сообщества (NACE ред. 2) [189].

Итак, следует учитывать: существенные изменения в статистических данных для Украины могли происходить в январе 2001, 2006 и 2012 гг.

Особенности методик расчета. В качестве примера рассмотрим один из самых распространенных показателей: индекс потребительских цен (ИПЦ), являющийся одной из основных характеристик уровня инфляции. В Украине ИПЦ рассчитывается в соответствии с международными рекомендациями, однако при использовании этого индекса желательно учитывать некоторые особенности.

Согласно статистической методике исчисление ИПЦ проводят по «потребительскому набору», фиксирующему перечень и объемы потребления продуктов и услуг в расчете на душу населения, чем задается вполне определенный жизненный уровень населения. Объемы товаров, входящих в стандартный набор, учитываются в расчетах через определение весовых коэффициентов. Пересмотр весовых коэффициентов и перечня потребительского набора Международной Организацией Труда (МОТ) предложено осуществлять раз в пять лет. Если же реальные потребительские предпочтения изменяются быстрее, то возникают неизбежные искажения в расчете индексов потребительских цен.

Так по свидетельству экспертов «…отечественная программа таких обследований является одной из лучших в мире, а выборка соответствует предъявляемым к ней теоретическим требованиям. Но получаемые результаты имеют существенный недостаток. Участие в обследованиях, как и в выборах, добровольное. И часть домохозяйств, в основном более зажиточных, традиционно оказываются вне выборки. Это приводит к искажениям реальной весовой структуры ИПЦ, существенному занижению в нем весов таких товаров, как автомобили, холодильники, телевизоры, бензин, а также расходов на отдых, развлечения, обучение… Поэтому веса некоторых продуктов и услуг в общем ИПЦ выглядят парадоксально низкими, нереальными. Так, в 2000 году вес расходов на приобретение легковых автомобилей в общем ИПЦ составлял 0,074%, а на туалетную бумагу и салфетки 0,077 % (!); на бензин 0,463 %, а на репчатый лук 0,509 %; на цветные телевизоры 0,157 %, а на свеклу 0,186 %....» [190]

Следует быть осмотрительными при использовании статистических показателей, относящихся к различным странам. Несмотря на то, что в целом методики их вычисления зачастую очень похожи, существуют детали, которые могут внести коррективы в экономические выводы, сделанные на основе подобных сравнений. К примеру, в Украине ИПЦ рассчитывается по 296 товарам и услугам. В

Беларуси для расчета ИПЦ учитывают цены 459 товаров и услуг. В США для расчета ИПЦ за основу берутся цены 265 товаров и услуг, взятых в 85 городах страны… Насколько сопоставимы товары, включенные в эти списки? Насколько представленные товары характеризуют особенности национальных экономик? Насколько верно эти особенности учитываются при определении весов, использующихся для расчета ИПЦ? Как отражается учет сезонных явлений (см., например, [190])?

Даже в данных, относящихся к одной стране, важным моментом является способ учета стоимостей однотипных товаров, имеющих различные потребительские качества. Особенно остро эта проблема проявляется для новых высокотехнологичных товаров, расхождения в стоимости которых велики и существенно влияют на величину рассчитываемых ценовых индексов. Как средство решения этой проблемы были предложены способы введения так называемых гедонистических индексов цен (Hedonic Price Index) (см. [191]–[194]). Например, в [192] был предложен индекс из двух составляющих: одна относилась к чистому приросту цен, не связанному с изменением качества, а вторая – к изменению цен, связанному с изменением качества. Уже несколько десятков лет подобные индексы используются в некоторых странах для отдельных категорий товаров, например, в США – для цен на недвижимость, автомобили, компьютеры. Однако, насколько известно авторам, подобные практики пока не учитываются при расчете ИПЦ.

Не менее любопытен пример формирования показателя «объем реализованной продукции». В зависимости от уровня подчиненности и размеров субъектов предпринимательской деятельности им предложено подавать отчетные данные в структуры государственной статистики по разным формам отчетности. В результате после сведения информации возникают показатель «объем реализованной продукции за год» и «объем реализованной продукции за первое полугодие». Однако, если необходимо создать базу данных с указанием объема реализованной продукции по полугодиям, исходных данных недостаточно, поскольку информация собрана по разному кругу субъектов предпринимательской деятельности.

Дело в том, что за первое полугодие информация приведена по крупным, средним и части малых предприятий, имеющих существенные объемы реализации для своего вида экономической деятельности (кроме сельскохозяйственных предприятий, занимающихся растениеводством и животноводством), а за год в целом данные разрабатываются по предприятиям – субъектам предпринимательской деятельности, без учета малых фермерских хозяйств, физических лиц – субъектов предпринимательской деятельности; банков и бюджетных учреждений. В результате годовые и полугодовые данные не являются сопоставимыми.

Конечно, все эти вопросы находятся под пристальным вниманием специалистов по статистике. Совершенствуются методики, внедряются новые показатели. Ну а пользователи данных – они должны четко понимать особенности расчета тех или иных показателей, чтобы учитывать это в прикладных исследованиях.

Общие проблемы построения индексов. Сейчас сложно даже представить, как можно было раньше обходиться без индексов. Без них невозможен какой-либо анализ состояния экономики, инфляционных процессов, ценообразования. Как правило, они основаны на том или ином усреднении показателей и последующем сравнении их для выбранных периодов. В данной книге не планировалось помещать детальный обзор по индексологии или рекомендовать к применению какой-либо из существующих индексов. Эти сведения можно найти в специальной литературе (см., например, [195–197]). Цель данного подраздела иная – напомнить о необходимости знать, по какой методике рассчитан тот или иной индекс, каковы границы применимости этой методики, и существуют ли особенности применения того или иного индекса.

Общеизвестным является, к примеру, что индекс Ласпейреса, отражая динамику цен по фиксированной потребительской корзине базисного периода, не учитывает изменений в структуре потребления, которые возникают из-за изменения цен на товары. В результате он даёт завышенную оценку инфляции при росте цен и заниженную в случае их снижения. Индекс Пааше – показатель уровня цен, рассчитываемый на базе изменяющегося набора товаров. Он исчисляется как отношение фактической стоимости проданных товаров в изучаемом периоде к условной ее оценке в ценах базисного периода и дает завышенную оценку изменения цен при их снижении и заниженную в случае роста.

Существует ли какой-либо универсальный индекс, и какими свойствами ему следует обладать – этот вопрос активно исследуется более полутора столетий. Показательной в этом плане является книга И. Фишера [197]. В ней автор рассмотрел 44 метода расчета индексов цен. А в его монографии 1922 г. [198] полное число упомянутых и предложенных новых методов – 134. Выход из печати этих книг вызвал огромное количество новых публикаций по индексному анализу. В определенной мере непрекращающиеся попытки построить новые индексы указывают на несовершенство существующих индексов. Какие же свойства этих показателей хотелось бы наблюдать? Совершенно естественными выглядят пожелания выполнения свойств мультипликативности, транзитивности, обратимости и некоторых других. Под мультипликативностью подразумевается, что индекс изменения стоимости выражается как результат перемножения индексов цен и объемов всех товаров. Под транзитивностью – что индекс изменения стоимости за некоторый промежуток времени равен произведению индексов стоимости за два каких-либо последовательных промежутка времени, вместе составляющих исходный. Обратимость во времени означает, что при перестановке базисного и текущего периодов значение индекса оказывается равным величине, обратной исходному индексу. (В частности, таким свойством обладает индекс Фишера, являющийся средним геометрическим индексов Ласпейреса и Пааше.) Также естественным выглядит пожелание, что общий индекс цен должен равняться единице, если в текущем периоде все цены остались на уровне базисного. Существует еще ряд не менее естественных пожеланий. Напомним, что они относятся к некоторым усредняющим величинам.

Однако, выяснилось, что индексы в форме средних с постоянными весами подобными свойствами не обладают. Как указывается в [195, с. 55], «Среднеарифметический и среднегеометрический индексы имеют очевидные большие недостатки. Оба индекса необратимы во времени, не транзитивны, могут приводить при перемножении за ряд лет к нарушению свойства о среднем значении. Отклонения для этих индексов, по крайней мере в ситуации, когда темпы роста всех товаров за многолетний период примерно одинаковые, являются систематическими по знаку – завышение для среднеарифметического и занижение для среднегеометрического.» Поэтому не удивительно, что с 30-х годов прошлого века индексы цен в форме средних арифметических с фиксированными весами практически вышли из употребления.

Исследователи не оставили оптимистических попыток построить универсальные индексы, обладающие необходимым набором столь естественных свойств. Однако, прикладная статистика еще весьма далека от идеала, и поэтому крайне актуальными выглядят замечания, сформулированные в работе [195] относительно существующих экономических индексов в целом:

«Всегда необходимо скептическое восприятие публикуемых данных по экономическим индексам. Интерпретация их должна быть строго увязана с методикой расчета (к сожалению, не всегда публикуемой). … При обнаружении логических противоречий в публикуемых экономических индексах не следует автоматически относить их на счет небрежности работы статистических органов или объяснять как результат подтасовки данных. … Хотя проблемам построения экономических индексов посвящено большое количество работ, нельзя считать, что они исчерпаны в научном плане. Пока не удалось создать универсальную и логически последовательную методологию формирования агрегированных экономических показателей. Одна из причин – противоречивость требований к методам расчета. … Очевидно, что задачи формирования экономических измерителей нуждаются в комплексном обсуждении по всему спектру – от философско-методических вопросов до математических формализаций.»

6.3. Условно постоянные и переменные затраты в межотраслевых балансовых моделях

В данном разделе приведен модельный пример, демонстрирующий, насколько важно при использовании той или иной модели или методики понимание предположений (упрощений), на которых они базируются, и их соответствие реальной ситуации. Ниже рассматривается межотраслевой баланс с разделением затрат на условно постоянные и переменные. На примере задачи оптимизации структуры производства показано, что в ряде случаев он более реалистичен, чем классическая линейная стационарная модель [199].

Среди более известных моделей, описывающих межотраслевые связи экономической системы, является межотраслевая балансовая модель «затраты – выпуск» В. Леонтьева [200]

$$x = Ax + y, \tag{6.1}$$

где $x \in R^n$ – вектор валового продукта, $y \in R^n$ – вектор конечного продукта, n – количество отраслей, составляющих экономическую систему; $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$ (матрица технологических коэффициентов или, иначе, матрица Леонтьева) – положительная $n \times n$-матрица, коэффициенты a_{ij}, $i, j = 1, \ldots, n$, которой обозначают величину затрат продукции отрасли i на изготовление единицы продукции отрасли j. Баланс (6.1) можно рассматривать как в стоимостном, так и в натуральном выражении, но далее мы будем отдавать предпочтение первому варианту. На его основе разработаны и продолжают разрабатываться различные стационарные, динамические и оптимизационные модели балансового типа с разной степенью детализации и внимания к отдельным составляющим экономического баланса, присутствующим в модели (6.1) опосредованно. К сожалению, в некоторых работах при анализе макроэкономических процессов с использованием матрицы Леонтьева стало встречаться слишком свободное обращение с ней, которое приводит к существенным искажениям реальности. Следует напомнить, что коэффициенты матрицы Леонтьева являются функциями многих параметров. На их величину влияют объем производства, цены на сырье и конечный продукт, оплата труда (причем как затратная величина, так и характеристика потребительской способности населения), изменение технологий и вида продукции, капиталовложения, изменение налогообложения и таможенной политики, условия кредитования и другие. Однако, наряду с пониманием, что коэффициенты матрицы Леонтьева не являются константами, постоянно звучит фраза об их «неизменности в пределах определенного интервала объемов производства» с интерпретацией величины этого интервала в той мере, которая необходима для «работоспособности» предлагаемой модели. Подчеркнем, что стационарная модель Леонтьева хороша только для анализа текущего состояния экономической системы и, соответственно, для принятия решений только на текущий момент. Если, конечно, не рассматривать утопический сценарий – как было бы хорошо что-то изменить, если все остальные параметры экономической системы останутся неизменными? Более того, и в случае анализа ситуации на дату составления матрицы Леонтьева необходима аккуратность. Объясним, что под этим подразумевается, предварительно отметив, что в данной работе рассматриваются межотраслевые балансы экономической системы (далее МОБ) в стоимостном выражении.

Предположим, что на момент составления матрицы не существует существенных предпосылок предполагать какие-либо изменения в деятельности системы – система устойчива, а условия, регулирующие выпуск и реализацию продукции и услуг, постоянны. Тогда мы можем остановиться только на одном аспекте – позволительно ли рассматривать изменения объемов производства (скажем, не настолько существенные, чтобы повлиять на ценовую политику), оставляя при этом неизменной матрицу Леонтьева в линейной статистической модели МОБ (6.1)?

Разделение затрат в МОБ на условно постоянные и переменные. Обратимся к опыту в микроэкономике, на основании которой и создаются агрегированные параметры макроэкономики. В принципе, особых технических различий между между макро- и микроэкономикой нет – разнесенные во времени доходы и затраты, риски, нормы необходимого дохода и другие факторы, влияющие на ставку дисконтирования (компаундирования), присущи как одной, так и другой. В реальной жизни любой плановый или маркетинговый отдел, бухгалтерия, оценочная или консультационная фирма при составлении и анализе будущих денежных потоков ориентируются на достаточно короткий период времени (в зависимости от поставленных задач от одного до пяти лет, хотя бывает необходимость вносить коррективы и чаще, например, в плановую калькуляцию) с учетом некоторых более или менее вероятных прогнозов. С увеличением времени вероятность осуществления расчетных прогнозов естественно уменьшается, вплоть до прямо противоположных. Но все расчеты всегда базируются на разделении затрат на условно постоянные и переменные. Напомним, что под условно постоянными затратами (издержками) понимают затраты, которые не зависят от объема выпуска продукции. К ним относятся расходы на содержание административного аппарата, проценты по обязательствам, охрана, частично затраты на основные средства (в том числе амортотчисления при линейной схеме их начисления), оплата коммунальных услуг, которые не включаются в общепроизводственные затраты, налог на имущество, содержание зданий и сооружений), заработная плата при отсутствии бонусных схем премирования и т. д. В условно постоянные могут частично включатся даже внутрипроизводственные затраты, например, на поддержание работоспособности установки в случае ее временной незагруженности (например, краткосрочная поддержка определенной температуры в мартеновской печи экономически более выгодна, чем ее полная остановка с последующим разогревом). Данный вид расходов присутствует даже во время простоя предприятия (издержки, связанные с его консервацией). Следует отметить, что в эту группу включаются также затраты, зависимость которых от объема выпуска носит ступенчатый характер, т. е. при достижении некоторого определенного объема они скачкообразно возрастают, но на рассматриваемом интервале объемов производства их можно считать постоянными.

Именно на основе разделения затрат на условно постоянные и переменные возникает понятие критического объема производства или, иначе, точки безубыточности. Поскольку такое разделение присуще всем субъектам микроэкономики, вполне естественно распространить его и на макросистемы. Тогда линейная статистическая модель Леонтьева (1) примет следующий вид

$$x = Bx + B^0 e + y, \tag{6.2}$$

где $B = \{b_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$ – положительная $n \times n$-матрица, коэффициент b_{ij} которой обозначает величину переменных затрат продукции отрасли i на изготовление единицы продукции отрасли j, $B^0 = \{b_{ij}^0\}_{i,j=1}^{n}$ – положительная $n \times n$-матрица, коэффициент b_{ij}^0 которой обозначает величину условно постоянных затрат продукции отрасли i в отрасли j, $e \in R^n$ – единичный вектор.

Межотраслевой баланс (6.2) более реалистично, чем баланс (6.1), отображает экономическую ситуацию при изменении объемов производства (естественно, не претендуя на универсальность, поскольку принятых предположений относительно неизменности других характеристик системы никто не отменял). Он учитывает реальную динамику изменения конечного продукта и валовой добавленной стоимости при изменении валового продукта: если равенства (6.1) и (6.2) одновременно справедливы для определенного вектора $(\tilde{x}, \tilde{y})$, характеризующего текущий момент времени, то производные $\frac{\partial y}{\partial x}(\tilde{x})$ могут существенно отличаться в этих двух балансах, что ведет к существенным отличиям при определении политики изменений объемов производства на момент принятия решения. Для понимания этого факта достаточно рассмотреть простой пример.

Задача определения оптимальной структуры производства, МОБ (1). Рассмотрим систему из двух независимых отраслей (для простоты будем полагать, что они не используют в производстве продукцию одна другой), для которых матрица Леонтьева $A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0 \\ 0 & 0{,}6 \end{pmatrix}$. Тогда, при предположении о постоянстве матрицы Леонтьева, задача определения оптимальной структуры (пропорций) производства для максимизации конечного продукта, базирующаяся на МОБ (1), имеет вид

$$f_1^* = \max\left\{ y^T e : x = Ax + y,\ x^T e = 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0 \right\} =$$

$$= \max\left\{ e^T (I - A)x : x^T e = 1,\ x \ge 0,\ (I - A)x \ge 0 \right\} =$$

$$= \max\left\{ 0{,}1x_1 + 0{,}4x_2 : x_1 + x_2 = 1,\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \right\}. \qquad (6.3)$$

Можно указать работы, в которых представлены несколько другие, более расширенные модели (например, в [201, с. 293] учитывается еще требование, чтобы спрос не превышал предложение). Однако отличия всех этих моделей не влияют на аспект задачи, связанный с разделением затрат на две группы, который нам бы хотелось осветить. Здесь и далее мы будем следовать достаточно распространенной практике требования положительности вектора y, что в принципе не обязательно (в стране теоретически могут вообще отсутствовать некоторые отрасли, внутренние потребности в продукции которых покрываются импортом).

Задача (6.3) имеет решение $f_1^* = 0{,}4,\ x^* = (0\ 1)^T,\ y^* = (0\ \ 0{,}4)^T$, что означает очевидную экономическую целесообразность перепрофилирования системы на вторую отрасль (ее рентабельность, то есть отношение валовой добавленной стоимости, которая в данном примере совпадает с ее конечным продуктом, к валовому продукту, выше). Или менее радикальные (что более правильно, учитывая уже упомянутую выше взаимосвязь многих экономических параметров, влияющих на элементы матрицы A) рекомендации – перебросить часть капитала из первой отрасли во вторую.

Задача определения оптимальной структуры производства, МОБ (6.2). А теперь рассмотрим этот пример с точки зрения

МОБ (6.2). Пусть $B=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}4\end{pmatrix}$, $B^0=\begin{pmatrix}80 & 0\\ 0 & 100\end{pmatrix}$. Рассматривается момент, соответствующий объемам производства $\tilde{x}=(100\ 500)^T$. Матрица Леонтьева, вычисленная при данных объемах производства, совпадает с матрицей в задаче (6.3):

$$B\tilde{x}+B^0e=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}100\\ 500\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}80 & 0\\ 0 & 100\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}9 & 0\\ 0 & 0{,}6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}100\\ 500\end{pmatrix}=A\tilde{x}.$$

Задача определения оптимальной структуры производства для максимизации конечного продукта, базирующаяся на МОБ (6.2), примет вид

$$f_2^*=\max\left\{y^Te: x=Bx+B^0e+y,\ x^Te=t,\ x\geq 0,\ y\geq 0\right\}=$$

$$=\max\left\{e^T(I-B)x-e^TB^0e: x^Te=t,\ x\geq 0,\ (I-B)x-B^0\geq 0\right\}=$$

$$=\max\{0{,}9x_1+0{,}6x_2-80\delta_1-100\delta_2: x_1+x_2=t,\ x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,$$

$$0{,}9x_1-80\delta_1\geq 0,\ 0{,}6x_2-100\delta_2\geq 0\}. \qquad (6.4)$$

Параметр t введен для обозначения некоторого объема производства (валового продукта), поскольку этот баланс, в отличие от классического, не приводится к виду с относительными величинами – в нем участвуют абсолютные значения условно постоянных затрат B^0. Причем для выполнения условия неотрицательности величины конечного продукта по каждой отрасли на t накладывается ограничение снизу, поскольку $x_1\geq(80/0{,}9)\delta_1$ и $x_2\geq(100/0{,}6)\delta_2$. Здесь δ_i, $i=1,\ 2$, равно 1, если $x_i>0$, $i=1,2$, и равно 0, если соответствующая отрасль прекратила деятельность. Решение задачи (6.4) $f_2^*=0{,}9t-80$, $x^*=(t\ \ 0)^T$, $y^*=(0{,}9t-80\ \ 0)^T$. Как мы видим, вывод меняется на прямо противоположный полученному в задаче (6.3) – предпочтительней капитал перенаправлять на первую отрасль. Этот пример иллюстрирует тот факт, что общая («агрегирующая») форма матрицы Леонтьева скрывала реальную рентабельность отраслей.

Вывод. Рассмотрен межотраслевой баланс с разделением затрат на условно постоянные и переменные. На примере задачи оптимизации структуры производства показано, что в ряде случаев он более адекватно отображает реальные процессы, чем классическая линейная стационарная модель «затраты-выпуск». Обе модели линейные и отличаются лишь учетом сдвига относительно нулевой точки; однако этого оказалось достаточно для получения диаметрально противоположных результатов. Тем не менее предложенная модель (6.2) лишь демонстрирует недостатки классической модели и не претендует на завершенность, поскольку она принята при ряде достаточно жестких условий. Кроме того, даже при их выполнении полученный результат для рассмотренного примера требует дальнейшего анализа. А именно, в случае когда B не является диагональной матрицей, вторая отрасль не может прекращать деятельность, а должна обеспечивать функционирование первой. Хотя и тут возникает вопрос сравнения убыточности отрасли (в случае прибыльности вопрос не стоит) и стоимости импорта, т. е. финансового анализа альтернативы получения необходимого вида продукта путем убыточного производства или путем его импортирования. Далее, в свою очередь, в случае выбора импорта и закрытия убыточной отрасли следует вопрос о занятости и доходах населения. И так далее... Как видим, рассмотрение простой ситуации и принятие промежуточного решения влечет за собой цепочку новых, далеко не простых вопросов.

6.4. Пример исследования зависимостей между экономическими показателями

Введение. В экономических исследованиях задача часто сводится к вопросу, существует ли долгосрочная равновесная зависимость между рассматриваемыми временными рядами, а если существует, то каким образом ее можно описать. Исторически сложилось так, что для этого обычно применяли линейную регрессию, то есть пытались построить линейную математическую модель, связывающую рассматриваемые временные ряды. Однако, вскоре было обнаружено, что прогнозы, полученные с помощью подобных моделей, противоречат последующему поведению временных рядов. Термин «spurious regressions» (ложная регрессия) в названии статьи [202] относится к замеченному Дж. Юлом в 1926 году факту, что полученные с помощью обычной регрессии зависимости между экономическими показателями иногда крайне плохо согласуются с их последующим поведением. Причины этого явления связывают с нестационарностью временных рядов, когда такие их характеристики как среднее или ковариации, зависят от времени. Самым печальным оказалось то, что огромное количество временных рядов, характеризующих экономические процессы, действительно являются нестационарными.

Ниже будет рассмотрен достаточно широкий класс нестационарных временных рядов, которые называются интегрируемыми с порядком d (что обозначается как $I(d)$). Это ряды, которые становятся стационарными после дифференцирования (т. е. составления нового ряда из разностей соседних элементов исходного ряда), проведенного d раз (см. [169, 204–205]). Ряды, имеющие разный порядок интегрируемости, могут проявлять существенно различные скорости изменения. Поэтому неудивительно, что попытки воспользоваться линейной регрессией для нахождения зависимостей между ними давали неудовлетворительные результаты. Можно провести математическую аналогию: использование линейной регрессии в данном случае напоминает безнадежную попытку аппроксимировать экспоненту линейной функцией. Не случайно Нельсон и Плоссер [155, с. 141] указывали: «Тенденция экономических временных рядов к изменению таким образом, что среднее и дисперсия пропорциональны абсолютным уровням, мотивирует прологарифмировать эти ряды и сделать предположение, что тренды линейно зависят от преобразованных данных».[7]

Подход, названный коинтегрированием, был предложен Р. Энглом и Дж. Грейнджером [169] и фактически сводится к предложению сравнивать между собой только ряды с одинаковым порядком интегрированности (и, следовательно, сравнимой скоростью изменения). В этом подходе просто выполняется «коинтегрирующая» регрессия для указанных рядов, а затем проводится исследование невязок на стационарность.

Подход Йохансена [203] основан на исследовании собственных значений стохастической матрицы рассматриваемой модели. Если рассматриваемые переменные не являются коинтегрированными, ранг этой матрицы равен нулю, а все ее собственные значения будут равны единице.

Ниже подход Йохансена будет использован для исследования зависимостей между нестационарными временными рядами, характеризующими отдельные аспекты экономики Швейцарии, Украины и России.

[7] Перевод Т. А. Бардадым.

Коинтегрирование. Элементы вектора $x_t = (X_{1,t}, ..., X_{n,t})^T$ называют коинтегрированными порядка d, b и обозначают $x_t \sim CI(d,b)$, если они представляют интегрированные процессы $I(d)$ порядка d, и существует такой отличный от нуля вектор β, что линейная комбинация $x_t\beta$ есть интегрированный процесс порядка $(d-b)$. Вектор β называют коинтегрирующим вектором.

Векторную авторегрессионную модель для вектора x_t можно записать в виде системы n уравнений:

$$x_t = A_0 + \sum_{j=1}^{p} A_j x_{t-j} + \varepsilon_j, \quad t = 1, ..., T, \tag{6.5}$$

где A_0 – вектор констант; $A_j = (\alpha_{ik}(j))$; $i,k = 1, ..., n$, $j = 1, ..., p$ – матрицы коэффициентов; $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, ..., \varepsilon_{nt})^T$ – вектор ошибок оценивания (остатков); p – порядок модели. Для исследования вопроса о наличии коинтеграции представим соотношение (6.5) в соответствии с методом Йохансена [203] в виде

$$\Delta x_t = A_0 + \Pi x_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \Pi_j \Delta x_{t-j} + \varepsilon_t, \quad t = 1, ..., T,$$

где $\Pi = I - A_1 - A_2 - ... - A_p$. Ранг матрицы П равен r – числу коинтегрирующих векторов. Если матрица П имеет нулевой ранг, то не существует стационарных линейных комбинаций векторного процесса x_t. Если матрица П имеет полный ранг, то любая комбинация x_t стационарна, т. е. все составляющие многомерного процесса являются стационарными. Если ранг П лежит между 0 и n $(0 < m < n)$, существует m коинтегрирующих векторов.

Нулевую гипотезу об отсутствии коинтеграции между случайными процессами можно проверять при помощи статистики следа (LR^{trace}) и статистики максимального собственного значения ($LR^{\lambda max}$) [203]. Статистика следа для проверки нулевой гипотезы о том, что ранг коинтеграции равен r, против альтернативной гипотезы о равенстве ранга k (количеству параметров), имеет вид

$$LR^{trace}(r,k) = -T \sum_{i=r+1}^{k} \ln\ (1-\lambda_i).$$

Статистика максимального собственного значения для проверки нулевой гипотезы о том, что ранг равен r, против альтернативной гипотезы о том, что ранг равен r+1, равна

$$LR^{\lambda max}(r, r+1) = -\ln\ (1-\lambda_{r+1}),$$

где T – количество использованных наблюдений, r – количество коинтегрирующих векторов, λ_i – оцененные собственные значения (пронумерованные в порядке убывания). Статистики рассчитываются для значений r от 0 до k и сравниваются с критическими значениями LR_α^{trace} и $LR_\alpha^{\lambda max}$ с соответствующим уровнем значимости α.

Данные. Для исследования коинтегрированности были взяты следующие данные:

– швейцарский рыночный индекс SMI (Swiss Market Index), который вычисляется на основе цен самых ликвидных акций наиболее крупных предприятий на швейцарской фондовой бирже;

– швейцарский индекс продуктивности SPI (Swiss Performance Index), который характеризует швейцарский фондовый рынок в целом;

– индекс PFTS украинского фондового рынка, который рассчитывается ежедневно по результатам торгов на фондовой бирже ПФТС на основе средневзвешенной цены по сделкам; в «индексную корзину» входят наиболее ликвидные акции, по которым совершается наибольшее число сделок;

– индекс RTS – основной индикатор фондового рынка России; его расчёт производится на основе 50 ликвидных акций крупнейших и динамично развивающихся российских эмитентов, виды экономической деятельности которых относятся к основным секторам экономики;

– цена нефти марки Brent (USD/баррель) как индикатор поведения инвесторов на сырьевом рынке.

Рассматривался период с марта 2007 г. до января 2014 г. (ежедневные данные). Для проверки стационарности данных рядов использовались тесты Дики–Фюллера и Филлипа–Перрона [204], из результатов которых следовало, что все рассмотренные временные ряды интегрированы с порядком 1.

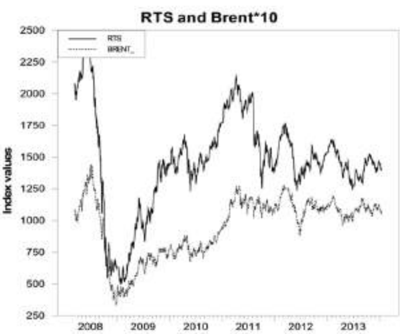
Вычисления были произведены с помощью пакетов программ статистической обработки данных RATS и CATS [206], см. также [206–207].

Исследованные коинтеграционные модели и значения получившихся статистик приведены в таблице 6.1. В тех случаях, когда модель удалось обосновать, данные свидетельствуют о наличии одного коинтегрирующего вектора.

Из модели 1 можно сделать вывод о существовании существенной зависимости российского фондового рынка от состояния рынка нефтепродуктов.

Отсутствие коинтеграционного соотношения (случай 2 в таблице 6.1) между швейцарским рыночным индексом SMI и ценами на нефть марки Brent может характеризовать тот факт, что швейцарская экономика является достаточно диверсифицированной и зависит не столь существенно от состояния рынка нефтепродуктов. Это четко иллюстрирует рис. 6.2.

Не удивляет существование коинтеграционной модели для индексов PFTS и RTS (модель 3 в таблице 6.1, период 2007:06:04–2012:03:29). Этот факт еще раз свидетельствует о наличии глубоких связей между украинской и российской экономиками в целом и их фондовыми рынками. Однако следует обратить внимание на то, что для этих же временных рядов, но для периода 2007:06:04–2014:01:21 коинтеграционную модель построить не удается. Приблизительно с 2011 года график индекса PFTS существенно изменяет свое поведение (см. левую часть рис. 6.3). Одной из вероятных причин могло оказаться открытие в 2008 по инициативе ОАО «Фондовая биржа РТС» новой биржевой площадки, названной Украинская биржа (Ukrainian Exchange). Цель этой инициативы связывают с желанием упростить доступ к украинскому фондовому рынку и потеснить с него биржу ПФТС. Далее в 2011 г. общее собрание акционеров биржи ПФТС приняло решение сменить организационно-правовую форму собственности с Частного акционерного общества на Публичное акционерное общество. На фоне таких юридических изменений за 2011 год индекс PFTS упал на 45 %.



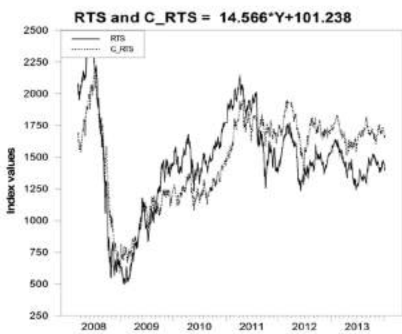


Рис. 6.1. Исходные данные (слева) и значения индекса RTS (справа), вычисленные с помощью коинтеграционной модели 1 в таблице 6.1 для зависимости от цены нефти марки Brent; период 2007:03:12–2014:01:13

Что касается попарного сравнения значений индексов SMI и SPI, они проявляют достаточно схожее поведение (см. рис. 6.4), то есть существование коинтеграционной модели означает, что влияние “основных игроков” (“blue chips”) на этом рынке является достаточно высоким (модель 5 в таблице 6.1).

Таблица 6.1. Ранг коинтеграции и найденные модели

	H_0,	LR^{max}	$LR^{max}_{90\%}$	LR^{trace}	$LR^{trace}_{90\%}$
1) 2007:03:12-2014:01:13	0	11,34	10,29	18,06	17,79
C_RTS= =14.566*BRENT+101.23	1	6,72	7,50	6,72	7,50
2) 2007:03:12-2014:01:13	0	6,55	10,29	8,69	17,79
SMI&BRENT не найдена	1	2,14	7,50	2,14	7,50
3) 2007:06:04-2012:03:29	0	16,69	10,29	21,21	17,79
C_PFTS= =0.665*RTS-300.688	1	4,52	7,50	4,52	7,50
4) 2007:06:04-2014:01:21	0	6,76	10,29	9,70	17,79
RTS&PFTS не найдена	1	2,95	7,50	2,95	7,50
5) 2008:09:01-2014:01:22	0	14,12	10,29	20,15	17,79
C_SMI= =0.856*SPI+1301.227	1	6,04	7,50	6,04	7,50
6) 2003:01:01-2013:01:01	0	37,30	18,03	65,23	49,91
C_SPI= - 0.129*SMI –	1	13,41	14,09	27,93	31,88
– 2.230*PFTS +	2	9,97	10,29	14,52	17,79
+ 3.224*RTS + 3237.242	3	4,55	7,50	4,55	7,50

Полученная модель зависимости финансовых индексов Швейцарии, России и Украины (модель 6 в табл. 6.1) показывает, что все эти индексы в период кризиса имели похожий характер поведения, что может объясняться глобальным влиянием мировой финансовой системы на национальные фондовые рынки.

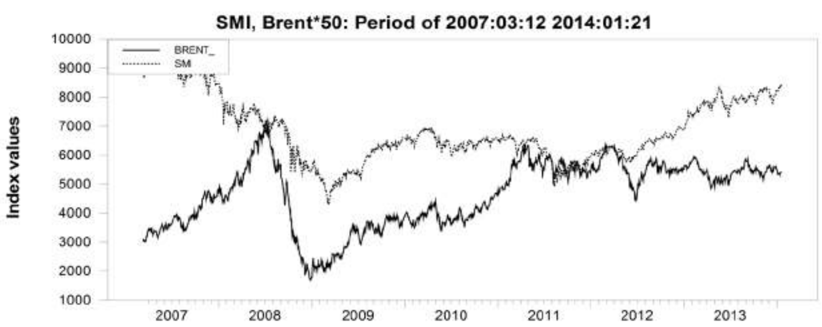


Рис. 6.2. Значения швейцарского рыночного индекса SMI и цена на нефть марки Brent (умноженная на 50) – коинтеграции нет (случай 2 в таблице 6.1)

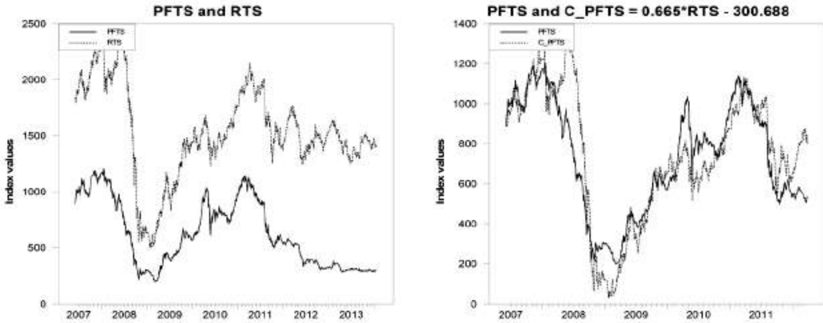


Рис. 6.3. Значения индексов RTS и PFTS (модель 3 в таблице 6.1); период 2007:06:04–2012:03:29

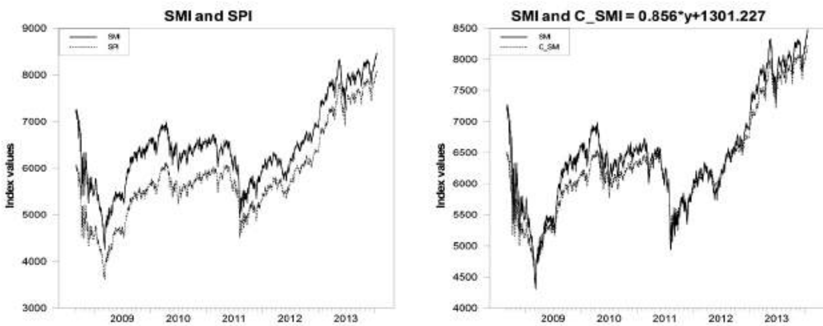


Рис. 6.4. Вычисленные значения индекса SMI (модель 5 в таблице 6.1)

Выводы. Помещенный в данном разделе материал помимо иллюстрации тех или иных экономических связей между рассматриваемыми показателями является примером специфических трудностей, с которыми исследователь постоянно сталкивается при работе с реальными данными. Да, для построения адекватной модели нужны достаточно длинные участки временных рядов (речь идет о количестве рассматриваемых данных, а не о периоде времени как таковом). Но даже при выполнении этого условия построение модели зависимости может оказаться затруднительным, если есть внешние воздействия, существенно изменяющие ход событий, как это произошло с индексом PFTS.

Специалисты по статистике говорят о коинтегрировании как о существовании долгосрочного равновесного соотношения между временными рядами на некотором временном интервале. При этом обычно не упоминается существенное обстоятельство – построенная модель является линейной. Аппарат, разработанный в [169, 203] для линейных моделей, не охватывает все многообразие реально существующих зависимостей, что дает основания ожидать более широкого применения методов нелинейной регрессии (см., например, [208]).

Однако сам факт выявления особенностей использования линейных моделей для анализа нестационарных временных рядов и описание случаев, когда такое использование возможно и оправдано, стали весомым результатом в прикладной экономике, за что Р. Энгл и Дж. Грейнджер в 2003 г. были удостоены Нобелевской премии – им удалось решить проблему, которая была обнаружена в 1926 г., а решена лишь более полувека спустя.

ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ

В данном разделе будут кратко сформулированы рекомендации для разработки институциональной, структурно-технологической экономической политики, а также выводы, следующие из результатов числовых расчетов для построенных математических моделей исследуемых экономических процессов.

Возможно, первая глава в книге о структурно-технологических преобразованиях может показаться слишком «теоретической». В ней исследуются самые общие вопросы политической экономии. По замыслу Г. Бортиса, статья [2], перевод которой помещен в первой главе, является очередным шагом в разработке классико-кейнсианской политической экономии – системы, позволяющей объединить результаты исследователей классического направления и последователей Кейнса; системы, которая, быть может, будет способствовать построению общества, свободного как от недостатков рыночной экономики, так и от недостатков экономики плановой (результаты первоначальных исследований в этом направлении были опубликованы в [1]).

Г. Бортису удалось прояснить аналитические связи, существующие между горизонтальными межотраслевыми моделями Сраффы-Леонтьева и вертикально интегрированными моделями Рикардо-Сраффы. В частности, материал, помещенный в раздел 1.4, автор рассматривает как основы классико-кейнсианской макроэкономики.

Но нас прежде всего интересует, какие прикладные выводы можно сделать на основе этой чисто теоретической работы, выполненной, как подчеркивает автор, на уровне принципов. Наиболее важный из них касается связи между структурой экономической системы и существованием вынужденной безработицы. Речь пойдет не о так называемой структурной безработице, вызванной временными проблемами в том или ином секторе производства или планомерными реорганизациями системы производства в целом и являющейся в той или иной степени явлением преходящим. Речь пойдет о безработице системной, которая может существовать достаточно долго. Действительно, в главе 1 обоснована возможность существования нормальной или долгосрочной равновесной занятости, уровень которой ниже уровня полной занятости, т. е. возможность долгосрочной или постоянной вынужденной безработицы, которая определяется социально-экономической системой, а не конкретными структурными особенностями экономической системы. Это явление существенно отражает особенности распределения – какая доля доходов идет на заработную плату, а какая на доходы от собственности, причем регулируются эти доли соответствующими институциями. Развитие этих институций и их результативная деятельность – залог контроля над безработицей.

Кроме того, при заданном эффективном спросе и, следовательно, заданном объеме производства, технический прогресс непременно приводит к сокращению занятости. Вынужденной безработицы можно избежать, только если заработная плата в денежном выражении повышается в соответствии с производительностью труда. Особенности зависимости уровня безработицы и заработной платы обсуждаются в главе 4, итоги которой подведены ниже.

Г. Бортис также подчеркивает, что уровень занятости в большой степени определяет социальный климат, в рамках которого происходят структурные изменения. Например, при массовой вынужденной безработице именно из-за страха перед еще большей безработицей будет существовать сопротивление проводимым структурным изменениям.

Здесь указаны лишь несколько конкретных выводов, касающихся проведения структурных преобразований. Надеемся, что более широкую оценку теоретическим результатам работы [2] дадут специалисты по общественным наукам.

Описанные в главе 2 оптимизационые межотраслевые модели с переменными коэффициентами прямых затрат являются действенным средством поддержки принятия решений при планировании структурных реформ. Они позволяют определить основные направления структурно-технологических преобразований, призванных повысить эффективность экономики, уменьшить производственное потребление энергетических ресурсов и увеличить реальные доходы конечных потребителей без существенных инфляционых эффектов.

Проведение расчетов по вышеупомянутым моделям приводит к необходимости решения задач поиска условного экстремума невыпуклых функций, определенных с использованием операции обращения матрицы переменных. Предложены два подхода к разработке алгоритмов решения таких задач. Первый из них основан на использовании формулы дифференцирования неявно заданных функций, второй – на преобразовании задачи путем введения дополнительных переменных. В обоих случаях задача сводится к максимизации негладкой штрафной функции *r*-алгоритмом. Учитывая невыпуклость полученных штрафных функций, предлагается осуществлять поиск точек их локальных экстремумов из нескольких начальных приближений. Процесс поиска может быть легко распараллелен и реализован на современной многопроцессорной технике, в частности на кластерах СКИТ-2 и СКИТ-3, разработанных в Институте кибернетики им. В. М. Глушкова НАНУ.

Оба подхода к решению оптимизационных задач имеют свои преимущества и недостатки. В частности, в рамках первого подхода можно существенно уменьшить размерность решаемой задачи, исключив из рассмотрения «несущественные» компоненты матрицы коэффициентов прямых затрат, в то время как второй подход приводит к увеличению размерности за счет дополнительных переменных. Однако поскольку эти переменные можно интерпретировать как показатели отраслевой структуры конечных доходов, последний подход дает большие возможности для анализа полученного решения, оценки влияния сложившейся или желаемой структуры доходов (т. е. интересов отдельных субъектов хозяйствования) на выбор направлений структурно-технологических преобразований и выявления противоречий, которые при этом возникают. Для указаных моделей доказано, что при заданной структуре доходов множество допустимых решений будет выпуклым, что упрощает проведение рассмотренного анализа.

Предложенные модели вместе с необходимым программным и информационным обеспечением, а также с отработанной методикой их применения образуют основу информационной технологии поддержки принятия управленческих решений, реализуемых в среде специализированной системы поддержки принятия решений (СППР). В качестве прототипной версии такой СППР в Институте кибернетики НАНУ была разработана система MiSTC.

В состав усовершенствованной версии системы MiSTC планируется включить межотраслевые оптимизационные модели с учетом внутриотраслевой технологической структуры и модели влияния ценовых факторов. Это приводит к решению более сложных оптимизационных задач, но для построения алгоритмов расчетов для них могут применяться ранее рассмотренные подходы. Дальнейшие исследования в данной области, на наш взгляд, будут проводиться по следующим направлениям:

– разработка алгоритмов проведения расчетов на основе усовершенствованных моделей;

– создание компонент программного и информационного обеспечения этих расчетов;

– расширение сервисных возможностей системы MiSTC и средств ее коммутации с многопроцессорной вычислительной техникой;

– обобщение опыта применения вышеупомянутых моделей для поддержки принятия управленческих решений.

Помещенное в главе 3 описание подходов к решению негладких оптимизационных задач, возникающих при моделировании процессов структурно-технологических преобразований, позволяет оценить эффективность их применения, а краткое описание системы MiSTC даёт представление о ее возможностях и путях ее развития.

В главе 4 помещены результаты исследования рынка труда с использованием двухаргументной функции, проведенного для оценки действенности мероприятий в области занятости и оплаты труда, направленных на смягчение последствий экономического кризиса. Как правило, кризис влияет на все основные сегменты национальной экономики, но его последствия для состояния трудовых ресурсов и человеческого капитала страны особенно пагубны. Быстрое сворачивание производства приводит к существенному уменьшению спроса на труд и порождает массовые увольнения, а ухудшение финансового состояния предприятий вынуждает работодателей уменьшать заработную плату и проводить выплаты нерегулярно. Отмеченные процессы стимулируют снижение профессиональных навыков квалифицированных рабочих, усиливают трудовую миграцию лучших специалистов, при этом социальная напряженность возрастает. В таких условиях раздаются призывы к применению методов государственного регулирования рынка труда, в частности, установлению минимальной оплаты труда (или увеличению ранее установленной минимальной оплаты с расширением сферы действия последней) и к ограничению сокращения работающих.

Проведенный анализ опережающего повышения оплаты труда позволил сделать следующие выводы.

Повышение минимальной оплаты труда является одним из действенных методов административного влияния на рынке труда. Однако такое повышение должно быть ограничено ввиду возможного увеличения безработицы. Анализ, проведенный на основе двухаргументной функции предложения труда, подтверждает существование обратной зависимости между безработицей и оплатой труда.

Показано, что наличие прямой или обратной связи между оплатой труда и уровнем безработицы не зависит от наличия или отсутствия совершенной конкуренции на рынке труда, а определяется, прежде всего, наличием или потерей равновесия на этом рынке в текущий момент.

Исходя из результатов моделирования, повышение минимальной оплаты труда может использоваться как действенный метод экзогенного влияния на стоимость рабочей силы. При этом желательно, чтобы он использовался при условии предварительного достижения равновесия на рынке труда, а само повышение было бы поэтапным и постоянным по времени.

Повышение оплаты труда должно сопровождаться стимулированием привлечения высококвалифицированной рабочей силы (организационно это может быть, например, введение налога на использование низкооплачиваемой рабочей силы).

В главе 5 были рассмотрены особенности структурных внутриотраслевых изменений в транспортной отрасли. Они были изучены с помощью межотраслевых моделей и методов многомерного статистического анализа. В качестве примера рассмотрен грузовой транспорт Украины. Применение статистических методов обусловлено неопределенностью информации, являющейся следствием неточности исходных данных.

На основе полученных статистических и межотраслевых моделей (в том числе в сочетании с исследованием динамики макроэкономических показателей) произведена оценка состояния грузовой транспортной отрасли и определены пути повышения ее эффективности.

Показано, что адекватная государственная транспортная политика должна быть составной частью структурной политики, для формирования которой необходим системный подход, модели и алгоритмы анализа различных сценариев развития.

Поскольку в прикладных экономических исследованиях существенно используются статистические данные, в главе 6 приведено напоминание о ряде естественных источников неопределенности в экономической статистике, о которых не следует забывать прикладникам. В частности – о необходимости тщательно учитывать методики сбора и обработки той или иной статистической информации. Это позволит избежать неверных экономических выводов.

Прежде, чем пожелать успехов будущим реформаторам, следует признаться, что авторы осознают огромную ответственность, с которой связано проведение структурно-технологических преобразований.

«Современная экономика – сложная живая система, ее поведение зависит от миллиардов решений миллионов субъектов. Нет худшей ошибки, чем рассматривать ее структуру как данную раз и навсегда. Даже пытаться определить умозрительно, какие именно отрасли будут определять лицо страны через десятилетия, тоже крайне неблагодарная задача. … Настоящая задача правительства – создавать условия для естественного развития, прежде всего, … устанавливать правила игры. Вот поэтому самые успешные реформаторы последних десятилетий – и Бальцерович, и Бендукидзе, и Гайдар – да, строили, но не отрасли и заводы, а основы для их существования. Прежде всего, институты, то есть правила игры и организации, призванные эти правила блюсти. Но для того, чтобы их строить успешно, нужно все же иметь в голове некую картину будущего – идеального в пределах возможного». [209].

Хотелось бы надеяться, что результаты исследований, приведенные в данной книге, будут способствовать более детальному описанию упомянутой картины будущего и позволят проводить структурно-технологические преобразования более взвешенно и осознанно.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Матрицы прямых и полных затрат для экономики Украины за 2001–2009 гг.

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2001 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,32907	0,02086	0,00279	0,07749	0,00059	0,00463	0,01116
2	Рыбное хозяйство	0,00006	0,04024	0,00004	0,00010	0,00028	0,00005	0,00003
3	Добывающая промышленность	0,00456	0,01788	0,20777	0,14051	0,33626	0,04910	0,01490
4	Перерабатывающая промышленность	0,13558	0,26080	0,16600	0,31100	0,08894	0,36259	0,10611
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,01590	0,01043	0,08649	0,04424	0,08928	0,01458	0,01364
6	Строительство	0,00032	0,00149	0,00161	0,00095	0,00174	0,00154	0,00162
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,03632	0,24590	0,06627	0,13910	0,00365	0,01065	0,05451
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00068	0,00298	0,00100	0,00136	0,00094	0,00493	0,00717
8	Деятельность транспорта и связи	0,03044	0,04620	0,07243	0,03238	0,01670	0,05020	0,08537
10	Финансовая деятельность	0,00110	0,00149	0,00501	0,00914	0,02283	0,00552	0,03286
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,00792	0,02534	0,02244	0,01962	0,01580	0,04199	0,08416
12	Государственное управление	0,00006	0,00149	0,00054	0,00051	0,00066	0,00060	0,00215
13	Образование	0,00008	0,00000	0,00032	0,00015	0,00038	0,00055	0,00106
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00034	0,00149	0,00100	0,00044	0,00070	0,00109	0,00149
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00017	0,00000	0,00122	0,00072	0,00139	0,00164	0,00255

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2001 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,02429	0,00196	0,00188	0,00357	0,02934	0,00233	0,01407	0,00731
2	Рыбное хозяйство	0,00312	0,00000	0,00000	0,00000	0,00123	0,00000	0,00120	0,00000
3	Добывающая промышленность	0,00382	0,07513	0,00023	0,01814	0,01259	0,00973	0,01358	0,01713
4	Перерабатывающая промышленность	0,35080	0,12031	0,05794	0,10950	0,14907	0,12630	0,23807	0,16856
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,03053	0,04273	0,00739	0,05561	0,03702	0,06222	0,05081	0,04522
6	Строительство	0,00243	0,00225	0,00575	0,00646	0,00449	0,00346	0,00489	0,00346
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,01423	0,01209	0,02158	0,01188	0,01348	0,00836	0,01577	0,02251
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00937	0,00663	0,01091	0,00450	0,00482	0,00611	0,00190	0,01732
8	Деятельность транспорта и связи	0,02117	0,06841	0,07014	0,02817	0,02705	0,01391	0,01727	0,05099
10	Финансовая деятельность	0,01666	0,01297	0,10087	0,01550	0,01152	0,00265	0,01098	0,00924
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,03851	0,02882	0,09184	0,08793	0,09178	0,03473	0,01996	0,10371
12	Государственное управление	0,00139	0,00151	0,00352	0,00083	0,00114	0,00088	0,00070	0,00115
13	Образование	0,00035	0,00058	0,00129	0,00049	0,00196	0,00941	0,00040	0,00308
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00104	0,00076	0,00117	0,00068	0,00286	0,00048	0,00539	0,00058
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00590	0,00144	0,00645	0,01159	0,00400	0,00346	0,00369	0,05465

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2001 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,32661	0,06207	0,00468	0,00700	0,00311	0,01330
2	Промышленность	0,15728	0,49411	0,42627	0,19591	0,15476	0,21510
3	Строительство	0,00034	0,00110	0,00154	0,00197	0,00704	0,00402
4	Транспорт и торговля	0,06957	0,15375	0,06577	0,11301	0,06216	0,04554
5	Финансовые и страховые услуги	0,00815	0,02326	0,02955	0,05374	0,10323	0,04615
6	Другие услуги	0,00171	0,00848	0,02184	0,02853	0,04917	0,04067

Матрица прямых затрат (Украина, 3 отрасли, 2001 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	0,32661	0,05819	0,00829
2	Индустрия	0,15762	0,49065	0,19886
3	Услуги	0,07943	0,18087	0,17953

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2001 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,53853	0,10761	0,06315	0,20345	0,04707	0,09003	0,05234
2	Рыбное хозяйство	0,00017	1,04207	0,00018	0,00028	0,00043	0,00020	0,00012
3	Добывающая промышленность	0,11736	0,18136	1,43807	0,38049	0,57729	0,23610	0,10927
4	Перерабатывающая промышленность	0,38658	0,57643	0,45691	1,69298	0,35352	0,67889	0,27256
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,06592	0,07750	0,17518	0,13867	1,18159	0,08703	0,05635
6	Строительство	0,00196	0,00429	0,00440	0,00412	0,00441	1,00402	0,00381
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,12665	0,37679	0,17499	0,28807	0,10221	0,13509	1,11247
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00368	0,00869	0,00534	0,00685	0,00447	0,00886	0,01076
8	Деятельность транспорта и связи	0,08839	0,13091	0,15393	0,13010	0,09504	0,11808	0,13105
10	Финансовая деятельность	0,01490	0,02823	0,02730	0,03724	0,04322	0,02514	0,04991
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,04230	0,09120	0,07375	0,08568	0,06062	0,08882	0,12349
12	Государственное управление	0,00089	0,00321	0,00191	0,00221	0,00186	0,00179	0,00313
13	Образование	0,00049	0,00077	0,00098	0,00096	0,00098	0,00109	0,00153
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00117	0,00288	0,00228	0,00196	0,00192	0,00214	0,00223
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00195	0,00342	0,00433	0,00437	0,00427	0,00459	0,00560

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2001 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,11621	0,04040	0,02805	0,03914	0,08546	0,03696	0,07746	0,06230
2	Рыбное хозяйство	0,00342	0,00010	0,00009	0,00009	0,00138	0,00009	0,00136	0,00016
3	Добывающая промышленность	0,17516	0,20044	0,06633	0,12348	0,12217	0,11004	0,15270	0,15470
4	Перерабатывающая промышленность	0,65221	0,29483	0,18695	0,26514	0,33141	0,26799	0,45893	0,39934
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,09648	0,09209	0,04060	0,09933	0,08335	0,10053	0,10300	0,10511
6	Строительство	0,00479	0,00400	0,00813	0,00839	0,00652	0,00482	0,00667	0,00614
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,13250	0,07529	0,06274	0,06577	0,07906	0,05985	0,10115	0,10206
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,01322	0,00939	0,01477	0,00725	0,00766	0,00810	0,00471	0,02189
8	Деятельность транспорта и связи	0,08332	1,11367	0,10903	0,06550	0,06847	0,04499	0,06463	0,10488
10	Финансовая деятельность	0,03665	0,02663	1,12217	0,02901	0,02548	0,01303	0,02628	0,02694
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,08403	0,05932	0,13154	1,12087	0,12678	0,05858	0,05354	0,15248
12	Государственное управление	0,00253	0,00233	0,00456	0,00158	1,00194	0,00147	0,00156	0,00222
13	Образование	0,00088	0,00097	0,00178	0,00088	0,00236	1,00978	0,00081	0,00375
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00202	0,00148	0,00182	0,00131	0,00355	0,00100	1,00617	0,00145
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00900	0,00352	0,01004	0,01481	0,00692	0,00530	0,00590	1,06114

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2001 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,54232	0,21285	0,10554	0,06496	0,05152	0,07512
2	Промышленность	0,58989	2,24957	1,02562	0,55031	0,46747	0,56549
3	Строительство	0,00200	0,00414	1,00398	0,00390	0,00919	0,00579
4	Транспорт и торговля	0,22732	0,41496	0,26831	1,23698	0,16925	0,16418
5	Финансовые и страховые услуги	0,04389	0,08721	0,07900	0,09152	1,14166	0,07976
6	Другие услуги	0,01701	0,03717	0,04414	0,04655	0,06798	1,05663

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2001 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,53897	0,19841	0,06364
2	Индустрия	0,58473	2,22356	0,54483
3	Услуги	0,27790	0,50938	1,34509

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2002 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,33625	0,02037	0,00298	0,06449	0,00068	0,00567	0,00200
2	Рыбное хозяйство	0,00003	0,07593	0,00000	0,00029	0,00000	0,00005	0,00002
3	Добывающая промышленность	0,00278	0,00556	0,10646	0,15783	0,32945	0,03212	0,00919
4	Перерабатывающая промышленность	0,13298	0,29444	0,21138	0,31515	0,09522	0,40350	0,08373
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,01375	0,02778	0,09522	0,03882	0,08340	0,01577	0,01942
6	Строительство	0,00022	0,00000	0,00072	0,00038	0,00102	0,01048	0,00084
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,04855	0,21667	0,07864	0,13692	0,00444	0,00587	0,04198
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00041	0,00185	0,00075	0,00105	0,00098	0,00409	0,00861
8	Деятельность транспорта и связи	0,02122	0,04815	0,07679	0,02851	0,01704	0,04063	0,09986
10	Финансовая деятельность	0,00137	0,00370	0,00511	0,00652	0,01318	0,00596	0,05372
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,01650	0,01667	0,01905	0,01784	0,01402	0,02193	0,07876
12	Государственное управление	0,00038	0,00000	0,00250	0,00261	0,00359	0,00264	0,01325
13	Образование	0,00020	0,00000	0,00315	0,00069	0,00274	0,00163	0,00213
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00081	0,00370	0,00373	0,00079	0,00112	0,00216	0,00209
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00025	0,00000	0,00236	0,00115	0,00227	0,00154	0,00292

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2002 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,02204	0,00202	0,00000	0,00103	0,01920	0,00164	0,01579	0,00345
2	Рыбное хозяйство	0,00203	0,00002	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00116	0,00000
3	Добывающая промышленность	0,00580	0,05236	0,00060	0,00521	0,00744	0,00934	0,00744	0,01222
4	Перерабатывающая промышленность	0,28646	0,11260	0,06494	0,10009	0,13194	0,10150	0,20594	0,10017
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,03131	0,03887	0,00503	0,04662	0,03533	0,05767	0,05398	0,03765
6	Строительство	0,00116	0,00236	0,00030	0,00316	0,00758	0,00886	0,00645	0,00230
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,00957	0,01738	0,01246	0,01100	0,00216	0,00150	0,00273	0,00905
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,03247	0,00433	0,00533	0,00538	0,00362	0,00279	0,00124	0,00575
8	Деятельность транспорта и связи	0,03972	0,08368	0,03136	0,02729	0,05168	0,01636	0,02629	0,03866
10	Финансовая деятельность	0,01160	0,02066	0,15611	0,02158	0,00473	0,00177	0,00389	0,01078
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,04117	0,03746	0,08303	0,10464	0,10147	0,03783	0,04878	0,11699
12	Государственное управление	0,00464	0,00491	0,00784	0,00394	0,00445	0,00225	0,00198	0,00474
13	Образование	0,00087	0,00314	0,00392	0,00238	0,00786	0,01718	0,00083	0,00144
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00290	0,00421	0,00111	0,00201	0,00542	0,00068	0,01066	0,00273
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00783	0,00493	0,00493	0,02105	0,00508	0,00286	0,00298	0,08896

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2002 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,33447	0,05250	0,00572	0,00282	0,00084	0,00944
2	Промышленность	0,15084	0,50186	0,45139	0,16725	0,13390	0,18056
3	Строительство	0,00022	0,00048	0,01048	0,00164	0,00269	0,00609
4	Транспорт и торговля	0,07166	0,15136	0,05058	0,12467	0,04375	0,04045
5	Финансовые и страховые услуги	0,01630	0,01293	0,01697	0,06864	0,12964	0,05869
6	Другие услуги	0,00324	0,01800	0,01890	0,04110	0,06808	0,05442

Матрица прямых затрат (Украина, 3 отрасли, 2002 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	0,33447	0,04948	0,00462
2	Индустрия	0,15107	0,49973	0,16978
3	Услуги	0,09120	0,17609	0,20996

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2002 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,54565	0,09894	0,05636	0,16937	0,04110	0,08342	0,02815
2	Рыбное хозяйство	0,00018	1,08241	0,00019	0,00057	0,00014	0,00032	0,00014
3	Добывающая промышленность	0,10156	0,16979	1,28245	0,36047	0,50509	0,20750	0,08323
4	Перерабатывающая промышленность	0,38526	0,64315	0,50056	1,70359	0,37439	0,74350	0,23405
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,06019	0,09869	0,17101	0,12958	1,17060	0,08426	0,05676
6	Строительство	0,00122	0,00158	0,00226	0,00210	0,00240	1,01190	0,00212
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,14446	0,36035	0,18466	0,28636	0,10545	0,13749	1,09112
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00332	0,00766	0,00474	0,00625	0,00397	0,00770	0,01199
8	Деятельность транспорта и связи	0,07633	0,13982	0,15227	0,12621	0,09239	0,10822	0,14336
10	Финансовая деятельность	0,01976	0,04124	0,03192	0,04140	0,03496	0,02903	0,07973
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,05844	0,08396	0,06949	0,08406	0,05637	0,06876	0,12130
12	Государственное управление	0,00480	0,00874	0,00900	0,01109	0,00893	0,00844	0,01749
13	Образование	0,00190	0,00298	0,00623	0,00425	0,00605	0,00414	0,00421
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00285	0,00706	0,00679	0,00447	0,00442	0,00477	0,00400
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00373	0,00575	0,00773	0,00736	0,00716	0,00633	0,00840

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2002 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,09111	0,03281	0,01919	0,02710	0,06045	0,02597	0,06597	0,03365
2	Рыбное хозяйство	0,00247	0,00014	0,00008	0,00010	0,00012	0,00009	0,00141	0,00011
3	Добывающая промышленность	0,14658	0,14861	0,04992	0,08582	0,09812	0,08810	0,12477	0,09931
4	Перерабатывающая промышленность	0,56212	0,28352	0,18152	0,24433	0,30434	0,22818	0,41380	0,26745
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,08829	0,08297	0,03159	0,08404	0,07694	0,09005	0,10098	0,08202
6	Строительство	0,00242	0,00349	0,00130	0,00429	0,00888	0,00978	0,00756	0,00375
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,11164	0,07682	0,04956	0,05888	0,06100	0,04499	0,07901	0,06280
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,03664	0,00699	0,00842	0,00801	0,00624	0,00445	0,00366	0,00908
8	Деятельность транспорта и связи	0,09584	1,12836	0,06267	0,06105	0,09031	0,04323	0,06876	0,07954
10	Финансовая деятельность	0,03292	0,03912	1,19550	0,03878	0,01987	0,01158	0,01936	0,02854
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,08529	0,07148	0,12688	1,14203	0,13838	0,06003	0,08255	0,16689
12	Государственное управление	0,00967	0,00871	0,01172	0,00728	1,00792	0,00468	0,00575	0,00870
13	Образование	0,00304	0,00512	0,00588	0,00405	0,00969	1,01867	0,00258	0,00335
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00517	0,00616	0,00247	0,00354	0,00717	0,00183	1,01248	0,00468
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,01335	0,00932	0,01050	0,02801	0,01057	0,00586	0,00714	1,10326

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2002 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,54937	0,17996	0,09501	0,04494	0,03601	0,05460
2	Промышленность	0,57437	2,24568	1,06907	0,48814	0,41204	0,48790
3	Строительство	0,00135	0,00241	1,01207	0,00304	0,00423	0,00738
4	Транспорт и торговля	0,23053	0,40994	0,25680	1,23951	0,13764	0,14380
5	Финансовые и страховые услуги	0,05781	0,07359	0,06145	0,11071	1,17332	0,09259
6	Другие услуги	0,03045	0,06652	0,05648	0,07135	0,09851	1,08008

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2002 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,54714	0,16899	0,04536
2	Индустрия	0,57098	2,22484	0,48145
3	Услуги	0,30587	0,51540	1,37831

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2003 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,35944	0,04926	0,00410	0,06895	0,00019	0,00270	0,00200
2	Рыбное хозяйство	0,00006	0,04598	0,00000	0,00025	0,00000	0,00000	0,00004
3	Добывающая промышленность	0,00292	0,00328	0,10329	0,15275	0,32760	0,02791	0,00236
4	Перерабатывающая промышленность	0,11107	0,24631	0,18398	0,32249	0,08691	0,41192	0,06614
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,01067	0,01642	0,10494	0,03039	0,08765	0,01282	0,01251
6	Строительство	0,00015	0,00000	0,00067	0,00041	0,00096	0,00917	0,00045
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,05905	0,29064	0,09499	0,14191	0,00469	0,00595	0,03804
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00032	0,00985	0,00092	0,00095	0,00108	0,00453	0,00721
8	Деятельность транспорта и связи	0,02526	0,05583	0,10219	0,03561	0,02034	0,04847	0,09820
10	Финансовая деятельность	0,00165	0,00328	0,00778	0,00964	0,01814	0,00880	0,09120
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,01060	0,01970	0,01647	0,01159	0,01317	0,02805	0,08751
12	Государственное управление	0,00026	0,00493	0,00242	0,00234	0,00638	0,00270	0,00817
13	Образование	0,00006	0,00000	0,00077	0,00019	0,00073	0,00051	0,00069
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00094	0,00328	0,00294	0,00078	0,00198	0,00201	0,00211
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00014	0,00164	0,00144	0,00077	0,00695	0,00219	0,00297

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2003 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,01365	0,00143	0,00000	0,00058	0,01827	0,02612	0,02470	0,00426
2	Рыбное хозяйство	0,00144	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00140	0,00000
3	Добывающая промышленность	0,00263	0,05323	0,00053	0,00415	0,00629	0,00976	0,00688	0,00710
4	Перерабатывающая промышленность	0,36222	0,12645	0,06347	0,12665	0,15053	0,08077	0,21226	0,13659
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,01987	0,03272	0,00366	0,04517	0,02887	0,05755	0,04407	0,03855
6	Строительство	0,00072	0,00156	0,00020	0,00321	0,00503	0,00644	0,00501	0,00272
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,00599	0,01777	0,01816	0,01339	0,01072	0,00349	0,00474	0,00568
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,02155	0,00465	0,00572	0,00588	0,00395	0,00300	0,00120	0,00497
8	Деятельность транспорта и связи	0,02873	0,08915	0,03619	0,04211	0,05116	0,01802	0,02390	0,06031
10	Финансовая деятельность	0,01029	0,02340	0,13207	0,02558	0,02971	0,00311	0,00527	0,00851
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,03112	0,02959	0,09760	0,07252	0,05187	0,02317	0,01456	0,08266
12	Государственное управление	0,00287	0,00385	0,00639	0,00617	0,01737	0,00182	0,00461	0,00426
13	Образование	0,00048	0,00106	0,00120	0,00072	0,01330	0,02590	0,00060	0,00024
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00168	0,00506	0,00000	0,00216	0,00000	0,00000	0,03399	0,00201
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00479	0,00273	0,01058	0,01782	0,00162	0,00145	0,00548	0,08491

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2003 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,35729	0,05742	0,00270	0,00217	0,00043	0,01771
2	Промышленность	0,12583	0,49515	0,45264	0,15903	0,13055	0,18836
3	Строительство	0,00015	0,00048	0,00917	0,00103	0,00233	0,00461
4	Транспорт и торговля	0,08689	0,16711	0,05895	0,12406	0,05542	0,04934
5	Финансовые и страховые услуги	0,01143	0,01511	0,02064	0,07907	0,11917	0,03126
6	Другие услуги	0,00238	0,01269	0,02363	0,04335	0,07264	0,06135

Матрица прямых затрат (Украина, 3 отрасли, 2003 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	0,35729	0,05359	0,00669
2	Индустрия	0,12598	0,49327	0,16622
3	Услуги	0,10070	0,18850	0,21450

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2003 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,59949	0,14500	0,05952	0,18740	0,04271	0,08858	0,02760
2	Рыбное хозяйство	0,00020	1,04840	0,00015	0,00048	0,00011	0,00023	0,00012
3	Добывающая промышленность	0,08707	0,13847	1,27076	0,34201	0,49694	0,19669	0,06383
4	Перерабатывающая промышленность	0,34079	0,56306	0,45953	1,70100	0,35038	0,75722	0,20882
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,04844	0,07312	0,17639	0,11269	1,17526	0,07450	0,04286
6	Строительство	0,00091	0,00131	0,00196	0,00180	0,00217	1,01039	0,00146
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,16033	0,42858	0,20346	0,30216	0,11323	0,14770	1,08574
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00309	0,01632	0,00504	0,00600	0,00425	0,00818	0,01063
8	Деятельность транспорта и связи	0,08982	0,16242	0,19436	0,15246	0,11541	0,13177	0,14680
10	Финансовая деятельность	0,02950	0,06607	0,04927	0,06320	0,05018	0,04376	0,12631
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,04657	0,08915	0,06355	0,07259	0,05213	0,06978	0,12704
12	Государственное управление	0,00398	0,01276	0,00864	0,00973	0,01184	0,00812	0,01225
13	Образование	0,00060	0,00109	0,00181	0,00134	0,00182	0,00136	0,00147
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00313	0,00677	0,00629	0,00448	0,00525	0,00475	0,00394
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00312	0,00768	0,00687	0,00652	0,01240	0,00677	0,00861

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2003 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,09616	0,03737	0,02167	0,03410	0,06657	0,06429	0,08755	0,04490
2	Рыбное хозяйство	0,00173	0,00011	0,00007	0,00010	0,00010	0,00007	0,00165	0,00011
3	Добывающая промышленность	0,15081	0,14771	0,04862	0,09019	0,09423	0,08014	0,11717	0,10309
4	Перерабатывающая промышленность	0,66901	0,30412	0,18716	0,29016	0,32903	0,19753	0,42481	0,33150
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,07300	0,07405	0,02852	0,08121	0,06528	0,08635	0,08570	0,08181
6	Строительство	0,00175	0,00245	0,00109	0,00417	0,00605	0,00717	0,00597	0,00399
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,13052	0,08524	0,05955	0,07248	0,07785	0,04709	0,08833	0,07336
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,02513	0,00732	0,00886	0,00852	0,00659	0,00453	0,00346	0,00816
8	Деятельность транспорта и связи	0,09999	1,14431	0,07532	0,08771	0,09968	0,04937	0,07542	0,11607
10	Финансовая деятельность	0,04150	0,04835	1,16830	0,04902	0,05449	0,01630	0,02704	0,03201
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,06889	0,05903	0,13732	1,10293	0,08214	0,04021	0,04110	0,12039
12	Государственное управление	0,00772	0,00755	0,01012	0,00980	1,02114	0,00415	0,00828	0,00843
13	Образование	0,00122	0,00175	0,00191	0,00136	0,01443	1,02696	0,00121	0,00090
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00401	0,00723	0,00126	0,00387	0,00166	0,00113	1,03687	0,00414
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00933	0,00656	0,01713	0,02365	0,00560	0,00391	0,00909	1,09725

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2003 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,60284	0,20135	0,10184	0,04798	0,04010	0,07501
2	Промышленность	0,50657	2,21828	1,06275	0,46619	0,40223	0,49782
3	Строительство	0,00101	0,00204	1,01052	0,00216	0,00358	0,00563
4	Транспорт и торговля	0,26065	0,45183	0,28869	1,24742	0,16020	0,16791
5	Финансовые и страховые услуги	0,05387	0,08334	0,07124	0,12326	1,16082	0,06323
6	Другие услуги	0,02714	0,05786	0,05891	0,07362	0,10286	1,08507

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2003 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,60144	0,18934	0,05370
2	Индустрия	0,50525	2,20177	0,47022
3	Услуги	0,32654	0,55263	1,39280

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2004 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,33321	0,02467	0,00495	0,05515	0,00044	0,00337	0,00093
2	Рыбное хозяйство	0,00005	0,06096	0,00000	0,00040	0,00009	0,00000	0,00003
3	Добывающая промышленность	0,00268	0,01306	0,10448	0,15229	0,26770	0,03959	0,00105
4	Перерабатывающая промышленность	0,13415	0,23222	0,19186	0,34957	0,09370	0,44821	0,04353
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,00941	0,02177	0,08124	0,02651	0,09229	0,00939	0,00613
6	Строительство	0,00020	0,00000	0,00117	0,00029	0,00109	0,00849	0,00042
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,06832	0,26415	0,08015	0,13147	0,00687	0,00561	0,04484
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00045	0,00290	0,00132	0,00135	0,00197	0,00355	0,00460
8	Деятельность транспорта и связи	0,03004	0,04354	0,12378	0,04131	0,03477	0,04959	0,08009
10	Финансовая деятельность	0,00376	0,01016	0,01661	0,01582	0,03418	0,00756	0,13953
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,00657	0,02177	0,01723	0,01506	0,02493	0,01739	0,09130
12	Государственное управление	0,00013	0,00145	0,00526	0,00327	0,00822	0,00188	0,00551
13	Образование	0,00059	0,00000	0,00052	0,00018	0,00088	0,00031	0,00055
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00005	0,00435	0,00119	0,00051	0,00206	0,00090	0,00089
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00059	0,00290	0,00376	0,00114	0,00452	0,00105	0,00206

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2004 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,01323	0,00067	0,00000	0,00084	0,01740	0,02213	0,02011	0,00416
2	Рыбное хозяйство	0,00136	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00211	0,00000
3	Добывающая промышленность	0,00204	0,04300	0,00041	0,00410	0,00314	0,00670	0,00503	0,00462
4	Перерабатывающая промышленность	0,33243	0,11410	0,03514	0,10866	0,16475	0,07822	0,20281	0,11044
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,01662	0,02284	0,00273	0,03597	0,01775	0,04155	0,03260	0,02281
6	Строительство	0,00085	0,00167	0,00016	0,00473	0,00465	0,00561	0,00487	0,00588
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,00763	0,03344	0,01273	0,01868	0,01040	0,00851	0,00941	0,01892
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,03409	0,00462	0,00357	0,00486	0,00726	0,00647	0,00227	0,00706
8	Деятельность транспорта и связи	0,03545	0,12819	0,02620	0,03453	0,05729	0,02616	0,03401	0,05486
10	Финансовая деятельность	0,03189	0,01862	0,16587	0,03701	0,01944	0,01123	0,01454	0,02571
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,04579	0,03333	0,06194	0,11314	0,04857	0,04291	0,03131	0,09496
12	Государственное управление	0,00339	0,00440	0,02075	0,00630	0,00779	0,00208	0,00584	0,00996
13	Образование	0,00034	0,00064	0,00081	0,00205	0,00452	0,00751	0,00065	0,00127
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00119	0,00194	0,00056	0,00137	0,00204	0,00072	0,02887	0,00208
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,01069	0,00309	0,00063	0,01567	0,00735	0,00425	0,01206	0,13153

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2004 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,33147	0,04753	0,00337	0,00132	0,00051	0,01548
2	Промышленность	0,14711	0,51084	0,49718	0,12705	0,09376	0,16758
3	Строительство	0,00020	0,00041	0,00849	0,00106	0,00253	0,00493
4	Транспорт и торговля	0,10034	0,16734	0,05875	0,14606	0,04825	0,05936
5	Финансовые и страховые услуги	0,01013	0,02531	0,01777	0,10894	0,16238	0,05315
6	Другие услуги	0,00177	0,01413	0,01132	0,03586	0,05884	0,06327

Матрица прямых затрат (Украина, 3 отрасли, 2004 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	0,33147	0,04421	0,00521
2	Индустрия	0,14731	0,51084	0,13462
3	Услуги	0,11224	0,19782	0,25377

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2004 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,53386	0,08600	0,05036	0,14971	0,03450	0,07770	0,01585
2	Рыбное хозяйство	0,00027	1,06519	0,00024	0,00078	0,00028	0,00039	0,00012
3	Добывающая промышленность	0,09005	0,13409	1,25160	0,33771	0,41431	0,21572	0,04296
4	Перерабатывающая промышленность	0,39549	0,53219	0,48012	1,76232	0,35639	0,84547	0,15804
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,04184	0,06534	0,13760	0,09412	1,15778	0,06371	0,02585
6	Строительство	0,00113	0,00143	0,00275	0,00202	0,00267	1,00991	0,00160
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,17765	0,39457	0,18684	0,29210	0,10267	0,15445	1,08377
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00336	0,00792	0,00555	0,00642	0,00552	0,00755	0,00768
9	Деятельность транспорта и связи	0,10674	0,14808	0,23219	0,17559	0,14030	0,15372	0,12776
10	Финансовая деятельность	0,05256	0,10331	0,08047	0,10216	0,08712	0,06553	0,19602
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,04800	0,09588	0,07260	0,08615	0,07144	0,06870	0,13637
12	Государственное управление	0,00525	0,01035	0,01371	0,01359	0,01659	0,00983	0,01262
13	Образование	0,00141	0,00094	0,00144	0,00128	0,00179	0,00112	0,00128
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00099	0,00627	0,00293	0,00241	0,00374	0,00241	0,00179
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00398	0,00878	0,00967	0,00754	0,01068	0,00607	0,00640

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2004 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,07681	0,02713	0,01131	0,02536	0,05729	0,05113	0,06811	0,03478
2	Рыбное хозяйство	0,00180	0,00015	0,00007	0,00014	0,00018	0,00011	0,00251	0,00016
3	Добывающая промышленность	0,13840	0,12414	0,02926	0,07529	0,08405	0,06437	0,10368	0,08268
4	Перерабатывающая промышленность	0,65455	0,29196	0,11975	0,26987	0,35435	0,19938	0,42596	0,30927
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,06002	0,05435	0,01629	0,06475	0,04599	0,06353	0,06621	0,05657
6	Строительство	0,00221	0,00281	0,00102	0,00617	0,00576	0,00646	0,00609	0,00821
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,12408	0,09737	0,04043	0,07309	0,07807	0,05029	0,08943	0,08387
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,03875	0,00760	0,00595	0,00778	0,01003	0,00841	0,00499	0,01132
9	Деятельность транспорта и связи	0,11785	1,19677	0,05737	0,08475	0,11295	0,06308	0,09512	0,12072
10	Финансовая деятельность	0,08619	0,05731	1,21579	0,07617	0,05433	0,03504	0,05231	0,07011
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,09559	0,07004	0,09669	1,15548	0,08318	0,06730	0,06744	0,15250
12	Государственное управление	0,01077	0,00969	0,02727	0,01183	1,01265	0,00549	0,01123	0,01705
13	Образование	0,00113	0,00126	0,00145	0,00280	0,00515	1,00800	0,00128	0,00223
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00252	0,00309	0,00120	0,00237	0,00301	0,00140	1,03071	0,00350
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,01724	0,00724	0,00363	0,02266	0,01200	0,00760	0,01769	1,15631

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2004 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,53728	0,16361	0,09032	0,03255	0,02552	0,05866
2	Промышленность	0,56491	2,26631	1,17289	0,39895	0,31315	0,46399
3	Строительство	0,00119	0,00214	1,00992	0,00232	0,00385	0,00608
4	Транспорт и торговля	0,29765	0,47544	0,31912	1,26806	0,14006	0,17995
5	Финансовые и страховые услуги	0,07614	0,13623	0,10256	0,18161	1,22746	0,10733
6	Другие услуги	0,02762	0,06127	0,04872	0,06606	0,08728	1,08835

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2004 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,53634	0,15446	0,03860
2	Индустрия	0,56768	2,26228	0,41209
3	Услуги	0,38157	0,62295	1,45512

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2005 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,29950	0,01336	0,00244	0,04828	0,00050	0,00092	0,01467
2	Рыбное хозяйство	0,00004	0,03786	0,00000	0,00022	0,00000	0,00000	0,00032
3	Добывающая промышленность	0,00415	0,00557	0,07765	0,13820	0,24642	0,02835	0,01753
4	Перерабатывающая промышленность	0,18196	0,30512	0,21414	0,33922	0,11260	0,45841	0,14106
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,00910	0,01448	0,08021	0,02477	0,08926	0,00876	0,01114
6	Строительство	0,00040	0,00000	0,00232	0,00060	0,00431	0,01406	0,00163
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,06534	0,26281	0,08191	0,14631	0,00403	0,00917	0,05650
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00023	0,00111	0,00057	0,00074	0,00141	0,00297	0,00259
9	Деятельность транспорта и связи	0,02678	0,04120	0,10176	0,03795	0,03414	0,06491	0,05364
10	Финансовая деятельность	0,00343	0,01002	0,00927	0,01127	0,01545	0,01013	0,04249
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,00629	0,02673	0,01222	0,01376	0,01814	0,03107	0,08428
12	Государственное управление	0,00020	0,00223	0,00263	0,00191	0,00347	0,00113	0,00371
13	Образование	0,00003	0,00000	0,00018	0,00007	0,00040	0,00017	0,00013
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00028	0,00111	0,00077	0,00030	0,00087	0,00071	0,00050
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00027	0,00111	0,00135	0,00087	0,00295	0,00171	0,00358

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2005 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,01252	0,00059	0,00000	0,00140	0,01072	0,02503	0,02154	0,00291
2	Рыбное хозяйство	0,00097	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00117	0,00006
3	Добывающая промышленность	0,00278	0,04114	0,00013	0,00488	0,00364	0,00840	0,00652	0,00608
4	Перерабатывающая промышленность	0,38436	0,16591	0,03278	0,10267	0,10288	0,09508	0,19667	0,11692
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,02449	0,02668	0,00197	0,03607	0,01878	0,04012	0,03994	0,02641
6	Строительство	0,00292	0,00204	0,01374	0,00789	0,01072	0,00779	0,01183	0,01438
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,01002	0,02763	0,03188	0,02348	0,02255	0,01218	0,01123	0,01843
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00529	0,00444	0,00227	0,00383	0,00688	0,00175	0,00151	0,00526
9	Деятельность транспорта и связи	0,02129	0,13830	0,02914	0,03547	0,04446	0,01117	0,02098	0,05492
10	Финансовая деятельность	0,02060	0,01898	0,15211	0,03922	0,02525	0,01599	0,01343	0,02496
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,05622	0,02557	0,06942	0,12493	0,03694	0,04275	0,01990	0,07841
12	Государственное управление	0,00292	0,00268	0,00427	0,02088	0,00907	0,00270	0,00237	0,00931
13	Образование	0,00014	0,00030	0,00033	0,00031	0,00671	0,01900	0,00030	0,00076
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00292	0,00140	0,00020	0,00089	0,00044	0,00162	0,02241	0,00101
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,01169	0,00378	0,00100	0,01689	0,00445	0,00341	0,01403	0,10381

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2005 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,29742	0,04149	0,00092	0,00818	0,00107	0,01425
2	Промышленность	0,19632	0,48781	0,49552	0,20833	0,10651	0,15346
3	Строительство	0,00040	0,00099	0,01406	0,00187	0,01135	0,00975
4	Транспорт и торговля	0,09417	0,17528	0,07704	0,13708	0,05904	0,05460
5	Финансовые и страховые услуги	0,00897	0,01746	0,02886	0,06099	0,15371	0,04814
6	Другие услуги	0,00180	0,01144	0,01605	0,03380	0,04577	0,07782

Матрица прямых затрат (Украина, 3 отрасли, 2005 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	0,29742	0,03859	0,00872
2	Индустрия	0,19672	0,49028	0,17987
3	Услуги	0,10494	0,19831	0,22133

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2005 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,46881	0,07898	0,04628	0,13208	0,03257	0,06833	0,04913
2	Рыбное хозяйство	0,00025	1,03967	0,00020	0,00053	0,00014	0,00028	0,00046
3	Добывающая промышленность	0,10654	0,14511	1,21375	0,30661	0,37564	0,19408	0,09156
4	Перерабатывающая промышленность	0,52762	0,71140	0,53956	1,79358	0,40131	0,89817	0,35320
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,04597	0,06329	0,13305	0,08913	1,15009	0,06280	0,04115
6	Строительство	0,00280	0,00384	0,00574	0,00465	0,00784	1,01767	0,00502
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,19834	0,42698	0,20171	0,32291	0,10883	0,17971	1,13564
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00212	0,00422	0,00310	0,00370	0,00340	0,00561	0,00461
9	Деятельность транспорта и связи	0,09927	0,13691	0,19145	0,14917	0,12062	0,16075	0,10946
10	Финансовая деятельность	0,02959	0,05443	0,04071	0,05300	0,04186	0,04458	0,07263
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,04641	0,09774	0,05808	0,07631	0,05450	0,08159	0,12802
12	Государственное управление	0,00392	0,00868	0,00749	0,00815	0,00795	0,00675	0,00874
13	Образование	0,00023	0,00032	0,00049	0,00041	0,00071	0,00047	0,00038
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00101	0,00213	0,00171	0,00138	0,00176	0,00167	0,00113
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00345	0,00676	0,00567	0,00607	0,00689	0,00645	0,00825

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2005 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,07427	0,03315	0,01179	0,02511	0,03603	0,05527	0,06411	0,03088
2	Рыбное хозяйство	0,00125	0,00015	0,00006	0,00011	0,00010	0,00009	0,00138	0,00019
3	Добывающая промышленность	0,14323	0,13641	0,03102	0,07329	0,06025	0,06699	0,09745	0,08193
4	Перерабатывающая промышленность	0,75206	0,41591	0,13997	0,28805	0,26079	0,24336	0,43162	0,33534
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,07087	0,06386	0,01682	0,06621	0,04063	0,06344	0,07216	0,05958
6	Строительство	0,00655	0,00492	0,01814	0,01196	0,01314	0,01005	0,01465	0,01937
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,15349	0,11795	0,07062	0,08830	0,07861	0,06538	0,09792	0,09242
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,00762	0,00665	0,00388	0,00597	0,00832	0,00294	0,00308	0,00784
9	Деятельность транспорта и связи	0,09792	1,21134	0,06222	0,08472	0,08441	0,04562	0,07236	0,11442
10	Финансовая деятельность	0,05329	0,04491	1,19258	0,06822	0,04469	0,03259	0,03444	0,05351
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,10475	0,06200	0,10797	1,17040	0,06441	0,06790	0,05036	0,12667
12	Государственное управление	0,00853	0,00671	0,00833	0,02677	1,01217	0,00568	0,00579	0,01521
13	Образование	0,00043	0,00056	0,00055	0,00069	0,00705	1,01952	0,00051	0,00115
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00379	0,00219	0,00059	0,00152	0,00091	0,00208	1,02346	0,00177
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,01752	0,00779	0,00429	0,02372	0,00762	0,00633	0,01863	1,12004

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2005 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,46954	0,13887	0,07680	0,05150	0,02671	0,05107
2	Промышленность	0,71123	2,23767	1,18961	0,59291	0,36417	0,45005
3	Строительство	0,00277	0,00468	1,01765	0,00493	0,01527	0,01267
4	Транспорт и торговля	0,31044	0,47910	0,35007	1,29670	0,16523	0,17363
5	Финансовые и страховые услуги	0,05418	0,08517	0,08813	0,10984	1,20588	0,08539
6	Другие услуги	0,02581	0,04989	0,04982	0,06052	0,07074	1,10089

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2005 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,46635	0,12901	0,04622
2	Индустрия	0,69843	2,21703	0,51994
3	Услуги	0,37550	0,58202	1,42289

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2006 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,31571	0,01942	0,00282	0,04085	0,00009	0,00129	0,01631
2	Рыбное хозяйство	0,00007	0,03301	0,00000	0,00031	0,00000	0,00002	0,00006
3	Добывающая промышленность	0,00431	0,00388	0,07472	0,11770	0,29251	0,02811	0,00830
4	Перерабатывающая промышленность	0,17165	0,25049	0,17892	0,33171	0,08997	0,48044	0,14113
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,00988	0,01456	0,08236	0,02608	0,08845	0,00812	0,01062
6	Строительство	0,00026	0,00388	0,00210	0,00071	0,00400	0,01178	0,00178
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,07296	0,29223	0,09165	0,15347	0,00334	0,00525	0,05064
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00061	0,00194	0,00260	0,00179	0,00260	0,00639	0,00600
9	Деятельность транспорта и связи	0,03029	0,07087	0,10213	0,04642	0,02194	0,05854	0,05953
10	Финансовая деятельность	0,00234	0,00777	0,00702	0,00773	0,01555	0,00981	0,03678
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,00457	0,02427	0,01014	0,01217	0,01714	0,03048	0,09288
12	Государственное управление	0,00038	0,00194	0,00399	0,00228	0,00427	0,00135	0,00497
13	Образование	0,00013	0,00000	0,00040	0,00017	0,00097	0,00050	0,00042
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00091	0,00097	0,00074	0,00040	0,00074	0,00062	0,00059
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00044	0,00097	0,00337	0,00104	0,00286	0,00218	0,00512

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2006 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,01344	0,00096	0,00035	0,00069	0,00738	0,02538	0,02079	0,00252
2	Рыбное хозяйство	0,00157	0,00000	0,00000	0,00006	0,00000	0,00014	0,00091	0,00015
3	Добывающая промышленность	0,00267	0,03690	0,00211	0,00526	0,00376	0,01001	0,00763	0,00558
4	Перерабатывающая промышленность	0,30425	0,18607	0,01946	0,13636	0,07967	0,09812	0,20051	0,10922
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,02728	0,03298	0,00133	0,04494	0,01796	0,03901	0,04029	0,02466
6	Строительство	0,00291	0,00498	0,00041	0,01195	0,00231	0,00220	0,00414	0,00456
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,00700	0,01873	0,02274	0,01201	0,04318	0,01004	0,00811	0,01456
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,01832	0,00766	0,00428	0,00730	0,01233	0,00332	0,00324	0,00990
9	Деятельность транспорта и связи	0,01792	0,11421	0,02252	0,03973	0,03845	0,00876	0,01776	0,03762
10	Финансовая деятельность	0,02178	0,01077	0,15855	0,03047	0,01211	0,01338	0,01041	0,01505
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,05511	0,03443	0,07022	0,12594	0,01637	0,02549	0,01233	0,07743
12	Государственное управление	0,00417	0,00447	0,00466	0,00335	0,00496	0,00718	0,00536	0,00791
13	Образование	0,00079	0,00099	0,00157	0,00191	0,00540	0,01091	0,00122	0,00155
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00291	0,00158	0,00198	0,00105	0,00072	0,00541	0,01974	0,00121
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,01950	0,00418	0,00070	0,02277	0,02561	0,01045	0,01609	0,14364

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2006 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,31332	0,03509	0,00131	0,00934	0,00064	0,01303
2	Промышленность	0,18661	0,46395	0,51667	0,21229	0,10739	0,16545
3	Строительство	0,00029	0,00106	0,01178	0,00328	0,00865	0,00350
4	Транспорт и торговля	0,10630	0,18859	0,07018	0,12348	0,05183	0,05462
5	Финансовые и страховые услуги	0,00571	0,01326	0,02778	0,05270	0,14340	0,03987
6	Другие услуги	0,00331	0,01197	0,01715	0,04809	0,05415	0,07854

Матрица прямых затрат
(Украина, 3 отрасли, 2006 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	0,31332	0,03224	0,00893
2	Индустрия	0,18690	0,47036	0,18387
3	Услуги	0,11531	0,20549	0,21313

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2006 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,49749	0,07834	0,03809	0,11367	0,02591	0,06205	0,04885
2	Рыбное хозяйство	0,00030	1,03439	0,00018	0,00061	0,00014	0,00035	0,00022
3	Добывающая промышленность	0,09338	0,11555	1,19212	0,26039	0,41521	0,17578	0,07408
4	Перерабатывающая промышленность	0,50684	0,62263	0,46364	1,74515	0,34934	0,90980	0,35007
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,04834	0,06278	0,13403	0,08862	1,15347	0,06436	0,04240
6	Строительство	0,00269	0,00800	0,00549	0,00457	0,00729	1,01544	0,00501
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,20990	0,44274	0,19924	0,32207	0,10699	0,18033	1,12723
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00493	0,00892	0,00784	0,00832	0,00711	0,01222	0,01033
9	Деятельность транспорта и связи	0,10725	0,16977	0,18442	0,15486	0,10759	0,15649	0,11461
10	Финансовая деятельность	0,02307	0,04338	0,03049	0,03951	0,03664	0,03649	0,06120
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,04630	0,09947	0,05578	0,07483	0,05274	0,08175	0,13818
12	Государственное управление	0,00420	0,00786	0,00873	0,00833	0,00892	0,00666	0,00836
13	Образование	0,00073	0,00092	0,00119	0,00108	0,00175	0,00132	0,00117
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00213	0,00228	0,00182	0,00174	0,00177	0,00183	0,00147
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00523	0,00930	0,00983	0,00870	0,00903	0,00920	0,01245

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2006 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,06024	0,03146	0,00840	0,02520	0,02656	0,05379	0,05892	0,02601
2	Рыбное хозяйство	0,00188	0,00018	0,00006	0,00021	0,00011	0,00025	0,00112	0,00032
3	Добывающая промышленность	0,10739	0,12769	0,02329	0,08243	0,04730	0,06333	0,08850	0,07082
4	Перерабатывающая промышленность	0,60316	0,43548	0,09886	0,34889	0,20966	0,23354	0,41485	0,31040
5	Производство и распределение электроэнергии, аза и воды	0,06899	0,07308	0,01508	0,08176	0,03787	0,06194	0,07227	0,05884
6	Строительство	0,00602	0,00805	0,00238	0,01582	0,00403	0,00386	0,00623	0,00828
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,12578	0,11112	0,05042	0,08569	0,08976	0,06180	0,09274	0,08232
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,02309	0,01219	0,00716	0,01185	0,01520	0,00570	0,00647	0,01530
9	Деятельность транспорта и связи	0,08475	1,18249	0,04803	0,09355	0,07263	0,04142	0,06689	0,09025
10	Финансовая деятельность	0,04533	0,02988	1,19699	0,05416	0,02510	0,02568	0,02586	0,03569
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,09924	0,07213	0,10663	1,17332	0,04186	0,04737	0,04037	0,12717
12	Государственное управление	0,00824	0,00826	0,00693	0,00692	1,00724	0,00933	0,00839	0,01211
13	Образование	0,00154	0,00169	0,00228	0,00277	0,00589	1,01145	0,00176	0,00250
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00394	0,00254	0,00276	0,00196	0,00131	0,00608	1,02082	0,00218
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,02891	0,01029	0,00508	0,03384	0,03318	0,01549	0,02271	1,17375

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2006 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,49590	0,11663	0,06781	0,04831	0,02227	0,04617
2	Промышленность	0,67356	2,13190	1,17355	0,57295	0,34247	0,44554
3	Строительство	0,00275	0,00470	1,01522	0,00597	0,01156	0,00559
4	Транспорт и торговля	0,33117	0,48068	0,35004	1,28090	0,15261	0,17484
5	Финансовые и страховые услуги	0,04244	0,06617	0,07574	0,09191	1,18646	0,06956
6	Другие услуги	0,03395	0,05717	0,05710	0,07997	0,08243	1,10450

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2006 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,49249	0,10713	0,04196
2	Индустрия	0,66270	2,12390	0,50382
3	Услуги	0,39178	0,57034	1,40857

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2007 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,31611	0,00317	0,00287	0,04106	0,00063	0,00094	0,00566
2	Рыбное хозяйство	0,00014	0,03333	0,00007	0,00044	0,00002	0,00000	0,00007
3	Добывающая промышленность	0,00605	0,00556	0,05507	0,10915	0,28397	0,03165	0,00107
4	Перерабатывающая промышленность	0,14890	0,23175	0,14466	0,33094	0,11477	0,47202	0,08237
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,01083	0,00794	0,07312	0,02432	0,08054	0,00772	0,00805
6	Строительство	0,00065	0,00000	0,00397	0,00144	0,00626	0,02382	0,00252
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,09224	0,33333	0,09133	0,17287	0,00320	0,00690	0,04596
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00037	0,00000	0,00111	0,00121	0,00372	0,00592	0,00839
9	Деятельность транспорта и связи	0,03255	0,05635	0,09949	0,04335	0,02175	0,04861	0,08455
10	Финансовая деятельность	0,00390	0,01190	0,01148	0,00754	0,02685	0,01260	0,03726
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,00779	0,00635	0,00923	0,01240	0,01367	0,02493	0,16006
12	Государственное управление	0,00043	0,00476	0,00583	0,00308	0,00672	0,00106	0,00364
13	Образование	0,00003	0,00000	0,00015	0,00005	0,00042	0,00014	0,00031
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00039	0,00000	0,00042	0,00025	0,00056	0,00044	0,00058
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00022	0,00476	0,00257	0,00077	0,00209	0,00101	0,00666

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2007 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,02269	0,00061	0,00000	0,00075	0,00800	0,03158	0,02224	0,00548
2	Рыбное хозяйство	0,00272	0,00001	0,00000	0,00003	0,00024	0,00103	0,00077	0,00004
3	Добывающая промышленность	0,00146	0,04665	0,00003	0,00244	0,00409	0,01098	0,00715	0,00401
4	Перерабатывающая промышленность	0,26806	0,19687	0,01480	0,15103	0,08788	0,06926	0,20383	0,09124
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,02478	0,03485	0,00147	0,03100	0,02186	0,06009	0,05018	0,02400
6	Строительство	0,00558	0,00460	0,00091	0,01595	0,02295	0,00539	0,00819	0,00905
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,01724	0,02099	0,00442	0,00987	0,00426	0,00131	0,00396	0,01417
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00862	0,00540	0,00308	0,00528	0,01308	0,00439	0,00269	0,01141
9	Деятельность транспорта и связи	0,01660	0,10725	0,01536	0,03921	0,05183	0,01195	0,02123	0,03449
10	Финансовая деятельность	0,03314	0,01262	0,13121	0,04967	0,01553	0,00580	0,01397	0,02201
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,08511	0,02528	0,09926	0,10886	0,02162	0,01347	0,01801	0,06625
12	Государственное управление	0,00342	0,00402	0,00090	0,00337	0,00886	0,03222	0,00388	0,01064
13	Образование	0,00019	0,00031	0,00030	0,00059	0,00174	0,00653	0,00066	0,00210
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00108	0,00120	0,00891	0,00090	0,00239	0,00101	0,00209	0,00206
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,01768	0,00251	0,00039	0,01499	0,01465	0,02712	0,00973	0,18374

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2007 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,31352	0,03561	0,00094	0,00449	0,00053	0,01449
2	Промышленность	0,16656	0,45055	0,51139	0,18056	0,11146	0,16044
3	Строительство	0,00064	0,00198	0,02382	0,00355	0,01060	0,01180
4	Транспорт и торговля	0,12773	0,20208	0,06144	0,13206	0,03395	0,04910
5	Финансовые и страховые услуги	0,00898	0,01374	0,02697	0,06359	0,11053	0,05011
6	Другие услуги	0,00392	0,01264	0,01320	0,07262	0,07631	0,08470

Матрица прямых затрат (Украина, 3 отрасли, 2007 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	0,31352	0,03227	0,00676
2	Индустрия	0,16720	0,46048	0,16838
3	Услуги	0,14063	0,21625	0,23330

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2007 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,49163	0,04229	0,02950	0,10702	0,02582	0,05722	0,02642
2	Рыбное хозяйство	0,00046	1,03481	0,00029	0,00087	0,00025	0,00048	0,00026
3	Добывающая промышленность	0,08048	0,09125	1,14457	0,22962	0,38899	0,16080	0,05032
4	Перерабатывающая промышленность	0,44302	0,53815	0,37304	1,70490	0,35823	0,87761	0,26523
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,04495	0,04596	0,11233	0,07780	1,13624	0,05629	0,03484
6	Строительство	0,00477	0,00582	0,00866	0,00770	0,01161	1,02973	0,00838
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,23607	0,47735	0,18542	0,34681	0,11209	0,19237	1,10996
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00458	0,00696	0,00541	0,00740	0,00747	0,01083	0,01236
9	Деятельность транспорта и связи	0,11279	0,15706	0,17197	0,15377	0,10528	0,14388	0,13790
10	Финансовая деятельность	0,02927	0,05191	0,03676	0,04444	0,05401	0,04285	0,06738
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,07067	0,11500	0,06293	0,10164	0,05773	0,08921	0,21847
12	Государственное управление	0,00448	0,01054	0,01043	0,00966	0,01235	0,00695	0,00705
13	Образование	0,00028	0,00039	0,00044	0,00042	0,00072	0,00044	0,00062
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00138	0,00131	0,00140	0,00154	0,00168	0,00159	0,00179
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00498	0,01385	0,00781	0,00813	0,00724	0,00683	0,01448

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2007 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,06815	0,02958	0,00629	0,02444	0,02743	0,05992	0,05900	0,02900
2	Рыбное хозяйство	0,00314	0,00027	0,00007	0,00025	0,00042	0,00121	0,00103	0,00025
3	Добывающая промышленность	0,08724	0,13089	0,01634	0,06759	0,04919	0,06206	0,08333	0,05962
4	Перерабатывающая промышленность	0,53866	0,43748	0,08676	0,35490	0,23036	0,19294	0,40962	0,28197
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,05964	0,07123	0,01271	0,05985	0,04140	0,08213	0,07915	0,05418
6	Строительство	0,01095	0,00902	0,00407	0,02133	0,02632	0,00886	0,01174	0,01562
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,13622	0,12212	0,02580	0,08848	0,05728	0,05112	0,09540	0,08205
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,01274	0,00913	0,00507	0,00891	0,01558	0,00697	0,00556	0,01708
9	Деятельность транспорта и связи	0,08127	1,17551	0,03594	0,09050	0,08814	0,04492	0,07087	0,08644
10	Финансовая деятельность	0,06288	0,03502	1,16250	0,07874	0,03025	0,01899	0,03259	0,04920
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,14300	0,06990	0,13793	1,15958	0,04915	0,03739	0,05352	0,12229
12	Государственное управление	0,00784	0,00826	0,00234	0,00697	1,01139	0,03523	0,00733	0,01610
13	Образование	0,00051	0,00057	0,00049	0,00089	0,00195	1,00683	0,00087	0,00282
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00227	0,00212	0,01062	0,00215	0,00306	0,00162	1,00284	0,00345
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,02712	0,00733	0,00388	0,02344	0,02077	0,03613	0,01512	1,22972

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2007 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,49135	0,11202	0,06366	0,03678	0,02113	0,04719
2	Промышленность	0,60109	2,06398	1,12802	0,49719	0,32834	0,43050
3	Строительство	0,00468	0,00780	1,02965	0,00830	0,01494	0,01598
4	Транспорт и торговля	0,36456	0,50471	0,35162	1,28477	0,13169	0,17490
5	Финансовые и страховые услуги	0,05326	0,07357	0,07809	0,10680	1,14566	0,08319
6	Другие услуги	0,04812	0,07527	0,06511	0,11798	0,11080	1,11973

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2007 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,48926	0,10346	0,03586
2	Индустрия	0,59955	2,07405	0,46078
3	Услуги	0,44227	0,60398	1,44084

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2008 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,26042	0,01691	0,00432	0,03450	0,00067	0,00171	0,00234
2	Рыбное хозяйство	0,00023	0,06303	0,00048	0,00020	0,00001	0,00013	0,00000
3	Добывающая промышленность	0,00647	0,00692	0,05102	0,12571	0,29177	0,03769	0,00108
4	Перерабатывающая промышленность	0,18486	0,26441	0,13706	0,32300	0,12872	0,52841	0,07617
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,01161	0,01384	0,06455	0,02436	0,08054	0,01261	0,00741
6	Строительство	0,00046	0,00077	0,00296	0,00094	0,00487	0,01645	0,00118
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,11440	0,22444	0,05528	0,18097	0,00167	0,00912	0,04796
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00054	0,00231	0,00191	0,00136	0,00378	0,00590	0,00721
9	Деятельность транспорта и связи	0,03935	0,08224	0,10945	0,05009	0,01935	0,04206	0,08371
10	Финансовая деятельность	0,00421	0,00922	0,00773	0,01047	0,02300	0,01476	0,05727
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,00810	0,00615	0,01062	0,01210	0,01136	0,02860	0,14701
12	Государственное управление	0,00030	0,00231	0,00479	0,00265	0,01010	0,00155	0,00546
13	Образование	0,00008	0,00000	0,00039	0,00014	0,00066	0,00027	0,00087
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00035	0,00000	0,00047	0,00026	0,00060	0,00049	0,00105
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00027	0,00000	0,00124	0,00067	0,00182	0,00225	0,01212

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2008 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,03263	0,00036	0,00000	0,00103	0,01086	0,03533	0,02280	0,00287
2	Рыбное хозяйство	0,00246	0,00000	0,00000	0,00001	0,00038	0,00122	0,00082	0,00003
3	Добывающая промышленность	0,00237	0,06208	0,00001	0,00480	0,00586	0,01889	0,01075	0,00494
4	Перерабатывающая промышленность	0,25804	0,19769	0,01387	0,12821	0,10246	0,08306	0,20142	0,08229
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,02431	0,03709	0,00083	0,03192	0,02236	0,06382	0,04660	0,02348
6	Строительство	0,00367	0,00252	0,00015	0,01848	0,01539	0,00428	0,00498	0,00625
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,01970	0,01374	0,01878	0,00535	0,00352	0,00126	0,00277	0,00679
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00658	0,00604	0,00165	0,00667	0,01808	0,00588	0,00294	0,01110
8	Деятельность транспорта и связи	0,01321	0,09733	0,01996	0,03028	0,04742	0,01345	0,01792	0,03189
10	Финансовая деятельность	0,01495	0,01355	0,14015	0,02949	0,01698	0,00904	0,01374	0,02121
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,07557	0,03346	0,05346	0,13411	0,01871	0,01831	0,01569	0,05767
12	Государственное управление	0,00770	0,00328	0,00292	0,00464	0,00595	0,01738	0,00515	0,01738
13	Образование	0,00027	0,00093	0,00033	0,00144	0,00168	0,00546	0,00174	0,00446
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00157	0,00142	0,00238	0,00145	0,00260	0,00130	0,00180	0,00182
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,02323	0,00180	0,00029	0,01380	0,01328	0,01417	0,00919	0,16666

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2008 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,25938	0,02970	0,00184	0,00318	0,00033	0,01668
2	Промышленность	0,20353	0,45501	0,57871	0,18102	0,09938	0,16083
3	Строительство	0,00047	0,00139	0,01645	0,00185	0,01390	0,00698
4	Транспорт и торговля	0,15537	0,21247	0,05708	0,12504	0,03734	0,04409
5	Финансовые и страховые услуги	0,01063	0,01585	0,03180	0,08034	0,14055	0,03940
6	Другие услуги	0,00271	0,01178	0,01611	0,06951	0,04996	0,07358

Матрица прямых затрат (Украина, 3 отрасли, 2008 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,37980	0,08316	0,02933
2	Индустрия	0,68600	2,11390	0,45548
3	Услуги	0,50571	0,64414	1,44116

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2008 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,37735	0,05494	0,02403	0,08227	0,02196	0,05007	0,01630
2	Рыбное хозяйство	0,00051	1,06750	0,00068	0,00054	0,00034	0,00049	0,00013
3	Добывающая промышленность	0,09940	0,11763	1,14307	0,26038	0,40628	0,19955	0,05382
4	Перерабатывающая промышленность	0,49616	0,59406	0,34543	1,68687	0,37205	0,96042	0,24051
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,04822	0,05571	0,10066	0,07809	1,13438	0,06643	0,03330
6	Строительство	0,00391	0,00505	0,00614	0,00582	0,00892	1,02136	0,00647
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,26907	0,38278	0,13901	0,35035	0,10223	0,21437	1,10660
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00532	0,00872	0,00585	0,00781	0,00788	0,01155	0,01141
9	Деятельность транспорта и связи	0,12986	0,18916	0,17755	0,16884	0,10918	0,15410	0,13456
10	Финансовая деятельность	0,03801	0,05392	0,03178	0,05549	0,04974	0,05377	0,08833
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,07593	0,09594	0,05417	0,09977	0,05173	0,09850	0,20601
12	Государственное управление	0,00526	0,00880	0,00934	0,00995	0,01601	0,00840	0,00949
13	Образование	0,00077	0,00090	0,00099	0,00109	0,00132	0,00110	0,00162
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00139	0,00126	0,00130	0,00158	0,00151	0,00167	0,00206
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00684	0,00880	0,00587	0,00950	0,00653	0,00958	0,02072

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2008 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,07033	0,02299	0,00377	0,01803	0,02827	0,05989	0,05105	0,01832
2	Рыбное хозяйство	0,00284	0,00021	0,00004	0,00016	0,00056	0,00145	0,00104	0,00019
3	Добывающая промышленность	0,09558	0,15788	0,01471	0,07291	0,05921	0,08033	0,09280	0,06082
4	Перерабатывающая промышленность	0,51324	0,43339	0,06576	0,31557	0,24738	0,21774	0,39781	0,24412
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,05829	0,07458	0,00909	0,06030	0,04278	0,08746	0,07479	0,05077
6	Строительство	0,00812	0,00609	0,00214	0,02371	0,01782	0,00679	0,00760	0,01105
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,13634	0,11290	0,03807	0,07604	0,06070	0,05698	0,09271	0,06400
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,01086	0,00997	0,00330	0,01044	0,02066	0,00847	0,00586	0,01637
9	Деятельность транспорта и связи	0,07966	1,16870	0,03852	0,07898	0,08591	0,05094	0,06958	0,07795
10	Финансовая деятельность	0,04267	0,03805	1,17045	0,05448	0,03295	0,02385	0,03368	0,04480
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,12970	0,07763	0,08218	1,18390	0,04623	0,04290	0,04880	0,10434
12	Государственное управление	0,01265	0,00787	0,00460	0,00873	1,00888	0,02065	0,00889	0,02401
13	Образование	0,00100	0,00154	0,00063	0,00211	0,00211	1,00591	0,00221	0,00584
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00247	0,00228	0,00306	0,00230	0,00317	0,00184	1,00243	0,00286
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,03347	0,00669	0,00272	0,02196	0,01901	0,01987	0,01437	1,20423

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2008 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,38061	0,08769	0,05699	0,02807	0,01528	0,04250
2	Промышленность	0,68529	2,08812	1,27574	0,49902	0,30854	0,42133
3	Строительство	0,00375	0,00581	1,02123	0,00581	0,01802	0,00981
4	Транспорт и торговля	0,41727	0,53058	0,39438	1,28072	0,13337	0,16922
5	Финансовые и страховые услуги	0,07105	0,09269	0,10206	0,13453	1,18613	0,07499
6	Другие услуги	0,04796	0,07172	0,06924	0,10988	0,07826	1,10182

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2008 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,37980	0,08316	0,02933
2	Индустрия	0,68600	2,11390	0,45548
3	Услуги	0,50571	0,64414	1,44116

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2009 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,25644	0,07763	0,00214	0,03313	0,00017	0,00068	0,00582
2	Рыбное хозяйство	0,00017	0,07457	0,00001	0,00049	0,00001	0,00001	0,00003
3	Добывающая промышленность	0,01008	0,00367	0,06446	0,11893	0,33387	0,04266	0,00323
4	Перерабатывающая промышленность	0,18065	0,18032	0,15941	0,29734	0,11449	0,51800	0,07207
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,01163	0,02934	0,08042	0,02750	0,07150	0,01189	0,01083
6	Строительство	0,00019	0,00000	0,00107	0,00025	0,00176	0,00650	0,00038
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,12371	0,21394	0,06930	0,20672	0,00137	0,01068	0,03092
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00025	0,00122	0,00194	0,00116	0,00254	0,00541	0,00659
9	Деятельность транспорта и связи	0,04232	0,08924	0,12953	0,04982	0,01114	0,04520	0,09084
10	Финансовая деятельность	0,00225	0,00428	0,00749	0,00809	0,01582	0,00824	0,03321
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,00860	0,01284	0,01234	0,01477	0,01549	0,03674	0,18250
12	Государственное управление	0,00032	0,00122	0,00207	0,00242	0,00726	0,00366	0,00683
13	Образование	0,00006	0,00000	0,00042	0,00011	0,00052	0,00027	0,00135
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00032	0,00244	0,00134	0,00045	0,00093	0,00084	0,00124
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00018	0,00061	0,00151	0,00083	0,00222	0,00096	0,00867

Матрица прямых затрат (Украина, 15 отраслей, 2009 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,02880	0,00024	0,00000	0,00140	0,01276	0,03755	0,02059	0,00249
2	Рыбное хозяйство	0,00895	0,00001	0,00000	0,00000	0,00067	0,00188	0,00113	0,00006
3	Добывающая промышленность	0,00445	0,05709	0,00012	0,00884	0,00912	0,02589	0,01462	0,00490
4	Перерабатывающая промышленность	0,31422	0,18151	0,01833	0,11565	0,08232	0,07977	0,21430	0,09032
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,02725	0,04056	0,00083	0,03520	0,02928	0,07799	0,05042	0,02806
6	Строительство	0,00135	0,00146	0,00007	0,01833	0,00622	0,00153	0,00195	0,00289
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,01055	0,00861	0,00697	0,00750	0,00214	0,00112	0,00248	0,00821
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00440	0,00493	0,00176	0,00644	0,01218	0,00276	0,00142	0,01311
9	Деятельность транспорта и связи	0,01320	0,10041	0,00887	0,02736	0,03075	0,01042	0,01205	0,03395
10	Финансовая деятельность	0,01015	0,00640	0,16443	0,04378	0,00787	0,00570	0,00663	0,01376
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,07420	0,03850	0,06193	0,15796	0,01781	0,01465	0,01676	0,05949
12	Государственное управление	0,00350	0,00428	0,00159	0,00515	0,00535	0,01657	0,00258	0,00926
13	Образование	0,00050	0,00058	0,00028	0,00163	0,00171	0,00535	0,00086	0,00238
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00120	0,00248	0,00049	0,00169	0,00369	0,00208	0,00286	0,00320
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,01445	0,00253	0,00036	0,01606	0,01205	0,01294	0,00679	0,20012

Матрица прямых затрат (Украина, 6 отраслей, 2009 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	0,25570	0,02807	0,00069	0,00489	0,00052	0,01782
2	Промышленность	0,20246	0,43774	0,57254	0,17929	0,10898	0,16743
3	Строительство	0,00019	0,00044	0,00650	0,00088	0,01520	0,00284
4	Транспорт и торговля	0,16747	0,23255	0,06129	0,11783	0,02281	0,03789
5	Финансовые и страховые услуги	0,00879	0,01410	0,02986	0,06978	0,14083	0,05076
6	Другие услуги	0,00301	0,01373	0,02085	0,08255	0,06787	0,07958

Матрица прямых затрат (Украина, 3 отрасли, 2009 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	0,25570	0,02622	0,00785
2	Индустрия	0,20265	0,44767	0,16490
3	Услуги	0,17927	0,25039	0,23079

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2009 г.)

		1	2	3	4	5	6	7
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	1,36918	0,13784	0,02293	0,07744	0,01928	0,04488	0,02051
2	Рыбное хозяйство	0,00056	1,08095	0,00030	0,00097	0,00029	0,00063	0,00028
3	Добывающая промышленность	0,10484	0,10801	1,17970	0,25387	0,46049	0,20030	0,06067
4	Перерабатывающая промышленность	0,47283	0,46882	0,38972	1,63158	0,35845	0,90834	0,23272
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,05406	0,07781	0,12934	0,08947	1,13793	0,07341	0,04282
6	Строительство	0,00274	0,00318	0,00350	0,00376	0,00421	1,00989	0,00572
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,28568	0,36725	0,17359	0,37954	0,11559	0,22810	1,09271
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00466	0,00682	0,00607	0,00722	0,00637	0,01058	0,01064
9	Деятельность транспорта и связи	0,13915	0,19828	0,21518	0,17551	0,11640	0,16110	0,14348
10	Финансовая деятельность	0,02797	0,03578	0,02981	0,04363	0,03869	0,03937	0,06228
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,09633	0,12207	0,07783	0,13006	0,06901	0,12628	0,25675
12	Государственное управление	0,00542	0,00752	0,00706	0,00945	0,01199	0,01002	0,01083
13	Образование	0,00087	0,00102	0,00115	0,00124	0,00122	0,00117	0,00215
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00177	0,00437	0,00285	0,00242	0,00250	0,00261	0,00254
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00683	0,00913	0,00740	0,01007	0,00778	0,00867	0,01838

Матрица полных затрат (Украина, 15 отраслей, 2009 г.) (продолжение)

		8	9	10	11	12	13	14	15
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,06823	0,02007	0,00364	0,01722	0,02747	0,06182	0,04742	0,01821
2	Рыбное хозяйство	0,01009	0,00032	0,00007	0,00028	0,00098	0,00223	0,00150	0,00043
3	Добывающая промышленность	0,11246	0,15276	0,01475	0,08024	0,05723	0,09696	0,10212	0,06963
4	Перерабатывающая промышленность	0,58089	0,39304	0,06617	0,29378	0,19176	0,20735	0,40053	0,26000
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,07034	0,08223	0,00980	0,06888	0,04936	0,10606	0,08308	0,06284
6	Строительство	0,00479	0,00397	0,00201	0,02322	0,00754	0,00302	0,00364	0,00643
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,15645	0,10906	0,02538	0,08211	0,05246	0,06209	0,10322	0,07587
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	1,00847	0,00838	0,00327	0,01028	0,01407	0,00500	0,00402	0,01914
9	Деятельность транспорта и связи	0,09031	1,17240	0,02387	0,07854	0,06349	0,05099	0,06710	0,08637
10	Финансовая деятельность	0,03555	0,02530	1,20420	0,07395	0,01840	0,01773	0,02252	0,03557
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,14568	0,09170	0,09744	1,22631	0,04528	0,04466	0,05915	0,12104
12	Государственное управление	0,00829	0,00834	0,00303	0,00918	1,00752	0,01938	0,00592	0,01466
13	Образование	0,00125	0,00118	0,00058	0,00238	0,00205	1,00578	0,00132	0,00350
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00254	0,00376	0,00093	0,00288	0,00434	0,00288	1,00376	0,00492
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,02435	0,00801	0,00310	0,02686	0,01765	0,01913	0,01209	1,25499

Матрица полных затрат (Украина, 6 отраслей, 2009 г.)

		1	2	3	4	5	6
1	Сельское хозяйство	1,37305	0,08240	0,05169	0,02982	0,01645	0,04387
2	Промышленность	0,66710	2,03118	1,21951	0,48319	0,32593	0,42403
3	Строительство	0,00210	0,00296	1,00913	0,00356	0,01871	0,00487
4	Транспорт и торговля	0,44084	0,55720	0,40745	1,27555	0,12548	0,17057
5	Финансовые и страховые услуги	0,06435	0,08467	0,09372	0,11967	1,18642	0,08729
6	Другие услуги	0,05878	0,08685	0,08467	0,13061	0,10407	1,11477

Матрица полных затрат (Украина, 3 отрасли, 2009 г.)

		1	2	3
1	Сельское хозяйство	1,37258	0,07922	0,03099
2	Индустрия	0,66359	2,04370	0,44490
3	Услуги	0,53590	0,68371	1,45208

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Числа и векторы Фробениуса для экономики Украины за 2003–2009 гг.

ТАБЛИЦА П. 2.1. Числа и векторы Фробениуса для 15-отраслевых матриц А и В

		2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
λ_A		0,58641	0,58476	0,59611	0,58495	0,57231	0,56623	0,56958
λ_B		2,41787	2,40825	2,47591	2,40936	2,33812	2,30535	2,32332
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,10177	0,07615	0,07084	0,06833	0,06328	0,04409	0,03947
2	Рыбное хозяйство	0,00018	0,00029	0,00024	0,00026	0,00039	0,00033	0,00047
3	Добывающая промышленность	0,16095	0,14523	0,14102	0,13164	0,11518	0,13097	0,13376
4	Перерабатывающая промышленность	0,31416	0,32355	0,37801	0,37361	0,35441	0,34770	0,31934
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,07168	0,05568	0,05528	0,05943	0,05277	0,05381	0,06229
6	Строительство	0,00138	0,00172	0,00411	0,00414	0,00707	0,00587	0,00464
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,12725	0,12228	0,14329	0,14683	0,15471	0,15140	0,15340
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,00460	0,00466	0,00278	0,00640	0,00611	0,00649	0,00600
9	Деятельность транспорта и связи	0,09892	0,11132	0,09658	0,09983	0,10367	0,11028	0,11456
10	Финансовая деятельность	0,04710	0,07589	0,03874	0,03197	0,03985	0,04523	0,03822
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,05467	0,06422	0,05641	0,06065	0,08519	0,08411	0,10667
12	Государственное управление	0,00655	0,00958	0,00596	0,00569	0,00638	0,00727	0,00679
13	Образование	0,00111	0,00107	0,00034	0,00098	0,00041	0,00102	0,00112
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,00338	0,00172	0,00100	0,00136	0,00155	0,00141	0,00202
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,00631	0,00664	0,00539	0,00888	0,00904	0,01001	0,01127

ТАБЛИЦА П. 2.2. Левые векторы Фробениуса для 15-отраслевых матриц A и B

		2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1	Сельское хозяйство, охотничье и лесное хозяйство	0,07863	0,08343	0,08846	0,09560	0,09659	0,09771	0,09502
2	Рыбное хозяйство	0,09255	0,08620	0,09618	0,09522	0,08908	0,09660	0,09270
3	Добывающая промышленность	0,08273	0,08359	0,07885	0,07495	0,06585	0,06087	0,07100
4	Перерабатывающая промышленность	0,11130	0,11684	0,10888	0,10698	0,10752	0,10726	0,10392
5	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,08082	0,07813	0,07130	0,07134	0,07204	0,07293	0,07692
6	Строительство	0,09446	0,10566	0,10194	0,10610	0,10813	0,11957	0,11364
7	Торговля; ремонт автомобилей, бытовых изделий и предметов личного потребления	0,04089	0,03394	0,05157	0,05414	0,05117	0,04817	0,04931
8	Деятельность гостиниц и ресторанов	0,08405	0,08612	0,08654	0,07564	0,07526	0,07343	0,08010
9	Деятельность транспорта и связи	0,05106	0,05040	0,05976	0,06347	0,06634	0,06712	0,06321
10	Финансовая деятельность	0,03523	0,02492	0,02727	0,02261	0,02139	0,01655	0,01595
11	Операции с недвижимым имуществом, аренда, инжиниринг и предоставление услуг	0,04668	0,04560	0,04573	0,05533	0,05621	0,05311	0,05366
12	Государственное управление	0,05084	0,05218	0,03777	0,03368	0,03868	0,04058	0,03274
13	Образование	0,03531	0,03497	0,03656	0,03636	0,03736	0,04064	0,04115
14	Здравоохранение и предоставление социальной помощи	0,06016	0,06128	0,05593	0,05524	0,05778	0,05652	0,05639
15	Предоставление коммунальных и индивидуальных услуг, деятельность в сфере культуры и спорта	0,05529	0,05676	0,05326	0,05334	0,05660	0,04893	0,05429

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bortis H. Institutions, behaviour and economic theory. A contribution to classical-Keynesian political economy. – Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

   (Бортіс Г. Інституції, поведінка та економічна теорія. Внесок до класико-кейнсіанської політичної економії. – К.: Видавничий дім «Києво-Могилянська академія», 2005. – 560 с.

   Бортис Г. Институции, поведение и экономическая теория. Вклад в классико-кейнсианскую политическую экономию. – К.: Издат. дом «Києво-Могилянська академія», 2009. – 598 с.)
2. Bortis H. Keynes and the Classics: Notes on the Monetary Theory of Production // In: Louis-Philippe ROCHON and Sergio ROSSI (eds.): Modern Theories of Money – The Nature and Role of Money in Capitalist Economies. – Cheltenham, UK and Northampton, MA, USA: Edward Elgar, 2003. – P. 411–474.
3. Михалевич М. В., Сергиенко И. В. Моделирование переходной экономики: модели, методы, информационные технологии. – К.: Наук. думка, 2005. – 672 с.
4. Sergienko I. V., Mikhalevich M. V., Koshlai, L. B. Optimization Models in a Transition Economy. – Springer Optimization and its Application, Vol. 101, 2014, VIII, 334 p.
5. Sraffa P. Production of Commodities by Means of Commodities. – Cambridge: Cambridge University Press, 1960.
6. Михалевич М. В., Кошлай Л. Б. Моделирование рынка труда с использованием двухаргументной функции предложения труда // *Кибернетика и системный анализ.* – 2010. – № 5. – С. 18–30.
7. Keynes J. M. A Treatise on Money. – London: Macmillan, 1930. Reprinted in *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Vols V and VI. – London and Basingstoke: Macmillan, 1971.
8. Keynes J. M. The General Theory of Employment, Interest and Money. – London: Macmillan, 1936. Reprinted in *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Vol. VII, London and Basingstoke: Macmillan, 1973.
9. Pasinetti L. L. Theory of value: a source of alternative paradigms in economic analysis // In: M. Baranzini and R. Scazzieri (eds), *Foundations of Economics: Structures of Inquiry and Economic Theory*. – Oxford and New York: Basil Blackwell and St. Martin's Press, 1986. – P. 409–431.
10. Keynes J. M. A Treatise on Probability. – London: Macmillan, 1921. Reprinted in *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Vol. VIII. – London and Basingstoke: Macmillan, 1988.

11. Hicks J. R. Mr. Keynes and the «classics»: a suggested interpretation // *Econometrica*. – 1937. – 5 (2). – P. 147−159. Reprinted in J. R. Hicks *Money, Interest and Wages: Collected Essays on Economic Theory*. – Oxford: Basil Blackwell, 1982. – Vol. II. – P. 100–115.
12. Keynes J. M. A monetary theory of production. – Reprinted in *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, Vol. XIII *The General Theory and After: Part I Preparation*. – London and Basingstoke: Macmillan, 1933/1973. – P. 408–411.
13. Harcourt G. C. Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital. – Cambridge: Cambridge University Press, 1972.
14. Hicks J. R. A Contribution to the Theory of the Trade Cycle. – Oxford: Oxford University Press, 1950.
15. Harrod R. F. An essay in dynamic theory // *Economic Journal*. – 1939. – 49 (193). – P. 14–33.
16. Garegnani P. Two routes to effective demand // In: J. A. Kregel (ed.), *Distribution, Effective Demand and International Economic Relations*. – London: Macmillan, 1983. – P. 69–80.
17. Robinson J. The Accumulation of Capital. – London: Macmillan, 1956.
18. Ricardo D. On the Principles of Political Economy and Taxation // In: P. Sraffa and M. Dobb (eds) *The Works and Correspondence of David Ricardo*, Vol. I. – Cambridge: Cambridge University Press, 1821/1951.
19. Robertson D. H. Economic Commentaries. – London: Staples, 1956.
20. Roncaglia A. Piero Sraffa: His Life, Thought and Cultural Heritage. – London and New York: Routledge, 2000.
21. Harcourt G. C. Marshall, Sraffa and Keynes: incompatible bedfellows? // *Eastern Economic Journal*. – 1981. – **7** (1). – P. 39–50. Reprinted in C. Sardoni (ed.) *On Political Economists and Modern Political Economy: Selected Essays of G. C. Harcourt*. – London and New York: Routledge, 1992. – P. 250–264.
22. Pasinetti L. L. Sraffa's circular process and the concept of vertical integration // *Political Economy – Studies in the Surplus Approach*. – 1986. – 2 (1). – P. 3–16.
23. Pasinetti L. L. Structural Change and Economic Growth: A Theoretical Essay on the Dynamics of the Wealth of Nations. – Cambridge: Cambridge University Press, 1981.
24. Samuelson P. A. Parable and realism in capital theory: the surrogate production function // *Review of Economic Studies*. 1962. – 29 (3). – P. 193–206. Reprinted in G. C. Harcourt and N. F. Laing (eds), *Capital and Growth*. – Harmondsworth: Penguin, 1971. – P. 213–232.
25. Lowe A. The Path of Economic Growth. – Cambridge: Cambridge University Press, 1976.
26. Garegnani P. Heterogeneous capital, the production function and the theory of distribution // *Review of Economic Studies*. – 1970. – 37 (3). – P. 407–436.
27. Oncken A. Geschichte der Nationalökonomie, Vol. I (only one volume published). – Leipzig: Hirschfeld, 1902.

28. Smith A. An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations. – Oxford: Clarendon Press, 1776/1976.
29. Marx K. Das Kapital. 3 vols. – Berlin: Dietz-Verlag, 1867–1894/1973–1974.
30. Kalecki M. Selected Essays on the Dynamics of the Capitalist Economy, Further Contributions to Monetary Analysis. – Cambridge: Cambridge University Press, 1971.
31. Pasinetti L. L. Lectures on the Theory of Production. – London: Macmillan, 1977.
32. Bortis H. Structural economic dynamics and technical progress in a pure labour economy // *Structural Change and Economic Dynamics.* – 1996. – 7 (2). – P. 135–146.
33. Kaldor N. Economics Without Equilibrium. – Armonk: M. E. Sharpe, 1985.
34. Schumpeter J. A. John Maynard Keynes, 1883–1946 // *American Economic Review*. – 1946. – 36 (4). – P. 495–518.
35. Garegnani P. Notes on consumption, investment and effective demand: I // *Cambridge Journal of Economics*, 1978. – 2 (4). – P. 335–353.
36. Garegnani P. Notes on consumption, investment and effective demand: II // *Cambridge Journal of Economics*, 1979. – 3 (1). – P. 63–82.
37. Pasinetti L. L. Structural Economic Dynamics: A Theory of the Consequences of Human Learning. – Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
38. Pasinetti L. L. Piero Sraffa: an Italian economist at Cambridge, in L. L. Pasinetti (ed.), *Italian Economic Papers*, Vol. III. – Oxford and Bologna: Oxford University Press and Il Mulino. 1998. – P. 365–383.
39. Fitzgibbons A. Keynes's Vision: A New Political Economy. – Oxford: Clarendon Press, 1988.
40. O'Donnell R. A. *Keynes:* Philosophy, Economics and Politics – The Philosophical Foundations of Keynes's Thought and their Influence on his Economics and Politics. – London and New York: Macmillan and St. Martin's Press, 1989.
41. Mini P. Keynes, Bloomsbury and The General Theory. – London and New York: Macmillan and St. Martin's Press, 1991.
42. Porta P. L. Joan Robinson and Piero Sraffa // *Rivista internazionale discienze economiche e commerciali*. – 1995. – 42 (9). – P. 681–689.
43. Шаров А. «Киевский консенсус»: проблемы анархии, монархии и олигархии // *Зеркало недели. Украина.* – № 20, 6 июня 2014.
44. Кейнс Дж. М. Экономические возможности для наших внуков (с послесловием), Перев. Шестаков Д. Е. // *Вопросы экономики.* – 2009. – № 6. – С. 60–69.
45. Сергиенко И. В., Михалевич М. В., Стецюк П. И., Кошлай Л. Б. Межотраслевая модель планирования структурно-технологических изменений // *Кибернетика и системный анализ*. – 1998. – № 3. – С. 3–17.
46. Кошлай Л. Б., Михалевич М. В., Сергиенко И. В. Моделирование внешнеэкономической деятельности в условиях переходной экономики // *Кибернетика и системный анализ*. – 2001. – № 4. – С. 61–84.

47. Михалевич М. В., Сергієнко І. В. Застосування методів стохастичної оптимізації для дослідження трансформаційних процесів в економіці // *Системні дослідження та інформаційні технології*. – 2004. – № 4. – С. 7–29.

48. Михалевич В. С., Михалевич М. В. Динамические макромодели процессов ценообразования в переходной экономике // *Кибернетика и системный анализ*. – 1995. – № 3. – С. 28–49.

49. Сергиенко И. В., Шило В. П., Рощин В. А. РЕСТАРТ-технология решения задач дискретного программирования // *Кибернетика и системный анализ.* – 2000. – № 5. – С. 45–52.

50. Шор Н. З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – Киев: Наук. думка, 1979. – 199 с.

51. Шор Н. З., Стецюк П. И. Использование модификации *r*-алгоритма для нахождения глобального минимума полиномиальных функций // *Кибернетика и системный анализ*. – 1997. – № 4. – С. 28–49.

52. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 279 с.

53. Сергиенко И. В., Михалевич М. В., Стецюк П. И., Кошлай Л. Б. Модели и информационные технологии для поддержки принятия решений при проведении структурно-технологических преобразований // *Кибернетика и системный анализ*. – 2009. – № 2. – С. 26–49.

54. Стецюк П. И. Субградиентные методы переменной метрики, использующие шаг Агмона-Моцкина и одноранговый эллипсоидальный оператор // Труды АТИК – 2007–2008. – Кишинэу: Эврика. – 2009. – Т. I (XII). – С. 16–25.

55. Стецюк П. И. Об одном методе для нахождения допустимой точки выпуклого неравенства // Теория оптимальных решений. – К.: Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины, 2000. – С. 3–10.

56. Шор Н. З., Стеценко С. И. Квадратичные экстремальные задачи и недифференцируемая оптимизация. – Киев: Наук. думка, 1989. – 208 с.

57. Розробка комп’ютерних технологій для дослідження соціально-економічних процесів на пізніх стадіях ринкових реформ / Михалевич М. В., Дейнека В. С., Гуляницький Л. Ф., Донець Г. П., Кошлай Л. Б., Стецюк П. І. та інші. – Звіт про виконання науково-дослідної роботи за договором № ВК.135.23 між Національною академією наук України та Інститутом кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України. – К.: Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2011. – 246 с.

58. Бардадым Т. А., Березовский О. А. Верхние оценки для оптимизационных задач межотраслевого планирования структурно-технологических изменений // Теория оптимальных решений. – К.: Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины, 2010. – № 9. – С. 40–46.

59. Березовский О. А., Стецюк П. И. Об одном способе нахождения двойственных квадратичных оценок Шора // *Кибернетика и системный анализ.* – 2008. – № 6. – С. 89–99.

60. Стецюк П. И. Новые модели квадратичного типа для задачи о максимальном взвешенном разрезе графа // *Кибернетика и системный анализ*. – 2006. – № 1. – С. 63–75.

61. Ашманов С. А. Введение в математическую экономику. – М.: Наука, 1984. – 296 с.
62. Пономаренко О. І., Перестюк М. О., Бурим В. М. Сучасний економічний аналіз. Ч. 2. Макроекономіка. – Київ: Вища школа, 2004. – 208 с.
63. Стецюк П. И., Кошлай Л. Б., Пилиповский А. В. О задаче оптимального соотношения между спросом и добавленной стоимостью в моделях Леонтьева // Теорія оптимальних рішень. – К: Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2010. – № 9. – С. 136–143.
64. Стецюк П. И., Кошлай Л. Б. Оптимальная нормированная структура спроса и добавленной стоимости в продуктивной модели Леонтьева // *Кибернетика и системный анализ*. – 2010. – № 5. – С. 51–59.
65. Стецюк П. И., Кошлай Л. Б. Об одной экстремальной задаче для связи прямой и двойственной моделей Леонтьева // *Спектральные и эволюционные задачи.* – 2011. – Т. 2. – № 2. – С. 164–169.
66. Стецюк П. И., Бондаренко А. В. О спектральных свойствах модели Леонтьева // Теорія оптимальних рішень. – К: Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2011. – № 10. – С. 84–90.
67. Статистическая информация [Электронный ресурс]: Таблица «Затраты-выпуск» (в ценах потребителей). – К.: Госкомстат Украины. – http://www.ukrstat.gov.ua. – Режим доступа: свободный.
68. Стецюк П. И. О спектральных свойствах матриц Леонтьева // Статистика. Моделирование. Оптимизация: сборник трудов Всероссийской конференции (Челябинск, 28 ноября – 3 декабря 2011 г.). – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – С. 173–178.
69. Стецюк П. И. Квадратичная задача для максимального сингулярного числа // Праці Міжнародної наукової конференції «Питання оптимізації обчислень» (ПОО-XL), присвяченої 90-річчю від дня народження академіка В. М. Глушкова, Україна, Крим, Велика Ялта, смт. Кацивелі, 30 вересня – 4 жовтня 2013 р. – Київ: Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2013. – С. 255.
70. Стецюк П. И., Эмменеггер Ж.-Ф. Максимальное сингулярное число матрицы и его экономическая интерпретация // *Кибернетика и системный анализ:* – 2014. – № 3. – С. 51–57.
71. Sraffa P. Warenproduktion mittels Waren, Edition Suhrkamp 780, Erste Auflage, Übersetzung von Sraffa (1960) mit einem Nachwort von Bertram Schefold, 1976.
72. Gantmacher F. R. Matrizentheorie. – Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, New-York, Tokyo, 1986.
73. Frobenius G. Über Matrizen aus nicht negativen Elementen // *Berliner Bericht*, 1912. – S. 456–477.
74. Emmenegger, J.-F., Algorithmen und Berechnungen zu Piero Sraffa's Standardware, 7. Input-Output-Workshop, Gesellschaft für Wirtschaftliche Strukturforschung mbH, Schloss Osnabrück, 49080 Osnabrück, 3–4 April 2014.
75. Shor N. Z. Nondifferentiable optimization and polynomial problems. – Boston; Dordrecht; London: Kluwer Academic Publishers, 1998. – 412 p.

76. Шор Н. З. Методы недифференцируемой оптимизации и сложные экстремальные задачи: Сб. избр. тр. – Кишинэу: Эврика, 2008. – 270 с.
77. Шор Н. З. Методы минимизации негладких функций и матричные задачи оптимизации: Сб. избр. тр. – Кишинэу: Эврика, 2009. – 240 с.
78. Шор Н. З., Журбенко Н. Г., Лиховид А. П., Стецюк П. И. Развитие алгоритмов недифференцируемой оптимизации и их приложения // *Кибернетика и системный анализ*. – 2003. – № 4. – С. 80–94.
79. Сергиенко И. В., Стецюк П. И. О трех научных идеях Н. З. Шора // *Кибернетика и системный анализ.* – 2012. – № 1. – С. 4–22.
80. Шор Н. З. Применение метода градиентного спуска для решения сетевой транспортной задачи. Материалы науч. семинара по теорет. и прикл. вопр. кибернетики и исследования операций: Науч. совет по кибернетики АН УССР. – Киев. – 1962. – Вып. 1. – С. 9–17.
81. Сергієнко І. В. Методи оптимізації та системного аналізу для задач трансобчислювальної складності. – К.: Академперіодика, 2010. – 296 с.
82. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
83. Еремин И. И. Обобщение релаксационного метода Агмона-Моцкина // УМН. – 1965. – Т. XX. – Вып. 2(122). – С. 183–187.
84. Васин В. В., Еремин И. И. Операторы и итерационные процессы фейеровского типа (теория и приложения). – Москва; Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – 200 с.
85. Нурминский Е. А. Фейеровские алгоритмы с адаптивным шагом // *Журн. вычисл. математики и мат. физики*. – 2011. – Т. 51. – Вып. 5. – С. 791–801.
86. Balinski M. L., Wolfe P. (eds.) Nondifferentiable optimization. Math. Programming Study, 3. – Amsterdam: North-Holland, 1975. – 178 p.
87. Nesterov Y. Efficiency of coordinate descent methods on huge-scale optimization problems // CORE Discussion Paper #2010/2, 2010. – 23 p.
88. Шор Н. З., Билецкий В. И. Метод растяжения пространства для ускорения сходимости в задачах овражного типа // Тр. семинара Науч. совета АН УССР по кибернетике «Теория оптимальных решений». – Киев. – 1969. – № 2. – С. 3–18.
89. Шор Н. З. Использование операций растяжения пространства в задачах минимизации выпуклых функций // *Кибернетика*. – 1970. – № 1. – С. 6–12.
90. Шор Н. З. Метод отсечения с растяжением пространства для решения задач выпуклого программирования // *Там же*. – 1977. – № 1. – С. 94–95.
91. Юдин Д. Б., Немировский А. С. Информационная сложность и эффективные методы решения выпуклых экстремальных задач // *Экономика и мат. методы.* – 1976. – Вып. 2. – С. 357–359.
92. Grötschel M., Lovász L., Schrijver A. Geometric algorithms and combinatorial optimization. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – 362 p.
93. Шор Н. З., Журбенко Н. Г. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов // *Кибернетика*. – 1971. – № 3. – С. 51–59.

94. Стецюк П. И. r-алгоритмы и эллипсоиды // *Кибернетика и системный анализ*. – 1996. – № 1. – С. 113–134.
95. Kappel F., Kuntsevich A. V. An implementation of Shor's r-algorithm // *Computational Optimization and Applications*. – 2000. – 15. – P. 193–205.
96. Bachem A., Grötschel M., Korte B. (eds.) Mathematical Programming: the state of art, Bonn, 1982. – Berlin: Springer-Verlag, 1983. – 655 p.
97. Стецюк П. И. Ортогонализующие линейные операторы в выпуклом программировании // *Кибернетика и системный анализ*. – 1997. – № 3. – С. 97–119 (Ч. I). – 1997. – № 5. – С. 111–124 (Ч. II).
98. Шор Н. З., Давыдов А. С. О методе получения оценок в квадратичных экстремальных задачах с булевыми переменными // *Там же*. – 1985. – № 2. – С. 48–50.
99. Шор Н. З. Квадратичные оптимизационные задачи // *Известия АН СССР. «Техническая кибернетика»*. – 1987. – № 1. – С. 128–139.
100. Шор Н. З. Об одном подходе к получению глобальных экстремумов в полиномиальных задачах математического программирования // *Кибернетика*. – 1987. – № 5. – С. 102–106.
101. Шор Н. З. Об одном классе оценок глобального минимума полиномиальных функций // *Там же*. – 1987. – № 6. – С. 9–11.
102. Shor N. Z., Stetsyuk P. I. Lagrangian bounds in multiextremal polynomial and discrete optimization problems // *J. of Global Optimization*. – 2002 – 23. – P. 1–41.
103. Стецюк П. И. О новых свойствах оценок Шора для взвешенного числа устойчивости графа // Праці міжнарод. конф. «50 років Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України». – К.: Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины, 2008. – С. 164–173.
104. Belton M., Fleisher Th., Kneisner L. Labor economics: Theory, evidence and policy. – N.Y.: Prentice Hall, 1984. – 768 p.
105. Blanchflower D. G., Oswald A. J. The wage curve // *Scandinav. J. of Econom*. – 1990. – 92. – P. 215–235.
106. Blanchflower D. G. Unemployment, well-being, and wage curves in Eastern and Central Europe // *J. of the Japanese and Intern. Econom*. – 2001. – 15. – P. 364–402.
107. Montuega-Gomez V. M., Ramos-Parreno J. M. Reconciling the wage curve and the Phillips curve // *J. of Econom. Surveys*. – 2005. – 19. – P. 735–736.
108. Blanchflower D. G., Oswald A. J. Estimating a wage curve for Britain // *Econom. J.* – 1994. – 104. – P. 1025–1043.
109. Chamberlin G., Yueh L. Macroeconomics. – N.Y.: Thomson Learning, 2006. – 582 p.
110. Shapiro C., Stiglitz J. E. Equilibrium unemployment as a worker discipline device // *American Econom. Rev.* – 1984. – 73. – P. 433–444.
111. Кошлай Л. Б., Михалевич М. В., Сергиенко И. В. Моделирование процессов занятости и роста в переходной экономике // *Кибернетика и системный анализ*. – 1999. – № 3. – С. 58–75.

112. Resnicoff M. European Union minimum monthly salaries. – 2008. – http://www.suite101.com.
113. Карманов В. Г. Математическое программирование. – М.: Наука, 1980. – 256 с.
114. Каткова М. А., Митяева Н. В. Ассиметричность структурных институциональных и технологических изменений в экономике // *Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 3. Экон. Экол.* – 2014. – № 6 (29). – С. 16–22.
115. Краснодубец, Л. А. Автоматизированный анализ и прогнозирование показателей грузовой транспортной системы Украины на основе коинтеграционных моделей [Текст] / Л. А. Краснодубец, А. В. Первухин, В. В. Голикова // *Вестник СевГТУ: «Автоматизация производственных процессов»: Сб. научн. тр.* – Севастополь. – 2010. – № 107. – С. 34–37.
116. Pervukhina E., Golikova V., Emmenegger J.-F. Cointegration: a Tool to Analyze Cargo Ukrainian Transport / E. Pervukhina, V. Golikova, J.-F. Emmenegger // Abstracts of the 5th Intern. Conf. of Applied Mathematics and Computing. – Plovdiv, Bulgaria, August 2008. – P. 359.
117. Pervukhin A. Adaptive Time Series Filtering Algorithms with Different Estimating Criterions / A. Pervukhin, J.-F. Emmenegger // Abstracts of the 5th Intern. Conf. of Applied Mathematics and Computing in Plovdiv, Bulgaria, August 2008. – P. 360.
118. Емменеггер Ж.-Ф., Первухин А., Голикова В. В. Эконометрическое моделирование грузовой транспортной системы Украины // *Галицкий экономический вестник.* – 2011. – № 4 (33). – С. 49.
119. Pervukhin A., Golikova V., Emmenegger J.-F. How to Improve the Forecast Analysis of Time Series with Missing Values // Праці Міжнародного симпозіуму «Питання оптимізації обчислень» (ПОО – XXXV), смт. Кацивелі, Україна, 24–29 вересня 2009 р. – К.: Ин-т кібернитики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2009. – Том 2. – С. 178–182.
120. Первухина Е. Л., Степанченко Т. Л., Первухин А. В. Анализ адаптивного алгоритма фильтрации случайных последовательностей // Матеріалы XIII Міжнародної конференції з автоматичного управління (Автоматика–2006), Вінниця, 25–28 вересня 2006. – Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2007. – С. 47–51.
121. Первухин А. В. On adaptive time series filtering based on stochastic optimization technique // Тезисы докладов международной конференции «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация, Минск, 29 сентября – 4 октября 2008. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2008. – С. 38.
122. Первухина Е. Л., Степанченко Т. Л., Первухин А. В. Исследование частотных свойств адаптивного фильтра для стационарных случайных последовательностей // Abstracts of the Intern. Conf. Predictions and Decision Making under Uncertainties, Kiev, September 2005. – P. 205–207.
123. Первухин А. В., Голикова В. В. Численно-аналитическая реализация метода анализа ошибок при моделировании динамических систем // Материалы VII Международной научно-практической конференции «Безопасность жизнедеятельности предприятий в промышленно развитых регионах», г. Кемерово, Россия, 15–16 ноября 2007 г. – Кемерово: КузГТУ, 2007. – Том 2. – С. 57–59.

124. Emmenegger J.-F., Pervukhina E., Golikova V., Osipov K. An optimization technique based on a vector autoregression model with state space representation: application to Ukrainian cargo transport data // *Optimization: A J. of Mathematical Programming and Operations Research.* – 2014. – №1. – Vol. 63. – P. 93–108.
125. Emmenegger J.-F., Pervukhina E., Golikova V. Cargo Volume Analysis of the Transport Industry of Ukraine // *Intern. J. of Pure and Applied Mathematics*. – 2011. – Vol. 72. – N 1. – P. 101–123.
126. Pervukhina E., Emmenegger J.-F. Adaptive Time Series Filters Obtained by Minimization of the Kullback-Leibler Divergence Criterion // *Intern. J. of Applied Mathematics.* – 2005. – Vol. 17. – N 1. – P. 69–89.
127. Pervukhina, E. Identification of a technical system on trials for adaptation to specific functioning model // *Zeitschrift fuer Angewandte Mathematik und Mechanik.* – 1996. – 76, suppl. 3. – P. 533–534.
128. Emmenegger J.-F., Pervukhina E. Modelling Seasonality of Economic Time Series // Proc. of the Intern. Conf. on Interaction of Theory and Practice: Key Problems and Solutions, Free University of Burgas, Bulgaria, 24–25 June 2011.
129. Pervukhina E., Stepanchenko T., Osipov K. Kullback-Leibler Information Divergence in Adaptive Filtering Problems // Праці Міжнародного симпозіуму «Питання оптимізації обчислень» (ПОО – XXXV), смт. Кацивелі, Україна, 24–29 вересня 2009 р. – К.: Ин-т кібернитики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2009. – Том 2. – 183–187.
130. Pervukhina E., Emmenegger J.-F. Adaptive time series filters to smooth and forecast economic variables // PAMM – Volume 7, Issue 1 (Special Issue: the 6th Intern. Congress on Industrial Applied Mathematics (ICIAM07) and GAMM Annual Meeting, Zürich 2007), Date: December 2007. – P. 1081605–1081606, http://www3.interscience.wiley.com/journal/91016652/home.
131. Pervukhina E., Golikova V. Analysis of Errors at Multivariate Nonstationary Processes // Proc. of Intern. Conf. on Control «Automatics 2007». – Sevastopol, Ukraine. – 2007. – P. 122–124.
132. Pervukhina E., Emmenegger J.-F. Time Series Models and the Kalman Filter for Analysis of Irregularly Observed Data In: Proceedings in Computational Statistics, 14th Symposium at Utreht, Netherlands, August 2000, pp. 79–80.
133. Pervukhina E. Synthesis of Algorithms for Identification of Linear Discrete Dynamic Systems under Conditions of Uncertainty // Proc. of Intern. Conf. on Control «Automatics 2000», Lvov, Ukraine. – 2000. – P. 199–203.
134. Emmenegger J.-F., Pervukhina E., Golikova V. Operational research for sustainable strategies of cargo transport development // Proceedings of III Moscow Intern. Confern. on Operational Research (ORM2013), Moscow, October 15–18. – 2013. – Vol. I. – P. 267–270.
135. Emmenegger J.-F., Pervukhina E., Golikova V. Multiple time series analysis applied in modeling complex machines // Proc. of the Intern. Conf. «Automatization: Problems, Ideas, Solutions», Sevastopol, September 2013. – P. 53–55 (in Russian).

136. Emmenegger J.-F., Pervukhina E., Stepanchenko T. System Identifiability in Relation with the Kullback-Leibler Information Divergence Criterion // Proc. of the Intern. Scientific and Technical Conf. «Automatization: Ideas, Problems, Decisions», Sevastopol, Ukraine, September 5–10. – 2011. – P. 6–8.

137. Pervukhina E., Golikova V., Osipov K., Emmenegger J.-F. Forecasting Ukrainian Transport Cargo Volumes // Proc. of the 31st Intern. Symp. on Forecasting «Forecasting in Disruptive World», 26–29 June, 2011, Prague, Czech Republic, http://www.forecasters.org/submissions/PervukhinaElenaISF2011.pdf

138. Pervukhina E., Emmenegger J.-F., Input-Output Modeling to Investigate Ukrainian Cargo Transport System // Proceedings of the 26th European Conf. on Operational Research, 1–4 July 2013, Rome, Italy. – P. 52.

139. Pervukhina E., Emmenegger J.-F., Golikova V. Forecasting Ukrainian Cargo Transport System Indicators // Proc. of the 25th Europ. Conf. on Operational Research, 8–11 July 2012, Vilnius, Lithuania. – P. 98.

140. Emmenegger J.-F., Pervukhin A., Pervukhina E. Econometric models to analyze and forecast the Ukrainian freight transport // Proc. of the 3rd Intern. Conf. «Mathematial Modelling, Optimization and Information Technologies», Chişinău: Evrica, 2012. – P. 438–439.

141. Pervukhina E., Emmenegger J.-F., Golikova V. Forecasting of the Ukrainian tracking industry development // Proc. of the 31st Intern.Symp. on Forecasting «Forecasting in Disruptive World», 26–29 June, 2011, Prague, Czech Republic. – P. 86.

142. Emmenegger J.-F., Bardadym T., Pervukhina E. Analysis of the Interdependence of Market Indices // Proc. of 8th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization, July 9-10, 2010, Aveiro, Portugal.

143. Emmenegger J.-F., Pervukhina E. On Stochastic Optimization Techniques to Analyze Time Series of the Ukrainian Tracking Industry Indices // Proc. of 8th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization, July 9-10, 2010, Aveiro, Portugal.

144. Emmenegger J.-F., Pervukhina E. Cointegration: a Tool to Analyze Cargo Ukrainian Transport. // In: Abstracts of The Intern. Conf. of Applied Mathematics and Computing. Plovdiv, Bulgaria, August, 12–17, 2008. – P. 359.

145. Emmenegger J.-F., Bardadym T., Pervukhina E., Serbinenko A (2008) ARIMA, Cointegration, Kalman-filter, Sα-stable Distributions. PAMM Proc. Appl. Math. Mech. **7**, 1081601–1081602 (2007) / DOI 10.1002/pamm.200700150

146. Pervukhina E. Adaptive Time Series Filters to Smooth and Forecast Economic Variables // Abstracts of Intern. Conf. on Industrial and Applied Mathematics ICIAM2007, Zurich, Switzerland, 16-20 July, 2007, Minisymposia Nr: IC/MP/008/J/77.

147. Pervukhina E., Golikova V. (2006) Method to Study Multivariate Nonstationary Objects. // Abstracts of XIII Intern. Conf. on Automatic Control «Automatics 2006» at Vinnitsya, Ukraine, September 2006. – P. 82 (in Russian).

148. Pervukhina E., Pervukhin A. Analysis of Adaptive Filtering Algorithm for Random Consequences. // Abstracts of XIII Intern. Conf. on Automatic Control «Automatics 2006» at Vinnitsya, Ukraine, September 2006. – P. 53.
149. Pervukhina E., Emmenegger J.-F. Time Series Filtering under Incomplete a priori Information on Noise. // Abstracts of the Intern. Conf. «Predictions and Decision-Making under Uncertainties» at Kiev, September 2005. – P. 23–24.
150. Pervukhina E., Emmenegger J.-F. Examples of Adaptive Time Series Filtering under Incomplete a priori Information. // Abstracts of Swiss Statistics Meeting, Zurich, Switzerland, November, 2005. – P. 53.
151. Пирожков С. Проблемы реализации транзитного потенциала Украины в контексте расширения ЕС и формирования ЕЭП [Текст] / С. Пирожков, Д. Прейгер, И. Малярчук // *Экономика Украины.* – 2005. – № 3. – С. 4–19.
152. Айвазян С. А. Макроэконометрическое моделирование: подходы, проблемы, пример эконометрической модели российской экономики / С. А. Айвазян, Б. Е. Бродский [Электронный ресурс]: ЦЭМИ РАН, 2005. – Режим доступа: http://data.cemi.rssi.ru/GRAF/center/methodology/macroeconom/3/macromodel.pdf
153. LINK. www.chass.utoronto.ca/link
154. FKSEC: a macroeconometric model for the Netherlands. Stenfert Krouse Publishers – Central Planning Bureau, 1992, Leiden / Antwerpen.
155. Nelson C. R. and Plosser C. I. Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications. – *J. of Monetary Economics*. – 1982. – № 10. – P. 139–162.
156. Klein L. Lectures in Econometrics. (Advanced textbooks in economics: V. 22) – North-Holland – Amsterdam – New York – Oxford, 1983.
157. Винн Р., Холден К. Введение в прикладной эконометрический анализ. – М.: Финансы и статистика, 1981.
158. Lucas R. E. Econometric Policy Evaluation: A Critique. – Carnegie Rochester Conferences on Public Policy, 1. – 1976 – P. 19–46.
159. MARK. MULTIMOD Mark III: The core dynamic and steady-state models / Douglas Laxton [et. al]. – Washington, DC: International Monetary Fund. – 1998.
160. Perron P. The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis // *Econometrica.* – 1989. – № 57. – P. 1361–1401.
161. MESANGE. PRESENTATION DU MODELE MESANGE Modele Econometrique de Simulation et d’Analyse Generale de l’Economie / Celine ALLAERD-PRIGENT – Document de travail. Ministre de l’Economie des Finances et de l’Industrie. – 2002.
162. Ясин Е. Г. Российская экономика. Истоки и панорама рыночных реформ. ГУ-ВШЭ, 2002.
163. Белоусов А. Р. Уроки посткризисного роста (1999–2001). В кн.: Модернизация экономики России: итоги и перспективы. ГУ-ВШЭ, 2002.
164. Концепція розвитку транспортно-дорожнього комплексу (ТДК) України до 2015 року і подальший період.

165. Juselius K. The Cointegrated VAR Model. – Oxford: Oxford University Press, 2006. – 457 p.
166. Granger C. W. J. Investigating Casual Relations by Econometric Methods and Cross-Spectral Methods // *Econometrica*. –1969. – № 37. – P. 424–438.
167. Hansen H. CATS in RATS: Cointegration Analysis of Time Series, Handbook for the Software Package CATS. – Illinois: ESTIMA, 1995.
168. Harville D. A., Matrix Algebra from a Statisticians Perspective, Springer-Verlag, New York, 1997.
169. Engle R. E., Granger C. W. J. Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing // *Econometrica*. – 1987. – № 55. – P. 251–276.
170. Granger C. W., Newbold P. Forecasting economic time series. – Academic Press (Orlando), 1986. – 338 p.
171. Franses Ph. H., Periodicity and Trends in Economic Time Series, Advanced Texts in Econometrics, Oxford University Press, 1996.
172. Kullback S., Information Theory and Statistics, Dover Publications, Inc., New York, 1967.
173. Gaevskaya L. Economic aspects of the Ukrainian railway development, Academy of GNS of Ukraine, 2001 (in Russian).
174. Sims C. A. «Models and Their Uses» // *American J. of Agricultural Economics*. – 1989. – 71. – P. 489–494.
175. Chiu Rong-Her, Lin Yu Chang. Applying Input-output model to investigate the inter-industrial linkage of transportation industry in Taiwan // *J. of Marine Science and Technology.* – 2012. – Vol. 20, № 2, p. 173–186.
176. Han S. Y., Yoo S. H., and Kwak S. J. The role of the four electric power sectors in the Korean national economy: an input-output analysis // *Energy Policy*. – 2004. – Vol. 32. – № 13. – P. 1531–1543.
177. Miller R. E. and Blair P. D. Input-Output Analysis: Foundations and Extensions, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1985.
178. Chang Y.-H., Modern Transportation, Hwa-Tai Publishing, Taipei (2005). (in Chinese)
179. Chiu R.-H. Liberalization of shipping in Taiwan // *Marine Policy.* – 2007. – Vol. 31. – P. 258–265.
180. Van Der Linden J. A. The economic impact study of maritime policy issues: application to the German case // *Maritime Policy and Management*. – 2001. – Vol. 28. – № 1. – P. 33–54.
181. Bryan J., Munday M., Pickernell D., and Roberts A. Assessing the economic significance of port activity: evidence from ABP operations in industrial South Wales // *Maritime Policy and Management*. – 2006. – Vol. 33. – № 4. – P. 371–386.
182. Doll C. and Schaffer A. Economic impact of the introduction of the German HGV toll system // *Transport Policy*. – 2007. – Vol. 14. – P. 49–58.
183. Ho I.-S. Investigating the linkage between transportation industry and Macro-economic growth // *J. of Transportation Planning*. – 1986. – Vol. 15. – № 4. – P. 519–534.

184. Lien Y.-W. A study on inter-industrial linkage of transportation industry in Taiwan // Monthly *J. of Bank of Taiwan*. – 1986. – Vol. 37. – № 1. – P. 144–185. (in Chinese)

185. Wang T.-F. Analyzing the economic effects of transportation and communications construction // *Economic Research*. – 1990. – Vol. 30. – P. 79–125.

186. Nir A.-S. and Liang G.-S. Transport sector construction inter-industry effects positive study in Taiwan area // *Maritime Research J.* – 2003. – Vol. 14. – P. 1–28. (in Chinese).

187. Kwak S. J., Yoo S. H., and Chang J. I. The role of the maritime industry in the Korean national economy: an input-output analysis // *Marine Policy*. – 2005. – Vol. 29. – № 4. – P. 371–383 ().

188. Сергієнко І. В., Пепеляєв В. А., Кнопов П. С., Бігдан В. Б., Карпець Е. П., Чорний Ю. М. та ін. Звіт про науково-дослідну роботу «Системне настроювання регіональних моделей інтегрованої інформаційно-аналітичної системи супроводження бюджетного процесу в Україні (Житомирська, Львівська, Полтавська, Черкаська, Вінницька області)» (заключний) // Рукопис. – Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України. – К., 2012. – С. 28–37.

189. Методологічні основи та пояснення до позицій класифікації видів економічної діяльності (КВЕД-2010). – Київ: Держкомстат України, 2011. – 49 с.

190. Ревенко А. П. Индекс потребительских цен: доверяй, но проверяй // Зеркало недели. – № 8 от 3 марта 2006 г. http://gazeta.zn.ua/ECONOMICS/indeks_potrebitelskih_tsen_doveryay,_no_proveryay.html.

191. Court Andrew T. Hedonic Price Indexes with Automotive Examples / In: The Dynamics of Automobile Demand, New York, NY: General Motors Corporation. 1939. – P. 99–117.

192. Griliches Z. Hedonic price indexes for automobiles: An econometric analysis of quality change / In: A. Zellner (ed.) Readings in Economics and Statistics. Little Brown. – 1968.

193. Brachinger H. W. (2002) Statistical theory of hedonic price indices. DQE Working Paper 1, Department of Quantitative Economics, University of Fribourg Switzerland. http://ideas.repec.org/p/fri/dqewps/wp0001.html

194. Фролов А. Л. Теория гедонических индексов и ее значение в совершенствовании методов оценки экономической эффективности инновационных проектов // *Управление общественными и экономическими системами.* – 2012. – № 1. – С. 1–19.

195. Зоркальцев В. И. Индексы цен и инфляционные процессы. – Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1996. – 279 с.

196. Кевеш П. Теория индексов и практика экономического анализа: Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1990.

197. Fisher I. The Purchasing Power of Money. – N. Y.: Macmillan, 1911.

198. Fisher I. The Making of Index Numbers. A Study of Their Varieties, Tests, and Reliability. – Boston and New York: Houghton Mifflin Company, 1922.

199. Березовский О. А. Условно постоянные и переменные затраты в межотраслевых балансовых моделях / О. А. Березовський / Економічна безпека держави: стратегія, енергетика, інформаційні технології: монографія / [Адасовський Б. І., Алінов М. Ш., Березовський О. А. та ін.]; за наук. ред. д. т. н., проф. Лук'яненко С. О., к. е. н., доц. Караєвої Н. В. – К.: Видавництво ТОВ «Юрка Любченка», 2014. – С. 308–313.

200. Леонтьев В. Экономические эссе. Теории, исследования, факты и политика. – М.: Политиздат. – 1990. – 415 с.

201. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория, Перевод на русский язык. – М.: Прогресс. – 1975. – 607 с.

202. Granger C. W. J., Newbold P. Spurious Regressions in Econometrics // *J. of Econometrics*, 2, North-Holland Publishing Company, 1974. – P. 11–120.

203. Johansen S., and Juselius K. Maximum Likelyhood Estimation and Inference on Cointegration with Application to the Demand for Money // Oxford Bulletin of Economics and Statistics. – 1990. – № 52. – P. 169–209.

204. Hamilton J. D. Time Series Analysis. – Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1994. – 799 p.

205. Doan T. A. RATS Software Package, User's Manual, version 4.0. – Evanston, IL: Estima, 1992.

206. Бардадым Т. А., Голикова В. В. Исследование зависимостей между финансовыми индексами // Теория оптимальных решений. – Киев: Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины, 2011. – № 2. – С. 157–164.

207. Emmenegger J.-F., Bardadym T. A., Golikova V. V. Comparative behaviour of some Ukrainian, Russian and Swiss economic indicators. – Proc. of the 4 th Intern. Conf. «Mathematical Modelling, Optimization and Informational Technologies», Chisinau, Republic of Moldova, March, 23–28. – 2014. – Vol. I. – P. 95–102.

208. Dufrenot G., Mignon V. Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Application to Macroeconomics and Finance. – Boston / Dordrecht / London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 299 p.

209. Дубровский В. Экономика человеческого достоинства: «Мы рождены, чтоб сказку сделать былью»? // Зеркало недели. – № 49 от 27 декабря 2013 г. http://gazeta.zn.ua/macrolevel/ekonomika-chelovecheskogo-dostoinstva-my-rozhdeny-chtob-skazku-sdelat-bylyu-_.html

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 3 ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ СРЕДСТВА РАСЧЁТА МЕЖОТРАСЛЕВЫХ МОДЕЛЕЙ СТРУКТУРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Глава 4 МОДЕЛИРОВАНИЕ РЫНКА ТРУДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХАРГУМЕНТНОЙ ФУНКЦИИ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТРУДА

Глава 5 МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ МОДЕЛИ И МНОГОМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ОТРАСЛЕЙ ЭКОНОМИКИ

Глава 6 ПРОБЛЕМЫ НЕТОЧНОСТИ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Наукове видання

Институциональные и технологические изменения в странах с рыночной и переходной экономикой

(російською мовою)

За загальною редакцією
доктора фізико-математичних наук
П. І. Стецюка

Оригінал-макет підготовлено *ФОП Гегель О. В.*

Підписано до друку 30.10.2015. Формат 60×90 $^{1}/_{16}$.
Папір офсетний. Друк офсетний. Гарнітура «Times New Roman».
Ум. друк. арк. 21,0. Наклад 200 прим. Зам. № 15-10.

Видавничий дім «Києво-Могилянська академія».
Свідоцтво про реєстрацію № 1801 від 24.05.2004 р.

Адреса видавництва та друкарні:
04070, м. Київ, Контрактова пл., 4.
Тел./факс: (044) 425-60-92.
E-mail: phouse@ukma.kiev.ua
http://www.publish-ukma.kiev.ua

I-71 Институциональные и технологические изменения в странах с рыночной и переходной экономикой. – К.: Вид. дім «Києво-Могилянська академія», 2015. – 336 с.

ISBN 978-966-518-681-6

В книге рассмотрены важнейшие положения классико-кейнсианской теории общественного производства, стоимости, распределения, цены в контексте развития стран с рыночной и переходной экономикой; вопросы оптимизации межотраслевого планирования структурно-технологических преобразований, математические модели, методы и программное обеспечение, обработка и анализ информации.

Для специалистов по экономике и промышленной политике, научных работников, студентов и аспирантов.

УДК 330.341.012.23:005.346
ББК 65.9(0)+65.011.3+65.013+65.050