

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА

Стецюк П.И.¹, Соломон Д.И.²
stetsyukp@gmail.com

¹Институт кибернетики имени В.М. Глушкова, Киев
²Академия транспорта, информатики и коммуникаций,
Кишинэу

VIII Міжнародна науково-технічна конференція
"Інформаційно-комп'ютерні технології – 2016"
22-23 квітня 2016 року, м. Житомир

- 1 Две формулировки задачи
- 2 Вторая формулировка
- 3 NEOS-солверы для задач из TSPLIB

Содержание

- 1 Две формулировки задачи
- 2 Вторая формулировка
- 3 NEOS-солверы для задач из TSPLIB

О двух формулировках задачи коммивояжера

Задача коммивояжера состоит в нахождении кратчайшего маршрута (цикла), проходящего через n городов (вершин), расстояния между которыми $d_{ij} \geq 0$, $i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$.

Она может быть сформулирована как задача смешанного булевого линейного программирования с полиномиальным от n количеством ограничений. Таких формулировок много, но центральные из них всего две.

О первой формулировке задачи коммивояжера

Первая формулировка [1, стр. 45] использует ограничения, которые предложены в [2] для того, чтобы маршрут, проходящий через n вершин, был связным.

1. Гамецкий А.Ф., Соломон Д.И. Исследование операций. Том II. – Кишинэу, Эврика, 2008. – 592 с.
2. Miller C.E., Tucker A.W., Zemlin R.A. Integer programming formulation of travelling salesman problem. – J. ACM, 1960, 3, P. 326-329.

О второй формулировке задачи коммивояжера

Во второй, которую рассмотрим ниже, за связность маршрута отвечают ограничения, предложенные в [3].

Здесь используются две группы переменных:

булева переменная x_{ij} равна единице, если в цикл входит дуга (i, j) , и равна нулю в противном случае;
неотрицательная переменная z_{ij} задает величину потока некоторого продукта от вершины i к вершине j .

3. Gavish B., Graves S.C. The travelling salesman problem and related problems. – Working Paper OR-078-78, 1978. – Operations Research Center, MIT, Cambridge, MA.

Содержание

- 1 Две формулировки задачи
- 2 Вторая формулировка**
- 3 NEOS-солверы для задач из TSPLIB

Вторая формулировка задачи коммивояжера

$$d^* = \min_{x_{ij} \in \{0,1\}, z_{ij} \geq 0} \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij} x_{ij} \right\}, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ji} = 1, \quad \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$z_{ij} - (n-1)x_{ij} \leq 0, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n z_{1i} = (n-1), \quad (4)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n z_{ji} - \sum_{j=1, j \neq i}^n z_{ij} = 1, \quad i = 2, \dots, n. \quad (5)$$

О задаче (1)–(5)

Содержит $2n(n - 1)$ переменных и $n(n + 2)$ ограничений.

ограничения (2): $n + n$

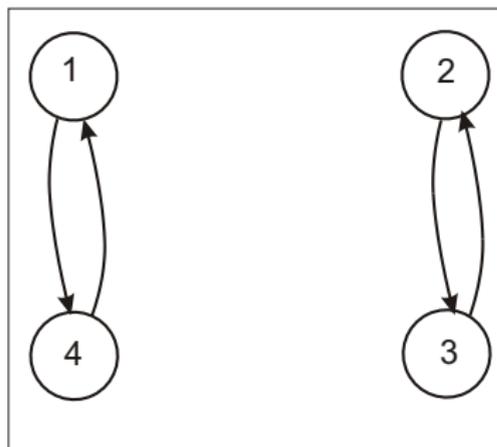
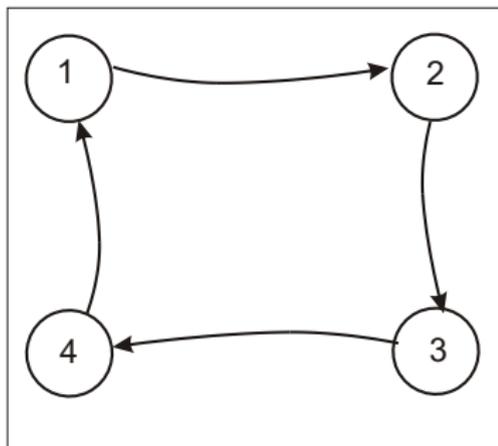
$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ji} = 1, \quad \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

описывают однократный вход (выход) для вершины;

Они есть ограничениями задачи о назначениях.

Проблема:

допустимые решения для них могут содержать подциклы.

Два допустимых решения для $n = 4$ 

Связный цикл (слева), несвязные подциклы (справа)

Связность цикла обеспечивают

ограничения (3)–(5): $n(n-1) + 1 + (n-1)$

$$z_{ij} - (n-1)x_{ij} \leq 0, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n z_{1i} = (n-1), \quad (4)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n z_{ji} - \sum_{j=1, j \neq i}^n z_{ij} = 1, \quad i = 2, \dots, n. \quad (5)$$

Ограничения (3)–(5) означают, что из вершины „1“ необходимо вывезти $(n-1)$ единиц продукта, оставляя в каждой из посещаемых вершин одну единицу продукта.

Содержание

- 1 Две формулировки задачи
- 2 Вторая формулировка
- 3 NEOS-солверы для задач из TSPLIB**

NEOS-солвер, программы Gurobi и CPLEX

Если $n = 100$, то в задаче коммивояжера количество переменных и ограничений измеряется десятками тысяч. Задачи такого размера могут успешно решаться с помощью программ Gurobi 6.5.0 и CPLEX 12.6.2.0 из NEOS-солвера [4].

4. NEOS Solver [Электронный ресурс]:
<http://www.neos-server.org/neos/solvers/>. – Режим доступа: свободный.

NEOS-server



NEOS Server: State-of-the-Art Solvers for Numerical Optimization

The **NEOS Server** is a free internet-based service for solving numerical optimization problems. Hosted by the *Wisconsin Institute for Discovery* at the University of Wisconsin in Madison, the NEOS Server provides access to more than 60 state-of-the-art solvers in more than a dozen optimization categories. Solvers hosted by the University of Wisconsin in Madison run on distributed high-performance machines enabled by the HTCondor software; remote solvers run on machines at Argonne National Laboratory, Arizona State University, the University of Klagenfurt in Austria, and the University of Minho in Portugal.

The **NEOS Guide** website complements the NEOS Server, showcasing optimization case studies, presenting optimization information and resources, and providing background information on the NEOS Server.

Read about the new user authentication services in NEOS, *NEOS Optimizes Itself: New Solvers and Authentication Services Added*, at the Wisconsin Institute for Discovery website.

NEOS Guide

- NEOS Case Studies
- NEOS Optimization Guide
- NEOS Server Information
- Optimization Resources, LP FAQ and NLP FAQ

NEOS Server

- Submit a job to NEOS
- View Job Queue and Job Results
- User's Guide to the NEOS Server
- NEOS Server FAQ
- NEOS Support

Advanced Tools

- Statistics: solvers, web sites, cluster
- Job Archives (password required)
- Downloads: Submission Tool and Kestrel

NEOS-солверы для ЦЛП-задач

- Mixed Integer Linear Programming

Cbc [AMPL Input][GAMS Input][MPS Input]

CPLEX [AMPL Input][GAMS Input][LP Input][MPS Input]

feaspump [AMPL Input][CPLEX Input][MPS Input]

Gurobi [AMPL Input][GAMS Input][MPS Input]

MINTO [AMPL Input]

MOSEK [AMPL Input][GAMS Input][LP Input][MPS Input]

proxy [CPLEX Input][MPS Input]

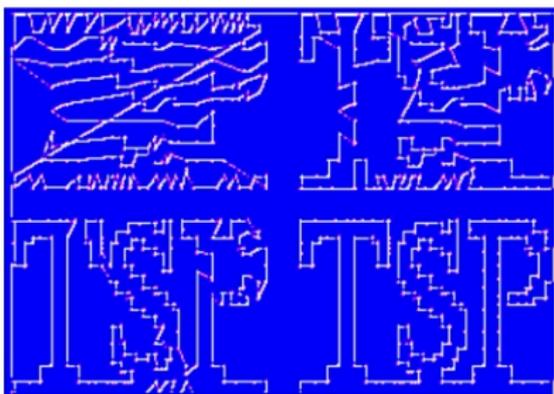
qsopt_ex [AMPL Input][LP Input][MPS Input]

scip [AMPL Input][CPLEX Input][GAMS Input][MPS Input][OSIL Input][ZIMPL Input]

SYMPHONY [MPS Input]

XpressMP [AMPL Input][GAMS Input][MOSEL Input][MPS Input]

Библиотека TSPLIB



TSPLIB

TSPLIB is a library of sample instances for the TSP (and related problems) from various sources and of various types.

TSPLIB: графы kro100A÷kro100E

Оценить время решения подобных задач можно по результатам решения задач коммивояжера, приведенным в таблицах ниже.

В них для пяти известных графов kro100A÷kro100E из библиотеки **TSPLIB** приведены t_1 и t_2 – затраты (в секундах) для двух форм записи задачи (1)–(5). Они вычислялись с помощью функции "`_solve_time`".

Первая форма соответствует задаче (1)–(5) и является более экономной по количеству ненулевых элементов, чем вторая форма, где ограничения вида (2) включают равенство для входящих в вершину и выходящих из вершины дуг.

Gurobi 6.5.0 для kro100A÷kro100E

tsp	d^*	Gurobi 6.5.0		
		t_1	t_2	t_1/t_2
kro100A	21282	1522.55	80.25	18.97
kro100B	22141	458.95	99.45	4.61
kro100C	20749	258.46	60.43	4.28
kro100D	21294	272.29	60.58	4.49
kro100E	22068	153.74	139.86	1.10

CPLEX 12.6.2.0 для kro100A÷kro100E

tsp	d^*	CPLEX 12.6.2.0		
		t_1	t_2	t_1/t_2
kro100A	21282	2088.73	78.49	26.61
kro100B	22141	434.85	132.25	3.29
kro100C	20749	466.19	109.69	4.25
kro100D	21294	651.16	76.8	8.48
kro100E	22068	522.59	95.26	5.49

Замечание

Программы **gurobi** и **cplex** можно использовать для решения задач размещения источников физического поля, которые в Житомирском государственном технологическом университете исследуются С.И. Яремчук и ее учениками. Опыт применения программы **gurobi** для таких задач можно найти в [5].

5. *Стецюк П.И., Ляшко В.И., Яремчук С.И.* О решении минимаксных задач размещения источников физического поля // Журн. обчислювальної та прикладної математики. – 2014. – № 3. – С. 140–150.

Запитання?

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!