Алгоритмы недифференцируемой оптимизации и лагранжевые двойственные оценки в сложных экстремальных задачах

Стецюк П.И.

Институт кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.05.01 – теоретические основы информатики и кибернетики

Цель и задачи исследования

1. разработка и теоретическое обоснование субградиентных алгоритмов, использующих линейные неортогональных преобразования пространства;
2. разработка и теоретическое исследование различного рода функционально избыточных ограничений, изучение их влияния на уточнение двойственных оценок целевой функции в квадратичных булевых и бинарных задачах;
3. программная реализация и экспериментальное исследование методов нахождения двойственных оценок в квадратичных экстремальных задачах;
4. апробация разработанных методов для нахождения оптимальных параметров различного рода систем (экономических, транспортных, энергетических и других).

Объект и предмет исследования

Объектом исследования

являются задачи негладкой оптимизации, многоэкстремальные квадратичные задачи, экстремальные задачи на графах.

Предметом исследования

являются методы поиска минимума негладких овражных функций и алгоритмы уточнения двойственных оценок в булевых и бинарных квадратичных задачах.

Структура диссертации по разделам

1. Три центральные научные идеи Н.З.Шора
2. Модификации метода эллипсоидов
3. Субградиентные методы минимизации овражных функций
4. Алгоритмы уточнения двойственных оценок в квадратичных экстремальных задачах
5. ЛП-ориентированные оценки для взвешенного числа устойчивости графа
6. Три квадратичные экстремальные задачи
7. Прикладные экстремальные задачи

В первом разделе описаны

три важнейшие идеи Н.З. Шора в негладкой оптимизации:

обобщенный градиентный спуск (1962), использование линейных неортогональных преобразований пространства для улучшения обусловленности овражных функций (1969), двойственный подход к получению и уточнению оценок в невыпуклых квадратичных моделях (1985).

Приведены приложения этих идей в методах и алгоритмах, разработанных в ИК НАНУ[a]. Отмечена их связь с другими известными результатами в негладкой оптимизации и теории сложности задач математического программирования.

Описана связь дисертационной работы с развитием новых методов на основе двух идей Н.З. Шора (1969 и 1985).

[a] первый субградиентный метод, метод эллипсоидов, r-алгоритмы, оценки Шора для числа устойчивости графа и др.

О первом разделе ...

В основу раздела поставлена статья

Сергиенко И.В., Стецюк П.И. О трех научных идеях Н.З. Шора // Кибернетика и системный анализ, 2012, №1.

написанная к 75-летию со дня рождения Н.З. Шора.

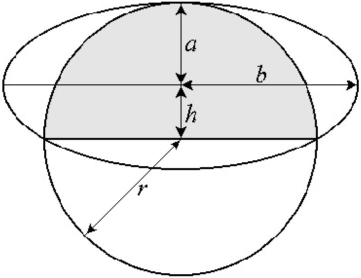
Она определила такую структуру раздела

1 Три центральные научные идеи Н.З. Шора
   1.1 Субградиентный метод
   1.2 Субградиентные методы с растяжением пространства
   1.3 Двойственные оценки в экстремальных квадратичных задачах
   1.4 Заключение к разделу 1

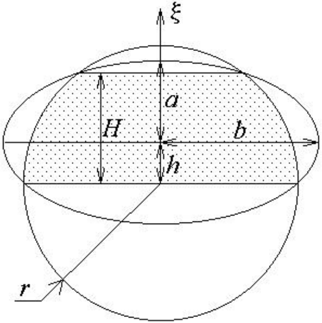
О втором разделе ...

[a] В итерационных методах второго раздела используется внешняя аппроксимация множества решений задач специальными эллипсоидами, которые можно преобразовать в шар с помощью однократного применения оператора растяжения пространства. В них объем апроксимирующего эллипсоида от итерации к итерации уменьшается на гарантированную величину, что обеспечивает геометрическую скорость сходимости рассмотренных методов.

В ПМЭ и УМЭ задействованы эллипсоиды



Эллипсоид, содержащий полушар в E^n.



Эллипсоид, содержащий „шаровой слой“ в E^n.

Второй раздел (основные результаты, №1)

1. Разработан приближенный[a] и ускоренный[b] методы эллипсоидов – новые модификации метода эллипсоидов. Обоснована их сходимость со скоростью геометрической прогрессии, в которой знаменатель зависит только от размерности пространства. Исследована связь построенных методов с методом эллипсоидов Юдина – Немировского – Шора.

[a] имеет такую же асимптотическую скорость сходимости, как и классический метод эллипсоидов Юдина – Немировского – Шора, но в отличие от последнего применим для одномерного случая, где вырождается в метод близкий к методу дихотомии.

[b] использует информацию об отсечении из предыдущей итерации. Его скорость сходимости всегда не хуже, чем у класического метода эллипсоидов. На примере минимизации овражных функций показано, что ускорение может быть в десятки раз.

Результаты второго раздела опубликованы

в пяти[1] статьях в фаховых изданиях и докладывались на четырех международных конференциях.

1

- Стецюк П.И. К методам эллипсоидов // Теория оптимальных решений. – Киев: Ин-т кибернетики им В.М.Глушкова НАН Украины, 1999. – С.27-33.
- Стецюк П.И., Буханцов Д.М. К ускорению метода эллипсоидов с помощью использования шарового слоя // Теория оптимальных решений. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2002. – С. 63–70.
- Стецюк П.И. Приближенный метод эллипсоидов // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – №3. – С. 141-146.
- Стецюк П.И. Об одном эллипсоиде для внешней аппроксимации n-мерного полушара // Компьютерная математика. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2003. Выпуск 2. – С. 144–151.
- Стецюк П.И., Колесник Ю.С., Березовский О.А. Об одном методе нахождения L_p-решения системы линейных уравнений // Теория оптимальных решений. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2003. – С. 83–90.

О третьем разделе ...

3 Субградиентные методы минимизации овражных функций[a]

3.1 Субградиентный метод Поляка и проблема овражности

3.2 Ускоренные модификации субградиентного метода Поляка

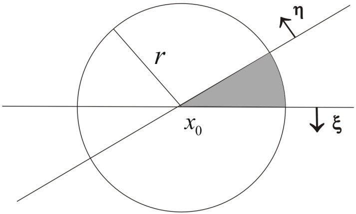
3.3 Метод нахождения допустимой точки выпуклого неравенства

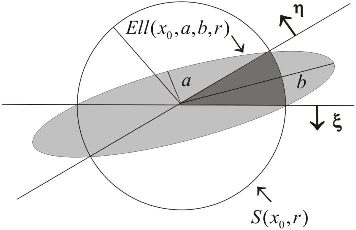
3.4 Три метода решения системы линейных уравнений

3.5 Линейные операторы в квазиньютоновских методах

[a] В разделе приведены исследования по субградиентным методам минимизации негладких овражных выпуклых функций и их применениям. Центральными здесь есть два субградиентных метода с преобразованием пространства для нахождения точки минимума выпуклой функции при известном минимальном значении функции.

Антиовражный прием в ams-методах

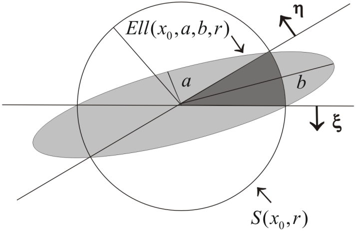




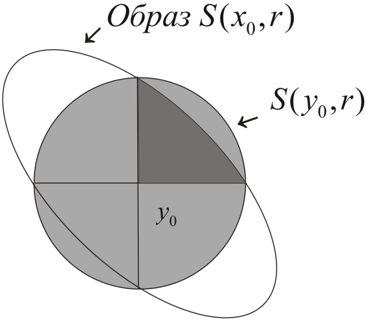
Тело W получено как пересечение шара и двух полупространств.

Специальный эллипсоид содержит W и имеет минимальный объем.

Стецюк П.И. r-алгоритмы и эллипсоиды // Кибернетика и системный анализ. – 1996. – № 1.



Специальный эллипсоид



в преобразованном пространстве становится шаром

Третий раздел (основные результаты, №2, №3)

2. Разработаны и обоснованы два новых субградиентных метода с преобразованием пространства для нахождения точки минимума выпуклой функции при известном минимальном значении функции. Эффективность методов для овражных функций подтверждена результатами вычислительных экспериментов.
3. На основе разработанных методов построены: алгоритм нахождения L_p-решения переопределенной системы линейных уравнений при двусторонних ограничениях на компоненты решения; алгоритм нахождения допустимой точки выпуклого неравенства; три итерационных метода нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений.

Результаты третьего раздела опубликованы

в шести[2] статьях (4 фаховых) и докладывались на 8 международных конференциях.

2

Стецюк П.И. Линейные операторы в квазиньютоновских методах // Теория и приложения методов оптимизации. – Киев: Ин-т кибернетики им В.М.Глушкова НАН Украины, 1998.

Стецюк П.И. Об одном методе для нахождения допустимой точки выпуклого неравенства // Теория оптимальных решений. – 2000. – С. 3-10.

Стецюк П.И. К методам решения плохообусловленных систем линейных уравнений // Теория оптимальных решений. – 2001. – С. 9–15.

Стецюк П.И. Субградиентные методы переменной метрики, использующие шаг Агмона-Моцкина и одноранговый эллипсоидальный оператор // Труды АТИК 2007-2008. – Кишинэу: Эврика, 2009. – Т. I (XII). – С. 16–25.

Стецюк П.И. Ускорение субградиентного метода Поляка // Теория оптимальных решений. – 2012. – №11. – С. 151–160.

Стецюк П.И. Ускоренные модификации субградиентного метода Поляка для овражных выпуклых функций // В книге Стохастическое программирование и его приложения / П.С. Кнопов, В.И. Зоркальцев, Я.М. Иваньо и др. – Иркутск: Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, 2012. – С. 160–184.

О четвертом разделе

4 Алгоритмы уточнения двойственных оценок в квадратичных экстремальных задачах[a]

- 4.1 Уточнение оценок в бинарных и булевых квадратичных задачах
- 4.2 Нечетное количество ± 1 и бинарный квадратичный многогранник
- 4.3 Новые двойственные оценки для числа устойчивости графа
- 4.4 Задача о максимальном взвешенном разрезе графа

[a] В разделе описаны три способа улучшения двойственных оценок в квадратичных экстремальных задачах с булевыми $(0,1)$ и бинарными (± 1) переменными и их применение для ряда задач.

Суть первого способа для бинарных переменных

Простейшая бинарная квадратичная задача

$$Q_y^* = \max\left\{Q(y) = \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j>i}^{n} q_{ij}y_iy_j + \sum_{i=1}^{n} q_{i0}y_i + q_{00}\right\} \qquad (1)$$

при ограничениях:

$$y_i^2 = 1, \quad i = 1, \ldots, n, \qquad (2)$$

дополняется новыми бинарными переменными

$$\left\{\begin{array}{l} y_{ij} = y_iy_j, \\ y_{ij}^2 = 1, \end{array}\right. \quad \forall i,j: \; 1 \le i < j \le n. \qquad (3)$$

К новой задаче (1)–(3) можна добавлять следующие функционально избыточные квадратичные ограничения ...

Равенства для двоек бинарных переменных

(a) Для каждой двойки бинарных переменных y_i, y_j имеем два ограничения

$$y_i - y_{ij}y_j = 0, \quad y_j - y_{ij}y_i = 0, \tag{4}$$

которые являются следствием очевидных равенств

$$y_i = y_i y_j^2 = (y_i y_j)y_j = y_{ij}y_j, \quad y_j = y_j y_i^2 = (y_i y_j)y_i = y_{ij}y_i$$

и справедливы при любых i и j, $1 \le i < j \le n$.

Пять равенств для каждой тройки y_i, y_j и y_k

(b) Первые три из них такие:

$$y_{ij} - y_{ik}y_{jk} = 0, \quad y_{ik} - y_{ij}y_{jk} = 0, \quad y_{jk} - y_{ij}y_{ik} = 0 \qquad (5)$$

и являются следствием очевидных равенств

$$y_{ij} = y_i y_j = y_i y_j y_k^2 = (y_i y_k)(y_j y_k) = y_{ik} y_{jk},$$

$$y_{ik} = y_i y_k = y_i y_k y_j^2 = (y_i y_j)(y_j y_k) = y_{ij} y_{jk},$$

$$y_{jk} = y_j y_k = y_j y_k y_i^2 = (y_i y_j)(y_i y_k) = y_{ij} y_{ik},$$

а два ограничения

$$y_{ij} y_k - y_{ik} y_j = 0, \quad y_{ij} y_k - y_{jk} y_i = 0, \qquad (6)$$

являются следствием неоднозначного представления произведения $y_i y_j y_k = y_{ij} y_k = y_{ik} y_j = y_{jk} y_i$.

Равенства для четверок бинарных переменных

(c) Для каждой четверки бинарных переменных y_i, y_j, y_k и y_l имеем два ограничения

$$y_{ij}y_{kl} - y_{ik}y_{jl} = 0, \quad y_{ij}y_{kl} - y_{il}y_{jk} = 0, \tag{7}$$

которые линейно независимы и следуют из неоднозначности представления произведения всех четырех переменных

$$y_i y_j y_k y_l = y_{ij}y_{kl} = y_{ik}y_{jl} = y_{il}y_{jk}.$$

Идея „нечетности“ для бинарных переменных

Для нечетного количества переменных $y \in \{-1, 1\}^{2r+1}$, $r = 1, 2, \dots$ и произвольной бинарной последовательности $(l_1, \dots, l_{2r+1})$ справедливо квадратичное неравенство

$$\left(\sum_{i=1}^{2r+1} l_i y_i \right)^2 \geq 1 \quad \text{или его аналог} \quad \sum_{i=1}^{2r} \sum_{j>i}^{2r+1} l_i l_j y_i y_j \geq -r. \qquad (8)$$

Для четного количества переменных $y \in \{-1, 1\}^{2r}$, $r = 1, 2, \dots$, и произвольной бинарной последовательности $(l_0, l_1, \dots, l_{2r})$ справедливо квадратичное неравенство

$$\left(l_0 + \sum_{i=1}^{2r} l_i y_i \right)^2 \geq 1 \ \text{ или его аналог } \ \sum_{i=1}^{2r} l_0 l_i y_i + \sum_{i=1}^{2r-1} \sum_{j>i}^{2r} l_i l_j y_i y_j \geq -r. \qquad (9)$$

Для заданного r количество всех возможных квадратичных неравенств как вида (8), так и вида (9), равно 4^r.

Примеры для двоек и троек переменных

Для двоек бинарных переменных полное семейство квадратичных неравенств следует из (9) при $r = 1$ и включает неравенства

$$\begin{cases} (+1 + y_i + y_j)^2 \geq 1, \\ (-1 + y_i + y_j)^2 \geq 1, \\ (+1 - y_i + y_j)^2 \geq 1, \\ (+1 + y_i - y_j)^2 \geq 1, \end{cases} \quad \text{или их аналоги} \quad \begin{cases} +y_i + y_j + y_i y_j \geq -1, \\ -y_i - y_j + y_i y_j \geq -1, \\ -y_i + y_j - y_i y_j \geq -1, \\ +y_i - y_j - y_i y_j \geq -1. \end{cases}$$

Для троек бинарных переменных полное семейство квадратичных неравенств следует из (8) при $r = 1$ и включает неравенства

$$\begin{cases} (+y_i + y_j + y_k)^2 \geq 1, \\ (-y_i + y_j + y_k)^2 \geq 1, \\ (+y_i - y_j + y_k)^2 \geq 1, \\ (+y_i + y_j - y_k)^2 \geq 1, \end{cases} \quad \text{или их аналоги} \quad \begin{cases} +y_i y_j + y_i y_k + y_j y_k \geq -1, \\ -y_i y_j - y_i y_k + y_j y_k \geq -1, \\ -y_i y_j + y_i y_k - y_j y_k \geq -1, \\ +y_i y_j - y_i y_k - y_j y_k \geq -1. \end{cases}$$

Четвертый раздел (основные результаты, №4)

4. Предложены три способа построения функционально избыточных ограничений в квадратичных экстремальных задачах с булевыми и бинарными переменными. Первые два способа генерируют квадратичные равенства, соответствующие введению новых переменных в форме произведения уже существующих переменных. Третий способ для бинарных переменных генерирует квадратичные неравенства, которые являются следствием того, что квадрат суммы нечетного количества ± 1 не меньше единицы. На их основе уточнены лагранжевые двойственные оценки для ряда задач (см. пункты 5, 6 и 7).

Четвертый раздел (основные результаты, №5)

5. Для задач максимизации квадратичной функции с бинарными или булевыми переменными построены квадратичные экстремальные задачи, которым соответствуют более точные верхние оценки. Построена полиэдральная аппроксимация сверху для бинарного квадратичного многогранника, которая для двух, трех и четырех переменных является точной.

Четвертый раздел (основные результаты, №6)

6. Построены новые верхние оценки для числа устойчивости (независимости) графа, которые уточняют самую точную из предложенных Н.З. Шором верхних оценок. Построены новые квадратичные модели для взвешенного максимального разреза графа, для которых соответствующие верхние оценки являются не хуже, чем лучшая из двух оценок – Барахоны – Маджуба (1986 г.) и Шора – Березовского (1995 г.).

Результаты четвертого раздела

опубликованы в пяти[3] статьях в фаховых изданиях и докладывались на пяти международных конференциях.

3

- Стецюк П.И. О функционально избыточных ограничениях для булевых оптимизационных задач квадратичного типа // Кибернетика и системный анализ. – 2005. – №6. – С. 168–172.
- Стецюк П.И. Новые модели квадратичного типа для задачи о максимальном взвешенном разрезе графа // Кибернетика и системный анализ.– 2006. – №1. – С. 63–75.
- Стецюк П.И., Пардалос П.М. Об уточнении лагранжевых двойственных оценок в бинарных и булевых квадратичных задачах // Теория оптимальных решений. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2006. – С. 145–153.
- Стецюк П.И., Пардалос П.М., Крошко Д.Л. О новых лагранжевых двойственных оценках для числа устойчивости графа // Компьютерная математика. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 2006. – Выпуск 3. – С. 149–158.
- Стецюк П.И., Золотых Н.Ю. Бинарный квадратичный многогранник и его аппроксимации // Журнал обчислювальної та прикладної математики, №2(101), 2010.

О пятом разделе

5 ЛП-ориентированные оценки для взвешенного числа устойчивости графа[a]

5.1 О новых свойствах оценок Шора для взвешенного числа устойчивости графа

5.2 ЛП-ориентированные верхние оценки для взвешенного числа устойчивости графа

5.3 ЛП-оценка $\alpha^*_\Delta(G, w)$ и t-совершенные графы

5.4 ЛП-оценка $\alpha^*_\nabla(G, w)$ и t-совершенные графы

[a] В разделе обсуждаются оценки сверху для взвешенного числа устойчивости неориентированного графа – простая и улучшенная оценки Н.З. Шора, а также ряд верхних оценок, которые являются решением той или иной задачи линейного программирования (ЛП-ориентированные оценки).

Улучшенная оценка Н.З. Шора для $\alpha(G, w)$

Она связана с невыпуклой квадратичной задачей:

$$\alpha(G, w) = \max \sum_{i \in V(G)} w_i x_i \tag{10}$$

при ограничениях

$$x_i x_j = 0 \quad \forall (i, j) \in E(G), \tag{11}$$

$$x_i^2 - x_i = 0 \quad \forall i \in V(G), \tag{12}$$

$$x_i x_k + x_j x_k \leq x_k, \ \forall (i, j) \in E(G), k \neq i, j, \tag{13}$$

Неравенства (13) являются функционально избыточными квадратичными ограничениями и придают улучшенной оценке Шора ряд замечательных свойств для специальных семейств графов.

p-колесные ограничения, что они означают?

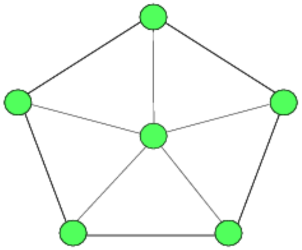
Из ограничений (11)–(13) следуют линейные неравенства (известные как, p-wheel constraints)

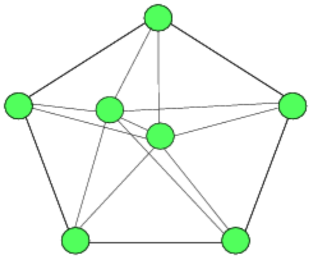
$$\sum_{i \in V(C_{2k+1})} x_i + k \sum_{j \in V(Q_p)} x_j \leq k, \quad \forall\, W_{2k+1+p} \in G, \qquad (14)$$

которые справедливы для многогранника устойчивых множеств $STAB(G)$. Здесь подграф W_{2k+1+p} является p-колесом (p-wheel)[4]

[4] Вершинами p-колеса W_{2k+1+p} являются вершины непересекающихся нечетного цикла C_{2k+1} (содержит нечетное количество вершин) и клики Q_p (полного подграфа, содержащего p вершин). Множество ребер для W_{2k+1+p} включает все ребра нечетного цикла C_{2k+1}, все ребра клики Q_p, а также ребра, связывающие каждую вершину C_{2k+1} со всеми вершинами клики Q_p.

1- и 2-колесо на базе нечетного цикла C_5





Что было известно ранее?

Оценка Шора является точной для взвешенного числа устойчивости t-совершенных графов.

Из квадратичных ограничений (11)–(13) следуют линейные неравенства

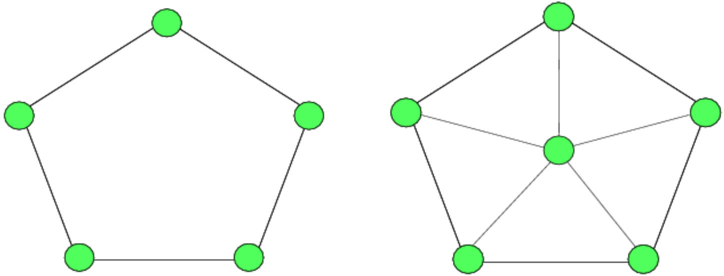
$$\text{(odd-cycle constraints)} \qquad \sum_{i \in V(C_{2k+1})} x_i \le k \quad \forall C_{2k+1} \in G, \tag{15}$$

которые справедливы для многогранника $STAB(G)$. Здесь C_{2k+1}, $k = 1, 2, \ldots$ – нечетный цикл в графе G.

Открытым оставался вопрос:

А что будет для обычного колеса (соответствует $p = 1$)?

Нечетный цикл C_5 и колесо W_6 (здесь $k = 2$)



Пятый раздел (основные результаты, №7)

7. Построены две новые верхние оценки для взвешенного числа устойчивости графа, они определяются оптимальными значениями целевой функции в задачах линейного программирования с количеством ограничений, которое кубически зависит от числа вершин в графе. Показано, что обе оценки являются точными для t-перфектного графа.

Пятый раздел (основные результаты, №8)

8. Найдены новые свойства наилучшей из оценок Шора для взвешенного числа устойчивости графа. Они связаны с подграфом, который известен как p-колесо, и позволили построить новое семейство графов – W_p-совершенные графы. Для них наилучшая оценка Шора является точной и взвешенное число устойчивости графа может быть найдено за полиномиальное время.

Пятый раздел (основные результаты, №9)

9. Разработан итерационный алгоритм нахождения верхней оценки для взвешенного числа устойчивости графа, в котором многогранник устойчивых множеств аппроксимируется задачей линейного программирования с поэтапным дополнением ее конечным числом ограничений, соответствующих нарушенным линейным неравенствам для нечетных циклов и p-колес. Алгоритм программно реализован и проверен для графов, содержащих несколько тысяч вершин.

Результаты пятого раздела

опубликованы в четырех[5] статьях в фаховых изданиях и докладывались на семи международных конференциях.

5

Стецюк П.И., Бутенко С.И., Березовский О.А. Об одной верхней оценке для взвешенного числа устойчивости графа // Теория оптимальных решений, 2007, № 6. – С. 80–89.

Стецюк П.И., Бутенко С.И., Лиховид А.П. ЛП-ориентированная верхняя оценка для числа устойчивости графа на основе p-колес // Теория оптимальных решений, 2008, №7. – С. 34–44.

Стецюк П.И., Лиховид А.П. Об ЛП-ориентированных верхних оценках для взвешенного числа устойчивости графа // Кибернетика и системный анализ, 2009, №1. – С. 157–170.

Стецюк П.И., Ляшко В.И., Нурминский Е.А. Точная ЛП-оценка для взвешенного числа устойчивости t-совершенных графов // Журнал обчислювальної та прикладної математики, №3(99), 2009. – С. 106–115.

О шестом разделе

[a] В разделе рассмотрены специальные квадратичные экстремальные задачи и методы их решения на основе техники лагранжевых двойственных оценок.

Шестой раздел (основные результаты, №10)

10. Разработаны квадратичные экстремальные модели и методы получения оценок для задачи о максимальном разрезе взвешенного графа с заданными количествами вершин в подмножествах разбиения вершин графа и задачи нахождения глобального минимума квадратичной функции на многообразия Штифеля.

Результаты шестого раздела опубликованы

в шести[6] статьях в фаховых изданиях и докладывались на шести международных конференциях.

[6]

Шор Н.З., Стецюк П.И., Березовский О.А. Двойственные оценки для специальной оптимизационной задачи квадратичного типа на многообразии Штиффеля // Теория оптимальных решений. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 2004.

Стецюк П.И., Березовский О.А. Лагранжевые оценки для максимального разреза графа с заданными количествами вершин в обоих подмножествах разбиения // Теория оптимальных решений. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 2006.

Стецюк П.И., Кошлай Л.Б., Пилиповский А.В. О задаче оптимального соотношения между спросом и добавленной стоимостью в моделях Леонтьева // Теорія оптимальних рішень. – 2010. – №9. – С. 136–143.

Стецюк П.И., Кошлай Л.Б. Оптимальная нормированная структура спроса и добавленной стоимости в продуктивной модели Леонтьева // Кибернетика и систем. анализ. – 2010. – №5. – С. 51–59.

Стецюк П.И., Бондаренко А.В. О спектральных свойствах модели Леонтьева // Теорія оптимальних рішень. – 2011. – №10. – С. 84–90.

П.И.Стецюк, Л.Б.Кошлай Об одной экстремальной задаче для связи прямой и двойственной моделей Леонтьева // Спектральные и эволюционные задачи, 2011, Т.2, №2.

О седьмом разделе ...

7 Прикладные экстремальные задачи[a]

7.1 Задачи нахождения пропускных способностей дуг надежной ориентированной сети

7.2 Задачи оптимизации параметров для многослойных оптических покрытий

7.3 Задачи загрузки энергосистемы с учетом экологических факторов и маневренности нагрузками энергоблоков

7.4 Негладкий штраф и субградиентные методы для решения задачи проекции на политоп

[a] В разделе рассмотрены математические модели и методы решения для ряда прикладных экстремальных задач, где существенную роль играют субградиентные методы минимизации негладких функций.

Седьмой раздел (основные результаты, №11)

11. Разработаны математические модели, методы и программное обеспечение для задачи нахождения оптимальных нормированных структур конечного выпуска и добавленной стоимости в продуктивной модели Леонтьева; задач нахождения пропускных способностей дуг надежной ориентированной сети с передачей потоков произвольными путями и с передачей потоков по заданном множестве допустимых путей; задач нахождения оптимальных параметров плоских многослойных оптических покрытий; задачи нахождения нагрузок энергосистемы с учетом маневренности отдельного семейства энергоблоков.

Результаты седьмого раздела опубликованы

в двух книгах и четырех[7] статьях в фаховых изданиях, докладывались на шести международных конференциях.

7

Задачі оптимального проектування надійних мереж / Н.З. Шор, І.В. Сергієнко, П.І. Стецюк та ін. – Київ, Наукова думка, 2005. – 230 с.

Стецюк П.І., Журбенко М.Г., Лиховид О.П. Математичні моделі та програмне забезпечення в задачах енергетики. – Київ: ПП "Ательє "Поліграфічний комплекс", 2012.

Стецюк П.И., Мица А.В. О вычислении градиента в задаче синтеза оптических покрытий // Теория оптимальных решений. – 2004. – С. 127–133.

Стецюк П.И., Мица А.В. О задачах оптимизации параметров для многослойных оптических покрытий // Кибернетика и системный анализ. – 2005. – № 4. – С. 107-115.

Стецюк П.И., Лиховид А.П., Пилиповский А.В. Задачи оптимизации для выбора электрических нагрузок в энергосистеме // Теория оптимальных решений. – 2009. – С. 136–141.

Стецюк П.И., Нурминский Е.А. Негладкий штраф и субградиентные алгоритмы для решения задачи проекции на политоп // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – №1.

Вопросы?

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!