Прикладні задачі оптимізації на основі субградієнтних методів з перетворенням простору

Стецюк П.І.
stetsyukp@gmail.com

завідувач відділу методів негладкої оптимізації
Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

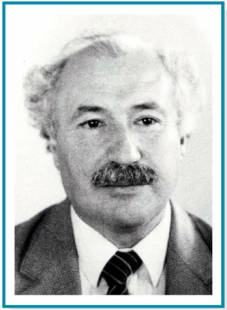
Бюро Відділення інформатики НАН України, 16 травня 2019 року

Зміст

1. Методи академіка НАН України Н.З. Шора
2. Субградієнтні методи з перетворенням простору
3. Упаковка 3D-об'єктів, ІПМаш, Харків
4. ED- та UC- задачі, ІЕД та ІПМЕ, Київ
5. Профілювання, ДП „Івченко-Прогрес“, Запоріжжя
6. Пошук дефектів, ІЕЗ, Київ

Зміст

Шор Наум Зуселевич (1937–2006)



Засновник наукової школи методів негладкої оптимізації Інституту кібернетики НАНУ.

У 1962 році Н.З. Шор розробив перший субградієнтний метод.

Методи Н.З. Шора високо оцінені фахівцями,

мають велике теоретичне та прикладне значення, є "ключем"до розв'язання задач великих розмірів.

Найбільш відомі результати

a. r-Алгоритми – сімейство методів субградієнтного типу з розтягом простору

b. Метод еліпсоїдів та його застосування в теорії складності задач математичного програмування

c. Двоїсті лангранжеві оцінки цільової функції в квадратичних оптимізаційних задачах

Основні монографії

1. Шор Н.З. *Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения.* – Киев: Наукова думка, 1979.

English translation: Shor N.Z. *Minimization Methods for Non-Differentiable Functions.* – Berlin: Springer-Verlag, 1985.

2. Shor N.Z. *Nondifferentiable optimization and polynomial problems.* – Boston; Dordrecht; London: Kluwer Academic Publishers, 1998.

3. Шор Н.З., Стеценко С.И. *Квадратичные экстремальные задачи и недифференцируемая оптимизация.* – Киев: Наукова думка, 1989.

Зміст

В Інституті кібернетики НАН України

Розроблено:

1. **нові модифікації r-алгоритмів** (стійкі до накопичення помилок обчислень);
2. **модифікації методу еліпсоїдів** (швидкість збіжності оцінюється геометричною прогресією);
3. **нові субградієнтні методи з перетворенням простору** (використовують феєровські кроки).

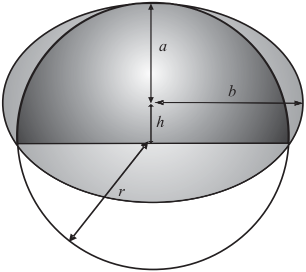
Методи мають

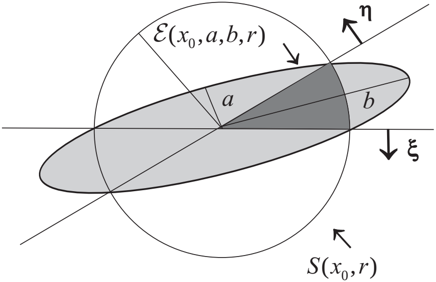
прискорену збіжність для яружних опуклих функцій

та використовуються

як оптимізаційні ядра для прикладних задач.

Де можна знайти про ці методи?





1. Стецюк П.И. *Методы эллипсоидов и r-алгоритмы.* – Кишинэу, Эврика, 2014. – 488 с.

2. Стецюк П.И. *Двойственные оценки в квадратичных экстремальных задачах.* – Кишинэу, Эврика, 2018. – 503 с.

Субградієнтні методи з перетворенням простору

призначені для розв'язання задачі

$$f^* = f(x^*) = \min_{x \in R^n} f(x),$$

де $f(x)$ – опукла функція (гладка, негладка)

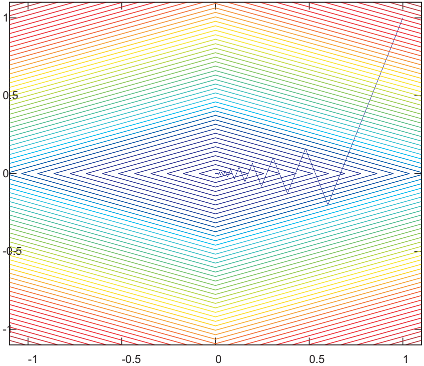
Задані: x_0 – стартова точка, B_0 – $n \times n$-матриця,

Ітерації $k=1,2,\ldots,$ мають вигляд

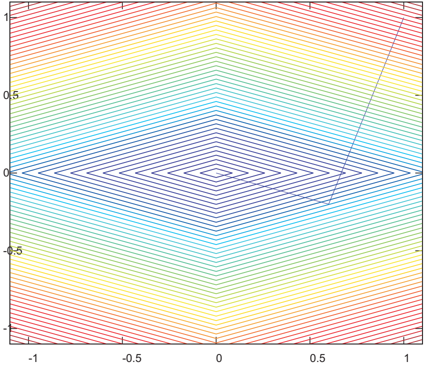
$$x_{k+1} = x_k - h_k B_k \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\|B_k^T g_f(x_k)\|}, \quad B_{k+1} = B_k T_k, \qquad \text{(Shor69)}$$

де h_k – крок, $g_f(x_k)$ – довільний субградієнт функції $f(x)$ в точці x_k, T_k – $n \times n$-матриця.

Прискорена збіжність: кусочно лінійна функція



1. Траєкторія методу **ams**



2. ...прискореного методу **amsg2**

для яружної функції $f_1(x_1, x_2) = |x_1| + 10|x_2|$, $x_0 = (1, 1)$.

Як оптимізаційні ядра

програмні реалізації методів використовують:

1. **Кисельова О.М.** (Дніпро, задачі розміщення);
2. **Стоян Ю.Г.** (Харків, задачі упаковки);
3. **Соломон Д.І.** (Кишинеу, транспортні задачі);
4. **Шарий С.П.** (Новосибірськ, інтервальний аналіз);
5. **Міца О.В.** (Ужгород, багатошарові оптичні покриття).

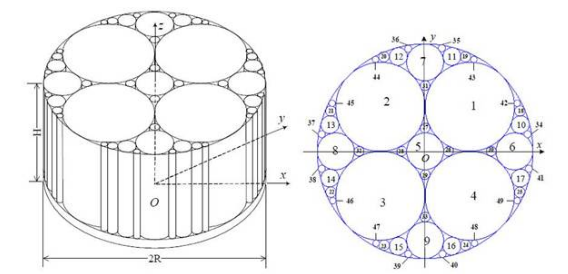
Серед них

octave-функції – **ralgb5**, **amsg2p**, **emshor** та інші.

Зміст

Оптимальна збалансована упаковка

проект НАНУ-НТЦУ (2012–2014)



1. Stetsyuk P., Romanova T., Scheithauer G. *On the global minimum in a balanced circular packing problem* // Optimization Letters. – 2016, № 10. – P. 1347–1360.

Формулювання задачі

Нехай задані круги S_i з радіусами r_i та вагами w_i, $i = 1, \ldots, m$. Вважається, що центр ваги круга S_i знаходиться в його центрі.

Збалансованою упаковкою сімейства кругів S_i, $i = 1, \ldots, m$ будемо називати таку їх упаковку в круг S, щоб радіус круга S був мінімальним та центр заги сімейства кругів S_i, $i = 1, \ldots, m$, співпадав з центром круга S.

Задача

Знайти збалансовану упаковку сімейства кругів S_i, $i = 1, \ldots, m$.

Математична модель

Багатоекстремальна задача нелінійного програмування:

$$r^* = \min_{x,y \in R^m, r \geq r_{low}} r \tag{1}$$

при обмеженнях

$$x_i^2 + y_i^2 \leq (r - r_i)^2, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{2}$$

$$(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \geq (r_i + r_j)^2, \quad 1 \leq i < j \leq m, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{m} \lambda_i y_i = 0. \tag{4}$$

Невідомі величини: x_i, y_i – центр круга S_i, r – радіус круга S;
відомі величини: $\lambda_i = w_i / \sum_{i=1}^{m} w_i$, $i = 1, \ldots, m$,
$r_{low} = \max\limits_{i=1,\ldots,m} r_i$ – нижня границя на r – невідомий радіус.

Авторські свідоцтва (2014, 2014, 2015)

2. Суббота И.А., Романова Т.Е., Стецюк П.И. *Комп'ютерна програма Optimal packing of homothetic oriented ellipses.* – Авторське свідоцтво № 55690. – 2014.

3. Стецюк П.І, Романова Т.Є., Коваленко Г.А. *Комп'ютерна програма "Рівноважна упаковка кругів".* – Авторське свідоцтво № 56609. – 2014.

4. Стецюк П.І., Лиховид О.П. *Комп'ютерна програма "A parallel algorithm for a balanced circular packing problem".* – Авторське свідоцтво № 62184. – 2015.

Зміст

Задачі завантаження енергоблоків

Теплових ЕлектроСтанцій (2007–2011)

1. Стецюк П.І., Журбенко М.Г., Лиховид О.П. *Математичні моделі та програмне забезпечення в задачах енергетики.* – К.: ПП Ательє "Поліграфічний комплекс", 2012.

„Оптимальне“ завантаження енергоблоків

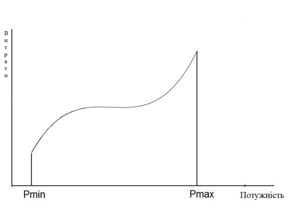
1. Economic Load Dispatch Problem (ED-задача)

Задано набір енергоблоків, які працюють без відключень, та їх характеристики. Потрібно знайти електричне навантаження кожного енергоблоку (кількість електроенергії, яку генерує енергоблок), щоб задовольнити потреби споживачів при мінімальних сумарних витратах на генерацію електроенергії.

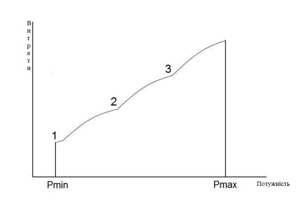
2. Unit Commitment Problem (UC-задача)

Задано набір енергоблоків, які можна включити/виключити. Потрібно знайти моменти часу, коли кожний енергоблок потрібно включити/виключити, та таке електричне навантаження кожного включеного енергоблоку, щоб задовольнити потреби споживачів та забезпечити мінімальні сумарні витрати на генерацію електроенергії.

Неопуклі функції витрат умовного палива



кубічна



кусочно-увігнута

Кусочно-увігнута функція з ефектом пульсації:

$$f_i(x_{i,t}) = a_i x_{i,t}^2 + b_i x_{i,t} + c_i + \left| d_i \times \sin(\omega_i \times (P_i^{low} - x_{i,t}) \right|$$

Публікації (2018)

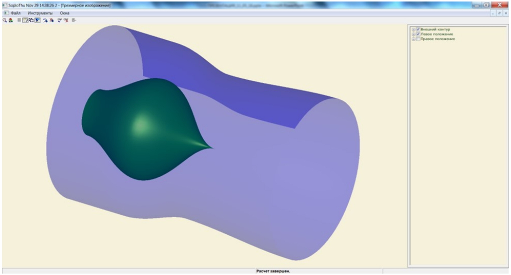
2. Стецюк П.І., Фесюк О.В., Буткевич О.Ф. *Опуклі квадратичні ED-задачі: властивості та субградієнтні алгоритми розв'язання* // Компьютерная математика, 2018, № 1.

3. Фесюк А.В., Стецюк П.І., Буткевич О.Ф. *Використання системи MANEUVER-NEW для розв'язання задач оптимального завантаження енергоблоків теплових електростанцій* // Технічна електродинаміка, 2018, № 4.

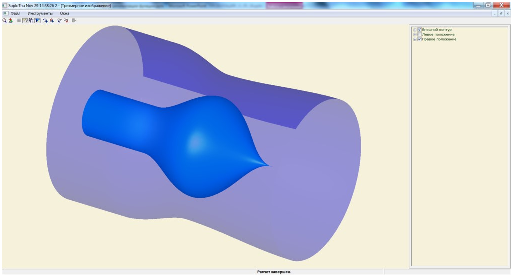
4. Стецюк П.І., Лиховид О.П. *Комп'ютерна програма «AMPL-програма Optloads: знаходження економічного завантаження енергоблоків, коли окремі енергоблоки можна вмикати/вимикати».* – Авторське свідоцтво № 82096. – 2018.

Зміст

Сопло Лаваля з центральним тілом (ЦТ)



ЦТ – ліворуч



ЦТ – праворуч

Методи та програми на основі r-алгоритма

стали складовою розробленого комплексу програм побудови профілю центрального тіла сопла Лаваля за заданими законами зміни площ для крайнього лівого/правого положень центрального тіла.

Комплекс програм використовується в проектних і конструкторських підрозділах ДП "Івченко-Прогрес".

Він дозволяє зменшити час терміну на проектування сопла Лаваля з внутрішнім тілом приблизно в 10 разів, а також покращити відповідність технічним вимогам.

Блок 2. Математична модель ...

Математична модель побудови профілю центрального тіла (r-алгоритм Шора)

Задача мінімізації функції

$$\min \Phi 1 = K_1 \left| \pi \cdot (yb_1 + ya_1) \cdot \sqrt{(xa_1 - xb_1)^2 + (ya_1 - yb_1)^2} - S_1\left(\frac{xa_1 + xb_1}{2}\right) \right| +$$
$$+ K_2 \left| \pi \cdot (yb_2 + ya_1) \cdot \sqrt{((xa_2) - xb_2)^2 + (ya_2 - yb_2)^2} - S_2\left(\frac{(xa_2) + xb_2}{2}\right) \right|$$

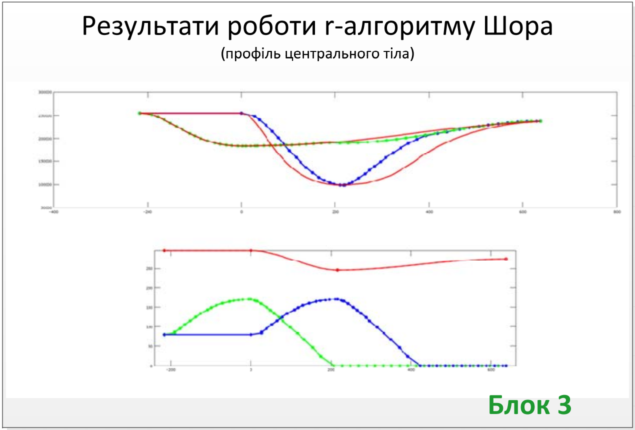
при обмеженнях

$$(xb_1 - xc_1)^2 + (yb_1 - yc_1)^2 - (xa_1 - xc_1)^2 - (ya_1 - yc_1)^2 = 0$$
$$(xb_2 - xc_2)^2 + (yb_2 - yc_2)^2 - ((xa_2 - xc_2)^2 - (ya_2 - yc_2)^2 = 0$$
$$Spl\_B'(xb_1) \times (yb_1 - yc_1) + xb_1 - xc_1 = 0$$
$$(xa_1 - xc_1) \cdot (ya_2 - yc_2) - (xa_2 - xc_2) \cdot (ya_1 - yc_1) = 0$$
$$Spl\_B(xb_2) - yb_2 = 0$$
$$Spl\_B'(xb_2) \cdot (yb_2 - yc_2) + xb_2 - xc_2 = 0$$
$$ya_2 - yc_2 \le 0,$$
$$xa_1 - (xc_1 \cdot 2 - xb_1) \le 0 \quad при \;\; xb_1 > 0$$
$$xc_1 \cdot 2 - xb_1 - xa_1 \le 0 \quad при \;\; xb_1 < 0$$
$$xa_2 - (xc_2 \cdot 2 - xb_2) \le 0 \quad при \;\; xb_1 + Delta > Delta$$
$$(xc_2 \cdot 2 - xb_2) - xa_2 \le 0 \quad при \;\; xb_1 + Delta < Delta$$
$$yya_1 \le ya_1 \le макс\_цт \quad при \;\; xb_1 \le 0$$
$$yya_1 \ge ya_1 \ge 0 \quad при \;\; xb_1 \ge 0$$

$$xxa_1 \le xa_1 \le 0 \quad при \;\; xb_1 \le 0$$
$$Lтела \ge xa_1 \ge xxa_1 \quad при \;\; xb_1 \ge 0$$
$$ya_1 \ge yyc_1 - \sqrt{rr_1^2 - (xa_1 - xxc_1)^2} \quad при \;\; xa_1 \le xxc_1 + rr_1$$
$$yya_1 \ge yc_1 - \sqrt{r_1^2 - (xxa_1 - xc_1)^2} \quad при \;\; xxa_1 \ge xc_1 - r_1$$
$$ya_2 \ge yyc_2 - \sqrt{rr_2^2 - (xa_2 - xxc_2)^2} \quad при \;\; xa_2 \le xxc_2 + rr_2$$
$$yya_1 \ge yc_1 - \sqrt{r_1^2 - (xxa_1 - xc_1)^2} \quad при \;\; xxa_1 \ge xc_1 - r_1$$
$$\pi \cdot (yb_1 + ya_1) \cdot \sqrt{(xa_1 - xb_1)^2 + (ya_1 - yb_1)^2} \ge S1_{krit}$$
$$\pi \cdot (yb_2 + ya_2) \cdot \sqrt{((xa_2) - xb_2)^2 + (ya_2 - yb_2)^2} \ge S2_{krit}$$

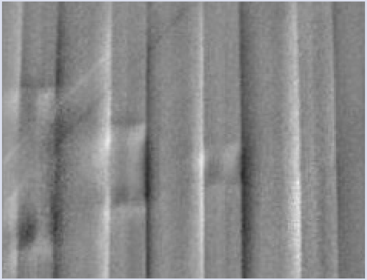
Блок 2

Блок 3. Результати роботи r-алгоритму

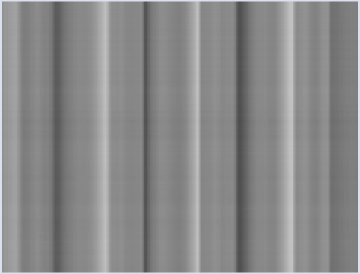


Зміст

Що таке дефекти в регулярних зображеннях



Регулярне, з дефектами



Регулярне, без дефектів

Дефекти

визначаються за різницею лівого та правого зображень

Формулювання задачі та наші публікації

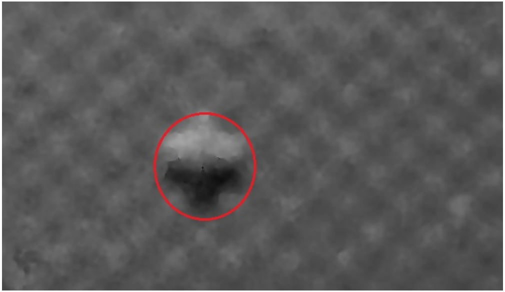
Задана матрица $A \in R^{m\times n}$. Для $p \in [1,2]$ розглядається задача

$$\min_{x,y} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij} - x_i - y_j|^p . \qquad (***)$$

1. Стецюк П.И., Савицкий В.В. О поиске дефектов в регулярных 3D-структурах // Проблемы управления и информатики. – 2018. – № 2. – С. 33–48.

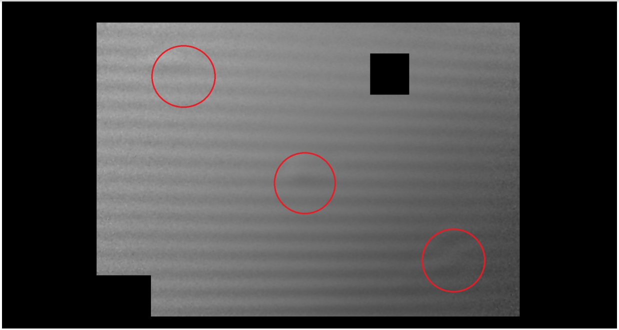
2. Стецюк П.И., Савицкий В.В. r-Алгоритмы для двух задач поиска дефектов в регулярных 3D-структурах // Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии. – Кишинэу: Эврика, 2018. – С. 424–427.

Регулярні прямокутні зображення



розмірів 400×600 можна обробляти у діалоговому режимі, тому що розв'язання задачі (***) вимагає декілька секунд на сучасних ПЕОМ з використанням GNU Octave v. 3.6.4.

Досліджуються зображення довільної форми



Методи та програми можна використовувати

для автоматизації процесу визначення місць розташування дефектних ділянок в відповідальних елементах конструкцій, щоб знизити вплив людського фактора при Неруйнівному Контролі Якості.

У найближчій перспективі

розроблені субградієнтні методи планується використати

для побудови аеродинамічних профілів та поверхонь пера лопатки з заданими властивостями для авіадвигунів (спільно з ДП"Івченко-Прогрес", м. Запоріжжя);

при розробленні математичних моделей, алгоритмів та програмного забезпечення для знаходження оптимальних енергоємностей та відповідних місць розташування в ОЕС України накопичувачів електричної енергії (акумуляторів) для відновлювальних джерел енергії (спільно з ІЕД НАН України).

Запитання?

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

e-mail: *stetsyukp@gmail.com*