

# СУБГРАДІЄНТНІ МЕТОДИ ШОРА В ЗАДАЧАХ ЕНЕРГЕТИКИ

Стецюк П.І.  
*stetsyukp@gmail.com*

Відділ методів негладкої оптимізації  
Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

Київ, 6 березня 2019 року  
Інститут проблем моделювання в енергетиці  
ім. Г.Є. Пухова НАН України

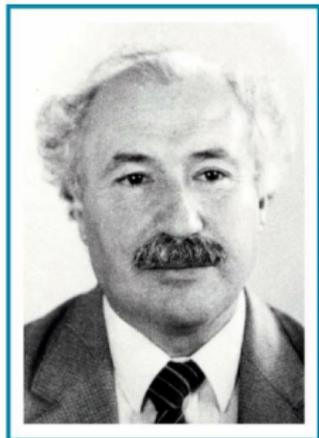
# План презентації

- 1 Про наукову школу Н.З. Шора
- 2 Субградієнтні методи з перетворенням простору
- 3 ED- та UC- задачі завантаження енергоблоків
- 4 Програмне забезпечення для ED- та UC-задач

# План презентації

- 1 Про наукову школу Н.З. Шора
- 2 Субградієнтні методи з перетворенням простору
- 3 ED- та UC- задачі завантаження енергоблоків
- 4 Програмне забезпечення для ED- та UC-задач

# Шор Наум Зуселевич (1937–2006)



Засновник наукової школи методів негладкої оптимізації Інституту кібернетики НАНУ.

У **1962** році Н.З. Шор розробив перший субградієнтний метод.

**Методи Н.З. Шора мають**

велике теоретичне та прикладне значення, високо оцінені фахівцями, активно використовуються і розвиваються.

# Найбільш відомі результати

**a.**  $r$ -Алгоритми – сімейство методів субградієнтного типу з розтягом простору

**b.** Метод еліпсоїдів та його застосування в теорії складності задач математичного програмування

**c.** Двоїсті лангранжеві оцінки в квадратичних оптимізаційних задачах

# Основні монографії

1. ШОР Н.З. *Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения.* – Киев: Наукова думка, 1979.

English translation: SHOR N.Z. *Minimization Methods for Non-Differentiable Functions.* – Berlin: Springer-Verlag, 1985.

2. SHOR N.Z. *Nondifferentiable optimization and polynomial problems.* – Boston; Dordrecht; London: Kluwer Academic Publishers, 1998.

3. ШОР Н.З., СТЕЦЕНКО С.И. *Квадратичные экстремальные задачи и недифференцируемая оптимизация.* – Киев: Наукова думка, 1989.

Лист проф. С. Бойда [stanford.edu/boyd/](http://stanford.edu/boyd/)

April 15, 2005

*Dear Professor Shor,*

*We have never met, but your work has very much influenced me for many years now. I started with your small 1985 Springer book on subgradient methods, which I read as a PhD student. I recently read your newer book on nondifferentiable optimization (1998), which I enjoyed very much.*

*I'm enclosing copies of the three books I've written. The first concerns the design of linear controllers via convex optimization; the second is on linear matrix inequalities; and the third one is a basic textbook on convex optimization. [...] I hope you can see your strong influence in all of these books.*

*With the best regards,  
Stephen P. Boyd*

# Ювілейна стаття (січень, 2012)

75-річчю від дня народження Н.З. Шора присвячена стаття

**Сергиенко І.В., Стецюк П.І.**

**О трех научных идеях Н.З. Шора // Кибернетика и системный анализ. – 2012, № 1. – С. 4–22.**

**У статті описано три центральні ідеї Н.З. Шора:**

узагальнений градієнтний спуск (1962),  
використання лінійних неортогональних перетворень простору  
для поліпшення обумовленості яружних функцій (1969),  
двоїстий підхід до отримання та уточнення оцінок цільової  
функції в неопуклих квадратичних моделях (1985).  
Наведено методи та алгоритми, розроблені на їх основі в  
Інституті кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України.

# Серія книг «НДО и ее приложения»

1. СОЛОМОН Д.И. *Дробное программирование и недифференцируемая оптимизация.* – Кишинэу, Эврика, 2010. – 556 с.
2. СТЕЦЮК П.И. *Методы эллипсоидов и r-алгоритмы.* – Кишинэу, Эврика, 2014. – 488с.
3. КИСЕЛЕВА Е.М., КОРЯШКИНА Л.С. *Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств и r-алгоритмы.* – Киев, Наукова думка, 2015. – 400 с.
4. СТЕЦЮК П.И. *Двойственные оценки в квадратичных экстремальных задачах.* – Кишинэу, Эврика, 2018. – 504с.

# План презентації

- 1 Про наукову школу Н.З. Шора
- 2 Субградієнтні методи з перетворенням простору
- 3 ED- та UC- задачі завантаження енергоблоків
- 4 Програмне забезпечення для ED- та UC-задач

## У відділі 120 Інституту кібернетики

розроблено

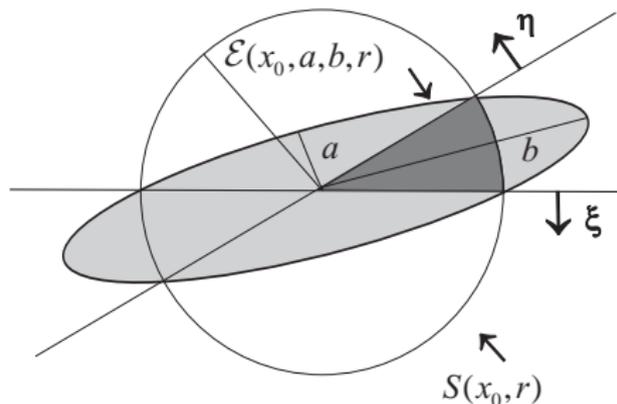
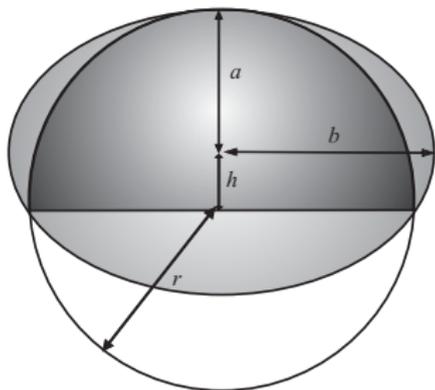
субградієнтні методи з перетворенням простору, які мають прискорену збіжність для яружних опуклих функцій.

Якщо  $x_0$  – стартова точка,  $B_0$  –  $n \times n$ -матриця, то ітерація  $k=1, 2, \dots$ , субградієнтного методу з перетворенням простору змінних має вигляд:

$$x_{k+1} = x_k - h_k B_k \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\|B_k^T g_f(x_k)\|}, \quad B_{k+1} = B_k T_k, \quad (\text{Shor69})$$

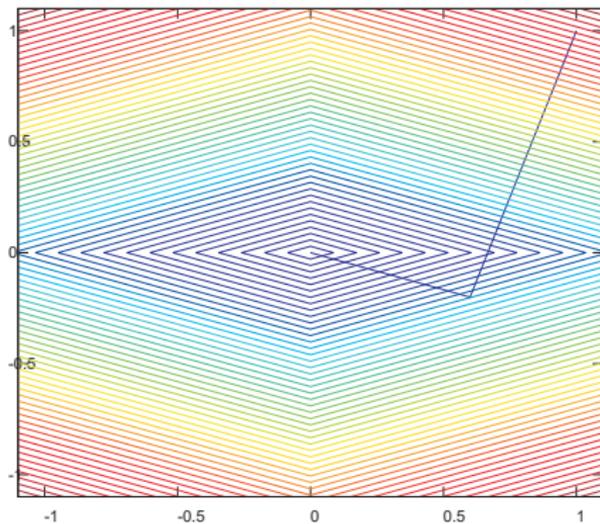
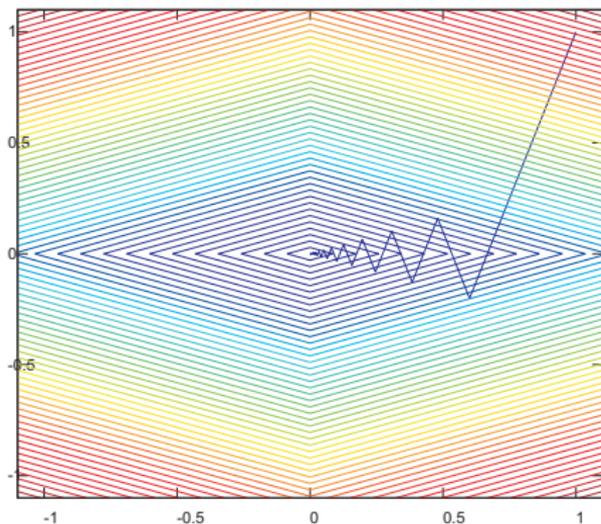
де  $h_k$  – крок,  $g_f(x_k)$  – довільний субградієнт функції  $f(x)$  в точці  $x_k$ ,  $T_k$  –  $n \times n$ -матриця.

# Де можна знайти про ці методи?



2. СТЕЦЬЮК П.И. *Методы эллипсоидов и r-алгоритмы.* – Кишинэу, Эврика, 2014.

# Прискорена збіжність: кусочно лінійна функція

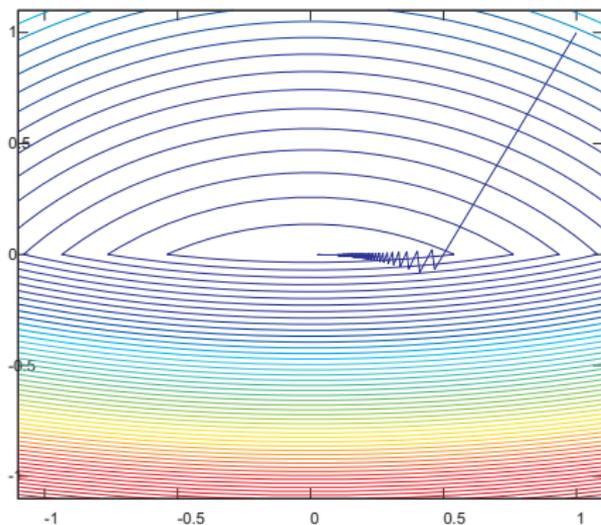


1. Траєкторія методу Поляка

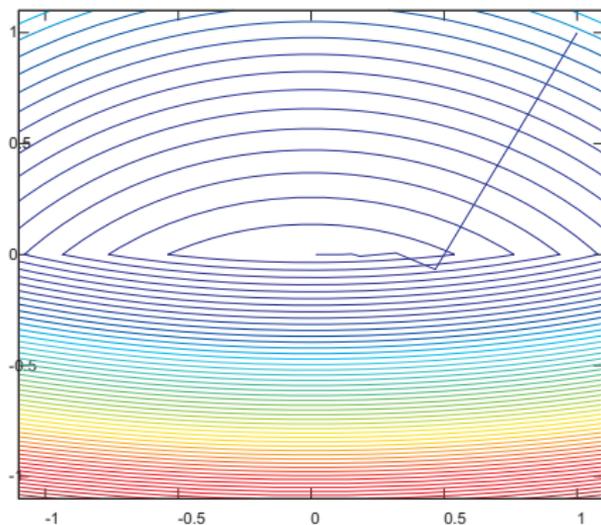
2. ...прискореного методу Поляка

для яружної функції  $f_1(x_1, x_2) = |x_1| + 10|x_2|$ ,  $x_0 = (1, 1)$ .

# Суттєво яружна функція (кусочно квадратична)



1. Траєкторія методу Поляка



2. ...прискореного методу Поляка

$$f_1(x_1, x_2) = \max \{x_1^2 + (2x_2 - 2)^2 - 3, x_1^2 + (x_2 + 1)^2\}, \quad x_0 = (1, 1).$$

# На основі субградієнтних методів

створено алгоритми для таких класів задач оптимізації:

- задачі опуклого програмування (велика розмірність),
- розподільчі і транспортні задачі,
- багатоетапні стохастичні задачі,
- матричні оптимізаційні задачі,
- неопуклі квадратичні задачі,
- булеві та поліноміальні задачі,
- оптимізаційні задачі на графах та ін.

**Області застосувань:**

логістика, економіка, енергетика,  
транспортні/комунікаційні мережі  
ППП Планер, Диснел, Диспро

# Задачі завантаження енергоблоків

## Теплових ЕлектроСтанцій (2007–2011)



**5.** СТЕЦЮК П.І., ЖУРБЕНКО М.Г., ЛИХОВИД О.П.  
*Математичні моделі та програмне забезпечення в задачах енергетики.* – К.: ПП Ательє "Поліграфічний комплекс", 2012.

# План презентації

- 1 Про наукову школу Н.З. Шора
- 2 Субградієнтні методи з перетворенням простору
- 3 ED- та UC- задачі завантаження енергоблоків**
- 4 Програмне забезпечення для ED- та UC-задач

# „Оптимальне“ завантаження енергоблоків

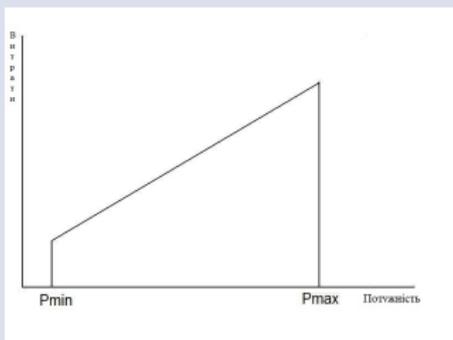
## 1. Economic Load Dispatch Problem (ED-задача)

Задано набір енергоблоків, які працюють без відключень, та їх характеристики. Потрібно знайти електричне навантаження кожного енергоблоку (кількість електроенергії, яку генерує енергоблок), щоб задовольнити потреби споживачів при мінімальних сумарних витратах на генерацію електроенергії.

## 2. Unit Commitment Problem (UC-задача)

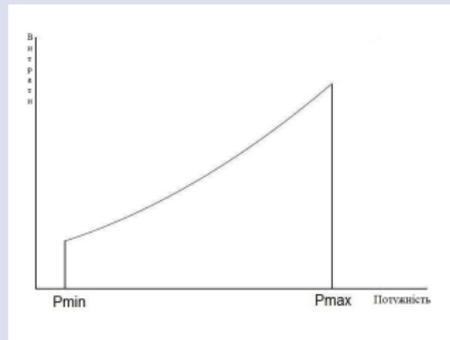
Задано набір енергоблоків, які можна включити/виключити. Потрібно знайти моменти часу, коли кожний енергоблок потрібно включити/виключити, та таке електричне навантаження кожного включеного енергоблоку, щоб задовольнити потреби споживачів та забезпечити мінімальні сумарні витрати на генерацію електроенергії.

# Опуклі функції витрат умовного палива



лінійна

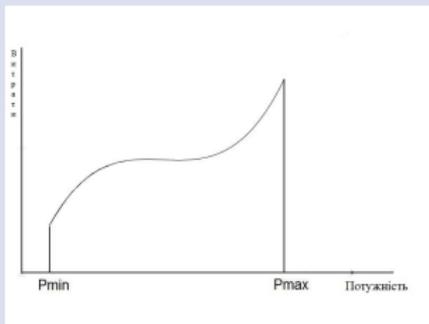
$$f_i(x_{i,t}) = b_i x_{i,t} + c_i$$



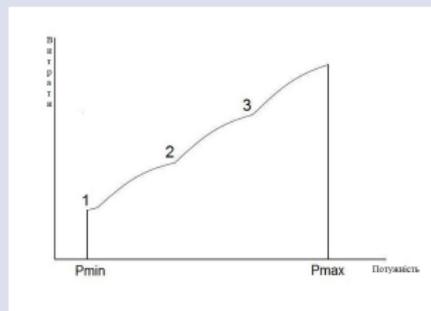
квадратична:

$$f_i(x_{i,t}) = a_i x_{i,t}^2 + b_i x_{i,t} + c_i$$

# Неопуклі функції витрат умовного палива



кубічна



кусочно-увігнута

**Кусочно-увігнута функція з ефектом пульсації:**

$$f_i(x_{i,t}) = a_i x_{i,t}^2 + b_i x_{i,t} + c_i + |d_i \times \sin(\omega_i \times (P_i^{low} - x_{i,t}))|$$

# Найпростіша ED-задача (модель А)

знайти

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N f_i(x_{i,t}) \quad (1A)$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^N x_{i,t} = E_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2A)$$

$$P_i^{low} \leq x_{i,t} \leq P_i^{up}, \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T. \quad (3A)$$

$x_{i,t}$  – невідоме навантаження енергоблоку  $i$  в інтервалі  $t$ .

# Найпростіша UC-задача (модель B)

знайти

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N f_i(x_{i,t}, y_{i,t}) \quad (1B)$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^N x_{i,t} = E_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2B)$$

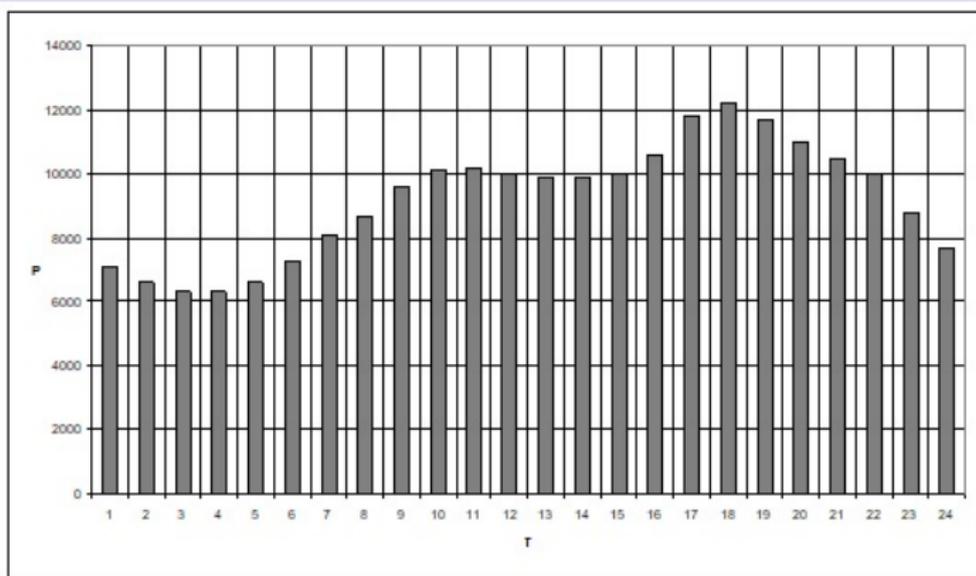
$$P_i^{low} y_{i,t} \leq x_{i,t} \leq P_i^{up} y_{i,t}, \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T. \quad (3B)$$

$$y_{i,t} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T. \quad (4B)$$

$y_{i,t}$  – включено/виключено (1/0) енергоблок  $i$  в інтервалі  $t$ .

# План презентації

- 1 Про наукову школу Н.З. Шора
- 2 Субградієнтні методи з перетворенням простору
- 3 ED- та UC- задачі завантаження енергоблоків
- 4 Програмне забезпечення для ED- та UC-задач**

Добова потреба в електроенергії ( $T = 24$ )

Приклад графіка добового завантаження енергосистеми

# Нелінійна ED-задача ( $T = 24$ )

знайти

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N f_i(x_{i,t}) \quad (1A)$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^N x_{i,t} = E_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2A)$$

$$P_i^{low} \leq x_{i,t} \leq P_i^{up}, \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T. \quad (3A)$$

$$x_{i,t} - x_{i,t-1} \leq U_i, \quad t = 2, \dots, T, \quad i = 1, \dots, N, \quad (4A)$$

$$x_{i,t-1} - x_{i,t} \leq D_i, \quad t = 2, \dots, T, \quad i = 1, \dots, N. \quad (5A)$$

# Програмне забезпечення ED-задач ( $T = 24$ )

1. ED-задача (1A)–(5A) з опуклою квадратичною функцією витрат умовного палива:  
*r*-алгоритм та метод негладкого штрафу.

СТЕЦЮК П.І., ФЕСЮК О.В., БУТКЕВИЧ О.Ф. *Опуклі квадратичні ED-задачі: властивості та субградієнтні алгоритми розв'язання* // Комп'ютерна математика, 2018, № 1. С. 133–141.

# Програмне забезпечення ED-задач ( $T = 24$ )

- ED-задача (1A)–(5A) з неопуклою функцією витрат умовного палива (з ефектом пульсації):  
 **$r$ -алгоритм та метод мультистарту.**

Лиховид О.П., Стецюк П.І. *Паралельний алгоритм розв'язання багатоекстремальної задачі оптимального завантаження енергосистеми* // V Міжнародна конференція з високопродуктивних обчислень (HPC-UA 2018), Київ, 22–23 жовтня, 2018, (<http://hpc-ua.org/hpc-ua-18/>)

# Програмне забезпечення UC-задач ( $T = 24$ )

**3.** UC-задача та ED-задача з цілочисловими  $x_{i,t}$  та довільною функцією витрат умовного палива:  
**метод динамічного програмування [5, с.13–18].**

**5.** СТЕЦЬОК П.І., ЖУРВЕНКО М.Г., ЛИХОВИД О.П.  
*Математичні моделі та програмне забезпечення в задачах енергетики.* – К.: ПП Ательє "Поліграфічний комплекс", 2012.

## Лінійна комбінована ED- та UC- задача

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i \in N \setminus N_{UC}} (b_i x_{i,t} + a_i) + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in N_{UC}} (b_i x_{i,t} + a_i y_{i,t}) \quad (1C)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i,t} = E_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2C)$$

$$P_i^{low} \leq x_{i,t} \leq P_i^{up}, \quad i \in N \setminus N_{UC}, t = 1, \dots, T, \quad (3C)$$

$$P_i^{low} y_{i,t} \leq x_{i,t} \leq P_i^{up} y_{i,t}, \quad i \in N_{UC}, t = 1, \dots, T, \quad (4C)$$

$$y_{i,t} \in \{0, 1\}, \quad i \in N_{UC}, t = 1, \dots, T. \quad (5C)$$

$$x_{i,t} - x_{i,t-1} \leq U_i, \quad t = 2, \dots, T, \quad i \in N_R \in N \setminus N_{UC}, \quad (6C)$$

$$x_{i,t-1} - x_{i,t} \leq D_i, \quad t = 2, \dots, T, \quad i \in N_R \in N \setminus N_{UC}. \quad (7C)$$

# Авторське свідоцтво (2018)

СТЕЦЬОК П.І., ЛИХОВИД О.П. *Комп'ютерна програма «AMPL-програма Optloads: знаходження економічного завантаження енергоблоків, коли окремі енергоблоки можна вмикати/вимикати».* – Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 82096. Україна. Міністерство освіти і науки. Державний департамент інтелектуальної власності. – Дата реєстрації 10.10.2018.

# Питання?

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

*stetsyukp@gmail.com*