

r -АЛГОРИТМЫ ДЛЯ ДВУХ ЗАДАЧ ПОИСКА ДЕФЕКТОВ В РЕГУЛЯРНЫХ 3D-СТРУКТУРАХ

Стецюк П.И., Савицкий В.В.
stetsyukp@gmail.com, viktor.savitsky@gmail.com

Институт кибернетики имени В.М. Глушкова, Киев
Институт электросварки имени Е.О. Патона, Киев

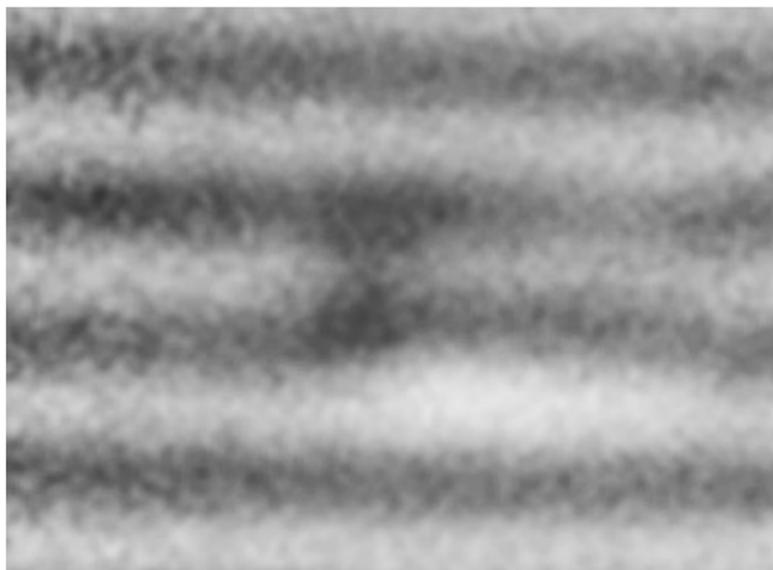
6-ая международная научная конференция "Математическое
моделирование, оптимизация и информационные технологии"
12–16 ноября 2018 года, г. Кишинэу

- 0 В чем состоит задача?
- 1 3D-структуры (регулярная и с дефектами)
- 2 t -алгоритмы для МНК и МНМ
- 3 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 0 О приложениях методов и программ

Содержание

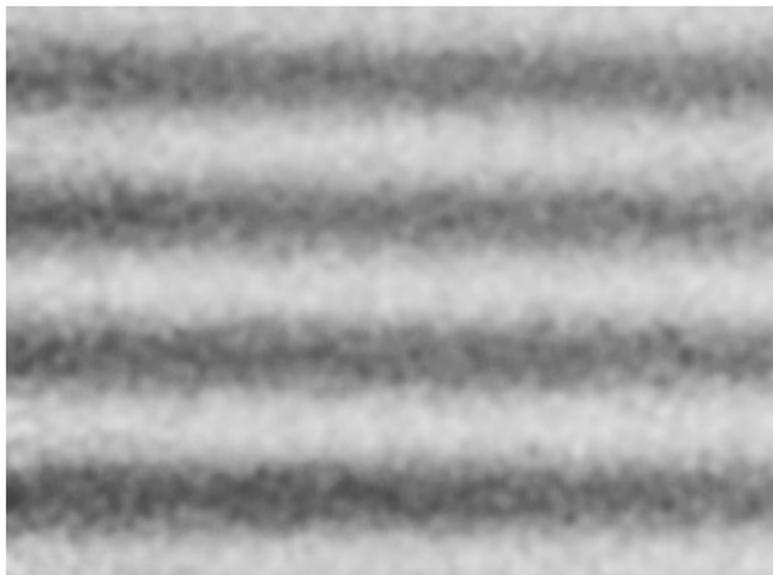
- 0 В чем состоит задача?
- 1 3D-структуры (регулярная и с дефектами)
- 2 t -алгоритмы для МНК и МНМ
- 3 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 0 О приложениях методов и программ

Имеется регулярное изображение с „дефектом“



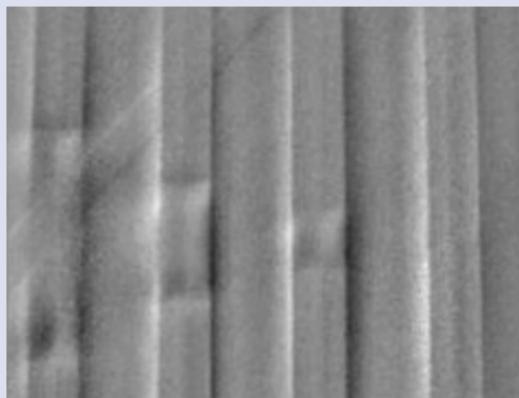
Требуется: „восстановить“ регулярное изображение

„Восстановленное“ регулярное изображение

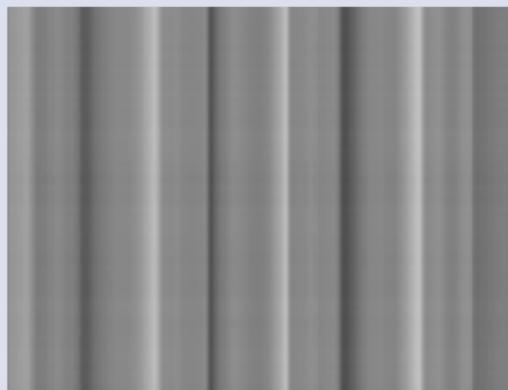


по имеющемуся регулярному изображению с „дефектом“

Регулярные изображения (примеры)



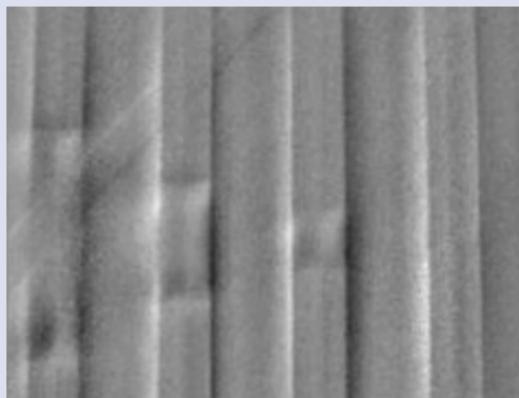
Регулярное, с дефектами



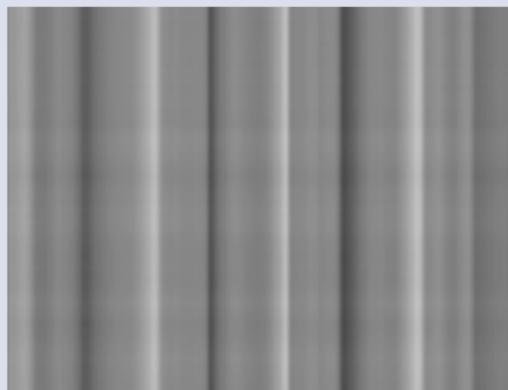
Регулярное, без дефектов

Изображение (справа) получено с помощью МНМ

Регулярные изображения (тот же пример)



Регулярное, с дефектами



Регулярное, без дефектов

Изображение (справа) получено с помощью МНК

Где можно найти об этих задачах?

Аннотация к статье [1]

Рассматриваются оптимизационные задачи для нахождения наилучших в L_p -норме параметров регулярных 3D-структур и методы их решения. Показано, что при восстановлении параметров 3D-структур с дефектами метод наименьших модулей более устойчив, чем метод наименьших квадратов. Приведены результаты вычислительных экспериментов для программных реализаций методов на основе r -алгоритма Шора.

1. Стецюк П.И., Савицкий В.В. О поиске дефектов в регулярных 3D-структурах // Проблемы управления и информатики. – 2018. – № 2. – С. 33–48.

Содержание

- 0 В чем состоит задача?
- 1 3D-структуры (регулярная и с дефектами)**
- 2 t -алгоритмы для МНК и МНМ
- 3 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 0 О приложениях методов и программ

Регулярная 3D-структура и ее параметры

3D-структурой будем называть тройку $\{A, u, v\}$, где

$A \in R^{m \times n}$ – $m \times n$ -матрица, такая что $A = \{a_{ij}\}_{j=1, n}^{i=1, m}$,
 $u \in R^m$ – m -мерный вектор, $v \in R^n$ – n -мерный вектор.

Определение 1. 3D-структура $\{A, u, v\}$ называется

регулярной, если матрица $A \in R^{m \times n}$ и векторы $u \in R^m$ и $v \in R^n$ такие, что $a_{ij} = u_i + v_j$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$.

Свойства регулярной 3D-структуры

Лемма 1. Если $\{A, u, v\}$ – регулярная 3D-структура, то регулярной будет и 3D-структура $\{A, \tilde{u}, \tilde{v}\}$, где

$$\tilde{u}_i = u_i + t, \quad i = 1, \dots, m, \quad \tilde{v}_j = v_j - t, \quad j = 1, \dots, n,$$

$\forall t \in R, t \neq 0$.

Определение 2. Регулярную 3D-структуру $\{A, u^*, v^*\}$

будем называть базисной, если векторы $u^* \in R^m$ и $v^* \in R^n$ – такие, что $\sum_{i=1}^m u_i^* = \sum_{j=1}^n v_j^*$.

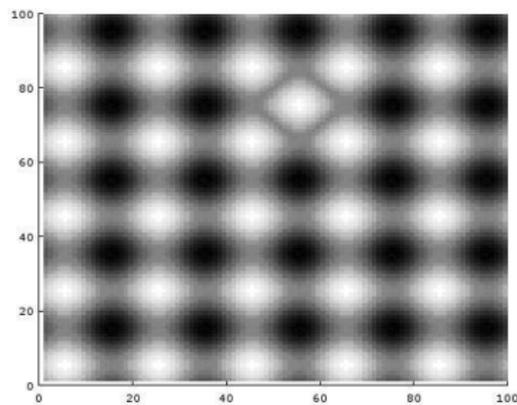
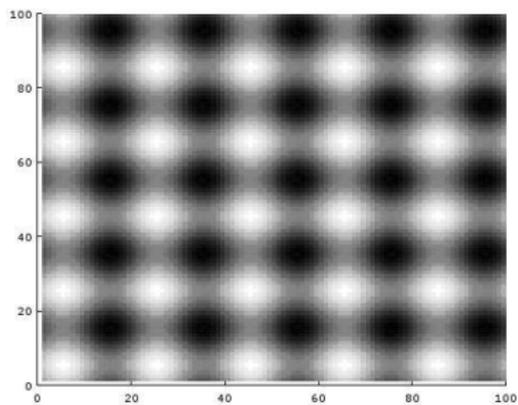
Регулярная структура с дефектами

Определение 3. Элементарным дефектом в регулярной 3D-структуре $\{A, \underline{u}, \underline{v}\}$ будем называть такую пару индексов ij , $i \in \overline{1, m}$, $j \in \overline{1, n}$, для которых $a_{ij} \neq u_i + v_j$.

Если количество элементарных дефектов равно 1, то 3D-структура – регулярная, с одним дефектом;

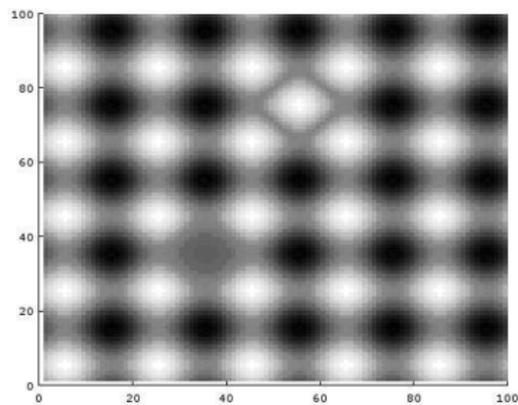
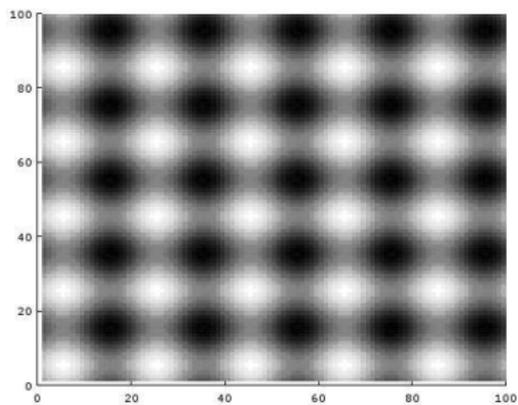
Если количество элементарных дефектов равно $k > 1$, то 3D-структура – регулярная, с k дефектами;

3D-структуры (регулярная, с одним дефектом)



Регулярная (слева), Регулярная с одним дефектом (справа)

3D-структуры (регулярная, с двумя дефектами)



Регулярная (слева), Регулярная с двумя дефектами (справа)

Задача 1 и Задача 2

Задача 1. Имеется $m \times n$ -матрица A . Для регулярной 3D-структуры $\{A^*, x^*, y^*\}$ требуется найти такие векторы $x^* \in R^m$ и $y^* \in R^n$, чтобы коэффициенты матрицы A^* минимально отклонялись от коэффициентов матрицы A .

Задача 2. Имеется $m \times n$ -матрица A . Для базисной регулярной 3D-структуры $\{A^{**}, x^{**}, y^{**}\}$ требуется найти векторы $x^{**} \in R^m$ и $y^{**} \in R^n$, чтобы коэфф. матрицы A^{**} минимально отклонялись от коэффициентов матрицы A .

Содержание

- 0 В чем состоит задача?
- 1 3D-структуры (регулярная и с дефектами)
- 2 r-алгоритмы для МНК и МНМ**
- 3 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 0 О приложениях методов и программ

МНК (задача 1 и задача 2)

для задачи 1 (регулярная структура): найти

$$(x^*, y^*) = \operatorname{argmin}_{\substack{x \in R^m \\ y \in R^n}} \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} - x_i - y_j)^2 \right\}. \quad (1)$$

для задачи 2 (базисная регулярная структура): найти

$$(x^{**}, y^{**}) = \operatorname{argmin}_{\substack{x \in R^m \\ y \in R^n}} \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} - x_i - y_j)^2 + \left(\sum_{i=1}^m x_i - \sum_{j=1}^n y_j \right)^2 \right\} \quad (2)$$

МНМ (задача 1 и задача 2)

для задачи 1 (регулярная структура): найти

$$(x^*, y^*) = \operatorname{argmin}_{\substack{x \in R^m \\ y \in R^n}} \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij} - x_i - y_j| \right\}. \quad (3)$$

для задачи 2 (базисная регулярная структура): найти

$$(x^{**}, y^{**}) = \operatorname{argmin}_{\substack{x \in R^m \\ y \in R^n}} \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij} - x_i - y_j| + \left| \sum_{i=1}^m x_i - \sum_{j=1}^n y_j \right| \right\} \quad (4)$$

Программы для МНМ и МНК

реализованы на языке Octave и

используют Octave-функцию `ralgb5` [2, стр. 384–385], которая реализует r -алгоритм Шора–Журбенко с адаптивной регулировкой шага.

2. Стецюк П.И. Методы эллипсоидов и r -алгоритмы. – Кишинэу: Эврика, 2014. – 488 с.

Тестовые примеры и параметры r -алгоритма

Для МНК коэффициенты матрицы \bar{A} вычислялись по формуле $\bar{a}_{ij} = u_i + v_j$, где компоненты векторов $u \in R^{400}$ и $v \in R^{600}$ генерировались датчиком случайных чисел `rand("seed", 2017)` в диапазоне от 0 до 10.

Для МНМ коэффициенты матрицы \tilde{A} вычислялись по формуле $\tilde{A} = \bar{A} + 0.2\bar{A}(190 : 210, 290 : 310)$.

Для всех тестовых примеров использовались:

стартовая точка – $x_0 = (0, 0, \dots, 0)^T$,

параметры r -алгоритма: $\alpha = 2$, $h_0 = 1$, $q_2 = 1.1$, $n_h = 3$,
 $q_1 = 0.9$ (МНК) и $q_1 = 0.95$ (МНМ),

параметры останова: $\varepsilon_x = 10^{-7}$, $\varepsilon_g = 10^{-12}$, **maxitn=1000**.

Затраты МНК для нахождения

параметров регулярной 3D-структуры ($n = 600, m = 400$).

№	Задача (1)			Задача(2)		
	itn	nfg	time	itn	nfg	time
1	304	518	7.60	302	512	7.52
2	278	468	6.88	285	475	7.05
3	266	441	6.54	277	461	6.83
4	268	445	6.68	295	494	7.78
5	269	449	6.74	284	477	7.16

Здесь:

itn – количество итераций,

nfg – количество вычислений функции и ее субградиента,

time – время выполнения программы в секундах.

Затраты МНМ для нахождения

параметров регулярной 3D-структуры ($n = 600, m = 400$).

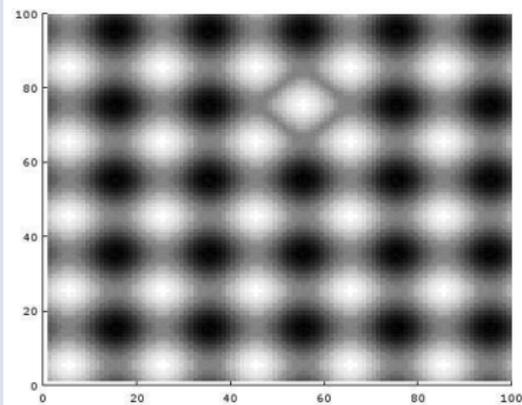
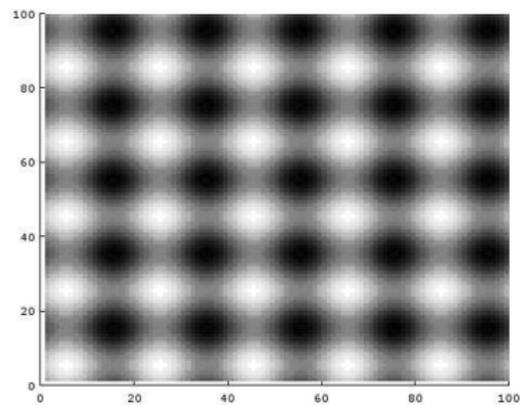
№	Задача (3)			Задача (4)		
	itn	nfg	t(sec)	itn	nfg	t(sec)
1	358	434	10.41	358	434	10.44
2	359	437	10.47	359	437	10.48
3	360	436	10.45	360	436	10.42
4	359	437	12.68	359	437	10.62
5	360	437	10.76	360	437	10.65

Вычисления проводились на компьютере Pentium 3GHz в системе Windows7/32 используя GNU Octave версии 3.6.4. Точность (отклонение в евклидовой норме) $\approx 10^{-8}$.

Содержание

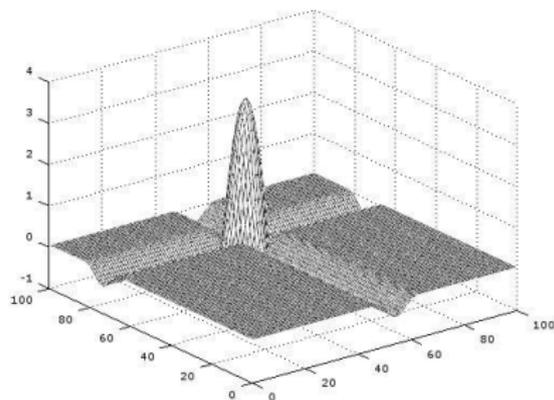
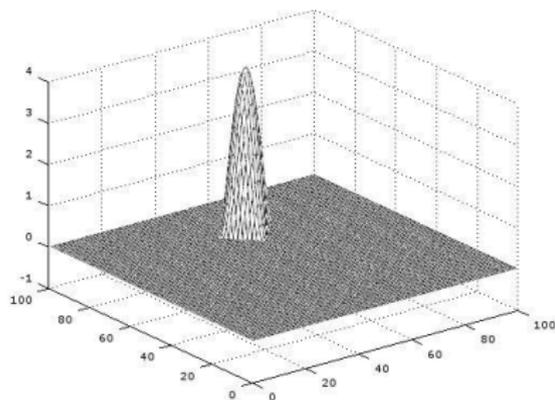
- 0 В чем состоит задача?
- 1 3D-структуры (регулярная и с дефектами)
- 2 t -алгоритмы для МНК и МНМ
- 3 Робастность МНМ для нахождения дефектов**
- 0 О приложениях методов и программ

3D-структура (регулярная, с одним дефектом)



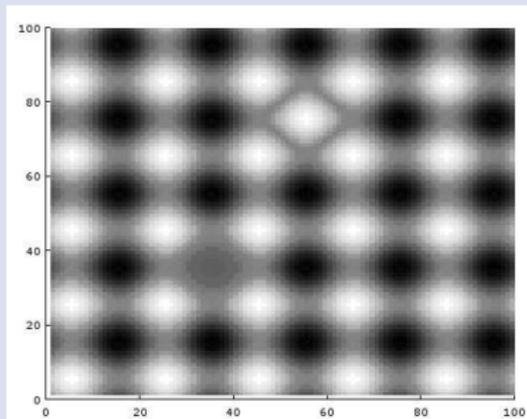
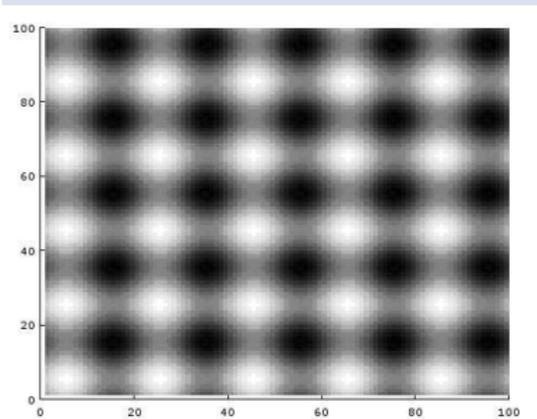
Регулярная (слева), Регулярная с одним дефектом (справа)

МНМ и МНК: отклонения для одного дефекта



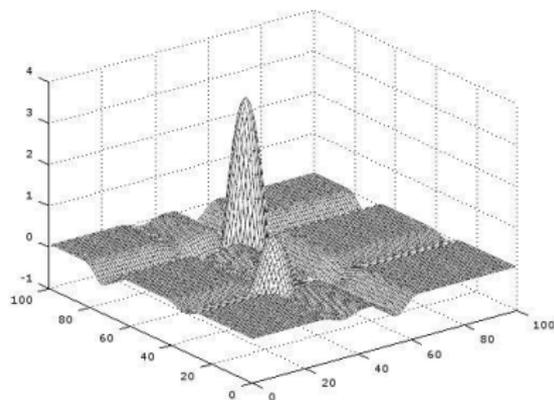
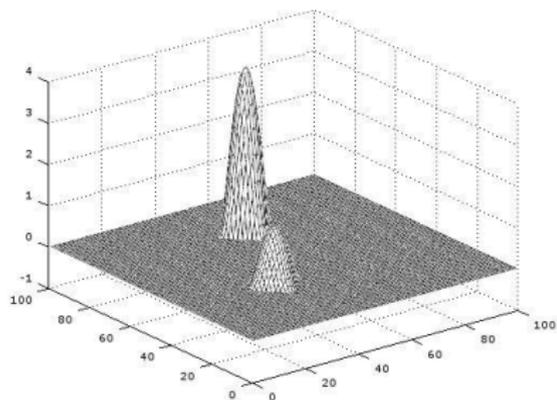
МНМ (слева), МНК(справа)

3D-структура (регулярная, с двумя дефектами)



Регулярная (слева), Регулярная с двумя дефектами (справа)

МНМ и МНК: отклонения для двух дефектов



МНМ (слева), МНК(справа)

Содержание

- 0 В чем состоит задача?
- 1 3D-структуры (регулярная и с дефектами)
- 2 t -алгоритмы для МНК и МНМ
- 3 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 0** О приложениях методов и программ

Изображения с дефектами

характерны при неразрушающем контроле качества тонкостенных многослойных композиционных материалов с помощью методов лазерной интерферометрии, таких как метод голографической интерферометрии, метод спекл-интерферометрии и метод ширографии [3].

3. Lobanov L.M., Pivtorak V.A., Kyjanets I.V., Savitsky V.V., Tkachuk G.I. Express control of quality and stressed state of welded structures using method of electron shearography and speckle-interferometry. – The Paton Welding Journal, August, 2005, pp.35–40.

Методы и программы

можно использовать для поиска дефектных участков, чтобы автоматизировать процесс определения местоположения дефектов в ответственных элементах конструкций и снизить влияние человеческого фактора при неразрушающем контроле качества.

Для изображений с 400 пикселями по горизонтали и 600 пикселями по вертикали оптимизационные задачи (1)–(4) можно решать в диалоговом режиме, так как для этого требуется около 10 секунд на современных персональных ЭВМ с использованием GNU Octave версии 3.6.4.

Литература (по теме доклада)

1. Стецюк П.И., Савицкий В.В. О поиске дефектов в регулярных 3D-структурах // Проблемы управления и информатики. – 2018. – № 2. – С. 33–48.
2. Стецюк П.И. Методы эллипсоидов и r -алгоритмы. – Кишинэу: Эврика, 2014.
3. Lobanov L.M., Pivtorak V.A., Kyjanets I.V., Savitsky V.V., Tkachuk G.I. Express control of quality and stressed state of welded structures using method of electron shearography and speckle-interferometry. – The Paton Welding Journal, August, 2005, pp.35–40.

Работа выполнена при поддержке
НАН Украины, проект № 0116U004558,
и Volkswagen Foundation, грант No 90 306.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!