

ПРО ДВОЕТАПНУ ТРАНСПОРТНУ ЗАДАЧУ З ЗАДАНОЮ КІЛЬКІСТЮ ПРОМІЖНИХ ПУНКТІВ

Стецюк П.І., Трегубенко С.С.
stetsyukp@gmail.com, info-cvni@ukr.net

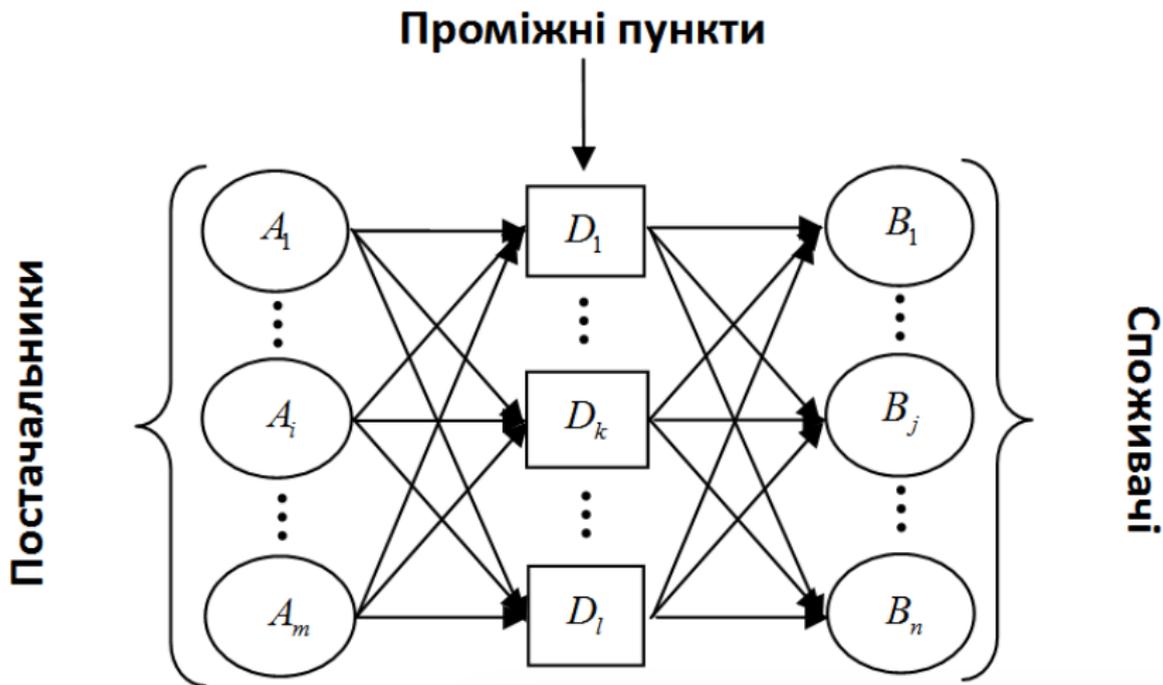
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова, Київ
Центральний НДІ Збройних Сил України, Київ

Двадцятий Міжнародний науково-практичний семінар
"КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ"
13-14 квітня 2018 року, м. Кропивницький

- 1 Двоетапна транспортна задача (ДТЗ)
- 2 ДТЗ з обмеженнями на пропускні спроможності
- 3 ДТЗ з заданою кількістю проміжних пунктів
- 4 Про методи розв'язання задач
- 5 Два застосування задач

Зміст

- 1 Двоетапна транспортна задача (ДТЗ)
- 2 ДТЗ з обмеженнями на пропускі спроможності
- 3 ДТЗ з заданою кількістю проміжних пунктів
- 4 Про методи розв'язання задач
- 5 Два застосування задач

Система зв'язків « $A \rightarrow D \rightarrow B$ »

Постановка задачі

Нехай в m пунктах постачання $A_1, \dots, A_m \in a_1, \dots, a_m$ одиниць продукції, яку потрібно перевезти до n споживачів B_1, \dots, B_n , задовольнивши їх потреби b_1, \dots, b_n .
Для транспортування продукції від постачальників до споживачів можна задіяти l проміжних пунктів D_1, \dots, D_l .

Потрібно знайти оптимальний план транспортування продукції, де c_{ik} - витрати на перевезення одиниці продукції від постачальника A_i до проміжного пункту D_k , а c_{kj} - витрати на перевезення одиниці продукції від проміжного пункту D_k до споживача B_j .

Невідомі у задачі

Нехай

x_{ik} – кількість продукції, яка перевозиться від постачальника A_i до проміжного пункту D_k ;

y_{kj} – кількість продукції, яка перевозиться від проміжного пункту D_k до споживача B_j ;

Формулювання задачі

$$f^* = \min_{x \geq 0, y \geq 0} \left\{ f(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l c_{ik} x_{ik} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n c_{kj} y_{kj} \right\} \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^l x_{ik} = a_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^l y_{kj} = b_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ik} = \sum_{j=1}^n y_{kj}, \quad k = 1, \dots, l. \quad (4)$$

Задача (1)–(4) є задачею лінійного програмування, містить $(m + n) \times l$ змінних та $m + n + l$ обмежень.

Цільова функція та обмеження

Цільова функція (1) задає сумарні витрати на транспортування продукції від постачальників до споживачів через проміжні пункти.

Обмеження (2) означають необхідність транспортування усієї продукції a_1, \dots, a_m із пунктів постачання до проміжних пунктів, а обмеження (3) - що споживачам потрібно доставити необхідну продукцію b_1, \dots, b_n з проміжних пунктів.

Обмеження (4) задають умови на те, щоб вся продукція, яка приходить від постачальників до кожного проміжного пункту, була обов'язково відправлена споживачам.

Умови сумісності

Лема 1 (Карагодова та інші)

Обмеження (2)–(4) є сумісними, якщо виконується умова:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (1.1)$$



Карагодова О.О., Кігель В.Р., Рожок В.Д. Дослідження операцій: Навч. посіб. - К.: Центр учбової літератури, 2007.

Зміст

- 1 Двоетапна транспортна задача (ДТЗ)
- 2 ДТЗ з обмеженнями на пропускні спроможності**
- 3 ДТЗ з заданою кількістю проміжних пунктів
- 4 Про методи розв'язання задач
- 5 Два застосування задач

Формулювання задачі

$$f^* = \min_{x \geq 0, y \geq 0} \left\{ f(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l c_{ik} x_{ik} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n c_{kj} y_{kj} \right\} \quad (1)$$

за обмежень (2)–(4) та обмежень

$$\sum_{i=1}^m x_{ik} \leq d_k^{up}, \quad k = 1, \dots, l, \quad (5)$$

Тут $d_1^{up}, \dots, d_l^{up}$ – максимальні пропускні спроможності проміжних пунктів D_1, \dots, D_l .

Задача (1)–(5) є задачею лінійного програмування, містить $(m + n) \times l$ змінних та $m + n + 2l$ обмежень.

Додаткові обмеження

Обмеження (5) задають верхні границі на пропускні спроможності проміжних пунктів.

Їх також можна записати в такому вигляді

$$\sum_{j=1}^n y_{kj} \leq d_k^{up}, \quad k = 1, \dots, l. \quad (5a)$$

Умови сумісності

Лема 2 (Наконечний, Савіна)

Обмеження (2)–(5) є сумісними, якщо виконуються умови:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j, \quad (2.1)$$

$$\sum_{k=1}^l d_k^{up} \geq \sum_{j=1}^n b_j. \quad (2.2)$$



Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування:
Навч. посіб. – К.: КНЕУ, 2003.

Зміст

- 1 Двоетапна транспортна задача (ДТЗ)
- 2 ДТЗ з обмеженнями на пропускі спроможності
- 3 ДТЗ з заданою кількістю проміжних пунктів**
- 4 Про методи розв'язання задач
- 5 Два застосування задач

Додаткові дані та змінні

Для транспортування продукції використовуються l проміжних пунктів D_1, \dots, D_l з максимальними $d_1^{up}, \dots, d_l^{up}$ пропускними спроможностями, які для зручності будемо вважати впорядкованими по спаданню $d_1^{up} \geq d_2^{up} \geq \dots \geq d_l^{up}$.

Потрібно

знайти оптимальний план транспортування продукції, який використовує D ($1 < D < l$) проміжних пунктів.

Нехай z_k - булева змінна, яка дорівнює одиниці, якщо проміжний пункт D_k використовується, та дорівнює нулю в протилежному випадку.

Формулювання задачі

$$f^* = \min_{x \geq 0, y \geq 0} \left\{ f(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l c_{ik} x_{ik} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n c_{kj} y_{kj} \right\} \quad (1)$$

за обмежень (2)–(4) та обмежень

$$\sum_{i=1}^m x_{ik} \leq d_k^{up} z_k, \quad k = 1, \dots, l, \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^l z_k = D, \quad (6)$$

$$z_k = 0 \vee 1, k = 1, \dots, l, \quad (7)$$

Задача (1)–(7) є задачею булевого лінійного програмування, містить $(m + n + 1) \times l$ змінних та $m + n + 2l + 1$ обмежень.

Додаткові обмеження

Обмеження (6) означають, що задіяними повинні бути рівно D проміжних пунктів, а обмеження (5) задають для них верхні границі на пропускну спроможність.

Обмеження (5) можуть бути записані у вигляді

$$\sum_{j=1}^n y_{kj} \leq d_k^{up} z_k, \quad k = 1, \dots, l, \quad (5a)$$

Умови сумісності

Лема 3

Обмеження (2)–(7) є сумісними, якщо виконуються умови:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j, \quad (3.1)$$

$$\sum_{k=1}^D d_k^{up} \geq \sum_{j=1}^n b_j. \quad (3.2)$$

Тут $d_1^{up}, \dots, d_l^{up}$ – максимальні пропускі спроможності проміжних пунктів, які для зручності вважаються впорядкованими по спаданню $d_1^{up} \geq d_2^{up} \geq \dots \geq d_l^{up}$.

Зміст

- 1 Двоетапна транспортна задача (ДТЗ)
- 2 ДТЗ з обмеженнями на пропускі спроможності
- 3 ДТЗ з заданою кількістю проміжних пунктів
- 4 Про методи розв'язання задач**
- 5 Два застосування задач

Спеціалізовані алгоритми

-  Карагодова О.О., Кігель В.Р., Рожок В.Д. Дослідження операцій: Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2007.
-  Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: Навч. посіб. – К.: КНЕУ, 2003.

AMPL-реалізації

-  Стецюк П.І., Мазютинець Г.В., Мілешовський Б.І. AMPL-реалізація двоетапної транспортної задачі // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем: Тези доповідей XV Міжнародної науково-практичної конференції MPZIS-2017, 22–24 листопада 2017 р. – Д.: ДНУ, 2017. – С. 186–191.
-  Стецюк П.І., Міца О.В., Стрелюк О.В., Фесюк О.В. Транспортна задача з обмеженнями на пропускні спроможності проміжних пунктів // Питання прикладної математики і математичного моделювання. – Д.: ДНУ, 2017. – Вип. 17. – С. 207–219.

Зміст

- 1 Двоетапна транспортна задача (ДТЗ)
- 2 ДТЗ з обмеженнями на пропускі спроможності
- 3 ДТЗ з заданою кількістю проміжних пунктів
- 4 Про методи розв'язання задач
- 5 Два застосування задач

Застосування (1)

Задача (1)–(7) та її часткові випадки є актуальними для агропідприємств при розподіленні та доставці вирощеної продукції для продажу або переробки на власних потужностях. В якості проміжних пунктів тут виступають власні та орендовані елеватори (зерносховища).

Застосування (2)

Задача (1)–(7) може знайти застосування для пошуку раціонального розташування заданої кількості складів з урахуванням визначеного положення постачальників та отримувачів матеріально-технічних засобів на території, де вони виконують свої завдання (Трегубенко, 2015).



Романченко І.С., Хазанович О.І., Трегубенко С.С.
Моделювання системи матеріально-технічного забезпечення. - Львів: НАСВ ЗС України, 2015.

Запитання?

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!