

О РОБАСТНОСТИ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ МОДУЛЕЙ ДЛЯ ПОИСКА ДЕФЕКТОВ В РЕГУЛЯРНЫХ 3D-СТРУКТУРАХ

Стецюк П.И., Савицкий В.В.
stetsyukp@gmail.com, viktor.savitsky@gmail.com

Институт кибернетики имени В.М. Глушкова, Киев
Институт электросварки имени Е.О. Патона, Киев

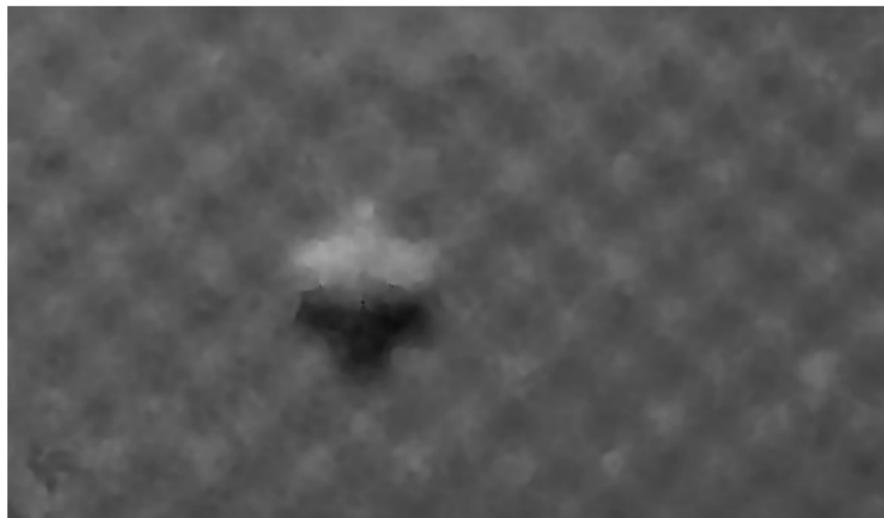
Девятнадцатый Международный научно-практический семинар
"КОМБИНАТОРНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ"
7-8 апреля 2017 года, г. Кропивницкий

- 1 Откуда появилась задача?
- 2 3D-структура (регулярная и с дефектами)
- 3 Задача, МНМ и МНК, регулярные 3D-структуры
- 4 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 5 Что далее?

Содержание

- 1 Откуда появилась задача?
- 2 3D-структура (регулярная и с дефектами)
- 3 Задача, МНМ и МНК, регулярные 3D-структуры
- 4 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 5 Что далее?

3D-структура с одной „дефектной“ областью



Требуется: Найти местоположение области „дефекта“

Содержание

- 1 Откуда появилась задача?
- 2 3D-структура (регулярная и с дефектами)**
- 3 Задача, МНМ и МНК, регулярные 3D-структуры
- 4 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 5 Что далее?

Регулярная 3D-структура и ее параметры

3D-структурой будем называть тройку $\{A, u, v\}$, где

A – $m \times n$ -матрица, такая что $A = \{a_{ij}\}_{j=1,n}^{i=1,m} \in R^{m \times n}$,
 u – n -мерный вектор, такой что $u \in R^n$,
 v – m -мерный вектор, такой что $v \in R^m$.

Определение 1. 3D-структура $\{A, u, v\}$ называется регулярной, если $a_{ij} = u_j + v_i$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$.

Свойства регулярной 3D-структуры

Лемма 1. Если $\{A, u, v\}$ – регулярная 3D-структура, то регулярной будет и 3D-структура $\{A, \tilde{u}, \tilde{v}\}$, где

$$\tilde{u}_j = u_j + t, \quad j = 1, \dots, n, \quad \tilde{v}_i = v_i - t, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\forall t \in R, t \neq 0.$$

Определение 1.1. Регулярную 3D-структуру $\{A, u, v\}$

будем называть оптимальной, если $\sum_{j=1}^n u_j = \sum_{i=1}^m v_i$.

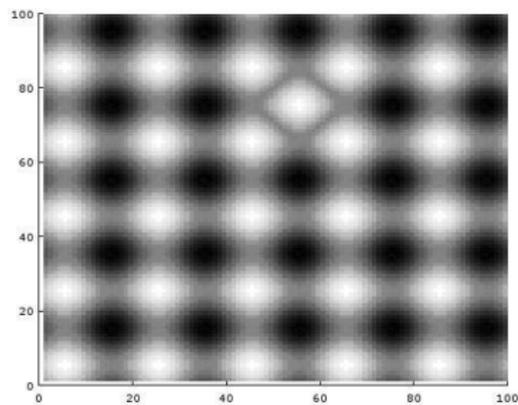
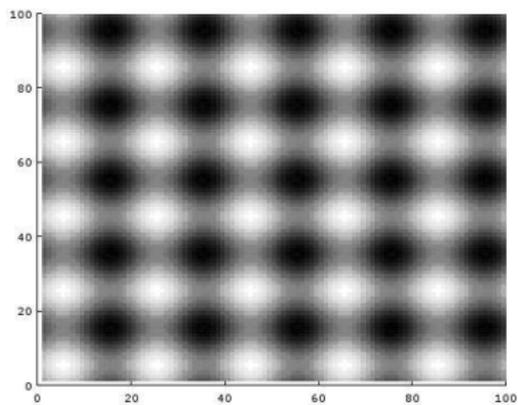
Регулярная структура с дефектами

Определение 2. Дефектом в регулярной 3D-структуре $\{A, u, v\}$ будем называть такую пару индексов ij , для которых $a_{ij} \neq u_j + v_i$, $i \in \overline{1, m}$, $j \in \overline{1, n}$.

Если количество дефектов равно 1,
то 3D-структура – регулярная, с одним дефектом;

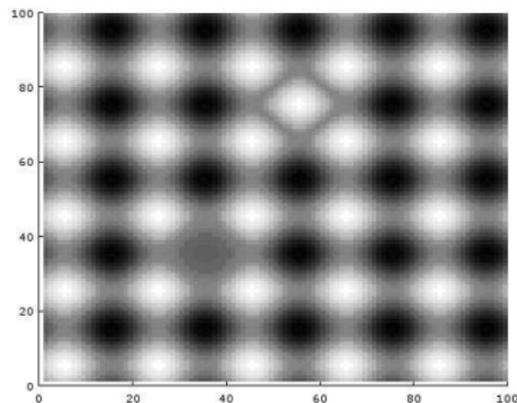
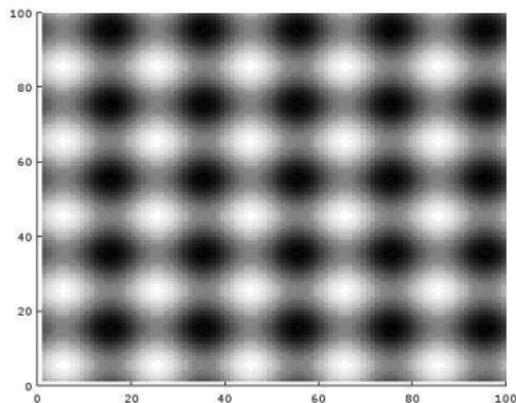
Если количество дефектов равно $k > 1$,
то 3D-структура – регулярная, с k дефектами;

3D-структура (регулярная, с одним дефектом)



Регулярная (слева), Регулярная с одним дефектом (справа)

3D-структура (регулярная, с двумя дефектами)



Регулярная (слева), Регулярная с двумя дефектами (справа)

Содержание

- 1 Откуда появилась задача?
- 2 3D-структура (регулярная и с дефектами)
- 3 Задача, МНМ и МНК, регулярные 3D-структуры**
- 4 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 5 Что далее?

Задача и методы ее решения

Задача. Имеется $m \times n$ -матрица A . Требуется найти векторы $x \in R^n$ и $y \in R^m$ – такие, чтобы полученная с их помощью $m \times n$ -матрица \tilde{A} регулярной 3D-структуры $\{\tilde{A}, x, y\}$ минимально отклонялась от $m \times n$ -матрицы A .

Для решения задачи в манхеттенской норме (L_1 -норма) можно использовать метод наименьших модулей (МНМ).

Для решения задачи в евклидовой норме (L_2 -норма) можно использовать метод наименьших квадратов (МНК).

МНМ и МНК (задачи минимизации)

МНМ соответствует задача минимизации

негладкой выпуклой функции: найти

$$f_1^* = f_1(x^*, y^*) = \min_{x, y} \left\{ f_1(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij} - x_i - y_j| \right\}, \quad (1)$$

где $|t|$ – модуль числа t .

МНК соответствует задача минимизации

квадратичной выпуклой функции: найти

$$f_2^* = f_2(x^{**}, y^{**}) = \min_{x, y} \left\{ f_2(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} - x_i - y_j)^2 \right\}. \quad (2)$$

МНМ и МНК для регулярных 3D-структур

Теорема 1.

Если 3D-структура $\{A, u, v\}$ является регулярной, то ее параметры u и v равны либо оптимальному решению задачи (1): $u = x^*$ и $v = y^*$, либо оптимальному решению задачи (2): $u = x^{**}$ и $v = y^{**}$.

Программы для МНМ и МНК

реализованы на языке Octave

с помощью r -алгоритма Шора [1] и используют Octave-функцию `ralgb5` [2, стр. 384–385].

1. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – Киев: Наукова думка, 1979.
2. Стецюк П.И. Методы эллипсоидов и r -алгоритмы. – Кишинэу: Эврика, 2014.

Затраты программ для нахождения

параметров регулярной 3D-структуры ($n = 600, m = 400$).

№	МНК			МНМ		
	itn	nfg	time	itn	nfg	time
1	457	700	10.58	411	502	11.76
2	494	785	11.59	413	505	11.79
3	426	647	9.77	412	503	11.77
4	453	702	10.50	412	502	11.77
5	488	764	11.34	410	499	11.69

Здесь:

itn – количество итераций,

nfg – количество вычислений функции и ее субградиента,

time – время выполнения программы в секундах.

Содержание

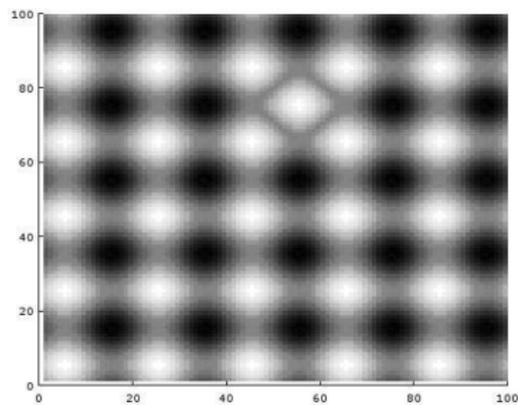
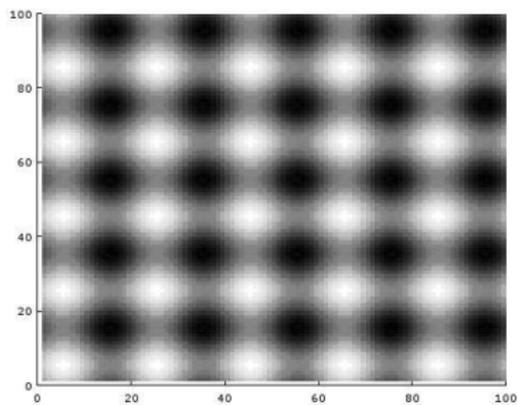
- 1 Откуда появилась задача?
- 2 3D-структура (регулярная и с дефектами)
- 3 Задача, МНМ и МНК, регулярные 3D-структуры
- 4 Робастность МНМ для нахождения дефектов**
- 5 Что далее?

МНМ для регулярных 3D-структур с дефектами

Теорема 2.

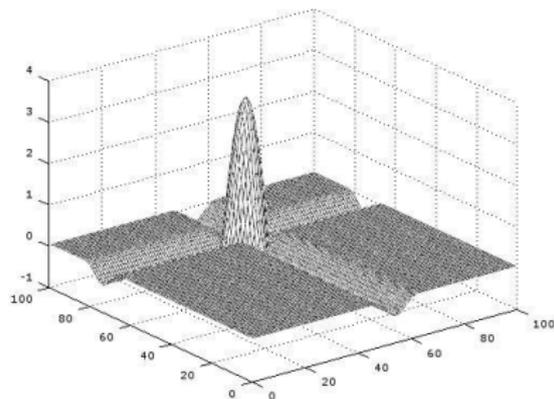
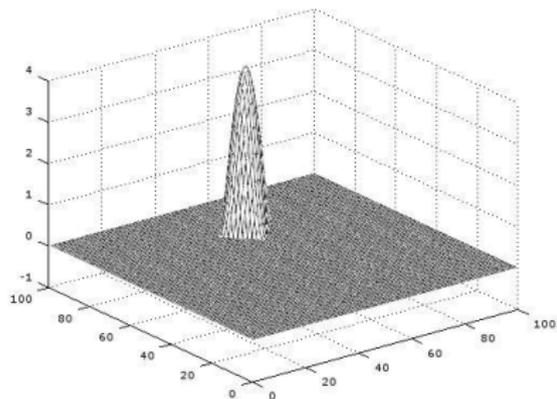
Если 3D-структура $\{A, u, v\}$ является регулярной с одним или несколькими дефектами, то для нее параметры u и v более точно определяются с помощью МНМ: $u=x^*$, $v=y^*$, чем с помощью МНК: $u=x^{**}$, $v=y^{**}$.

3D-структура (регулярная, с одним дефектом)



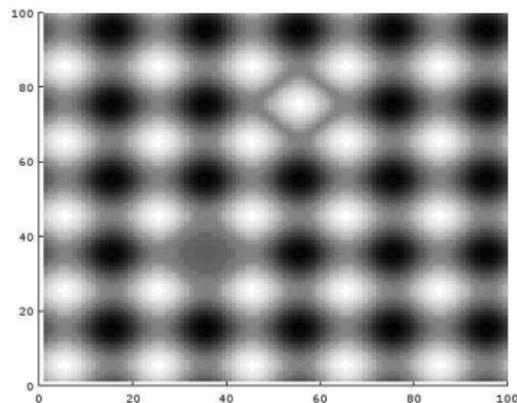
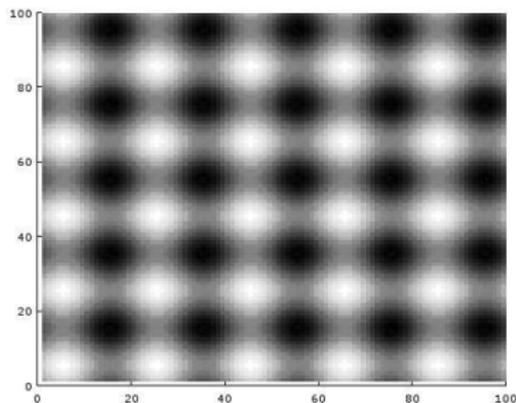
Регулярная (слева), Регулярная с одним дефектом (справа)

МНМ и МНК для одного дефекта



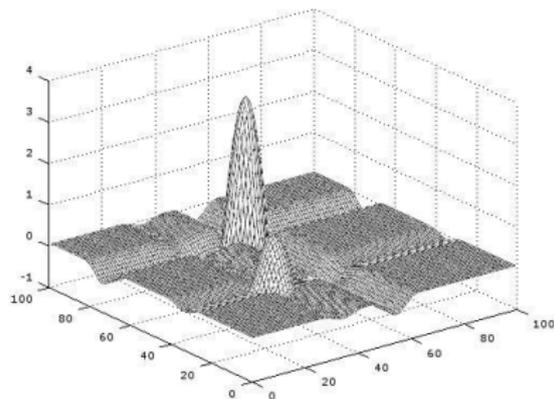
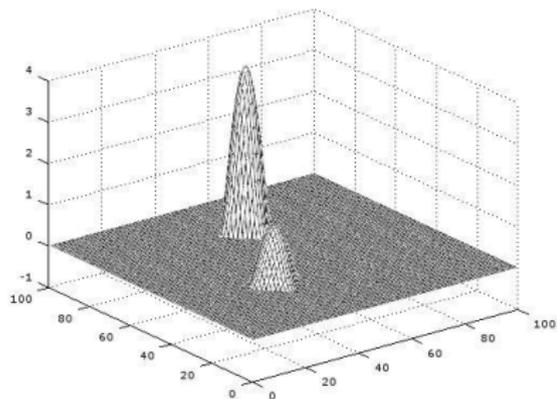
МНМ (слева), МНК(справа)

3D-структура (регулярная, с двумя дефектами)



Регулярная (слева), Регулярная с двумя дефектами (справа)

МНК и МНМ для двух дефектов



МНМ (слева), МНК(справа)

Изображения с дефектами

характерны при неразрушающем контроле качества тонкостенных многослойных композиционных материалов с помощью методов лазерной интерферометрии, таких как метод голографической интерферометрии, метод спекл-интерферометрии и метод ширографии [3].

3. Lobanov L.M., Pivtorak V.A., Kyjanets I.V., Savitsky V.V., Tkachuk G.I. Express control of quality and stressed state of welded structures using method of electron shearography and speckle-interferometry. – The Paton Welding Journal, August, 2005, pp.35–40.

Содержание

- 1 Откуда появилась задача?
- 2 3D-структура (регулярная и с дефектами)
- 3 Задача, МНМ и МНК, регулярные 3D-структуры
- 4 Робастность МНМ для нахождения дефектов
- 5 Что далее?**

Методы и программы планируется

использовать для поиска дефектных участков, чтобы автоматизировать процесс определения местоположения дефектов в ответственных элементах конструкций и снизить влияние человеческого фактора при неразрушающем контроле качества.

Запитання?

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!