НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ ІМЕНІ В.М. ГЛУШКОВА

ЗАТВЕРДЖЕНО
Директор Інституту кібернетики
імені В.М. Глушкова НАН України
академік НАН України

_____________ І.В. Сергієнко
«_28_» __09__ 20_20_ р.

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова
Національна академія наук України
ідентифікаційний код 05417176
Україна м. Київ

ПРОГРАМА КОМПЛЕКСНОГО ІСПИТУ
із спеціальності 113 Прикладна математика

СХВАЛЕНО
Вченою радою Інституту кібернетики
імені В.М. Глушкова НАН України
Протокол від «_28_»_09_ 20_20_р. №_16_

КИЇВ – 2020

Програму комплексного іспиту затверджено Вченою радою Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України
(Протокол № 16 від 28.09. 2020 р.)

Програму комплексного іспиту за спеціальностю 113 – Прикладна математика розроблено предметною комісією у складі д.ф.-м.н., професора, академіка НАН України В.К. Задіраки (голова комісії), д.ф.-м.н., професора В.Г. Скобелєва, д.ф.-м.н., с.н.с. П.І.Стецюка, д.т.н., с.н.с. Л.Ф. Гуляницького, д.ф.-м.н., с.н.с. В.М. Горбачука, д.ф.-м.н., с.н.с. Н.В. Семенової та ухвалено на засіданні випускового відділу математичних методів дослідження операцій № 130 за спеціальністю 113 – Прикладна математика

Назва предмету	Викладач	Запитання для комплексного екзамену
Математичні студії	зав.відд., д.ф.-м.н., с.н.с. Стецюк П.І.	1. NEOS-сервер та NEOS-солвери. 2. Мова моделювання AMPL. 3. Метод множників Лагранжа. 4. Лінійне програмування. 5. Нелінійне програмування. 6. Метод еліпсоїдів.
Методи еліпсоїдів та r-алгоритми	зав.відд., д.ф.-м.н., с.н.с. Стецюк П.І.	1. Модифікації методу еліпсоїдів. 2. r-алгоритми Шора. 3. Прискорені за Шором методи Поляка. 4. Метод amsg2p. 5. Три обчислювальні форми r-алгоритмів. 6. Програма ralgb5.
Актуальні проблеми прикладної математики	д.ф.-м.н., д.т.н., с.н.с. Скобелєв В.Г.	1. Охарактеризувати основні складові вирішення проблем прикладної математики. 2. Охарактеризувати основні методи моделювання які використовуються при вирішенні проблем прикладної математики. 3. Охарактеризувати основні підходи до імітаційного моделювання прикладних систем. 4. Що являє собою гібридний автомат, та які проблеми виникають при його аналізі? 5. Охарактеризувати принципи побудови паралельних обчислювальних систем. 6. Охарактеризувати математичний апарат який лежить в основі квантових обчислень.
Прикладна комбінаторна оптимізація	зав.відд., д.т.н., с.н.с. Гуляницький Л.Ф.	1. Формальне означення задач комбінаторної оптимізації. Приклади моделей задач комбінаторної оптимізації. 2. Класифікація алгоритмів комбінаторної оптимізації. 3. Алгоритми детермінованого локального пошуку. Ключові аспекти реалізації. 4. Стохастичний локальний пошук. Ключові аспекти реалізації. 5. Генетичні та міметичні алгоритми. Особливості реалізації у комбінаторних просторах. 6. Алгоритми оптимізації мурашиними

		колоніями.
Моделі та методи стохастичної оптимізації (англ. мовою)	с.н.с., д.ф.-м.н., с.н.с. Горбачук В.М.	**Задача 1** Припустимо, галузь електровітряків складається з k фірм, кожна з яких намагається раніше за інших розробити новий зразок і стати власником патента на нього. Нехай така розробка потребує інвестицій I_j від фірми j, а відповідний патент додає вартості V його власнику (власникам): коли k фірм стають власниками патента, то кожний такий власник додає у своїй вартості $\frac{V}{k}$. Для фірми j ймовірність успішної розробки даного продукту дорівнює α_j. Можливі варіанти: 1) $k=3$, $I_1=40$, $I_2=40$, $I_3=40$, $V=150$, $\alpha_1=\frac{1}{3}$, $\alpha_2=\frac{1}{3}$, $\alpha_3=\frac{1}{3}$; 2) $k=3$, $I_1=40$, $I_2=60$, $I_3=70$, $V=240$, $\alpha_1=\frac{1}{3}$, $\alpha_2=\frac{1}{3}$, $\alpha_3=\frac{1}{3}$; 3) $k=2$, $I_1=40$, $I_2=60$, $V=240$, $\alpha_1=\frac{1}{4}$, $\alpha_2=\frac{1}{3}$; 4) $k=3$, $I_1=120$, $I_2=120$, $I_3=120$, $V=640$, $\alpha_1=\frac{1}{4}$, $\alpha_2=\frac{1}{4}$, $\alpha_3=\frac{1}{4}$; 5) $k=3$, $I_1=40$, $I_2=60$, $I_3=70$, $V=240$, $\alpha_1=\frac{1}{4}$, $\alpha_2=\frac{1}{4}$, $\alpha_3=\frac{1}{4}$. Знайти: I) сподіваний прибуток фірми 1, коли всі фірми інвестують розробку; II) усі рівноваги з числом фірм, які інвестують розробку, рівним 1; III) усі рівноваги з числом фірм, які інвестують розробку, рівним k; IV) сумарний сподіваний прибуток, коли фірми 1, 2 інвестують розробку; V) суспільно оптимальне число фірм, які

інвестують розробку.

Задача 2

Припустимо, British Petroleum (BP) – єдина в світі компанія, яка інвестує розробку водневих автомобільних двигунів (ВАД), а патент на ВАД додає вартості V його власнику. Якщо BP інвестує у кожний з k інститутів суму I, то ймовірність успішної розробки ВАД кожним інститутом становить α; якщо BP інвестує у кожний з $(k+1)$ інститутів суму J, то ймовірність успішної розробки ВАД кожним інститутом становить β.

Можливі варіанти:

1) $V=16$, $k=2$, $I=2$, $\alpha=0.75$, $J=1$, $\beta=0.5$;
2) $V=16$, $k=2$, $I=3$, $\alpha=0.8$, $J=2$, $\beta=0.7$;
3) $V=16$, $k=2$, $I=1$, $\alpha=0.7$, $J=0.5$, $\beta=0.45$;
4) $V=16$, $k=3$, $I=2$, $\alpha=0.75$, $J=1$, $\beta=0.5$;
5) $V=16$, $k=3$, $I=2$, $\alpha=0.7$, $J=1$, $\beta=0.45$.

Знайти:

I) ймовірність того, що k інститутів не здійснюють успішну розробку;
II) ймовірність того, що кожний з $(k+1)$ інститутів не здійснює успішну розробку;
III) сподіваний прибуток BP від інвестицій у k інститутів;
IV) сподіваний прибуток BP від інвестицій у $(k+1)$ інститутів;
V) кількість інститутів, в які інвестуватиме BP.

Задача 3

Припустимо, Біофарм – єдина в світі компанія, яка інвестує розробку рослинного препарату проти наркоманії, а патент на такий препарат додає вартості V його власнику. Якщо Біофарм інвестує у кожний з k інститутів суму I, то ймовірність успішної розробки препарату кожним інститутом становить α.

		Можливі варіанти: 1) $V=1024$, $I=16$, $\alpha=0.5$; 2) $V=1024$, $I=19$, $\alpha=0.6$; 3) $V=1024$, $I=22$, $\alpha=0.7$; 4) $V=1024$, $I=13$, $\alpha=0.4$; 5) $V=1024$, $I=9$, $\alpha=0.3$. Знайти: I) сподіваний прибуток Біофарм при $k=1$; II) сподіваний прибуток Біофарм при $k=2$; III) сподіваний прибуток Біофарм при $k=3$; IV) кількість інститутів, в які інвестуватиме Біофарм; V) чи кількість інститутів, в які інвестуватиме Біофарм, більша значення $\frac{V}{\alpha I}$. **Задача 4** Нехай продукт, що продає монополія, має собівартість c, є цілком функціональним із відомою імовірністю θ або нефункціональним. Споживач готовий заплатити суму не більше V за функціональний продукт і не більше 0 за нефункціональний продукт. Можливі варіанти: 1) $c=60$, $\theta=0.8$, $V=120$, $n=1$, $\phi=100$, $R=40$; 2) $c=10$, $\theta=0.8$, $V=40$, $n=1$, $\phi=20$, $R=40$; 3) $c=60$, $\theta=0.75$, $V=120$, $n=1$, $\phi=100$, $R=40$; 4) $c=60$, $\theta=0.5$, $V=240$, $n=2$, $\phi=100$, $R=40$; 5) $c=60$, $\theta=0.9$, $V=150$, $n=1$, $\phi=100$, $R=40$. Знайти: I) зміну ціни, сподіваних витрат і прибутку монополії при переході від продажу одиниці продукту без гарантії до продажу з повною гарантією; II) монопольні ціну, сподівані витрати та прибуток від продажу одиниці продукту з гарантією заміни продукту n разів; III) монопольні ціну, сподівані витрати та прибуток від продажу продукту з гарантією

відшкодування суми ϕ;
IV) монопольні ціну, сподівані витрати та прибуток від продажу продукту з гарантією ремонту на суму R для його функціональності;
V) монопольні ціну, сподівані витрати та прибуток від продажу одиниці продукту з гарантією повного відшкодування ціни.

Задача 5

Кефір виробляють 2 фірми. Фірма i обирає ціну P_i на кефір, $i = 1, 2$, причому обидві фірми обирають свої ціни одночасно. Кожний з M споживачів купує 1 л кефіру за ціною $\underline{P} = \min\{P_1, P_2\}$, якщо $\underline{P} \le \overline{P}$, і не купує кефір, якщо $\underline{P} > \overline{P}$. Коли $P_1 = P_2$ і $\underline{P} \le \overline{P}$, то кожна фірма продає $q_1 = q_2 = \dfrac{M}{2}$ л кефіру. Функція витрат фірми i дорівнює $TC(q_i) = c_i q_i$, $i = 1, 2$. Нехай гра повторюється нескінченно.

Можливі варіанти:
1) $\overline{P} = 10$, $M = 1000$, $c_1 = 2$, $c_2 = 2$;
2) $\overline{P} = 10$, $M = 1000$, $c_1 = 8$, $c_2 = 8$;
3) $\overline{P} = 10$, $M = 1000$, $c_1 = 5$, $c_2 = 5$;
4) $\overline{P} = 10$, $M = 1000$, $c_1 = 2$, $c_2 = 5$;
5) $\overline{P} = 10$, $M = 1000$, $c_1 = 5$, $c_2 = 2$.

Знайти:
I) спускові стратегії фірм 1 і 2;
II) сумарний прибуток фірми 1 і сумарний прибуток фірми 2 при змові;
III) сумарний прибуток фірми 1 при відхиленні змови та спусковій стратегії фірми 2 і сумарний прибуток фірми 2 при відхиленні змови та спусковій стратегії фірми 1;
IV) порогову дисконтну ставку фірми 1 для змови і порогову дисконтну ставку фірми 2 для змови;
V) порогову дисконтну ставку для самовтілюваної змови.

Задача 6

Припустимо, для монополії Ericsson собівартість виробництва смартфона

		дорівнює D дол. Нехай кожний з H та L споживачів готовий заплатити не більше відповідно A та C дол. за смартфон. Можливі варіанти: 1) D = 5, H = 200, L = 300, A = 20, C = 10; 2) D = 5, H = 200, L = 400, A = 20, C = 10; 3) D = 5, H = 100, L = 300, A = 20, C = 10; 4) D = 7, H = 200, L = 300, A = 22, C = 10; 5) D = 8, H = 200, L = 300, A = 23, C = 10. Знайти: I) функцію ринкового попиту на смартфони Ericsson; II) монопольну ціну смартфонів Ericsson, коли Ericsson не може дискримінувати споживачів; III) монопольний прибуток Ericsson, коли Ericsson не може дискримінувати споживачів; IV) монопольні ціни смартфонів Ericsson, коли Ericsson може дискримінувати споживачів; V) монопольний прибуток Ericsson, коли Ericsson може дискримінувати споживачів.
Загальна теорія оптимальних алгоритмів	зав.відд., д.ф.-м.н., академік НАН України Задірака В.К.	1. Поняття повної похибки обчислювального алгоритму. 2. Оптимальні за точністю обчислювальні алгоритми. Постановка задачі. 3. Інтерполяційні класи функцій. 4. Методи "капелюхів" та "граничних функціій" побудови оптимальних за точністю алгоритмів. 5. Алгоритм швидкого перетворення Фур'є. Ідея алгоритму, похибка заокруглення. 6. Комп'ютерні технології розв'язання задач обчислювальної та прикладної математики з заданими значеннями показників якості за точністю та швидкодією.
Методи досліджень математичних моделей з наближеними даними	п.н.с., д.ф.-м.н., с.н.с. Семенова Н.В.	1. Коректність задач дискретної оптимізації. Коректність за Ж. Адамаром. 2. Джерела виникнення невизначеності в задачах оптимізації. 3. Класична постановка оптимізаційної задачі. Песимістична та оптимістична постановки задач дискретної оптимізаці

		за умов неоднозначно заданих даних. 4. Загальна постановка векторних задач дискретної оптимізації. Основні поняття та визначення векторної оптимізації. 5. Стійкість векторних задач дискретної оптимізації за умов збурень вхідних даних. Означення п'яти типів стійкості векторних задач дискретної оптимізації. 6. Умови стійкості за векторним критерієм. Навести приклади різних типів стійких (нестійких) за критерієм векторних дискретних задач. 7. Дослідження розв'язуваності задач векторної оптимізації з необмеженою допустимою областю. Теореми існування розв'язків. 8. Розв'язуваність векторних задач в умовах збурення вхідних даних. Означення стійко (нестійко)розв'язуваних та стійко (нестійко) нерозв'язуваних векторних задач.

Голова комісії: В.К. Задірака

Члени комісії: В.Г. Скобелєв

Л.Ф. Гуляницький

В.М. Горбачук

Н.В. Семенова

Секретар комісії: П.І.Стецюк