

**ACADEMY OF TRANSPORT,
INFORMATICS AND COMMUNICATIONS**

**V.M. GLUSHKOV INSTITUTE OF CYBERNETICS OF THE
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF UKRAINE**

MOLDOVA STATE UNIVERSITY

TARAS SHEVCHENKO NATIONAL UNIVERSITY OF KYIV

NORWEGIAN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

INTERNATIONAL INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEMS ANALYSIS



Norwegian University of
Science and Technology



V.M. GLUSHKOV
INSTITUTE OF
CYBERNETICS



International Institute for
Applied Systems Analysis
IIASA www.iiasa.ac.at



International Scientific Conference

**MATHEMATICAL MODELING,
OPTIMIZATION AND INFORMATION
TECHNOLOGIES**

7th edition

15 - 19 November 2021

Chişinău –Kiev –Batumi

Chişinău • CEP USM • 2022

CZU 519.711:004(082)=00

M 84

Descrierea CIP a Camerei Naționale a Cărții din Republica Moldova

„Mathematical modeling, optimization and information technologies”, international scientific conference (7; 2021; Chișinău). International Scientific Conference „Mathematical modeling, optimization and information technologies”, 7th edition, 15-19 November 2021, Chișinău-Kiev-Batumi / redactor responsabil: Dumitru Solomon; coligiul de redacție Petru Stețiuc [et al.] – Chișinău: CEP USM, 2022. – 348 p.: fig., tab.

Antetit.: Acad. of Transport, Informatics and Communications, „V.M. Glushkov” Inst. of Cybernetics of the Nat. Acad. of Science of Ukraine, Moldova State Univ. [et al.] – Texte: lb. rom., engl., ucr., rusă. – Referințe: Bibliogr. la sfârșitul art. – 150 ex.

ISBN 978-9975-159-03-6

CZU 519.711:004(082)=00

M 84

Prezenta lucrare conține articole științifice din domeniile modelării matematice, metodelor de optimizare, controlului optimal și tehnologiilor informaționale cu aplicații în tehnologia, economia și managementul transporturilor.

Redactorul responsabil:

Dumitru SOLOMON, Dr. hab., Prof. univ., ATIC, Chișinău
Col. știnc. Princ., IMI AȘM, Chișinău

Colegiul de redacție:

Petru STEȚIUC – Dr. hab., Prof. unif., ANȘU, Kiev,
Boris HÎNCU, Dr., assoc. prof., USM, Chișinău,
Dumitru LOZOVANU, Dr. hab., Prof. univ., IMI AȘM, Chișinău,
Vladimir ZASLAVSCHI – Dr. hab., Prof. unif., UNK, Kiev,
Ibraim DIDMANIDZE – Dr. hab., Prof. unif., US Batumi,
Boris CIUMACOV – IC ANȘU, Kiev,
Olga YAMCOVA – UNK, Kiev

M-48

ISBN 978-9975-159-03-6

©CEP USM, 2022

© ATIC, 2022



Information about Project CPEA-LT-2016/10003 “Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition”. Project CPEA-LT-2016/10003 is financed Norwegian Directorate for Higher Education and Skills (NDHES).

Main Partners:

Norwegian University of Science and Technology (NTNU, Trondheim, Norway), Department of Industrial Economics and Technology Management, Project coordinator Institution in Norway (IoN): Prof. Alexei Gaivoronski.

Taras Shevchenko National University of Kyiv (TSNUK), Faculty of Computer Science and Cybernetics (Kyiv, Ukraine), Project coordinator Institution outside Norway (IoN): Dr., Prof. Volodymyr Zaslavskyi.

Network Partners:

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the National Academy of Science of Ukraine (NASU, Kyiv, Ukraine), Batumi Shota Rustaveli State University (BSU, Batumi, Georgia), Ivane Javakhishvili Tbilisi State University (TSU, Tbilisi, Georgia), Moldova State University (MSU, Moldova), Academy of Transport, Informatics, and Communications (ATIC, Moldova), Miratech Corporation Ukraine (MCU, Kyiv, Ukraine), International Institute for Applied System Analyses (IIASA, Austria), Systems Analysis Committee of NASU (Kyiv, Ukraine).

The main goal of the CPEA-LT-2016/10003 project is to enhance educational and academic collaboration between Norwegian University of Science and Technology and the leading Ukrainian, Georgian and Moldavian Universities for training highly qualified specialists in the field of quantitative risk management and risk optimization, decisions support under risk and uncertainty in different branches of economics, industry and services.

In the project will result in development of new research based study modules in quantitative risk management, optimal economic decisions under risk and uncertainty on PhD and Master of Science levels at these institutions.

The modules will be based on contemporary models of systems analysis, discrete and stochastic optimization and decision making theory under uncertainty, which during the last years became a methodology for analysis of planning problems in industry and services in the presence of ambiguity.

The cooperation will be based on a framework presented in the Bologna declaration as well as on the previous experience of NTNU's cooperation with research and educational institutions in Ukraine, Moldova and Georgia.

The objectives of the project are:

1. Establishing of a joint pilot PhD-school in the field of Quantitative Risk Management in accordance with European educational standards, which will be a pattern for similar PhD-schools in other fields.
2. Incorporation of Quantitative Risk Management methodology into educational Master programs at IoNs in accordance with EU standards.
3. Promotion and supporting of students, faculty and staff mobility for participated institutions from Norway, Ukraine, Moldova, and Georgia was organized “Norwegian-Georgian-Moldavian-Ukrainian Summer School on Quantitative Risk Management” (1-15 October, 2018, Batumi Shota Rustaveli State University, Batumi, Georgia).
4. Harmonization of curriculum and QA systems at the partner institutions based on Bologna declaration and national legislation for education and science.
5. Increasing cooperation in promoting research based education on Risk management with applications in industry, economy and environmental safety.
6. Network development and promotion of business connections between Norway, Ukraine, Moldova, and Georgia.
7. Internationalization of the programs for assurance of high international standard of both programs by leveraging international educational and research networks of NTNU in the field of risk management, industrial economics and optimal decision support under risk and uncertainty.

In 2020, the conference planned for the project in Moldova was not held due to the coronavirus pandemic COVID-19. At the same time, the Norwegian Directorate for Higher Education and Skills (NDHES) support to extend the implementation period of the project CPEA-LT-2016/10003 until 2022.

International conference “Mathematical modeling, optimization and information technologies” in Chişinău, Moldova, November 15-19, 2021 is organized with the participation of all project partners, students, PhD students, scientific and pedagogical staff in order to exchange experience, new results of scientific research related to the topic project.

Professor Alexei Gaivoronski,
Project coordinator Institution in Norway
Professor Volodymyr Zaslavskyy,
Project coordinator from Institution outside of Norway

INSTITUȚIILE PARTICIPANTE – УЧАСТВУЮЩИЕ ОРГАНИЗАЦИИ

A feature of this international conference is its online mode, which allowed scientists, students and PhD students from different countries to take part in its work, make presentations and listen to new scientific results.

The conference was attended by researchers and teachers, students and PhD students from academic institutions and universities of Ukraine (52), Moldova (13), Georgia (8), Austria (2), Norway (1), Azerbaijan (2) and other countries. Below is a list of organizations whose employees took part and were listeners at the conference.

1. Austria, International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA), Laxenburg
2. Azerbaijan, Institute of Control Systems of Azerbaijan NAS, Baku
3. Azerbaijan, Institute of Mathematics and Mechanics of Azerbaijan NAS, Baku
4. Belarus, Belarusian State University, Minsk
5. Finland, University of Turku, Turku
6. Georgia, Batumi Maritime State Academy
7. Georgia, Batumi Shota Rustaveli State University
8. Georgia, Georgian Technical University, Tbilisi
9. Georgia, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi
10. Moldova, Academia de Studii Economice, Chișinău
11. Moldova, Academia de transport, informatică și comunicații, Chișinău
12. Moldova, Institutul de Matematică și Informatică AȘM, Chișinău
13. Moldova, Universitatea de Stat din Moldova, Chișinău
14. Norway, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim
15. Russia, Limnological Institute of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Irkutsk
16. Russia, Federal Research Center for Information and Computational Technologies and Novosibirsk State University, Novosibirsk
17. Turkey, Dokuz Eylül University, Izmir
18. Turkey, Ege University, Izmir

19. Україна, Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ
20. Україна, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ
21. Україна, Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків
22. Україна, Медичний реабілітаційний центр «Пуща-Водиця» МВС України, Київ
23. Україна, Запорізький національний університет, Запоріжжя
24. Україна, Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, Київ
25. Україна, Київський університет імені Бориса Грінченка, Київ
26. Україна, Національний авіаційний університет, Київ
27. Україна, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ
28. Україна, Національний університет «Запорізька політехніка», Запоріжжя
29. Україна, Український державний хіміко-технологічний університет, Дніпро
30. Україна, ДННУ «Академія фінансового управління», Київ
31. Україна, Інститут електродинаміки НАН України, Київ
32. Україна, Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів
33. Україна, Національний університет «Києво-Могилянська академія», Київ
34. Україна, Національний університет «Львівська політехніка», Львів
35. Україна, ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Ужгород
36. Україна, Університет державної фіскальної служби України, Ірпінь Київської області, Україна
37. Україна, Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, Харків
38. Україна, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Харків

Cuprins

1. Aida-zade K.R. Research and solution methods of problems of network structure optimization	15
2. Baractari Anatolie, Ciumacov Boris, Godonoagă Anatol Model de planificare a producției cu mai multe etape.....	17
3. Blanuța Ștefan, Ciumacov Boris, Godonoaga Anatol Modele de producție și funcții de poluare	20
4. Bogdanskii V., Pilipenko A. Functional limit theorems for perturbed random walks.....	24
5. Buzatu Radu Un algoritm de clasificare a grafurilor neorientate pentru soluționarea problemei de acoperire cu mulțimi d-convexe	27
6. Capcelea Maria, Capcelea Titu An algorithm for determining optimal stationary strategies for unichain control problem	30
7. Capcelea Maria, Capcelea Titu An algorithm for solving multichain discrete optimal control problems	34
8. Didmanidze I., Zaslavski V., Imnaishvili G., Didmanidze Marina Data management information technologies.....	36
9. Didmanidze I., Tsitskishvili G., Kutchava M. Marine transport cargo assembly and operation	39
10. Didmanidze D., Akhvlediani N., Zoidze K., Akhvlediani D. Computer training systems.....	42
11. Didmanidze Manana, Motskobili I., Didmanidze T. Factors affecting unemployment.....	45

12. Dubinsky V., Pankratov A., Romanova T., Shekhovtsov S.	
Layout of 2D irregular object clusters	47
13. Dunaievskiy M.S.	
Optimal inventory management in condition of uncertainty	49
14. Emelichev V.A., Bukhtoyarov S.E., Nikulin Yu.V.	
On stability of multicriteria parametrized investment problem with savage's risk criteria	52
15. Ermoliev Y.M., Komendantova N., Ermolieva T.	
Strategic DSS for robust energy production and storage investments and operation planning involving variable renewable energy sources: a two-stage stochastic optimization model with stopping time and rolling time horizon	57
16. Ermolieva T., Havlik P., Kahil T., Balkovic J., Skalsky R., Ermoliev Y., Knopov P., Borodina O. Gorbachuk V.	
Climate change adaptation through robust land use planning: two-stage stochastic optimization for risk-informed decision making	59
17. Gaivoronski A., Gorbachuk V.	
The stochastic problem for cloud services	64
18. Golban Lilian	
Sectorul bancar: unele modele decizionale în contextul stării de incertitudine	72
19. Guliyev S.Z.	
On methods of managing optimization software packages with the application of parallel computations	78
20. Hâncu Boris, Cataranciuc Emil	
Data parallelization for solving bimatrix games	82
21. Ivanenko V.A.	
Generating press review about startup investments	91

22. Kyrylyuk V.S.	
Robust constructions of risk measures for optimization under uncertainty	96
23. Lebedev E.A., Sharapov M.M.	
Optimization problems for retrial queues with unreliable server	98
24. Lozovanu Dmitrii	
Pure and mixed stationary equilibria for stochastic positional games.....	99
25. Makharadze Anastasia	
IT translation	101
26. Namgalauri E., Purtukhia O.	
Different approaches in the constructive martingale representation of brownian functionals.....	107
27. Naval Elvira	
Lanțurile Markov și balanța interramurală	110
28. Pațiu Vladimир, Rîbacova Galina	
Optimal control of dynamic processes in a heat exchanger.....	113
29. Romanova T.	
Sparse packing and its application.....	117
30. Samnidze N., Diasamidze M., Makaradze N., Nakashidze-Makharadze T., Beridze Z.	
Use of digital tools to enhance teaching and learning	124
31. Solomon Dumitru	
Probleme de optimizare în sistemele de transport și logistică a mărfurilor.....	129
32. Tkacenko Alexandra	
The solving method of multicriteria linear optimization problem in integers.....	131

33. Zaslavskiy Volodymyr, Horbunov Oleh, Kliatskiy Yuri Creation of a decision support system for individual health improvement of persons working at critical infrastructure facilities	141
34. Zaslavskiy Volodymyr, Pasichna Maiia Outlook on the factors influencing selection of electricity production sources within energy industry	146
35. Zaslavskiy Volodymyr, Pushkarenko Yurii Improvements in median trajectory analysis.....	149
36. Антонюк А.О., Антонюк Н.Г., Бєлих Т.В. Використання позитивно визначених матриць в задачах математичного програмування	154
37. Аралова Н.И., Ключко Е.М., Машкин В.И., Машкина И.В. Математические модели функциональных систем организма для имитации течения вирусного заболевания	160
38. Атоев К.Л. Математическое моделирование влияния глобальной пандемии на продовольственную безопасность	164
39. Багратиони И. О. Этические инновации из истории политической индустрии через управление рисками.....	168
40. Бардадым Т.А., Осипенко С.П. Тестирование воспроизводимости вычислений в облачной и реальной кластерных средах	173
41. Біла Г.Д. Про один підхід оцінювання майже періодичного сигналу за спостереженнями випадкового процесу із сильною залежністю.....	177

42. Богданов О.В.	
Стохастические модели в задачах прогнозирования эпидемиологической ситуации	179
43. Буткевич О.Ф.	
Деякі актуальні задачі підвищення надійності функціонування електроенергетичних систем та енергооб'єднань та їх розв'язання	182
44. Глазунов Н.М.	
Экстремальные задачи на многообразиях и методы арифметической геометрии	186
45. Глебена М.І., Цегелик Г.Г.	
Чисельний метод відшукування нулів будь-якої неперервно диференційованої функції на заданому проміжку.....	192
46. Головки И.А., Ребриков Н.Н., Козина Г.Л.	
Реализация платежной системы с использованием блокчейна	195
47. Григорак М.Ю.	
Вплив ринку логістичних послуг як чинника економічного зростання на основі моделі міжгалузевого балансу	198
48. Дидманидзе И.Ш., Ахвледиани Н., Ямкова О.	
Роль информационных технологий в вербальных коммуникационных системах	202
49. Журбенко Н.Г., Лиховид А.П.	
Регуляризация матрицы преобразования в модификациях г-алгоритма	207
50. Зоркальцев В.И.	
Алгоритмы внутренних точек: история, результаты исследований, приложения и перспективы	211
51. Каситська Е.Й., Кнопов П.С.	
Про великі відхилення розв'язків задач стохастичного програмування	219

52. Карпець Е.П., Кузьменко В.М. Питання удосконалення інструментарію економетричної моделі витрати-випуск для оцінки впливу IT-індустрії	225
53. Кнопов П.С., Пепеляева Т.В. Многомерные модели управления запасами.....	230
54. Козин И.В., Землянский А.А. Гибридные метаэвристики в задачах поиска оптимальных маршрутов	232
55. Косолап А.И. Практическая эффективность метода EQP для решения задач глобальной оптимизации	234
56. Кулик В.В., Стецюк П.І. Спектральні властивості агрегованої моделі «витрати-випуск» економіки України.....	238
57. Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.И. Устойчивость по векторному критерию задачи многокритериальной оптимизации с непрерывными целевыми функциями	243
58. Легеза В.П. Решение задачи Цермело в вариационной постановке	248
59. Лефтеров А.В. Информационно-коммуникационные технологии и система иероглифической идеографии.....	252
60. Литвинов А. Л., Гавриленко І. О. Застосування бази даних MOODLE в навчальному процесі.....	256
61. Лукьянов И.О. Об эффективности параллельного многопопуляционного генетического алгоритма для разного числа процессоров ...	260

- 62. Николенко Д.И.**
 Распределенная информационная технология
 обработки финансовых документов в табличной
 форме для организации с корпоративной структурой 264
- 63. Новожилова М.В., Крамаренко В.І., Чуб О.І.**
 Критерії ефективності інформаційної технології
 управління матеріальними ресурсами в будівництві 268
- 64. Норкин В.И., Гуро Д.А., Куршаков М.Д.**
 Информационная технология для распознавания
 сходства фигур в метриках Хаусдорфа
 методами негладкой глобальной оптимизации 272
- 65. Норкін В.І., Козирев А.Ю.**
 Про швидкість збіжності стохастичного кінцево-
 різницевого методу оптимізації 276
- 66. Огурцов М.І.**
 Розробка спеціального алгоритму багатofакторної
 автентифікації користувачів 280
- 67. Пепеляева Т.В., Шпига С.П.**
 Оптимальное управление стохастическим
 уравнением с дробным винеровским процессом 284
- 68. Самосьонок О.С.**
 Математичне моделювання розповсюдження вірусної
 хвороби в популяціях з прихованими носіями..... 287
- 69. Семенов В.В., Денисов С.В.**
 Оценки сложности алгоритмов экстраградиентного
 типа для вариационных неравенств в
 банаховых пространствах 291
- 70. Семенов В.В., Чайка Д.А., Фатеева И.М.**
 Постоптимальный анализ задачи частично-
 целочисленной оптимизации на основе метода Бендерса 295

- 71. Семенова Н.В., Ломага М.М.**
Лексикографические задачи выпуклой оптимизации:
метод отсекающих плоскостей 300
- 72. Симонов Д.І.**
Стійкість функції пропускної здатності вузлів в
ланцюгах постачання 304
- 73. Соломон Д.И.**
Многоэтапные транспортные задачи производства
продукции и логистики грузовых потоков 307
- 74. Стецюк П.И., Нуриев У.Г., Нуриева Ф.У.**
Новая модель целочисленного линейного
программирования для задачи коммивояжера 319
- 75. Стецюк П.І., Стовба В.О.**
Про двоетапну транспортну задачу 326
- 76. Стоян Ю.Г., Романова Т.Є., Кравченко О.В.,
Чугай А.М., Дурягіна З.А.**
Застосування методів геометричного проектування
для моделювання штучних кернів 330
- 77. Сулейманов С.-Б.**
Про властивості децентралізованих економічних систем 333
- 78. Трофимчук А.Н., Васянин В.А., Ушакова Л.П.**
Анализ решения задачи оптимизации иерархической
структуры разреженной и плотной
коммуникационной сети 337
- 79. Шарый С.П.**
Меры вариабельности оценок параметров в задачах
восстановления зависимостей по интервальным данным .. 339
- 80. Хом'як О.М., Давидов О.О.**
Метод еліпсоїдів для гіперкулі мінімального радіуса 344

RESEARCH AND SOLUTION METHODS OF PROBLEMS OF NETWORK STRUCTURE OPTIMIZATION

K.R. AIDA-ZADE,
Institute of Control Systems of Azerbaijan NAS,
kamil_avdazade@rambler.ru

In this paper we study a class of finite-dimensional optimization problems of the Jacobians of functions describing constraints of the type of equalities and inequalities, which are weakly and arbitrarily filled matrices of large dimension.

Keywords: *objective function, nonlinear constraints, Jacobian, gradient projection.*

Let there be given some object of complex structure M consisting of subobjects M_i . The state of each of the subobjects is determined by the vector $x^i \in R^{n_i}$, $i \in I$. The subobjects M_i are controlled by an object V consisting of subobjects V_j with control actions $w^j \in R^{r_j}$, $j \in J$.

The interconnection between all subobjects M_i and V_j , $i \in I$, $j \in J$, is arbitrary and generally nonlinear:

$$x^i = F(X^i, W^i), \quad i \in I. \quad (1)$$

Here $X^i = \{x^s : s \in I_i^+ \subset I\}$, $W^i = \{w^s : s \in J_i^+ \subset J\}$, I_i^+ , J_i^+ , $i \in I$ are given index sets that determine the structure (interconnection) of the subobjects M and V . Usually this indicates a weak interconnection between the subobjects.

The problem is to determine the values of actions v^j , $j \in J$ that minimize a given continuously differentiable objective function

$$\Phi_0(X, W) \rightarrow \min, \quad (2)$$
$$X = \{x^i : i \in I\}, \quad W = \{w^j : j \in J\}.$$

There are state constraints on the subobjects M_i and V_j :

$$G^i(x^i) \leq 0, i \in I, \quad Q^j(w^j) \leq 0, j \in J. \quad (3)$$

Here $G^i(\cdot), Q^j(\cdot), i \in I, j \in J$ are given continuously differentiable vector-functions, the dimensions of which are determined by the number of constraints.

The structure of the optimization problem (1) - (3) will be called network. Such problems arise when using decomposition methods employed at the stage of constructing mathematical models of complex objects under study.

Examples of such objects are abundant: artificial neural networks used in recognition systems, pipeline transport networks, mechanisms of complex manipulators and robots, etc.

To solve problems of network structure optimization, it is proposed to use a first-order optimization method, for example, conditional gradient projection methods:

$$W^{k+1} = P_{(3)}(W^k - \text{grad}_W \Phi_0(X^k, W^k)), k = 0, 1, \dots$$

Here $P_{(3)}(\cdot)$ is the operator of projection onto an admissible set determined by constraints (3).

The formulas for the gradient of the objective function are obtained:

$$\frac{d\Phi_0(X, W)}{dw^j} = \frac{\partial\Phi_0(X, W)}{\partial w^j} + \sum_{i \in J_j^-} \frac{\partial F_i(X^i, W^i)}{\partial w^j} \Psi^i, j \in J, \quad (4)$$

$$\Psi^i = \frac{\partial\Phi_0(X, W)}{\partial x^i} + \sum_{s \in I_i^+} \frac{\partial F_s(X^s, W^s)}{\partial x^i} \Psi^s, i \in I. \quad (5)$$

Here $J_j^- = \{s : j \in J_s^+\}, j \in J, I_i^- = \{s : i \in I_s^+\}, i \in I$ are conjugate sets with respect to the corresponding sets J_s^+, I_s^+, Ψ^s - vectors of conjugate variables with respect to the vectors x^i .

Note that the formulas (4),(5) are a generalization of the so-called "backpropagation" method.

The report will provide practical aspects of the application of the proposed approach, related to the solution of various applied problems.

MODEL DE PLANIFICARE A PRODUCȚIEI CU MAI MULTE ETAPE

BARACTARI ANATOLIE,
ASEM, Republica Moldova
Email: baractari.anatolie@yahoo.com

CIUMACOV BORIS,
IC ANȘU, Ucraina
Email: tchoumb@gmail.com

GODONOAGĂ ANATOL,
ASEM, Republica Moldova
Email: anagodon22@yahoo.com

Rezumat. În articol se consideră un model liniar de producție cu mai multe etape. Obiectivul integral sumează în sine efectele tuturor etapelor, exprimând profitul sumar, pe care ar putea să-l obțină întreprinderea pe întregul orizont de timp. Dependența dintre etape se exprimă prin modalitatea de repartizare a investițiilor în privința procurării factorilor de producție. Se poate constata că o asemenea abordare poate să asigure un profit total mai mare decât suma profiturilor maxime corespunzătoare etapelor considerate.

Abstract. The article considers a linear production model with several stages. The main objective sums up the effects of all stages, expressing the total profit that the company could obtain over the entire time period. The dependence between the stages is expressed by the way of allocating the investments regarding the acquisition of the factors of production. Respectively, such an approach can ensure a higher total profit than the sum of the maximum profits corresponding to the stages considered.

Cuvinte cheie: proces de producție, model liniar, model dinamic.

În spațiile economice activează o mare diversitate de sisteme, printre care un rol aparte îl au sistemele de producție. La modelarea sistemelor de producție, în dependență de situație, pot fi utilizate modele liniare sau neliniare [1], modele statice sau dinamice [2], modele deterministe sau nedeterministe [3] etc.

Modelul dinamic, care se expune în continuare, include în sine N etape, este liniar și determinist. Etapa intermediară se notează cu t . Restul notațiilor au următoarea semnificație:

m – dimensiunea vectorului resurselor i , în cantitatea x_i^t , care va fi procurat la etapa t la prețurile $q_i^t, i = \overline{1, m}$. $\underline{x}_i^t, \overline{x}_i^t$ - limitele de jos și de sus, corespunzător, pentru x_i^t .

n – dimensiunea vectorului produselor j , în cantitatea y_j^t , care va fi oferită pe piață la etapa t la prețurile $c_j^t, j = \overline{1, n}$. $\underline{y}_j^t, \overline{y}_j^t$ – limitele de jos și de sus, corespunzător, pentru y_j^t . a_{ij}^t – coeficienții tehnologici sau normele de consum ale resursei i necesare pentru obținerea unei unități de produs j la etapa t . M^t - suma financiară destinată pentru procurarea resurselor la etapa t . Pentru $t=1$ modelul este de tip static și corespunde situației decizionale din cadrul **etapei 1**, și anume:

$$\max_{(x,y)} [\sum_{j=1}^n c_j^1 y_j^1 - \sum_{i=1}^m q_i^1 x_i^1] \quad (1^1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}^1 y_j^1 \leq x_i^1, i = \overline{1, m} \quad (2^1)$$

$$\sum_{i=1}^m q_i^1 x_i^1 \leq M^1 \quad (3^1)$$

$$\underline{x}_i^1 \leq x_i^1 \leq \overline{x}_i^1, \quad i = \overline{1, m} \quad (4^1)$$

$$\underline{y}_j^1 \leq y_j^1 \leq \overline{y}_j^1, \quad j = \overline{1, n} \quad (5^1)$$

Dacă s-ar considera separat N probleme decizionale, fiecare dintre care ar corespunde celor N etape, atunci **etapei t** i s-ar pune în corespondență următorul model matematic:

$$\max_{(x,y)} [\sum_{j=1}^n c_j^t y_j^t - \sum_{i=1}^m q_i^t x_i^t] \quad (1^t)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}^t y_j^t \leq x_i^t, i = \overline{1, m} \quad (2^t)$$

$$\sum_{i=1}^m q_i^t x_i^t \leq M^t \quad (3^t)$$

$$\underline{x}_i^t \leq x_i^t \leq \overline{x}_i^t, \quad i = \overline{1, m} \quad (4^t)$$

$$\underline{y}_j^t \leq y_j^t \leq \overline{y}_j^t, \quad j = \overline{1, n} \quad (5^t)$$

$$t=1,2,\dots,N. \quad (6)$$

Pentru $t>1$ valoarea M^t se determină în conformitate cu formula:

$$M^t = r^t [P^{t-1} + (M^{t-1} - \sum_{i=1}^m q_i^{t-1} x_i^{t-1})], \quad (7)$$

unde $0 < r^t < 1$ – rata investițiilor la etapa t , iar P^{t-1} – profitul corespunzător etapei ($t-1$). Valoarea $(M^{t-1} - \sum_{i=1}^m q_i^{t-1} x_i^{t-1})$ reprezintă diferența dintre investițiile preconizate și costurile suportate la procurarea resurselor la etapa ($t-1$). Criteriul integral (acela care valorifică toate N etape) are aspectul:

$$\max_{(x,y)} \sum_{t=1}^N \{ [\sum_{j=1}^n c_j^t y_j^t - \sum_{i=1}^m q_i^t x_i^t] \}. \quad (8)$$

Astfel, modelul dinamic, sau modelul cu mai multe etape, constă în determinarea valorii maxime indicate în expresia (8) cu respectarea tuturor restricțiilor de forma $(1^t) - (5^t)$, (6), (7). Prezintă interes, pentru viitorul apropiat, proiectarea unor algoritmi efectivi de soluționare a modelului dinamic propus în această lucrare.

Remarcă. Desigur, modelul dinamic descris reprezintă în mod valid situația în care totul ce se produce la fiecare etapă și se comercializează respectiv la etapa dată. Mai apropiat de situațiile reale ar fi cazul când cererea la produsele oferite pe piață s-ar include în model [4]. Și, în cea mai variată formă de exprimare, cererea la unele produse poate fi a priori

cunoscută de exemplu, când acestea se produc la comandă, altele pot avea un caracter aleatoriu și cele de tipul trei pot purta un caracter pur incert.

Bibliografie.

1. A. Gamețchi, D. Solomon. Cercetări operaționale. Volomul I . Chișinău, “Evrca”, 2015.
2. A. Gamețchi, D. Solomon. Modelarea matematică a proceselor economice. Chișinău, “Evrca”, 1998.
3. A. Godonoagă, A. Baractari. Modele economice nediferențiable. Aspecte decizionale. Editura ASEM, Chișinău 2011.
4. А. Ф. Годонога, Ш. А. Блануца, Б. М. Чумаков. Алгоритм настройки входных и выходных потоков в процессе производства. Теорія оптимальних рішень. стр 34 – 39 Київ 2019 ISSN 2616 – 5619.

MODELE DE PRODUCȚIE ȘI FUNCȚII DE POLUARE

BLANUȚA ȘTEFAN,
ASEM, Rep. Moldova, Chișinău

stefan.blanuta@gmail.com

CIUMACOV BORIS,
IC ANȘU, Ucraina, Kiev

gicd120@gmail.com

GODONOAGA ANATOL,
ASEM, Rep. Moldova, Chișinău

anagodon22@yahoo.com

Cuvinte cheie : Sistem de producție, funcție de poluare, model
Rezumat. *Activitatea oricărui sistem economic implică, pe lângă atingerea unor indicatori de performanță, și generarea unor fluxuri de ieșire, care în mod dăunător influențează asupra mediului ambiant. Este vorba aici de poluarea aerului, a solului, a apelor etc.*

Dacă ar fi să se examineze un oarecare proces de producție, de exemplu, analizat în lucrările [1,2], la anumite tehnologii de transformare a resurselor (exprimate prin cantitățile x) în bunuri (exprimate cantitativ prin y), s-ar putea evidenția în acest proces și o altă funcție, în afară de funcția de producție $f(x)$, care se va nota cu $\varphi(x)$ (scalară sau vectorială) și care urmează să exprime nivelul de poluare a mediului în rezultatul prelucrării vectorului de resurse x . Prin urmare, se pot deduce schematic următoarele:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_j \\ x_n \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{c} \text{sistem de producție} \\ f(x) \\ \varphi(x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} y = f(x) \\ z = \varphi(x) \end{array}$$

$f(x)$ – funcția de producție, $\varphi(x)$ – funcția de poluare.

În una din variantele frecvent abordate, se cere de maximizat volumul de producție (sau venitul) :

$$y = f(x) \rightarrow \max \quad (1)$$

cu condiția, că :

$$\sum_{j=1}^n q_j x_j \leq C \quad (2)$$

$$0 \leq x_j \leq \bar{x}_j \quad (3)$$

Aici q_j reprezintă prețul factorului de producție j , iar C-suma totală de bani care este destinată pentru procurarea resurselor.

Din punct de vedere geometric, modelul, pentru $n=2$, este prezentat în figura 1.

Cazul 1 reprezintă interpretarea geometrică a modelului în forma (1) - (3), adică fără a lua în cont oarecare restricții cu privire la nivelul „acceptabil” de poluare.

Cazul 2 reflectă situația de luare în considerare a restricției cu privire la nivelul „acceptabil” de poluare:

$$\varphi(x) \leq \bar{\varphi}, \quad (4)$$

unde $\bar{\varphi}$ este valoarea „plafon” admisibilă de poluare.

În interpretarea geometrică dată, funcția $\varphi(x)$ se consideră o funcție liniară (expresia $\varphi(x) - \bar{\varphi} = 0$ reprezintă dreapta care intersectează axele de coordonate în punctele A, B):-

Definiție: funcția $z = \varphi(x)$ se va numi funcție de poluare, iar restricția (4) – restricție de poluare.

Remarcă: În unele situații ar putea fi rațional de introdus, pe lângă condiția (4), și o restricție de forma:

$$\varphi(x)/f(x) \leq \bar{\varphi}_f \quad (5)$$

unde $\bar{\varphi}_f$ - este valoarea „plafon” de poluare ce ar reveni unei unități de produs.

Evident, modelul (1) – (4), sau modelul (1) – (5), „impune” grupului decizional al sistemului de producție să diminueze, în raport cu (1) – (3), volumul de producție, prin urmare, și valoarea venitului acestui sistem.

Ipotezele cu privire la funcția de poluare $\varphi(x)$:

1. $\varphi(x)$ – crescătoare în raport cu fiecare componentă x_j
2. $\varphi(0, 0, \dots, 0) = 0$
3. $\varphi(x_1, \dots, x_j, \dots, x_n) > 0$ p-u $x_j > 0, j = \overline{1, n}$.
4. $\varphi(\cdot) \rightarrow \infty$, dacă $(\cdot) \rightarrow \infty$

Remarcă: pentru o mai bună înțelegere a proprietăților funcției $\varphi(x)$, putem privi:

$$\varphi(x) = \Psi(y) = \Psi(f(x)),$$

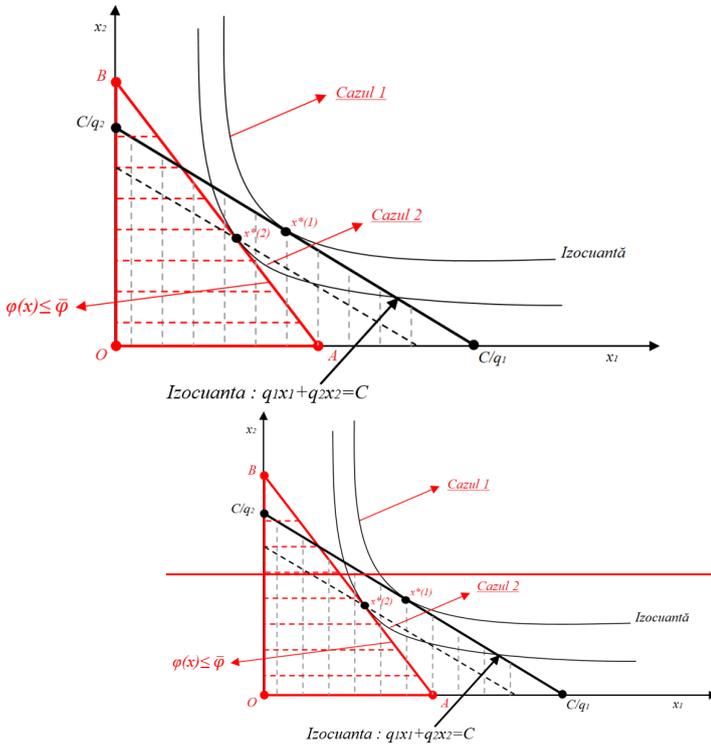
adică, nivelul de poluare depinde direct de volumul producției y , care, la rândul său, depinde de vectorul de resurse x .

Remarcă: La fel ca și funcția de producție $f(x)$, funcția de poluare $\varphi(x)$ ar putea fi considerată în mai multe aspecte:

- a) liniară în raport cu y , dar liniară și în raport cu x ;
- b) liniară în raport cu y , dar neliniară față de $x=(x_1, \dots, x_n)$;
- c) logaritmică în raport cu y :

$$\varphi(x) = \Psi(y) = \Psi(f(x)) = d \log_a(1 + f(x)) + \beta,$$

Astfel, se poate obține, o gamă largă de modele economico-matematice, în care participă una sau mai multe restricții cu prezența funcției de poluare $\varphi(x)$.



— **Figura 1.** $x^{*(1)}$ și $x^{*(2)}$ -consumul optim de resurse reprezentate de *cazul 1* și *cazul 2*, corespunzător.

Bibliografie:

1. A. Baractari, S. Blanuța, A. Godonoagă Algorithm for adjusting input and output in a production process. Proceedings of the 18th International Conference on INFORMATICS in ECONOMY (IE 2019) pag 467 - 472 Bucuresti 2019 ISSN 2284-7472.
2. А.Ф. Годонога, Ш. А. Блануца, Б. М. Чумаков Алгоритм настройки входных и выходных потоков в процессе производства. Теория оптимальных решений. стр 34 – 39 Київ 2019 ISSN 2616 – 5619.

FUNCTIONAL LIMIT THEOREMS FOR PERTURBED RANDOM WALKS

V. BOGDANSKII,
A. PILIPENKO

Igor Sikorskii Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine

vbogdanskii@ukr.net
pilipenko.av@gmail.com

Abstract. Consider Markov chain on Z with jumps of two types: outside of a finite set A the jumps are mean zero i.i.d. random variables with finite variance, jumps from A may be arbitrary. We study the Donsker scaling limit of such Markov chains. Depending on properties of jumps from A we obtain various limit processes such as a Brownian motion with reflection, a Brownian motion with semipermeable membrane, a Brownian motion with jump type exit from 0, etc. Multidimensional generalizations are given

Key words: Perturbed random walks, diffusions with semipermeable membrane, functional limit theorems.

Let $\{\xi_n\}$ be a sequence of mean-zero i.i.d. random variables with finite second moment. Set $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. It is well known that the Donsker scaling of the sequence $S_{[nt]} / \sqrt{n}$ converges as $n \rightarrow \infty$ in distribution to a Brownian motion.

Let A be a fixed set. Consider the following perturbation of the random walk $\{\tilde{S}_n\}$ at the set A . Put $\tilde{S}_{n+1} := \tilde{S}_n + \xi_{n+1}$ if $\tilde{S}_n \notin A$ and $\tilde{S}_{n+1} := \tilde{S}_n + \eta_{i,n+1}$ if $\tilde{S}_n = i \in A$, where $\{\eta_{i,n}\}_{n \geq 1}$ are independent sequences of independent identical distributed random variables.

If A is a finite set, then Donsker's scaling limits may be interpreted as a diffusion with semipermeable membrane [1]. If $A = (-\infty, 0] \cap Z$ and $\{\eta_{i,n}\}_{n \geq 1}$ are non-negative then corresponding models appear in queuing

theory. In particular, if $\eta_{i,n} = -i$, then $\{\tilde{S}_n\}$ is the classical Lindley recursion [2,3].

Further we will assume that all states of the perturbed walk $\{\tilde{S}_n\}$ are connected.

Theorem 1. *Assume that $\eta_{i,n}$ are non-negative and their distribution is independent of i .*

- (a) *If $E\eta_{i,n} < \infty$, then $\{\tilde{S}_{[nt]} / \sqrt{n}\}$ converges in distribution to the reflected Brownian motion.*
- (b) *If tail of $\eta_{i,n}$ distribution is a slowly varying functions, then $\{\tilde{S}_{[nt]} / \sqrt{n}\}$ converges to $+\infty$ in probability.*
- (c) *If tail of $\eta_{i,n}$ distribution is a regularly varying function with index $\alpha \in (0,1)$, then $\{\tilde{S}_{[nt]} / \sigma\sqrt{n}\}$ converges in distribution to the process*

$$W_\alpha(t) = W(t) + U_\alpha \circ U_\alpha^{(-1)} \circ M(t),$$

where $\{W(t)\}$ is a Brownian motion, $\{U_\alpha(t)\}$ is a drift-free α -stable subordinator independent of W , $M(t) = -\min_{s \in [0,t]} W(s)$.

The proof of Theorem 1 is based on the generalized Skorokhod reflection principle [4].

The following theorem gives the form of the limit process if the membrane is finite but the jumps from the membrane have both signs.

Theorem 2. *Assume that random variables $\{\xi_n\}$ are bounded and the set A is finite. Then $\{\tilde{S}_{[nt]} / \sqrt{n}\}$ converges in distribution to the skew Brownian motion, i.e., continuous Markov process with transition probability density function*

$$p_t(x, y) = \varphi_t(x - y) + \gamma \text{sign}(y) \varphi_t(|x| + |y|),$$

where φ_t is the density of the normal distribution $N(0, t)$.

Acknowledgement. The authors acknowledge support by the National Research Foundation of Ukraine (project 2020.02/0014 „Asymptotic regimes of perturbed random walks: on the edge of modern and classical probability”).

References.

1. Portenko N. I. Generalized diffusion processes. – American Mathematical Soc., 1990.
2. Asmussen S. Applied probability and queues. – Springer, 2003.
3. Whitt W. Stochastic-process limits: an introduction to stochastic-process limits and their application to queues. – Springer, 2002.
4. Пилипенко А.Ю. Об отображении Скорохода для уравнений с отражением с возможностью скачкообразного выхода из границы // Укр. мат. журн. – 2011. – т.63. – №9 – с.1241-1256.
5. Pilipenko A. Y., Prykhodko Y. E. Limit behavior of a simple random walk with non-integrable jump from a barrier //Theory of Stochastic Processes. – 2014. – vol. 19. – №. 1. – P. 52-61.
6. Iksanov A., Pilipenko A., Prykhodko O. Functional limit theorems for random walks perturbed by positive alpha-stable jumps // arXiv preprint arXiv:2107.00760. – 2021.
7. Pilipenko A., Prykhodko O. On a limit behaviour of a random walk penalised in the lower half-plane //arXiv preprint arXiv:2106.09941. – 2021.
8. Pilipenko A. and Prykhodko Yu. On a limit behavior of a sequence of Markov processes perturbed in a neighborhood of a singular point// Ukrainian Mathematical Journal. – 2015. – vol.67(4). – P. 564 – 583.
9. Iksanov A. and Pilipenko A. A functional limit theorem for locally perturbed random walks // Probability and Math. Stat. – 2016. – Vol. 36(2). – P. 353-368.

UN ALGORITM DE CLASIFICARE A GRAFURILOR NEORIENTATE PENTRU SOLUȚIONAREA PROBLEMEI DE ACOPERIRE CU MULȚIMI d -CONVEXE

Radu BUZATU,
Universitatea de Stat din Moldova,
Chișinău, Moldova
radubuzatu@gmail.com

Se propune un algoritm eficient de clasificare a grafurilor neorientate. Algoritmul elaborat are complexitatea polinomială și poate fi folosit la soluționarea problemei de acoperire a grafurilor cu mulțimi d -convexe.

Cuvinte cheie: *acoperire d -convexă, algoritm.*

An efficient algorithm for graph classification is proposed. The developed algorithm has a polynomial complexity and it can be used for solving convex covering problem of graphs.

Keywords: *convex cover, algorithm*

Vom nota prin $G = (X, U)$ un graf neorientat cu mulțimea de vârfuri X și mulțimea de muchii U . Vom nota prin $x \sim y$ două vârfuri adiacente $x, y \in X$. Vecinătatea vârfului x o vom nota prin $\Gamma(x)$.

Reamintim două noțiuni fundamentale de care vom avea nevoie în continuare [1]:

- a) *Segment metric* (x, y) – mulțimea vârfurilor ce aparțin tuturor lanțurilor de lungime minimă cu extremitățile în $x, y \in X$.
- b) *Mulțimea d -convexă* – mulțimea $S \subseteq X$ cu proprietatea: $(x, y) \subseteq S$ pentru orice două vârfuri $x, y \in S$.

Conform lucrării [2], vom spune că familia de mulțimi $\mathcal{P}(G)$ este o acoperire d -convexă a grafului $G = (X, U)$ dacă sunt satisfăcute următoarele condiții:

- 1) orice mulțime din $\mathcal{P}(G)$ este d -convexă în G ;

$$2) X = \bigcup_{Y \in \mathcal{P}(G)} Y;$$

$$3) Y \not\subseteq \bigcup_{Z \in \mathcal{P}(G), Z \neq Y} Z \text{ pentru orice } Y \in \mathcal{P}(G).$$

Este cunoscut faptul că problema generală de acoperire a grafului neorientat cu mulțimi d -convexe este NP-completă [2,3]. În rezultatul studierii problemei în cauză au fost identificate o serie de clase speciale de grafuri pentru care în timp polinomial poate fi stabilit dacă ele pot fi acoperite cu mulțimi d -convexe. Printre aceste clase de grafuri pot fi menționate: \mathcal{C} , \mathcal{C}' , \mathcal{C}'' și \mathcal{C}''' . De exemplu, clasei \mathcal{C} îi corespund toate grafurile $G = (X, U)$ care satisfac două condiții:

$$1) X = \{a, b_1, b_2, x_1, x_2, \dots, x_k\}, k \geq 1;$$

$$2) U = \{(a, b_1), (a, b_2)\} \cup \{(x_i, x_j) : 1 \leq i, j \leq k; i \neq j\} \cup \{(b_1, x_i), (b_2, x_i) : 1 \leq i \leq k\}.$$

Pentru determinarea apartenenței unui graf G la clasa \mathcal{C} se propune următorul algoritm:

Algoritm 1.

Input: Graf conex neorientat $G = (X, U)$, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

Output: *True* dacă G aparține clasei \mathcal{C} , *False* în caz contrar.

- 1: **if** $0 \leq |X| \leq 3$ **then return** *False*
- 2: **if** $|X| = 4$ **then**
- 3: **if** $G = C_4$ **then return** *True*
- 4: **else return** *False*
- 5: $flag \leftarrow 0, v \leftarrow x_1$
- 6: **for each** $x \in X$ **do**
- 7: **if** $|\Gamma(x)| = 2$ **then**
- 8: $flag \leftarrow flag + 1, v \leftarrow x$
- 9: **if** $flag \neq 1$ **then return** *False*
- 10: **if** $y \sim z$ **then return** *False*: unde $\Gamma(v) = \{y, z\}$
- 11: **for each** $S \in \{X \setminus \{v, z\}, X \setminus \{v, y\}\}$ **do**
- 12: **for each** $v, u \in S, v \neq u$ **do**
- 13: **if** $v \sim u$ **then return** *False*
- 14: **return** *True*

Teorema 1. *Algoritmul 1 determină în timp $O(n^2)$ dacă G face parte din clasa \mathcal{C} .*

Pentru celelalte clase speciale la fel sunt dezvoltați algoritmi de recunoaștere, care împreună cu Algoritmul 1 constituie un algoritm de clasificare a grafurilor neorientate.

Bibliografie

10. БОЛТЯНСКИЙ В.Г., СОЛТАН П.С. *Комбинаторная геометрия различных классов выпуклых множеств*. Кишинёв, Штиинца, 1978.
11. BUZATU, R., CATARANCIUC, S. *Convex graph covers*. Computer Science Journal of Moldova, 2015, Vol. 23, Nr. 3 (69), p. 251 – 269.
12. BUZATU, R. *On the computational complexity of optimization convex covering problems of graphs*. Computer Science Journal of Moldova, 2020, Vol. 28, Nr. 2 (83), p. 187 – 200.

AN ALGORITHM FOR DETERMINING OPTIMAL STATIONARY STRATEGIES FOR UNICHAIN CONTROL PROBLEM

MARIA CAPCELEA, TITU CAPCELEA
*Moldova State University,
Faculty of Mathematics and Computer Science,
Mateevici str., 60, Chisinau, MD-2009, Moldova*

Abstract

A linear programming approach for determining optimal stationary strategies for the stochastic control problem on unichain network with average cost criterion and infinite time horizon is proposed.

Key words: Stochastic Discrete Control Problem, Optimal Stationary Strategies, Linear Programming Approach, Polynomial Time Algorithm

We consider the stationary stochastic discrete optimal control problem on decision network $R = (G, X_C, X_N, c, p)$ [1]. This network is determined by the directed graph $G = (X, E)$, the disjoint subsets $X_C, X_N \subset X$, the cost function $c: E \rightarrow E_N$ and the probability distribution function $p: E_N \rightarrow [0, 1]$ on the set $E_N = \{(x, y) \in E \mid x \in X_N\}$. X_C represents the set of controllable states in which the transitions of the system to the next state can be controlled by the decision maker at every discrete moment of time and X_N represents the set of states in which the decision maker is not able to control the transitions because the system passes to the next state randomly.

Let $s: X_C \rightarrow X$ define a stationary strategy for the control problem on decision network R . We can determine the graph $G_s = (X, E_s \cup E_N)$, $E_s = \{(x, y) \in E \mid x \in X_C, y = s(x)\}$, that

corresponds to a Markov process with the probability matrix $P^s = (p_{x,y}^s)$, where

$$p_{x,y}^s = \begin{cases} p_{x,y} & \text{if } x \in X_N, y \in X \\ 1 & \text{if } x \in X_C, y = s(x) \\ 0 & \text{if } x \in X_C, y \neq s(x) \end{cases}$$

In the considered Markov process for an arbitrary state $x \in X_C$ the transition $(x, s(x))$ from the states $x \in X_C$ to the states $y = s(x) \in X$ is made with probability $p_{x,s(x)} = 1$ if the strategy s is applied. For this Markov process we can determine the average cost per transition for an arbitrary fixed starting state $x_i \in X$. For this, we can determine the vector of average costs w^s which corresponds to the strategy s , according to the formula $w^s = Q^s \mu^s$, where Q^s is the limit matrix of the Markov process generated by the stationary strategy s and μ^s is the corresponding vector of the immediate costs, i.e. $\mu_x^s = \sum_{y \in X(x)} p_{x,y}^s c_{x,y}^s$. A component w_x^s of the vector w^s represents the average cost per transition in our problem with a given starting state x and a fixed strategy s , i.e. $f_x(s) = w_x^s$. In such a way we can define the value of the objective function $f_{x_0}(s)$ for the control problem on a network with a given starting state x_0 when the stationary strategy s is applied.

The control problem on the network R with starting state x_0 consists of finding a stationary strategy s^* for which $f_{x_0}(s^*) = \min_s f_{x_0}(s)$.

We assume that R is a perfect network which means that in graph G for an arbitrary stationary strategy s the subgraph $G_s = (X, E_s \cup E_N)$ is strongly connected. So, the Markov chain induced by the probability transition matrix P^s is irreducible for an arbitrary strategy s .

At first we formulate an algorithm for determining the optimal stationary strategies for the control problem on perfect networks. Then we show that the proposed algorithm can be extended for the problem if an arbitrary strategy s generates a Markov unichain. For a unichain control problem the graph G^s induced by a stationary strategy may not be strongly connected but it contains a unique strongly connected component that is reachable from every state $x \in X$.

Let s be an arbitrary strategy. Taking into account that for every fixed $x \in X_C$ we have a unique $y = s(x) \in X(x)$, then we can identify the map s with the set of Boolean values $s_{x,y}$ for $x \in X_C$ and

$$y \in X(x), \text{ where } s_{x,y} = \begin{cases} 1 & \text{if } y = s(x) \\ 0 & \text{if } y \neq s(x) \end{cases}.$$

Theorem 1. Let $\alpha_{x,y}^*$ ($x \in X_C, y \in X$), q_x^* ($x \in X$) be a basic optimal solution of the following linear programming problem:

$$\text{Minimize } \bar{\psi}(\alpha, q) = \sum_{x \in X_C} \sum_{y \in X(x)} c_{x,y} \alpha_{x,y} + \sum_{z \in X_N} \mu_z q_z,$$

subject to

$$\begin{cases} \sum_{x \in X_C^-(y)} \alpha_{x,y} + \sum_{z \in X_N} p_{z,y} q_z = q_y, \quad \forall y \in X \\ \sum_{x \in X_C} q_x + \sum_{z \in X_N} q_z = 1 \\ \sum_{y \in X(x)} \alpha_{x,y} = q_x, \quad \forall x \in X_C \\ \alpha_{x,y} \geq 0, \quad \forall x \in X_C, y \in X; q_x \geq 0, \quad \forall x \in X \end{cases}.$$

Then the optimal stationary strategy s^* on a perfect network can be found as follows:

$$s_{x,y}^* = \begin{cases} 1 & \text{if } \alpha_{x,y}^* > 0 \\ 0 & \text{if } \alpha_{x,y}^* = 0 \end{cases},$$

where $x \in X_C, y \in X(x)$. Moreover, for every starting state $x \in X$ the optimal average cost per transition is equal to $\bar{\psi}(\alpha^*, q^*)$ for every $x \in X$.

For a unichain control problem the algorithm based on Theorem 1 determines the strategy s^* and the recurrent class X^* . In this case the remaining states $x \in X / X^*$ in X correspond to transient states and the optimal stationary strategies in the states $x \in X / X^*$ can be chosen in order to reach X^* . Therefore, the linear programming model from Theorem 1 can be used for determining the optimal stationary strategy for an arbitrary unichain control problem.

We solve the linear programming problem and find a basic optimal solution α^*, q^* . Then we find the subset of vertices $X^* = \{x \in X \mid q_x^* > 0\}$ which in G corresponds to a strongly connected subgraph $G^* = (X^*, E^*)$. On this subgraph we determine the optimal solution of the problem using the algorithm based on Theorem 1. If $x_0 \in X^*$, then we obtain the solution of the problem with fixed starting state x_0 . To determine the solution of the problem for an arbitrary starting state we may select successively vertices $x \in X / X^*$ which contain outgoing directed edges that end in X^* and will add them at each time to X^* using the following rule:

- if $x \in X_C \cap (X \setminus X^*)$, then we fix an directed edge $e = (x, y)$, put $s_{x,y}^* = 1$ and change X^* by $X^* \cup \{x\}$;
- if $x \in X_N \cap (X \setminus X^*)$, then change X^* by $X^* \cup \{x\}$.

References

1. Lozovanu D., Pickl S. Optimization of stochastic discrete systems and control on complex networks. Computational networks. Springer, Advances in Computational Management Science, v.12, 2015.

AN ALGORITHM FOR SOLVING MULTICHAIN DISCRETE OPTIMAL CONTROL PROBLEMS

MARIA CAPCELEA,
TITU CAPCELEA

Moldova State University, Chisinau
tcapcelea@yahoo.com

Abstract. An algorithm for determining optimal stationary strategies for the stochastic discrete optimal control problem with infinite time horizon is developed and theoretically justified. The problem is defined on decision network with multiple recurrent classes. The minimization criterion of the average cost per transition is applied. The algorithm is based on the linear programming model developed for determining optimal strategies in control problems defined on perfect decision networks.

Keywords: *stochastic discrete optimal control problem, multichain networks, stationary strategies, linear programming approach.*

We consider the stationary stochastic discrete optimal control problem on the decision network $R = (G, X_C, X_N, c, p)$. This network is determined by the directed graph $G = (X, E)$, the disjoint subsets $X_C, X_N \subset X$, the cost function $c: E \rightarrow \mathbb{R}$ and the probability distribution function $p: E_N \rightarrow [0, 1]$ on the set $E_N = \{(x, y) \in E \mid x \in X_N\}$. The set X_C represents the set of controllable states in which the transitions of the system to the next state can be controlled by the decision maker at every discrete moment of time and X_N represents the set of states in which the decision maker is not able to control the transitions because the system passes to the next state randomly.

A linear programming approach for determining the optimal stationary strategies for the stochastic control problem on multichain network with

average cost criterion and infinite time horizon is proposed. Efficient algorithms based on such approach are developed.

We formulate algorithms for determining the optimal stationary strategies for the control problem on decision network R , in which an arbitrary strategy $s: X_C \rightarrow X$ induces a Markov chain with multiple recurrent classes. The corresponding graph $G_s = (X, E_s \cup E_N)$, $E_s = \{(x, y) \in E \mid x \in X_C, y = s(x)\}$, consists of several deadlock strongly connected components $G_r^s = (X_r^s, E_r^s)$, $r = 1, \dots, k$. We describe an approach for determining the optimal stationary strategies on network R which is based on a linear programming model elaborated for solving control problems on perfect networks [1,2].

References

1. Lozovanu D., Pickl S. Optimal stationary control of discrete processes and a polynomial time algorithm for stochastic control problem on networks. International Conference on Computational Science ICCS-2010. Procedia Computer Science, 1, pp. 1417-1426, 2012.
2. Lozovanu D., Pickl S. Optimization of stochastic discrete systems and control on complex networks. Computational networks. Springer, Advances in Computational Management Science, v.12, 2015.

MARINE TRANSPORT CARGO ASSEMBLY AND OPERATION

I. DIDMANIDZE, G. TSITSKISHVILI, M. KUTCHAVA
Batumi Shota Rustaveli State University, Georgia
Batumi Maritime State Academy, Georgia

***Abstract.** Determining the optimal option for loading cargo in marine transport is one of the major points of cargo transportation technology, which first determines the volume-mass characteristics of the cargo storing, boxing and packaging characteristics, physico-chemical features, as well as some other commodities.*

***Keywords:** marine transport, cargo transport, marine shipping.*

Familiarity with cargo properties is essential to determine a ship's suitability for a particular route, and to find out how the ship's technical machinery should be used to ensure cargo safety. Besides, the study of the properties of the cargo is essential for establishing a proper commercial-legal relationship with the customers. It's noticeable to mention that the problem of cargo safety is a very important issue for the establishment of shipping technology, both for the practical operation of the fleet, as well as for scientific research, in order to make shipping even safer and more profitable.

The transport-technological characteristics of the cargo are a high importance in the calculation of the loading of a vessel. Cargo transport characteristics are a set of cargo characteristics that determine the technology and method of its transportation, transshipment and storage. The cargo is presented for shipment only in a transportable condition, which ensures its safety at all stages of the transport process.

Familiarity with the transport-technological characteristics of the cargo allows to calculate the optimal variant of its load on the transport. The most important characteristic of a cargo is its volume-mass characterization and compatibility with each other.

It is important that both the land and air as well as the marine transport system must be operational, flexible and able to handle the maximum volume of cargo in a minimum of time. To implement this, it is necessary to develop the most efficient concept of transport capacity, as well as the transportation of cargo defined by this means of transport. Obviously, all of this requires scientific research, analysis, and making conclusions and optimal decisions based on that.

We choose one of several options for selecting the route during transportation, because it is impossible to run the same marine transport with different routes at the same time. Besides, we choose one of the most optimal

choices from different schemes of production of loading-unloading operation on board, because, even in this case, it is impossible to implement several schemes at once.

The set of alternatives has no structure indeed, thus, it is unstructured, and each element of the set is randomly retrieved or suggested, and has not yet been considered and prioritized. Therefore, it is impossible to say which alternative is better and which is less desirable. The optimal choice for carrying out a loading-unloading operation on a ship must be selected from the majority of alternatives that can be obtained using any method.

The transport-technological characteristics of the cargo are of major importance in the calculation of the load of a vessel. Cargo transport characteristics are a set of cargo characteristics that determine the technology and method of its transportation, reloading and storage. The cargo is presented for shipment only in a transportable condition, which ensures its protection at all stages of the transportation process.

Familiarity with the transport-technological characteristics of the cargo allows to calculate the optimal variant of its load on the transport. The most important characteristic of a cargo is its volume-mass characterization and compatibility with each other.

The rule of combining loads is established in terms of its protection and reduction of impact on each other, which can be considered as a factor of environmental aggression. For this reason, we consider it necessary to give the following explanations:

1. Cargoes on one cargo area are considered compatible in case of their separation.
2. Cargo must be divided by a deck or a partition.
3. Cargo should be divided by a vertical waterproof partition.

To determine the maximum load of the ship and the cargo configuration in the cargo hold, the permissible load of the ship is first calculated.

Cargo set-up in cargo warehouses is based on the following requirements:

1. Fulfillment of cargo matching conditions.
2. Oversized and long cargo shall be placed in the ship's central cargo hold.
3. Small-sized cargo shall, as far as possible, be placed in the front and rear cargo compartments.
4. The placement of "rolling barrel" type cargo in front and rear trucks is not recommended.
5. As far as possible, the cargo shall be set up so that the total amount of cargo in a particular cargo store room is equal to the weight distributed to those store rooms and the volume occupied by the cargo is equal to the cargo capacity of the ship.

6. Fulfillment of the condition of inadmissibility of reloading of cargo warehouses.
7. Whenever possible place “heavy” cargo in the hatchway, while a “lightweight” cargo - on twin and upper deck.
8. Loose and bulk cargo should be located below the main cargo and divided by horizontal waterproof partitions.

The maximum load of cargo compartments is determined by the durability properties of the ships deck, which is characterized by a maximum allowable load of 1 square meter (technical).

In view of all the above mentioned, it can be concluded that with the increase in the volume of shipments worldwide and the emergence of brand new types of cargo and transport properties in marine shipping, there is an urgent need for serious scientific research.

References

1. Didmanidze I., Tsitskishvili G., Kutchava M. Technology of shipping operation by marine transport means. XXXIII international conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2019). ABSTRACTS. January 24 – February 1, 2019, Hurgada, Egypt. p. 38.
2. Didmanidze Ibraim, Tsitskishvili Givi, Kutchava Manana. Maritime cargo shipping. XXXV international conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2020). ABSTRACTS. May 11-15, 2020, Baku-Sheki, Republic of Azerbaijan. p. 38-39.
3. Ibraim Didmanidze, Givi Tsitskishvili. Mathematical Model to Optimize Production of Loading-Unloading Operations on the Vessel. **IV international scientific and practical conference «modeling, control and information technologies**. Works of conferences. No. 4 (2020), 5-7 november, Rivne, Ukraine, p. 29-30.

This publication was completed under the grant - PROJECT CPEA-LT-2016/10003, “Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition”

COMPUTER TRAINING SYSTEMS

D. DIDMANIDZE, N. AKHVLEDIANI,
K. ZOIDZE, D. AKHVLEDIANI

Batumi Shota Rustaveli State University, Georgia
Batumi Maritime State Academy, Georgia

***Abstract.** Today, we can boldly say that the use of computer technology provides a huge opportunity for the development of the educational process, the mainstay of which is the formation of an information-educational environment based on computer information sources, electronic libraries, video and audio libraries, electronic textbooks, video conferencing and other supplements of educational fields.*

***Keywords:** Virtual reality systems, computer training systems, computer technologies.*

Modern educational requirements, with their existing problems and future development prospects, make us think about how to achieve ever greater improvement and efficiency in the learning process. How and by what means to carry out the teaching process so that the student has a desire and aspiration for knowledge.

The technology-enriched learning environment provides:

- Mastering and effective use of modern information-computer and pedagogical technologies by students;
- Formation of a learning environment enriched with modern information and pedagogical technologies;
- High level of professional development of professors in accordance with modern educational and market needs.

Today, representatives of both educational institutions and powerful enterprises are deeply convinced that special rooms of virtual equipment with electronic simulators are a promising tool that, in special conditions, significantly increases the effectiveness of training, as well as the quality of products manufactured at enterprises [6, 7, 8]. It is clear that special conditions relate to the individual characteristics of the student/student, his/her level of competence and motivation, compliance with educational requirements and the purpose of learning. It is these features that have

been (and remain) the focus of attention throughout the history of the development and creation of training coaches.

As for the virtual models of technological processes, the purpose of these models is to achieve a high quality of the technological process, high efficiency of the work of each unit, to determine in advance the risk of expected accidents and measures to avoid them.

Training exercises or simulation exercises have a long history. The greatest peak in the creation of virtual simulators is the beginning of 2000. This direction has gained more and more foothold in all fields. The use of computer training in the educational process, as one of the main innovative directions of the ongoing reform in the education system, is quite successful and has an even greater perspective. At the same time, it is clear that scientific-practical research in this area has not yet been completed and this direction has not yet been thoroughly studied and generalized.

Modern information and computer technologies make it possible to simulate the real reality of the object under study using a variety of multimedia devices. You can create in virtual reality using completely different devices. Virtual reality systems are actively used in completely different fields. Such systems in science allow various studies to be carried out, the design of a product to be developed in production, as well as to protest it by simulating a real physical law. Such systems are also actively used to create various simulators and to perform virtual laboratory work. Computer (electronic) trainers are in the first place among the virtual reality creation systems.

Computer training (training devices, simulators) systems design industry belongs to the class of electronic interactive learning systems. The development of these systems takes a very short time, therefore, it can be said that it is in the initial stage. The mechanism of operation of computer training systems is modern computers and computer programs. Therefore, both the pace of development, the quality and the consumer features of this system in the field of education are related to the perfection of the software design methodology. The latter is evolving with the modern trends of the world software industry, the basis of which is the development of modern and powerful software systems. The main goal of designing computer training systems is to create a complete architecture focused on educational processes, the sustainability of which is

conditioned by adapting to the educational needs and adhering to the object-oriented principles of project implementation.

According to the scientific literature we have searched, the systematic analysis of the most productive projects of computer training systems implemented in the field of education, which were created and implemented with the participation of various authors, has enabled us to identify several project samples. This showed us that one of the solutions to the repeated use of analogy in the design models of computer training systems was to use a structural pattern decorator to combine objects to obtain new functionality.

For object-oriented models of computer training systems designed to assimilate and further control students' knowledge, a training assignment generator must be pre-defined, the operation of which is provided by a special program. At the same time, an algorithm for generating the issuance of training and control tasks should be included in the system. If the system algorithm solves the same problem conceptually, but the methods of solving are differ from each other, then it is relevant to use the mechanism for determining the family of algorithms. In this case, each of them must be encapsulated (bordered) and any algorithm must be interchanged. In order to identify task processing algorithms as well as to process changes in algorithms, it is advisable to use an effective analogy (pattern or template) that allows us to change the chosen algorithm independently of the modules it uses. Most important is the general analysis of the primary object detection tool, which identifies the design solution strategy, which defines the object-oriented design of computer training systems, the task set generation algorithm, the individual algorithm selection procedures, and its implementation.

References

1. Didmanidze Ibraim, Akhvlediani Neli, Didmanidze Didar, Khujadze Nino. **Interactive multimedia tools**. XXXV international conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCER-TAINTIES (PDMU-2020). ABSTRACTS. May 11-15, 2020, Baku-Sheki, Republic of Azerbaijan. p. 33-34. ISBN 978-617-7828-41-8.
2. Didmanidze I., Akhvlediani N., Didmanidze D., Khujadze N. TEACHING OF COMPUTER TECHNOLOGIES. XXXIII international conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCER-TAINTIES (PDMU-2019). ABSTRACTS. January 24 – February 1, 2019, Hurgada, Egypt. p. 33-34.

DATA MANAGEMENT INFORMATION TECHNOLOGIES

I. DIDMANIDZE, V. ZASLAVSKI,
G. IMNAISHVILI, MARINA DIDMANIDZE,
Batumi Shota Rustaveli State University, Georgia
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine

***Abstract.** Today it is difficult to find an area where computers are not used. State or political organizations, private structures, industrial, economic-microfinance, transport, health and others. The complexity of the tasks in these fields, the promptness of the execution deadlines and the requirements for improving the quality of the results necessitate the automated processing and information management.*

***Keywords:** information technologies, office automation, Expert Systems.*

The concept of building networks of automated systems for the management of enterprises and organizations, on the one hand, due to the expansion of the small and medium-sized private business sector, and on the other hand, to place their scope within the framework of international business requirements, has acquired a very important function.

As you know, when designing a multiprocessor system, many features are taken into account, the choice of the optimal values of which is very important and at the same time difficult. Optimizing these values will not only increase the efficiency of the information system, but also reduce the costs required to create it. It's important to consider things like capacity, shared resources, and so on. Optimal distribution. It is equally important to ensure the proper quality of service for the user of the system.

The main types of information technology are:

- Data Processing Information Technology (IT)
- Management IT;
- Office automation;
- Decision Support IT;
- Expert Systems IT.

The following tasks are solved at the level of operational activities:

- Data processing on the operations performed by the organization (firm, company);
- Preparation of periodic control reports on the situation in the organization;
- Receive answers to all possible requests at the moment and sign them in the form of paper documents or reports.

When making decisions at the management control level, information should be presented in an aggregated form so that trends in data changes, causes of deviations, and possible solutions are reflected. At this stage, the following data processing tasks are solved:

- Assessment of the planned condition of the management facility;
- Assessment of deviation from the planned condition;
- Identify the causes of deviation;
- Analysis of possible solutions and actions.

The effectiveness and flexibility of information technology depend greatly on the interface features of the decision support system. The interface defines: user language; the language of computer messaging that organizes dialogs with the screen; user knowledge.

The interface should have the following capabilities:

- Manipulation with various forms of dialogue, which will be changed in the decision-making process at the request of the user;
- Transmit data to the system by various methods;
- Receive data from various system devices in different formats;
- Support (assist on demand, dictate) user knowledge flexibly.

The system creation module is designed to create a set of rules (hierarchy). There are two approaches that can be the basis of system creation module implementation: the use of algorithmic programming languages and the use of expert system shells.

When identifying information system capabilities while making a decision support, the following should be considered:

1. Structuring of tasks to be solved;
2. The level of the organization management hierarchy at which decisions are to be made;
3. Belonging to the task to be solved for this or that field of business;
4. The type of information technology used.

Work technology in information systems is understandably accessible to specialists in a particular field and can be successfully used to control and manage professional performance processes.

The introduction of information systems can facilitate:

- Freeing workers from routine work by their automation;
- Ensuring the accuracy of information;
- Improving the structure of information flows and the system of business management in the organization;
- Providing unique services to clients;

These issues are focused in the given article.

References

1. Didmanidze I., Shatashvili A., Tkhilaishvili R. Development of system management optimization principles. XXXIII international conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2019). ABSTRACTS. January 24-February 1, 2019, Hurgada, Egypt. p. 37
2. M.V.Donadze, I.SH.Didmanidze. COMBINED METHOD OF ENCRYPTION OF DATA FROM UNAUTHORIZED ACCESS. Georgian National Academy of Sciences. Adjara Autonomous Republic Regional Scientific Centre. Transactions V. 2019 Batumi. p. 16-20

This publication was completed under the grant - PROJECT CPEA-LT-2016/10003, “Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition”

FACTORS AFFECTING UNEMPLOYMENT

MANANA DIDMANIDZE,
I. MOTSKOBILI, T. DIDMANIDZE
Georgian Technical University Tbilisi, Georgia
Batumi Shota Rustaveli State University, Georgia
Batumi Maritime State Academy, Georgia

***Abstract.** Unemployment is one of the main problems. Apart from being the most prominent example of macroeconomic instability, unemployment does not pose any social or political problem.*

Unemployment causes many socio-economic problems, including the most acute ones: loss of material well-being, loss of income, mass poverty, external labor migration, aggravation of the demographic situation, concussion of the human psyche and nervous system..

***Keywords:** Regulation of labor migration, improving management, labor market policy.*

The government should try to reduce unemployment in the country not by any one specific method, but by complex steps. For example: introduction of an effective labor market information system, development of an active retraining/training program for the unemployed, stimulation of labor demand (implementation of economic and infrastructure projects, encouragement of the private sector), promotion of competitive labor supply (quality of education compliance with labor market demands); labor market policy strengthening - plan and implement support measures for those who are unable to find stable employment or transfer to the ranks of those employed. In order not to increase the level of unemployment in the country, it is important to take a number of measures: improve governance, protect the rights of employees granted by law, develop anti-dumping law, improve the system of labor safety and protection of rights, regulate labor migration, etc.

In order not to increase the unemployment rate, it is important to take a number of measures:

- ❖ Improving management - means the elimination of the vicious practice of mass layoffs of old employees and the arrival with “your own team”, staffed on the basis of personal loyalty while firing old employees in government agencies.
- ❖ Protection of the rights of employees granted by law - in this regard it is necessary to strengthen trade unions. The executive branch must react quickly and objectively to the violation of the Labor Code.

- ❖ Develop anti-dumping law - Dumping serves to sink local producers, so it drastically hurts small businesses and consequently increases unemployment. Therefore, it is necessary for the state to actively fight against dumping prices in order to protect the manufacturer as much as possible.
- ❖ Improving the system of labor safety and protection - the right to life and health of employees, as one of the fundamental rights, is guaranteed by the Constitution of Georgia, and not by one international document. The right to work includes the right of employees, to ensure the safest and healthiest working environment and to protect the rights granted to them by labor law.
- ❖ Regulation of labor migration - According to the state migration strategy, a legal and institutional environment should be created to improve the immigration environment. Its objectives are: to promote legal migration; Fight against illegal migration; Promoting the reintegration of returned migrants.

The pandemic had a negative impact on the unemployment rate. We think that political-economic decisions, both for the internal regulations of the country (the consequences of which can be multifarious), as well as for foreign relations, affect the economic situation.

In this regard, we also think that in the modern global world, the pandemic has negatively affected the unemployment rate. The world economy stalled, causing great damage to the well-being of the population. The analysis of the economic side is important for us, because we believe that different integration or contractual relations between the countries of the world put the economy and its individuals in a different position, which can lead to an increase in their production capacity, as well as their reduction. This is reflected in different ways in the manifestation of the economic cycle and economic growth in a given country.

References.

1. Didmanidze Ibraim Sh., Motskobili Ia R., Didmanidze Manana I. ENSURING EFFECTIVE GOVERNING FOR REGIONAL DEVELOPMENT. 9th International Scientific-Practical Conference “Computer Simulation and Control in Technics and Technologies CSCTT-2021”. Kyiv, May 12-14, 2021. Works of conferences. P.35-38.

This publication was completed under the grant - PROJECT CPEA-LT-2016/10003, “Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition”

LAYOUT OF 2D IRREGULAR OBJECT CLUSTERS

V. DUBINSKYI, A. PANKRATOV,
T. ROMANOVA, S. SHEKHOVTSOV

Institute for Mechanical
Engineering Problems of the
National Academy of Sciences of
Ukraine, Kharkiv, Ukraine
tarom27@yahoo.com

***Abstract.** A layout problem of clusters of irregular 2D objects is considered. This research is initially motivated by a container-loading problem. A mathematical model is introduced and formulated as a nonlinear continuous problem. A solution algorithm to search for a local optimal layout of 2D irregular clusters is proposed. Computational results are provided.*

***Key words:** layout, irregular objects, clusters, rectangular container, balancing conditions, phi-function technique, nonlinear optimization*

A two dimensional packing problem has various important applications, e.g. in logistics. In many cases the objects are not independent and have to be grouped in a number of certain clusters of non-overlapping objects. This is typical, for example, for a container loading problem [1], where the objects in a large maritime container may form various clusters according to a type of objects (similar shapes, parts of the same machine). Similarly, clusters can be formed according to a supplier or a client (final destination) to facilitate loading/unloading the container. While the composition of the cluster (number of objects and their shapes) is typically predefined, the overall shape of the cluster is frequently not specified. Bearing in mind a cluster as a number of objects placed in a flexible sack we define the shape of a cluster as a convex hull of the objects in the cluster. Note that the objects are non-overlapping and the shape of the cluster (convex hull) depends on the layout of the objects in the cluster. The number of clusters as well as the number of objects and their shapes and sizes are given. Constructing convex hulls for circular objects is considered in [2]. Concerning optimized packing of clusters, different objectives can be used. For example, we may look for the

“densest” layout fixing one dimension of the rectangular container and minimizing the other subject to feasibility of the clusters layout. On the contrary, we may fix both dimensions of the container and look for a “sparsest” layout maximizing a certain “distance” between the clusters. This objective is motivated by the need of more space between clusters to facilitate access for their loading/unloading and is used in this work. A layout problem for a number of clusters composed by irregular 2D objects is formulated. The clusters have to be placed inside a given container subject to non-overlapping between objects within a cluster. Each cluster is represented by the convex hull of irregular objects that form the cluster. Two clusters are said to be non-overlapping if their convex hulls do not overlap. A cluster is said to be entirely in the container if so is its convex hull. All objects in the cluster may have different irregular shape (different sizes are allowed) and can be continuously translated and rotated. The objective is constructing a maximum sparse layout for clusters subject to non-overlapping and containment conditions for clusters and objects. In addition a balancing conditions are considering. New quasi-phi-functions and phi-functions to describe analytically placement constraints for clusters are introduced based on the definitions of phi-function and quasi-phi-function for a pair of objects [3, 4]. The layout problem is formulated as a nonlinear nonconvex continuous problem. A novel algorithm to search for locally optimal solutions is developed. Computational results are provided to demonstrate the efficiency of our approach.

References

1. Zhao, X., Bennell, J.A., Bektaş, T., & Dowsland, K. (2016). A comparative review of 3D container loading algorithms. *International Transactions in Operational Research*, 23 (1-2), 287–320.
2. Kallrath, J., & Frey, M.M. (2019). Packing Circles into Perimeter-Minimizing Convex Hulls. *Journal of Global Optimization*, 73(4), 723–759.
3. Stoyan, Yu., & Romanova, T. (2013). Mathematical Models of Placement Optimization: Two- and Three-Dimensional Problems and Applications. In Fasano G., & Pinter J.D, (Eds.), *Modeling and Optimization in Space Engineering* (pp 363-388), Springer
4. Pankratov, A., Romanova, T., & Litvinchev, I. (2020). Packing oblique 3D objects. *Mathematics*. 8(7), 1130.

OPTIMAL INVENTORY MANAGEMENT IN CONDITION OF UNCERTAINTY

M.S. DUNAIEVSKYI
V.M. Glushkov Institute of Cybernetics
of NAS Ukraine, Kyiv, Ukraine
MaxDunaievskiy@gmail.com

Abstract. *Two inventory management strategies, – maximization of demand fulfillment and maximization of profitability, – are compared.*

Key words: *inventory management, marginal analysis, effective strategy for small competitor.*

Given uncertain market demand case, maintaining the optimal level of inventory at which both, – the surplus of purchased products and the shortage – are minimized is one of the main tasks of the inventory management. Effective solutions maximize company's profitability by suggesting optimum stock level, under which both, – the financial resources "frozen" in surplus and the lost sales are minimized [1]. Advance in technologies of Machine Learning (ML) [2] lead to new reality when inventory managers of large (and financially well established) retailers could require higher and higher rate of demand fulfillment. Small competitors on other side could find lucrative market niche for them in trendy goods segment by balancing cost of shortage and cost of excess. These two strategies are compared in following R script implementation (table1).

Suppose expected demand (based on different users' preliminary interest assessment) is estimated at 29972 units and has standard deviation of 12135 units. To estimate expected demand "empavg" package, developed within project "Analytical methods and machine learning in control theory and decision-making in conditions of conflict and uncertainty" funded by National Research Foundation of Ukraine was used [3].

Inventory managers under strategy of high demand fulfillment rate are required to provide sufficient enough stock level. Could assume that such target level is at least 90%. Given characteristics of our demand, estimated target stock level to order from suppliers is 45523 units.

Table 1. R script to compare different inventory management strategies

```

library("empavg")

# parameters
sku_cost <- 11
sku_price <- 24
preliminary_interest <- c(21453, 17392, 22879, 33210, 34099, 9658, 21876,
                          25391, 22275, 33091, 42072, 48605, 6338, 38242,
                          27432, 54979, 15329, 34213, 28467, 51076, 42781,
                          19758, 27855, 26038, 28837, 38764, 17992, 42528)

sku_estimated_demand <- empavg::get_empavg(preliminary_interest,
                                           method = "max_likelihood")[[ 'mu' ]]

# 29971.39

var_of_estimated_demand <- sd(preliminary_interest) # 12134.72

# Strategy I: satisfying at least 90% order rate (90% of possible demand cases)
# calculating number of skus to order from suppliers
or90_num_of_sku_to_order <- ceiling( # taking next largest integer
  qnorm(0.90, sku_estimated_demand, var_of_estimated_demand)) # 45523

# Strategy II: Profit maximizing
# cost of shortage in case actual demand > ordered number of skus from supplier
c_s <- sku_price - sku_cost # 13

# cost of excess in case actual demand < ordered number of skus from supplier
c_e <- sku_cost # 11

# critical ratio
cr <- c_s / (c_s + c_e) # 0.5416667

# searching optimal number of skus to order from suppliers
# given P[expected_demand <= sku_ordered_num] = cr
opt_num_of_sku_to_order <- ceiling( # taking next largest integer
  qnorm(cr,
        sku_estimated_demand,
        var_of_estimated_demand))
# 31242 # profit maximizing quantity

calc_profit <- function(ordered_num_of_skus, sku_estimated_demand,
                       sku_price, sku_cost){
  sku_profit <- sku_price - sku_cost
  est_profit <- ifelse(ordered_num_of_skus > sku_estimated_demand,
    (sku_estimated_demand * sku_price) - (ordered_num_of_skus * sku_cost),
    (ordered_num_of_skus * sku_price) -
    ((sku_estimated_demand - ordered_num_of_skus) * sku_price))
  return(est_profit)
}

# expected profit under optimal quantity
calc_profit(opt_num_of_sku_to_order, sku_estimated_demand,
            sku_price, sku_cost) # 375651.3

# expected profit under strategy of satisfying at least 90% order rate
calc_profit(or90_num_of_sku_to_order, sku_estimated_demand,
            sku_price, sku_cost) # 218560.3

```

Profitability maximizing strategy is based on results of marginal analysis [4, 5]. That is, finding optimal number of SKUs (Q) (stock keeping units) under which excess cost c_e and shortage cost c_s are minimized given probable demand (x) (equations 1-4).

$$c_e P[x \leq Q] = c_s (1 - P[x \leq Q]) \quad (1)$$

$$c_e P[x \leq Q] = c_s - c_s P[x \leq Q] \quad (2)$$

$$c_e P[x \leq Q] + c_s P[x \leq Q] = c_s \quad (3)$$

$$P[x \leq Q] = \frac{c_s}{c_e + c_s} \quad (4)$$

If $E[c_e] < E[c_s]$ should increase Q , and vice versa. Optimal stock level Q^* is reached when $E[c_e] = E[c_s]$. Right hand side of equation 4 is called critical ratio. Inferred from characteristics of our demand and calculated critical ratio (0.54), estimated optimal stock level to order from suppliers under profit maximizing strategy is 31242 units.

Profit here is not just in accountant terms but in economic ones, that is includes also lost sales; and is calculated according to equations 5-8.

$$Profit(Q, x) = \begin{cases} px - cQ & \text{if } x \leq Q \\ pQ - cQ - (p - c)(x - Q) & \text{if } x > Q \end{cases} \quad (5)$$

$$E[Profit(Q)] = \int_0^\infty P(Q, x) f_x(x) dx \quad (6)$$

$$E[Profit(Q)] = \int_0^Q (px - cQ) f_x(x) dx - \int_Q^\infty (p - c)(x - Q) f_x(x) dx \quad (7)$$

$$E[Profit(Q)] = p \int_0^Q (x) f_x(x) dx - cQ - (p - c) \int_Q^\infty (x - Q) f_x(x) dx \quad (8)$$

Estimated expected profit given optimal stock level of 31242 units is 375651.3. And, expected profit given stock level of 45523 units (with demand fulfillment rate 90%) is 218560.3. That is, only approximately 58% from possible optimal level.

Large companies are trying to keep high demand fulfillment rate because they need to support image of “one stop shop”. Also, they could

have special discounts from suppliers given significant size of SKU order volumes.

Under profit maximizing strategy, with optimal 31242 SKUs at stock, with expected average demand of 29972 units and its volatility of 12135 units chances to run out of stock is rather high. However, ultimately, optimal stock level inferred based on shortage and excess costs trade off is great profitable alternative to apply by small agile company which does not need quite high demand fulfillment rate or just perform their trade business via internet and do not have to keep wide representative shelves of assortment.

References.

1. Dunaievskiy M.S. Perspectives of machine learning algorithms usage in retail industry decision support systems // Proceedings of XVII International Scientific Conference Artificial intelligence and intelligent systems (AIIS'2017) – P. 63-66. (in Ukrainian)
2. Gorbachuk V. M. et al. Machine learning and decision making. // Proceedings of the International Scientific Conference “Information technologies and computer modelling”. – Ivano-Frankivsk, 2021. – P. 92-93 (in Ukrainian)
3. Dunaievskiy M.S. Empirical averages in stochastic programming tasks // Proceedings of II International Scientific symposium "Intelligent Solutions" (Satellite), Uzhhorod, 28-30 September 2021p. – P. 111-112. URL: <https://intsol.knu.ua/conference-proceedings/> (in Ukrainian)
4. Cachon G., Terwiesch C. Matching supply with demand: an introduction to operations management. McGraw-Hill Education; 3rd edition 2012. – P. 528
5. Parsons J. Using a newsvendor model for demand planning of NFL Replica Jerseys. MIT Supply chain management Program Thesis, 2004.

ON STABILITY OF MULTICRITERIA PARAMETRIZED INVESTMENT PROBLEM WITH SAVAGE'S RISK CRITERIA

V.A. EMELICHEV (vemelichev@gmail.com),
S.E. BUKHTOYAROV (buser@tut.by),
Belarusian State University, Minsk, Belarus;
Yu.V. NIKULIN (yurnik@utu.fi),
University of Turku, Turku, Finland

***Annotation.** On the basis of the portfolio theory, a multicriteria investment Boolean problem of minimizing lost profits with parameterized efficiency is formulated. The problem considered is the finding a set of all efficient portfolios. The quality of such portfolios is assessed by examining stability of the set of efficient portfolios to perturbations of minimax risk criterion parameters. The lower and upper bounds of the stability radius are obtained in the case of arbitrary Hölder's norms being specified in the three spaces of the problem initial data.*

***Keywords:** Multicriteria optimization, Savage's risk criteria, set of efficient portfolios, stability radius, Hölder's metric, investment problem..*

In optimization a question of stability of a problem arises in the case where the set of feasible solutions and (or) the choice function depend on parameters, for which the area of change is known only. The presence of such parameters in optimization models is caused by inaccuracy of the initial data, non-adequacy of models to real processes, errors of numerical methods, errors of rounding off and other factors. Hence it appears important to allocate classes of problems in which small changes of input data lead to small changes of the result. The problems with such properties are called stable. It is obvious that many optimization problem cannot be correctly formulated and solved without use of results of the stability theory [1].

In the current work we develop the concept of a quantitative study of the stability [2] of a problem and deal with a quantitative measure of the level of data perturbation that does not violate efficiency, known as the stability radius. We research stability aspects of the multiobjective investment problem [3] for the case of the so-called parametrized efficiency "from extreme to Pareto" and provide lower and upper bounds on the stability radius.

Consider a multicriteria discrete variant of the investment optimization problem with the following parameters specified below.

Let $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$ be a variety of alternatives (investment assets); N_m be a set of possible financial market states (market situations, scenarios); N_s be a set of possible risks; r_{ijk} be a numerical measure of economic risk of type $k \in N_s$ if investor chooses project $j \in N_n$ given the market is in state $i \in N_m$; $R = [r_{ijk}] \in \mathbf{R}^{m \times n \times s}$ be a matrix specifying risks; $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{E}^n$ be an investment portfolio, where $\mathbf{E} = \{0, 1\}$, and $x_j = 1$ if investor chooses project j , otherwise $x_j = 0$; $X \subset \mathbf{E}^n$ be a set of all admissible investment portfolios; \mathbf{R}^m be a financial market state space; \mathbf{R}^n be a portfolio space; \mathbf{R}^s be a risk space.

Efficiency of a chosen portfolio (Boolean vector) $x \in X$, $|X| \geq 2$ is evaluated by a vector objective function

$$f(x, R) = (f(x, R_1), f(x, R_2), \dots, f(x, R_s))^T,$$

with each partial objective representing minimax Savage's risk criterion

$$f(x, R_k) = \max_{i \in N_m} r_{ik} x = \max_{i \in N_m} \sum_{j \in N_n} r_{ijk} x_j \rightarrow \min, \quad k \in N_s,$$

where $r_{ik} = (r_{i1k}, r_{i2k}, \dots, r_{ink}) \in \mathbf{R}^n$, $i \in N_m$, $k \in N_s$, $R_k \in \mathbf{R}^{m \times n}$ represents the

k -th cut of the risk matrix $R = [r_{ijk}] \in \mathbf{R}^{m \times n \times s}$ with rows r_{ik} .

For arbitrary $v \in N$, we define the Pareto dominance between two vectors

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_v)^T \in \mathbf{R}^v \quad \text{and} \quad y' = (y'_1, y'_2, \dots, y'_v)^T \in \mathbf{R}^v:$$

$$y \succ y' \Leftrightarrow y \geq y' \ \& \ y \neq y'$$

Next, let $\emptyset \neq I \subseteq N_s$, $|I| = h$, $I = \{k_1, k_2, \dots, k_h\}$, $1 \leq k_1 < \dots < k_h \leq s$,

$$R_I = (R_{k_1}, R_{k_2}, \dots, R_{k_h})^T \in \mathbf{R}^{m \times n \times h}; \quad \text{for any } x \in X \quad f(x, R_I) = (f(x, R_{k_1}), f(x, R_{k_2}), \dots, f(x, R_{k_h}))^T; \quad u \in N_s \quad \text{and} \quad N_s = \bigcup_{v \in N_u} I_v$$

be a partition of the set N_s , where $I_v \neq \emptyset$, $v \in N_u$, and $i \neq j \Rightarrow I_i \cap I_j = \emptyset$. For the given partition, we introduce a set of (I_1, I_2, \dots, I_u) -efficient portfolios according to the following formula:

$$G_m^s(R, I_1, I_2, \dots, I_u) = G_m^{su}(R) = \left\{ x \in X : \exists v \in N_u \left(X(x, R_{I_v}) = \emptyset \right) \right\},$$

where $X(x, R_{I_v}) = \left\{ x' \in X : f(x, R_{I_v}) \succ f(x', R_{I_v}) \right\}$. It is easy to see that the set of efficient portfolio is non-empty.

In one particular case, if $u = 1$, i.e. $I = N_s$, the set $G_m^s(R, N_s)$ is Pareto set $P_m^s(R) = \left\{ x \in X : X(x, R) = \emptyset \right\}$, where $X(x, R) = \left\{ x' \in X : f(x, R) \geq f(x', R) \text{ \& } f(x, R) \neq f(x', R) \right\}$.

In another particular case, if $u = s$, i.e. $I_v = \{v\}$ for $v \in N_u = N_s$, the set $G_m^s(R, \{1\}, \{2\}, \dots, \{s\})$ is a set of all the so-called extreme portfolios $E_m^s(R) = \left\{ x \in X : \exists k \in N_s \left(X(x, R_k) = \emptyset \right) \right\}$,

where $X(x, R_k) = \left\{ x' \in X : f(x, R_k) > f(x', R_k) \right\}$.

The problem of finding the set of efficient portfolios $G_m^{su}(R)$ is referred to as multicriteria investment Boolean problem with Savage's risk criteria of different types and denoted by $Z_m^s(R, I_1, I_2, \dots, I_u)$, or shortly, $Z_m^{su}(R)$.

In the spaces $\mathbf{R}^n, \mathbf{R}^m$ and \mathbf{R}^s we define three Hölder's norms l_p, l_q and l_t , where $p, q, t \in [1, \infty]$. Recall, that Hölder's norm l_p of a vector $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T \in \mathbf{R}^n$ is the number

$$\|a\|_p = \begin{cases} \left(\sum_{j \in N_n} |a_j|^p \right)^{1/p} & \text{if } 1 \leq p < \infty, \\ \max \{ |a_j| : j \in N_n \} & \text{if } p = \infty. \end{cases}$$

So, the norm of matrix $R \in \mathbf{R}^{m \times n \times s}$ is the number $\|R\|_{pqt} = \left\| \left(\|R_1\|_{pq}, \|R_2\|_{pq}, \dots, \|R_s\|_{pq} \right) \right\|_t$ with cuts

$$\|R_k\|_{pq} = \left\| \left(\|r_{1k}\|_p, \|r_{2k}\|_p, \dots, \|r_{mk}\|_p \right) \right\|_q, \quad k \in N_s.$$

Following [1], the stability radius of $Z_m^{su}(R)$, $s, m \in \mathbf{N}$, is defined as $\rho_m^{su}(p, \bar{q}, t) = \sup_{pqt}$, if

$\Xi_{pqt} \neq \emptyset$, and $\rho_m^{su}(p, q, t) = 0$, if $\Xi_{pqt} = \emptyset$. Here

$$\Xi_{pqt} = \left\{ \varepsilon > 0 : \forall R' \in \Omega_{pqt}(\varepsilon) \left(G_m^{su}(R + R') \subseteq G_m^{su}(R) \right) \right\},$$

$$\Omega_{pqt}(\varepsilon) = \left\{ R' \in \mathbf{R}^{m \times n \times s} : \|R'\|_{pqt} < \varepsilon \right\}, k \in N_s.$$

Obviously, if $G_m^{su}(R) = X$, then the stability radius is not bounded. The problem $Z_m^{su}(R)$ with $X \setminus E_s^m(R) \neq \emptyset$ is called *non-trivial*.

For non-trivial problem $Z_m^{su}(R)$, we notice:

$$\varphi = \min_{v \in N_u} \min_{x \notin G_m^{su}(R)} \max_{x' \in P(x, R_{I_v})} \min_{k \in I_v} \frac{f(x, R_k) - f(x', R_k)}{\left\| \left(\|x\|_{p^*}, \|x'\|_{p^*} \right) \right\|_{\gamma}},$$

$$\psi = n^p m^q \min_{v \in N_u} \min_{x \notin G_m^{su}(R)} \max_{x' \in P(x, R_{I_v})} \min_{k \in I_v} \frac{f(x, R_k) - f(x', R_k)}{\|x - x'\|_1} \Big|_{I_v}^{\frac{1}{t}},$$

$$\sigma = \sigma^s(p, q) = \min \left\{ \|R_k\|_{pq} : k \in N_s \right\}, \gamma = \min \left\{ p^*, q^* \right\}.$$

$$P(x, R_{I_v}) = P(R_{I_v}) \cap X(x, R_{I_v}), P(R_{I_v}) = \left\{ x \in X : X(x, R_{I_v}) = \emptyset \right\}.$$

It is easy to see that $\varphi, \psi \geq 0$.

Theorem. For any $s, m \in N$, $u \in N_s$, and $p, q, t \in [1, \infty]$, the stability radius $\rho_m^{su}(p, q, t)$ of s -criteria non-trivial problem $Z_m^{su}(R)$ has the following lower and upper bounds $\varphi \leq \rho_m^{su}(p, q, t) \leq \min \{ \psi, \sigma \}$.

References.

1. Sergienko I.V., Shilo V.P. Discrete Optimization Problems. Challenges, Solution Methods, Analysis. – Kiev: Naukova dumka, 2003. – 261 p.
2. Korotkov V., Emelichev V., Nikulin Y. Multicriteria investment problem with Savage's risk criteria: Theoretical aspects of stability and case study // J. of Ind. & Management Optimization. – 2020. V. 16, N. 3. – P. 1297-1310.
3. Markowitz H. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. – Yale: Yale University Press, 1959. – 368 p.

STRATEGIC DSS FOR ROBUST ENERGY PRODUCTION AND STORAGE INVESTMENTS AND OPERATION PLANNING INVOLVING VARIABLE RENEWABLE ENERGY SOURCES: A TWO-STAGE STOCHASTIC OPTIMIZATION MODEL WITH STOPPING TIME AND ROLLING TIME HORIZON

Y.M. ERMOLIEV^{1,2}, ermoliev@iiasa.ac.at,
N. KOMENDANTOVA¹, komendan@iiasa.ac.at,
T. ERMOLIEVA¹, ermol@iiasa.ac.at

¹International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA),
Laxenburg, Austria;

²National Academy of Sciences, Ukraine (NASU)

***Аннотация.** The paper presents a strategic Decision Support System (DSS) for energy-efficient technology investments planning, including energy production and storage capacities expansion and operation policies. The DSS enables the analysis of robust decisions against inherent uncertainties and risks, in particular, systemic risks due to introduction of stochastic renewable energy sources, price volatility, demands uncertainties, weather variability, resource availability. The DSS is based on a new two-stage, dynamic stochastic optimization model with rolling random time horizons bounded by stopping time moments.*

In this paper we present stochastic methodologies for energy-efficient technology investments planning, which can provide robust decisions against inherent uncertainties for optimal energy and storage capacity expansion and operation policies involving stochastic renewable energy sources. The approach for the robust decision support relies on a new two-stage, dynamic stochastic optimization model with moving random time horizons bounded by stopping time moments [1-2]. This allows to analyze and model systemic impacts of potential extreme events and structural changes emerging from experts and stakeholders' dialogues [6-7], which may occur at any moment of the decision-making process. In this way, the DSS provides an environment that can guide the necessary experts and

stakeholders' dialogues and negotiations with the DSS and among the stakeholders themselves, possibly with different conflicting motivations and goals. The dialogues/negotiations can enable endogenous and exogenous feedbacks into the decision-making process. Since the decision-making can be considered as an iterative process, the DSS-experts/stakeholder outcomes provide feedback and revisions of the DSS and the energy system structure through stopping time moments and moving time horizons [3].

The DSS allows the representation of all relevant energy subsystems components (e.g. traditional and renewable) and their interactions, dealing with both strategic and operational decisions planning, and including technological and financial-oriented decisions. Energy storages are represented and modeled in a rather general way. For example, the excess electricity can be used for hydrogen and fertilizer production or "exported".

The stopping time moments induce endogenous risk aversion in strategic decisions in a form of dynamic VaR-type systemic risk measures dependent on the system's structure [2-4]. Unlike the static nature of deterministic models, the proposed stochastic model and the DSS deliver solutions that are responsive to revealed information about systemic uncertainties and risks such as related to stochastic supply, demand, prices, weather variability, technological change, in order to adjust local or regional energy structure and management policies in a cost-effective and risk hedging manner [3-5].

Integration of the operational and strategic models under the umbrella of the two-stage stochastic optimization provides an effective way to make real-time decisions consistent with long-term strategic goals of energy system planners to guarantee secure energy provision in all uncertainty scenarios [3-5]. The solution of the problem involves adjusting operational decisions to hit long-term targets if additional information about prices, subsidies, demand, weather, new technologies can become available in the future.

Литература.

1. Ermoliev Y., Wets R. (Eds.). Numerical techniques of stochastic optimization. Computational Mathematics. Springer Verlag, 1988.
2. Ermoliev, Y., Hordijk, L.: Global changes: Facets of robust decisions. In: Marti, K., Ermoliev, Y., Makowski, M., Pug, G. (Eds.). Coping with uncertainty: Modeling and policy issue. Springer Verlag, Berlin, Germany, 2003.
3. Ermoliev Y, Ermolieva T, Fischer G, Makowski M. Extreme events, discounting and stochastic optimization. Ann Oper Res 2010. – Vol. 77.- P. 9–19.
4. Ermoliev YM, Robinson SM, Rovenskaya E, & Ermolieva T. Integrated Catastrophic Risk Management: Robust Balance between Ex-ante and Ex-post Measures // SIAM News.- 2018. - Vol. 51 (6). - P. 4.
5. Gritsevskii, A., Ermoliev, Y. Modeling technological change under increasing returns and uncertainty. In Managing Safety of Heterogeneous Systems; Ermoliev Y., Makowski M., Marti K., Eds. – Springer Verlag, Heidelberg, Germany, 2012. - P. 109-136.
6. Komendantova, N, Neumueller, S., Nkoana, E. Public attitudes, co-production and polycentric governance in energy policy. // Energy Policy. – 2021.- Vol. 153, 10.1016/j.enpol.2021.112241.
7. Komendantova, N., Maraschdeh, L., Al Salaymeh, A., Bohm, S., Ekenberg, L., Krüger, C., Zejli, D., Mtimet, N., et al. Energy Policy at Crossroad: potentials for sustainable energy transition in the Middle East and North African region. IIASA Working Paper. Laxenburg, Austria: WP-19-004, 2019.

CLIMATE CHANGE ADAPTATION THROUGH ROBUST LAND USE PLANNING: TWO-STAGE STOCHASTIC OPTIMIZATION FOR RISK-INFORMED DECISION MAKING

T. ERMOLIEVA¹ ermol@iiasa.ac.at
P. HAVLIK¹, havlik.petr@gmail.com,
T. KAHIL¹ kahil@iiasa.ac.at,
J. BALKOVIC¹ balkovic@iiasa.ac.at,
R. SKALSKY¹ skalsky@iiasa.ac.at,
Y. ERMOLIEV¹²³ ermoliev@iiasa.ac.at,
P. KNOPOV²³ knopov1@yahoo.com,
O. BORODINA²³ olena.borodina@gmail.com,
V. GORBACHUK²³ gorbachukvasyl@netscape.net

¹International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA),
Laxenburg, Austria;

²National Academy of Sciences, Ukraine (NASU);

³Glushkov's Institute of Cybernetis, NASU, Kiev, Ukraine

***Аннотація.** Uncertainty and variability of climate changes are key challenges for adaptation planning. In the face of uncertainty, the decision-making can be addressed in two interdependent stages: make only partial ex-ante anticipative actions to keep options open until new information is revealed; and adapt the first-stage decisions with respect to newly acquired information. This decision-making approach corresponds to the two-stage stochastic optimization (STO) incorporating both anticipative ex-ante and adaptive ex-post decisions within a single model. The paper develops a two-stage STO model for climate change adaptation through robust land use and irrigation planning in the condition of uncertain water supply. The model identifies the differences between the decision-making in the cases of perfect information, full uncertainty, and uncertainty with perspectives of learning about uncertainty. The two-stage anticipative and adaptive risk-informed decision-making with safety constraints induces risk aversion characterized by quantile-based Value-at-Risk and Conditional Value-at-Risk risk measures. The ratio between the ex-ante and ex-post costs and the shape of uncertainty*

determines the balance between the anticipative and adaptive decisions. Selected numerical results illustrate that the alteration of the ex-ante agricultural production costs can affect crop production, land management technologies, and natural resource utilization.

Ключевые слова: *uncertainties and risks, climate change adaptation, robust land use and irrigation planning, two-stage optimization, VaR and CVaR risk measures*

Climate changes affect socio-economic and environmental systems directly and indirectly, through exogenous shocks from natural disasters and endogenous systemic risks due to interactions among systems and policies [1-5]. The impacts of climate changes are expected to increase triggered by the growing complexity of systemic interdependencies, introduction of new policies and technologies, growing demands, increasing variability and magnitude of natural disasters. Many prominent economic assessment models involved in climate change analysis are deterministic and fail to account for the uncertainties and risks inherent in climate change. What is also important – they are unable to account for the increasing variability and frequency of extreme events and catastrophic risks which currently dominate the climate change debates [6-8]. This paper discusses the need for important improvements of the methods to incorporate central issues in climate change adaptation such as uncertainty, treatment of irreversibility, safety and security requirements, and robustness of decisions.

Uncertainty and variability of climate changes are the key challenges for adaptation planning [8-9]. In the conditions of uncertainty and possibility of irreversible decisions [9], the decision-making can be addressed in two interdependent stages: in the first stage, make only partial ex-ante anticipative actions to keep options open until new information is revealed; and adapt the first-stage decisions after more information about the true state of environment (true scenario) is acquired. A portfolio of robust interdependent ex-ante and ex-post strategies can be designed by using two-stage stochastic optimization (STO). The two-stage STO naturally integrates the two types of decisions [1], [10-14]: anticipative ex-ante and adaptive ex-post decisions. The robustness of the two-stage decisions [12-14] is characterized by the representation of the

feasible decisions, potential threats, and adequate quantile-based performance functions and constraints. The two-stage STO approach enables to deal with situations of imbalances, disequilibrium, thresholds, and quantile-based safety constraints, typical for non-smooth and often discontinuous and nonconvex interdependent socio-economic and anthropogenic systems. In particular, the anticipative and adaptive measures reduce the chances of critical imbalances and exceedances of vital thresholds, which otherwise could lead to systemic failures [1-5], [15].

This paper develops a two-stage STO model for climate change adaptation through robust land use and irrigation planning in the presence of uncertainty and risks associated with water availability. The model identifies key differences between the decision-making in the cases of perfect information (full certainty), full uncertainty, and in the case of the two-stage anticipative and adaptive approach. The risk-informed decision-making with anticipative and adaptive actions and safety constraints induces risk aversion characterized by quantile-based VaR (Value at Risk) and CVaR (Conditional Value at Risk) risk measures that are used for regulating the safety of nuclear plants, insolvency of insurance companies, in financial applications, extremal value theory, and catastrophic risk management [12-14], [12-14], [17], [19-22]. The safety of systems' performance and the robustness of the anticipative and adaptive decisions strongly depends on the interactions between the ex-ante and ex-post costs and the shape of uncertainty. With selected numerical results we show that the alteration of agricultural production costs (ex-ante costs) can reshape production allocation and management decisions and therefore affect the overall systemic security and sustainable performance in the presence of uncertainty and risks.

A proper combination of ex-ante anticipative and ex-post adaptive decisions enables to minimize costs associated with irreversible and lock-in situations. In economics literature, the framework with the two types of decisions was first discussed in connection with irreversible investments in land use changes (land conversion) in 1974 in Arrow and Fisher (1974) [9] without an overall two-stage model being formulated. Most of integrated assessment models use the concept of expected impact as they cannot properly capture and analyze the effects of abrupt changes, threshold exceedances, and catastrophic risks. In these models, climate

changes are considered as if they occur on average and continuously, and climatic and policy impacts can eventually be reversed through ex-post adjustments [12-14], [19-22]. Instead of using expected impacts, the introduction of safety constraints into two-stage STO enforces a required likelihood of vital constraints satisfaction enabling to avoid systemic failures with a predefined probability. The risk-informed decision-making with anticipative and adaptive actions and safety constraints induces risk aversion characterized by quantile-based VaR (Value at Risk) and CVaR (Conditional Value at Risk) risk measures that are used for regulating the safety of nuclear plants, insolvency of insurance companies, in financial applications, extremal value theory, and catastrophic risk management [1], [16], [12-14], [18-22].

Литература.

1. Ermoliev, Y., von Winterfeldt, D. Systemic risk and security management. In *Managing safety of heterogeneous systems: Lecture notes in economics and mathematical systems*; Ermoliev, Y., Makowski, M., Marti, K., Eds. - Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, Germany, 2012. - P. 19–49.
2. Kaufman, G.G.; Scott, K.E. What is Systemic Risk, and do Bank Regulators Retard or Contribute to it? // *Independent Review*. – 2003. – Vol. 7(3). - P. 371–391.
3. Cassidy, A., Feinstein, Z., Nehorai, A. Risk measures for power failures in transmission systems. // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2016. - Vol. 26(11).
4. Cummins, J. D., Weiss, M. Systemic risk and regulation of the U.S. Insurance Industry. In *Modernizing insurance regulation*; J. Biggs, M. Richardson, I. Walter, Eds. - John Wiley & Sons, NJ, Hoboken, 2014. - P. 85–136.
5. Hellström, T. New Vistas for Technology and Risk Assessment? The OECD Programme on Emerging Systemic Risks and beyond. // *Technology in Society*. – 2009. - Vol. 31(3). – P. 325-331.
6. Ermolieva T., Biewald A., Boere E., Havlik P., Hunt A., Ierland van E. (2016b). Overview report on major uncertainties related to climate impacts and socio-economic costs, and policy recommendations related to the effectiveness of adaptation

- options. The Economics of Climate Change Adaptation (ECONADAPT, 603906, EU FP7) Deliverable 7.3. (<http://econadapt.eu/resources>).
7. Heal G., Kriström B. Uncertainty and climate change. // Environmental and Resource Economics. – 2002. - Vol. 22. - P. 3–39.
 8. Kunreuther H., G. Heal, M. Allen, O. Edenhofer, C. B. Field, and G. Yohe (2013). Risk management and climate change. Nature Climate Change 3, 447 – 450. Available at: <http://www.nber.org/papers/w18607>.
 9. Arrow, K.J. and Fisher, A.C. Preservation, uncertainty and irreversibility. // Quarterly Journal of Economics, 1974. - Vol. 88. – P. 312–319.
 10. Ermoliev, Y., Wets, R.J-B.: Numerical techniques for stochastic optimization. - Springer Verlag, Heidelberg, Germany, 1988.
 11. Ermoliev, Y.: Two-stage stochastic programming: Quasigradient method. In: Pardalos, P.M. (Ed.), Encyclopedia of optimization. - Springer Verlag, New York, USA, 2009. P. 3955-3959.
 12. Ermoliev, Y., Hordijk, L.: Global changes: Facets of robust decisions. In: Marti, K., Ermoliev, Y., Makowski, M., Pug, G. (eds.) Coping with uncertainty: Modeling and policy issue. Springer Verlag, Berlin, Germany (2003).
 13. Ermolieva, T., Havlik, P., Ermoliev, Y., Khabarov, N., Obersteiner, M. Robust Management of Systemic Risks and Food-Water-Energy-Environmental Security: Two-Stage Strategic-Adaptive GLOBIOM Model. // Sustainability, 2021. Vol. 13(2).
 14. Borodina, O., Borodina, E., Ermolieva, T., Ermoliev, Y., Fischer, G., Makowski, M., van Velthuis, H. Sustainable agriculture, food security, and socio-economic risks in Ukraine. In: Managing safety of heterogeneous systems, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Y Ermoliev, M Makowski, K Marti, Eds.; Springer Verlag, Heidelberg, Germany, 2012. P. 169-185.
 15. Abrar, M. Power cut off and power blackout in India a major threat – An overview. // Int. Journal of Advancements in Research and Technology, 2016. – Vol. 5(7). – P. 8-15.
 16. IAEA (1992). The Role of probabilistic safety assessment and probabilistic safety criteria in nuclear power plant safety. Vienna:

- International Atomic Energy Agency (IAEA).
(<http://books.google.at/books?id=J-ZSAAAAMAAJ>).
17. Rockafellar, T. and S. Uryasev. 2000. Optimization of conditional value-at-risk. // *The Journal of Risk*, 2000. – Vol. 2(3). – P. 21-41.
 18. Embrechts, P., C. Klueppelberg, and T. Mikosch. 2000. *Modeling Extremal Events for Insurance and Finance. Applications of Mathematics, Stochastic Modeling and Applied Probability*, Springer Verlag, Heidelberg.
 19. Ermoliev, Y., T.Y. Ermolieva, G. MacDonald, and V. Norikin. 2000. Stochastic optimization of insurance portfolios for managing exposure to catastrophic risks. // *Annals of Operations Research*, 2000. – Vol. 99. – P. 207-225.
 20. Ermolieva, T., Ermoliev, Y.: Catastrophic risk management: flood and seismic risk case studies, in Wallace, S.W. and Ziemba, W.T., *Applications of Stochastic Programming*, SIAM, MPS (2005).
 21. Ermolieva, T., Filatova, T., Ermoliev, Y., Obersteiner, M., de Bruijn, K. M., Jeuken, A.: Flood Catastrophe Model for Designing Optimal Flood Insurance Program: Estimating Location-Specific Premiums in the Netherlands. // *Risk Analysis*, 2016. - Vol. 2. – P. 1-17.
 22. Ermoliev YM, Robinson SM, Rovenskaya E, Ermolieva T. Integrated Catastrophic Risk Management: Robust Balance between Ex-ante and Ex-post Measures. // *SIAM News* 2018. – Vol. 51 (6). – P. 4.

THE STOCHASTIC PROBLEM FOR CLOUD SERVICES

A. GAIVORONSKI

Norwegian University of Science and Technology

Trondheim, Norway

Alexei.Gaivoronski@ntnu.no

V. GORBACHUK

V.M.Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine

Kyiv, Ukraine

VGorbachuk@nas.gov.ua

***Abstract.** Optimization can be applied in developing profitability management tools for a cloud service broker working according to a certain business model. On behalf of the managing telecommunications holding company (telecommunications operator), this broker integrates, aggregates and configures software and data storage services of third-party Internet software vendors. Such a broker receives only fixed commissions from this company, based on the subscription fee, but does not pay royalties to an Internet software vendor and does not receive payments from the sale of service packages.*

***Key words:** cloud broker, service bundle, random demand.*

The development of computer architectures has been motivated and is motivated by practical applications [1], which today have reached the level of creating new valuable virtual and tangible assets [2]. Distributed information technology (розподілена інформаційна технологія, РІТ; RIT) of scientific and organizational activity (науково-організаційної діяльності, НОД; NOD) of the National Academy of Sciences of Ukraine [3] at the present stage is developing as a cloud architecture, also able to generate new assets, for example, objects of intellectual property. At the same time, RIT NOD should meet modern challenges to cloud architectures.

The cloud broker faces the problem of limited human resources required to carry out the relevant legal, technical and economic activities [4]. In addition, the broker faces the problem of uncertainty in sales, service prices, the share of resource use, or the risk of losing operational and financial goals [5].

To run a broker's business efficiently, one needs to find services and their bundles that increase profitability and reduce financial risk by solving certain optimization problems. Information on such services is needed to support negotiations on fixed and variable commissions, as well as to prioritize services and their packages to be provided [6]. Thus, for the cloud services broker, both profitability management tools and services portfolio development tools are useful. In general, a cloud service broker is an organization that negotiates the relationships between cloud service clients and Internet software vendors [7]. Cloud broker can be created on the basis of different business models regarding the type of service (platform, infrastructure, software), type of clients (enterprise, household), functions performed (identity management, accounting, billing, location, etc.), the degree of rebranding, measures of aggregation of services and other criteria [8].

We introduce a binary variable x_o whose value is equal to 1 (if the cloud broker offers services to the seller of services – a client of the market or business unit that generates income) or 0 (if the cloud broker does not offer services).

Let the broker have N_C clients who sell service packages created by the cloud broker. The binary variable $x_{C,g}$ indicates whether the cloud broker will service the svendor $g = 1, \dots, N_C$. The constraints

$$x_{C,g} \leq x_o, \quad g = 1, \dots, N_C, \quad (1)$$

guarantee the inactivity of service sellers in the inactivity of the broker. Assume, only one service vendor h can sell in the local market:

$$x_{M,h} \leq x_{C,g}, \quad g = 1, \dots, N_C, \quad (2)$$

for all h in the set $X_{MC,g}$ of market ISVs that could potentially be included in the service portfolio in a market g , where the variable $x_{M,h}$ is binary. Market ISVs are not available if they are not technologically integrated on the platform:

$$x_{M,h} \leq x_{V,k}, \quad k = 1, \dots, N_V, \quad (3)$$

for all h in the set $X_{MV,k}$ of market ISVs that can be generated from a global ISV k , where the variable $x_{V,k}$ is binary. Market-oriented services

are not available if the corresponding local market ISV is not implemented on the platform:

$$x_{S,i} \leq x_{M,h}, \quad h=1,\dots,N_M, \quad (4)$$

for all i in the set $X_{SM,h}$ of services provided by the local market ISV h .

Because individual services belong to groups of services that require common costs for integration on the platform, individual services are not available if the relevant groups are not integrated on the platform:

$$x_{S,i} \leq x_{G,j}, \quad j=1,\dots,N_G, \quad (5)$$

for all i in the set $X_{SG,j}$ of services in the group j . A service bundle cannot exist if ancillary services are not installed on the platform:

$$x_{B,l} \leq x_{S,i}, \quad i=1,\dots,N_S, \quad (6)$$

for all l in the set $X_{BS,i}$ of potential service packages that the service i can promote.

The total income (profit) of the cloud broker is given by function

$$\begin{aligned} \Pi = & \pi_O x_O + \sum_{g=1}^{N_C} \pi_{C,g} x_{C,g} + \sum_{i=1}^{N_S} \pi_{S,i} x_{S,i} + \sum_{l=1}^{N_B} \pi_{B,l} x_{B,l} + \sum_{h=1}^{N_M} \pi_{M,h} x_{M,h} + \\ & + \sum_{j=1}^{N_G} \pi_{G,j} x_{G,j}, \end{aligned} \quad (7)$$

where Π , π_O , $\pi_{C,g}$, $\pi_{S,i}$, $\pi_{B,l}$, $\pi_{M,h}$, $\pi_{G,j}$ – net income of the relevant entity (participant), which is computed on the basis of income and expenses (current values based on cash inflows and outflows).

Denote Q_T the available quantity of time and denote q_O , $q_{C,g}$, $q_{S,i}$, $q_{B,l}$, $q_{M,h}$, $q_{G,j}$ the amount of time use by the relevant subject:

$$\begin{aligned} Q_T \geq & q_O x_O + \sum_{g=1}^{N_C} q_{C,g} x_{C,g} + \sum_{i=1}^{N_S} q_{S,i} x_{S,i} + \sum_{l=1}^{N_B} q_{B,l} x_{B,l} + \sum_{h=1}^{N_M} q_{M,h} x_{M,h} + \\ & + \sum_{j=1}^{N_G} q_{G,j} x_{G,j}. \end{aligned} \quad (8)$$

Thus, the optimization model of the cloud broker can be formulated as the maximization of the objective function (7) for the binary variables x_O , $x_{C,g}$, $x_{S,i}$, $x_{B,l}$, $x_{M,h}$, $x_{G,j}$ under the constraints (1)–(6), (8). For

brevity of the problem of maximizing the function (7) with restrictions (1)–(6), (8) we introduce vector notation:

$$\begin{aligned}
\vec{\pi}_C &= (\pi_{C,1}, \dots, \pi_{C,N_C}), & \vec{\pi}_V &= (\pi_{V,1}, \dots, \pi_{V,N_V}), & \vec{\pi}_M &= (\pi_{M,1}, \dots, \pi_{M,N_M}), \\
\vec{\pi}_G &= (\pi_{G,1}, \dots, \pi_{G,N_G}), & \vec{\pi}_S &= (\pi_{S,1}, \dots, \pi_{S,N_S}), & \vec{\pi}_B &= (\pi_{B,1}, \dots, \pi_{B,N_B}), \\
\vec{q}_C &= (q_{C,1}, \dots, q_{C,N_C}), & \vec{q}_V &= (q_{V,1}, \dots, q_{V,N_V}), & \vec{q}_M &= (q_{M,1}, \dots, q_{M,N_M}), \\
\vec{q}_G &= (q_{G,1}, \dots, q_{G,N_G}), & \vec{q}_S &= (q_{S,1}, \dots, q_{S,N_S}), & \vec{q}_B &= (q_{B,1}, \dots, q_{B,N_B}), \\
\vec{x}_C &= (x_{C,1}, \dots, x_{C,N_C}), & \vec{x}_V &= (x_{V,1}, \dots, x_{V,N_V}), & \vec{x}_M &= (x_{M,1}, \dots, x_{M,N_M}), \\
\vec{x}_G &= (x_{G,1}, \dots, x_{G,N_G}), & \vec{x}_S &= (x_{S,1}, \dots, x_{S,N_S}), & \vec{x}_B &= (x_{B,1}, \dots, x_{B,N_B}), \\
\vec{\pi} &= (\pi_O, \vec{\pi}_C, \vec{\pi}_V, \vec{\pi}_M, \vec{\pi}_G, \vec{\pi}_S, \pi_B), \\
\vec{q} &= (q_O, \vec{q}_C, \vec{q}_V, \vec{q}_M, \vec{q}_G, \vec{q}_S, \vec{q}_B), \\
\vec{x} &= (x_O, \vec{x}_C, \vec{x}_V, \vec{x}_M, \vec{x}_G, \vec{x}_S, \vec{x}_B).
\end{aligned}$$

Then constraint (8) can be written as

$$\vec{q} \vec{x}^T \leq Q_T, \quad (9)$$

where \vec{x}^T is transposed to the vector \vec{x} . Restrictions (1)–(6) can be written as

$$A \vec{x}^T \leq \vec{0}, \quad (10)$$

where A is some (sparse) matrix, all elements of each row of which are equal to 0, except for an element equal to 1 and an element equal to -1 . Therefore, the maximization problem of function (7) under constraints (1)–(6), (8) can be rewritten as a maximization problem

$$\Pi = \vec{\pi} \vec{x}^T \quad (11)$$

by the binary \vec{x} vector under inequalities (9), (10). Let be ω a random event from a set Ω of possible future states, which occurs with some probability α_ω . Then the expected current value is maximized

$$E_\omega[\Pi_\omega] = E[\vec{\pi}_\omega] \vec{x}, \quad (12)$$

instead of the objective function (11), and it is used

$$E_\omega[\vec{q}_\omega] \vec{x}^T \leq Q_T. \quad (13)$$

instead of constraint (9) [9]. If φ is the cost (penalty) per unit of non-compliance with the restriction (13), then instead of the current cost (12) and the restriction (13) one can enter the criterion

$$E_\omega[\Pi_\omega] = E_\omega[\vec{\pi}_\omega] \vec{x} - E_\omega[\varphi \max\{\vec{q}_\omega \vec{x}^T - Q_T; 0\}]. \quad (14)$$

In addition, one can enter a parametric limit on the excess (exceedance) of resources:

$$\max\{\bar{q}_\omega \bar{x}^T - Q_T; 0\} \leq R_T. \quad (15)$$

For criterion (14) and inequality (10) for a binary vector instead of constraint (15) one can enter a constraint

$$E_\omega \left[\max\{Q_F - \bar{\pi}_\omega \bar{x} - \varphi \max\{\bar{q}_\omega \bar{x}^T - Q_T; 0\}; 0\} \right] \leq R_F, \quad (16)$$

where Q_F is the target value of the current value, R_F is the parameter whose value is selected by the user. If each scenario $s=1, \dots, S$ has a probability α_s , then the maximization problem of criterion (14) under constraints (10), (16) can be rewritten as a maximization problem

$$E_s[\Pi_s] = \sum_{s=1}^S \alpha_s (\bar{\pi}_s \bar{x} - v_s \varphi) \quad (17)$$

by binary vector \bar{x} , non-negative vectors $\vec{v} = (v_1, \dots, v_S) \geq \vec{0}$, $\vec{w} = (w_1, \dots, w_S) \geq \vec{0}$, with restrictions (10),

$$\bar{q}_s \bar{x}^T - v_s \leq Q_T, \quad s = 1, \dots, S, \quad (18)$$

$$\bar{\pi}_s \bar{x} - v_s \varphi + w_s \geq Q_F, \quad s = 1, \dots, S, \quad (19)$$

$$\sum_{s=1}^S \alpha_s w_s \leq R_F. \quad (20)$$

Since in practice it can be difficult for the user to set the value of the parameter R_F , especially when changing the input data or the number of subjects, it is more convenient to use a convex combination instead of the objective function (17) and constraint (20):

$$(1 - \lambda) \sum_{s=1}^S \alpha_s (\bar{\pi}_s \bar{x} - v_s \varphi) - \lambda \sum_{s=1}^S \alpha_s w_s, \quad (21)$$

where $\lambda \in (0, 1)$. Under fairly general assumptions, any solution of problem (10), (17)–(20) is also a solution of problem (10), (18), (19), (21) for some R_F . In turn, the convex combination (21) can be modified using CVaR:

$$(1 - \lambda) \sum_{s=1}^S \alpha_s (\bar{\pi}_s \bar{x} - v_s \varphi) - \frac{\lambda}{\alpha_{VaR}} \sum_{s=1}^S \alpha_s w_s - \lambda V.$$

Different cloud brokers have different attitudes to choice of important solutions for their businesses. Solutions can relate to pricing, capacity

planning and utilization in combination with service quality, security, scalability and other issues.

References

1. Горбачук В.М. Постіндустріальна організація державних замовлень у розвитку AUTODIN, ARPANET, PRNET, NSFNET та Інтернету. *Вісник Одеського національного університету. Економіка*. 2016. Т. 21. Вип. 8. С. 116–122.
2. Горбачук В.М., Ляшко В.І., Сирку А.А. Питання децентралізованого консенсусу блокчейнів. *Інфраструктура ринку*. 2019. 34. С. 325–332.
3. Khimich O., Ivlichev V., Malchevskiy I., Bepalov S., Pustovoi M., Golotsukov G., Shchetynin I., Nikolenko D., Ivanov S., Kirsanov V. A framework for the creation of distributed information technology to support the scholarly research and organizational activities of the NAS of Ukraine. *Science and Innovation*, 2018, 14 (1). P. 47–59.
4. Becker D.M., Gaivoronski A.A., Nesse P.J. Optimization based profitability management tool for cloud broker. *Transactions in Emerging Telecommunications Technologies*. 2019. 30 (1). URL: <https://doi.org/10.1002/ett.3527>
5. Gaivoronski A.A., Strasunskas D., Nesse P.J., Svaet S., Su X. Modeling and economic analysis of the cloud brokering platform under uncertainty: choosing a risk/profit trade-off. *Service Science*. 2013. 5 (2). P. 137–162.
6. Gorbachuk V., Gavrylenko S. The impact of cloud services pricing on provider profit, consumer surplus, and social welfare. *CEUR Workshop Proceedings*. 2020. 2866. P. 237–245.
7. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О., Симонов Д.І. Моделі прийняття рішень на ринку хмарних послуг. *Кібернетика та комп'ютерні технології*. 2021. № 3. С. 53–64.
8. Горбачук В.М., Бардадим Т.О., Осипенко С.П. Задача децентралізованого прийняття рішень для сучасних хмарних послуг. *Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки*. 2021. № 2. С. 32–38.
9. Gorbachuk V., Ermoliev Y., Zagorodniy A., Bogdanov V., Ermolieva T., Rovenskaya E., Komendantova N., Borodina O., Knopov P., Norkin V., Gaivoronski A. Iterative Stochastic Quasigradient procedures for robust estimation, machine learning and decision making problems. *31-st European Conference on Operational Research* (July 11–14, 2021, Athens, Greece). The Association of European Operational Research Societies, 2021. P. 184–185.

SECTORUL BANCAR: UNELE MODELE DECIZIONALE ÎN CONTEXTUL STĂRII DE INCERTITUDINE

LILIAN GOLBAN, ASEM, Republica Moldova
golban.lilian@gmail.com

Rezumat. Banca comercială, ca agent economic, își desfășoară activitățile, urmărind ca scop îmbunătățirea potențialului financiar, în condiții de maximă atenție a reacției celor 2 medii de bază cu care se confruntă: creditorii și debitorii. La rândul său, oricare agent economic, deponentul sau solicitantul de credite tinde să obțină o rată a dobânzii cât mai mare și, respectiv, invers. Lucrarea de față propune o analiză a optimizării modelului bancar, în viziunea acestei abordări din perspectivele Wald și Savage, considerând că volumul ofertei de mijloace bănești de la deponenți reprezintă o funcție liniară, în creștere în raport cu ratele dobânzilor la depozite, pe când volumul ofertei de mijloace bănești pentru creditare reprezintă o parte din volumul cererii la această sumă.

Abstract. The commercial bank, as an economic player, carries out its activities, aiming to improve financial potential, in conditions of maximum attention to the reaction of the 2 basic environments they face: creditors and debtors. In turn, each economic agent, the depositor, or the loan applicant tends to obtain an interest rate as high as possible and vice versa. This paper proposes an analysis of the optimization of the banking model, in view of the approach from the perspective of Wald and Savage criteria, considering that the volume of the money supply from depositors represents a linear function, increasing in relation to interest rates on deposits, while the volume of supply of funds for lending is a part of the volume of demand for this amount.

Cuvinte cheie: model bancar, politici bancare, proces decizional, incertitudine.

Fie că se consideră că cele două operațiuni de bază ale unei bănci comerciale, prin care se poate majora profiturile proprii, sunt:

- depozitelor bănești - cantitatea acestor oferte (depozite) fiind de $\varphi(\alpha)$ unități monetare la o rată a dobânzii de $\alpha \cdot 100$;

- creditelor bănești - o parte din mijloacele bănești disponibile vor fi orientate către activitatea de creditare, unde $\phi(\beta)$ reprezintă cererea la bani din partea debitorilor, cu o rată a dobânzii la creditele de $\beta \cdot 100$.

În particular, se admite că $\varphi(\alpha)$ (funcția pentru depunerile de depozite) și $\phi(\beta)$ (funcția cererii la credite) sunt liniare, diferențiabile și descrise, după cum urmează:

$$\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1, \quad 0 < \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha} < 1;$$

$$\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2, \quad 0 < \underline{\beta} \leq \beta \leq \bar{\beta} < 1;$$

Se consideră τ - rata de satisfacere a cererii la credite, stabilite prin $\phi(\beta)$.

Din considerente economice, se stabilește că volumul creditelor nu poate depăși valoarea monetară rămasă din diferența sumei totale a depozitelor $\varphi(\alpha)$ și a unor rezerve bancare (numite și "volum strategic") - $\varphi_0 \geq 0$.

Apriori, φ_0 poate fi indicat expres sau determinat ca o parte anumită din $\varphi(\alpha)$. Astfel, $\tau\phi(\beta) \leq \varphi(\alpha) - \varphi_0$. Comportamentul economic al unei bănci comerciale determină ca, pentru asigurarea unui venit comercial > 0 , să fie considerată doar relația $\alpha < \beta$.

Se presupun următoarele:

- funcția $\varphi(\alpha)$ se postulează de a fi pozitivă și strict crescătoare pe intervalul $[\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$. Se constată elementar că $\alpha\varphi(\alpha)$ este convexă pe $[\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$.

- funcția $\phi(\beta)$ este pozitivă și strict descrescătoare pe intervalul $[\underline{\beta}, \bar{\beta}]$. De asemenea, se poate demonstra că $\beta\phi(\beta)$ este concavă pe $[\underline{\beta}, \bar{\beta}]$.

Venitul băncii, condiționat de operațiunea de atragere a depozitelor și cea de creditare, dar și de alegerea parametrului τ , se va nota cu $R(\alpha, \beta, \tau)$. Astfel, $R(\alpha, \beta, \tau) = \tau(1 + \beta)\phi(\beta) - (1 + \alpha)\varphi(\alpha)$.

Modelul matematic obținut este:

$$R(\alpha, \beta, \tau) \rightarrow \max_{(\alpha, \beta, \tau)}$$

$$\tau\phi(\beta) \leq \varphi(\alpha) - \varphi_0$$

$$\Psi = \tau\phi(\beta) - \varphi(\alpha) + \varphi_0 =$$

$$= \tau \cdot (-a_2 \cdot \beta + b_2) - (a_1 \cdot \alpha + b_1) + \varphi_0 =$$

$$= -a_2 \cdot \beta \cdot \tau + b_2 \cdot \tau - a_1 \cdot \alpha - b_1 + \varphi_0$$

$$(\alpha, \beta, \tau) \in D = \{(\alpha; \beta) : \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}; \underline{\beta} \leq \beta \leq \bar{\beta}; 0 \leq \tau \leq 1\}$$

Se poate constata că funcția $R(\alpha, \beta, \tau)$ este concavă pe mulțimea D în raport cu (α, β, τ) .

Reieșind din linearitatea funcțiilor $\varphi(\alpha)$ și $\phi(\beta)$, inclusiv și modalitatea de definire a funcției $R(\alpha, \beta, \tau)$, se deduce în [Godonoagă A., 2013]

că $R(\alpha, \beta, \tau) = \tau[-a_2\beta^2 + (b_2 - a_2)\beta + b_2] + [-a_1\alpha^2 - (a_1 + b_1)\alpha - b_1]$, ce ea ce confirmă concavitatea funcției $R(\alpha, \beta, \tau)$ în raport cu (α, β, τ) .

Criteriul WALD. Considerând incerte valorile coeficienților a_i, b_i , dar admitând cunoscute intervalele posibile de variație a acestora $[\underline{a}_i, \bar{a}_i]$; $[\underline{b}_i, \bar{b}_i]$, politicile băncii comerciale ar putea fi elaborate în diverse viziuni (criterii). În particular, aplicând criteriul Wald, varianta optimă (setul optim) de decizie $(\alpha_w^*(a_i, b_i), \beta_w^*(a_i, b_i), \tau_w^*(a_i, b_i))$ se determină din condiția:

$$R_w(\alpha_w^*(a_i, b_i), \beta_w^*(a_i, b_i), \tau_w^*(a_i, b_i)) = \max_{(\alpha, \beta, \tau)} \min_{(a_i, b_i)} R(\alpha, \beta, \tau)$$

$$\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1$$

$$\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2$$

$$\Psi(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i) = -a_2 \cdot \beta \cdot \tau + b_2 \cdot \tau - a_1 \cdot \alpha - b_1 + \varphi_0$$

$$(\alpha, \beta, \tau) \in D = \{(\alpha; \beta) : \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}; \underline{\beta} \leq \beta \leq \bar{\beta}; \underline{\tau} \leq \tau \leq \bar{\tau}\}$$

Pentru comoditate, se poate considera o notație mai comodă și echivalentă pentru $R_W(\alpha_W^*(a_i, b_i), \beta_W^*(a_i, b_i), \tau_W^*(a_i, b_i))$ și anume $R_W(\alpha_W^*, \beta_W^*, \tau_W^*)$.

Conform unei modificări a metodei gradientului generalizat [Godonoagă A., 2011], urmează a se construi un algoritm care va soluționa problema de maximizare a funcției $R_W(\alpha_W^*, \beta_W^*, \tau_W^*)$ pe D.

Inițial, se va considera că $i=1,2$, iar funcțiile, care descriu comportamentul depunerii de depozite și a solicitării creditelor vor fi $\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1$ și, respectiv, $\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2$.

Urmează să se realizeze un calcul iterativ, pentru fiecare $k=0,1,2,\dots$, în raport cu funcțiile $R(\alpha, \beta, \tau)$ și $\Psi(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i)$, unde se generează independent 2 seturi aleatorii (a_i^R, b_i^R) și (a_i^Ψ, b_i^Ψ) respectiv, în corespundere cu o oarecare lege de repartiție (în particular - repartiție uniformă), din intervalele $[\underline{a}_i, \bar{a}_i]$ și $[\underline{b}_i, \bar{b}_i]$.

Criteriul SAVAGE. Conform lui Savage [SAVAGE L. J., 1951], dacă venitul garantat este reprezentat de valoarea maximă a funcției $r(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i) = R(\alpha, \beta, \tau)$, care s-ar obține pentru varianta de decizie $r(\alpha^*(a_i, b_i), \beta^*(a_i, b_i), \tau^*(a_i, b_i))$ notat cu $\max_{(\alpha, \beta, \tau)} r(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i)$, se definește funcția

$$\bar{r}(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i) = r(\alpha^*(a_i, b_i), \beta^*(a_i, b_i), \tau^*(a_i, b_i)) - r(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i)$$

- numită și funcția regretelor.

Deci, problema minimizării funcției scop Savage se va descrie în forma:

$$R_S(\alpha_S, \beta_S, \tau_S) = \max_{(a_i, b_i)} \bar{r}(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i) \rightarrow \min_{(\alpha, \beta, \tau) \in D} .$$

De asemenea, se menționează că $R_S(\alpha_S, \beta_S, \tau_S)$ este o funcție convexă în raport cu setul $(\alpha_S, \beta_S, \tau_S)$ pe domeniul D.

Pentru soluționarea modelului propus, se va considera următoarea schemă:

1) În conformitatea cu o oarecare lege de distribuție (în particular - uniformă) pe domeniul D, se generează un set de elemente (fiind și vectori aleatorii independenți)

$(a_i, b_i, \tau)^1, (a_i, b_i, \tau)^2, \dots, (a_i, b_i, \tau)^l, \dots, (a_i, b_i, \tau)^L$. Orice set $(a_i, b_i, \tau)^l$, $l = \overline{1, L}$, poate fi privit ca un eșantion din mulțimea D. Dacă $i = 1, 2$, atunci orice set $(a_i, b_i, \tau)^l$ va avea componentele $(a_1, b_1, a_2, b_2, \tau)^l \equiv (a_1^l, b_1^l, a_2^l, b_2^l, \tau^l)$.

2) Se vor considera L probleme de optimizare, numite și "probleme interne". Cu $R^l(\alpha^l, \beta^l, \tau^l)$ se notează $r^l(\alpha^l, \beta^l, \tau^l, a_i^l, b_i^l) \rightarrow \max_{(\alpha, \beta, \tau)}$, $l = \overline{1, L}$.

$$r^l(\alpha^l, \beta^l, \tau^l, a_i^l, b_i^l) = \tau^l(1 + \beta^l)\phi(\beta^l) - (1 + \alpha^l)\varphi(\alpha^l)$$

Fie că $(\alpha^{*l}(a_i^l, b_i^l), \beta^{*l}(a_i^l, b_i^l), \tau^{*l}(a_i^l, b_i^l))$ este soluția optimă a problemei $l = \overline{1, L}$ și $r^{*l} = \max_{(\alpha, \beta, \tau)} r^l(\alpha^l, \beta^l, \tau^l, a_i^l, b_i^l)$, $l = \overline{1, L}$.

3) Se consideră că "problema externă" reprezintă o aproximare stocastică a criteriului Savage, cu forma:

$$R_S^{L+1}(a_i, b_i, \tau) = \max_{1 \leq l \leq L} [r^{*l} - r^l] \rightarrow \min_{(\alpha, \beta, \tau)}$$

4) Se construiesc L șiruri de forma $(a_i^{kl}, b_i^{kl}, \tau^{kl})$ și un șir (a_i^k, b_i^k, τ^k) , $l = \overline{1, L}$, $k = 0, 1, \dots$, unde $(a_i^{0l}, b_i^{0l}, \tau^{0l})$ și (a_i^0, b_i^0, τ^0) sunt seturi de start, generate aleatoriu din mulțimea D.

5) Se construiesc două șiruri h_k și δ_k , similar criteriului Wald.

6) Fiind deja determinate punctele $(a_i^{kl}, b_i^{kl}, \tau^{kl}), l = \overline{1, L}$, și $(a_i^k, b_i^k, \tau^k), k = 0, 1, \dots$, se vor calcula elementele $(a_i^{(k+1)l}, b_i^{(k+1)l}, \tau^{(k+1)l})$ și $(a_i^{k+1}, b_i^{k+1}, \tau^{k+1})$.

CONCLUZIE.

În această lucrare se descriu aspectele teoretice ale aplicabilității criteriilor WALD și SAVAGE, ajustate la problema de maximizare a profitului unei bănci comerciale cu utilizarea directă a tehnicii gradientului generalizat. Algoritmul descris pentru criteriul pesimist, este caracterizat prin oferirea unei soluții care, fiind ulterior aplicată, va garanta, pentru instituția bancară, un anumit profit, în pofida realizării chiar și celei mai nefavorabile stări ale naturii. Evident că, pentru situațiile când se tinde să se obțină un profit maxim, dar cuantumul regretului să fie minim, este recomandabil să fie aplicat criteriul SAVAGE. Există certitudinea că implementarea acestor algoritmi, în activitatea practică a unei instituții bancare, ar putea oferi rezultate efective pentru scopul definit și, de asemenea, ar reprezenta un suport temeinic în procesul de luare a deciziilor atât la etapa de creditare, cât și cea de atragere a deponenților.

BIBLIOGRAFIE.

1. GODONOAGĂ A., GURGHÎȘ M. A dynamic model for bank portfolio management. In: Mathematics & Information Technologies: Research and Education (MITRE -2013) : conf. intern., 18-22 august 2013. Chișinău, 2013. pp. 47-48;
2. GODONOAGĂ A., BARACTARI A., Modele economice nediferențiabile. Aspecte decizionale. Editura ASEM, Chișinău – 2011, pp. 52-100;
3. SAVAGE L. J., The theory of statistical decision. J. Amer. Statist. Assoc., 1951, vol. 46, No 1, pp. 55-67.

ON METHODS OF MANAGING OPTIMIZATION SOFTWARE PACKAGES WITH THE APPLICATION OF PARALLEL COMPUTATIONS

S.Z. GULIYEV,
Institute of Control Systems of ANAS,
Baku, Azerbaijan
azcopal@gmail.com

***Abstract.** The paper conducts the analysis of methods and algorithms of managing computational process of solving complex optimization problems using multiprocessor and/or multicore computer systems. We have developed an automatic and dialogue systems of unconstrained optimization with a graphical user interface. The developed systems are equipped with an extensive library of optimization algorithms.*

***Keywords:** optimization methods, parallel computations, multiprocessor and multicore systems, dialog systems.*

Let $P = \{p_i(x) : i \in N\}$ is the class of optimization problems (tasks), where N is a given set that defines the individual problems of the class, $x \in D_i \subset \square^n$ are the arguments of each individual problem that can take values from some given admissible set D_i , determined by each specific optimization problem individually. It is assumed that for each problem $p_i(x)$ there is some target subset of extrema $D_i^* \subset D_i$, and $D_i^* \neq \emptyset$. Problem $p_i(x)$ consists in finding at least one point $x^* \in D_i^*$. The set D_i^* is called the set of solutions to the problem $p_i(x)$.

To solve all problems of the class P , as a rule, there is a corresponding family of methods $M = \{M_j : j \in J\}$, each of which solves problems $p_i(x)$ of this class, i.e. find the point $x^* \in D_i^*$. Moreover, each of the methods M_j , $j \in J$, when solving the problem $p_i(x)$ has different efficiency (time used, solution accuracy, etc.).

As a set of optimization methods, direct search methods (zero-order methods), gradient methods (first-order methods), and Newtonian methods

(second-order methods) are used. These methods have a large number of settings options, thereby providing the ability to quickly adapt the system to any process [1, 2].

The report outlines possible principles for managing the package of optimization programs when solving a specific applied problem $p_i(x) \in P$, allowing to increase the overall efficiency of solving the problem by combining programs in the process of solving the problem itself using a multiprocessor (multicore) computing system.

The principle of sequential implementation with a single-core (sequential) architecture has an important independent meaning and can be considered as a basic block of implementations for multiprocessor or multicore architectures. Let us describe one of the principles of possible schemes for implementing an algorithm for solving optimization problems on such architectures.

Let M_1, M_2, \dots, M_k be a list of optimization methods made up of algorithms in the unconstrained optimization software package. It is advisable to include methods of different characteristics in the list if, generally speaking, nothing is known about the structure of the objective function. The process of solving the problem is carried out in stages, each of which consists of training and work steps. The first of these stages is designed to identify a locally efficient algorithm from the available list of algorithms. After that, a working step is carried out, which consists in solving the problem using only the most efficient algorithm that was identified at the first stage. Both the training and working steps are given certain time slices. At the training stage, you can use the following two options:

- i. To determine the local efficiency of methods, optimization is carried out from the same point x^0 . In this case, there is a somewhat uneconomical consumption of machine time, and training is used only to identify a locally effective algorithm;
- ii. The training time is used not only to find a locally effective algorithm, but also to advance to a minimum point, since for training each next algorithm, not the initial, but the current point is used.

At the training stage, all algorithms from the initial list M_1, M_2, \dots, M_k are given the opportunity to prove themselves during a given initial time slice.

The only exceptions are those methods that turned out to be the least effective twice in a row at the learning step. They are not given a time slice and are temporarily excluded from the list. The following formula is used to calculate the values of the local efficiencies of the methods:

$$E_i = \frac{|f(x^{k+1}) - f(x^k)|}{|f(x^k)| + \varepsilon} + \frac{\|x^{k+1} - x^k\|}{\|x^k\| + \varepsilon}. \quad (1)$$

Here E_i is the local efficiency of the i^{th} algorithm; x^{k+1} and x^k are the start and end points obtained by applying the i^{th} algorithm; $f(x^{k+1})$ and $f(x^k)$ are the values of the objective function at these points; $\|\cdot\|$ is the Euclidean norm; ε is a small positive number.

The criterion for exiting the proposed procedure is the fulfillment of the search termination condition for all methods. In the end, the user receives the accumulated information about the search progress, which includes the optimal chain of methods that worked at the working steps, the total time to find a solution, as well as the values of the objective function, coordinates and local efficiencies obtained at the training stages. Next, we consider the principle of parallel implementation in a multi-core architecture. The simplest implementation of the multithreaded version of the solution to the posed optimization problem is an approach in which the threads independently perform the operations of the sequential algorithm described above.

The solution to the unconditional optimization problem is carried out in stages. At each stage, the following actions (steps) are carried out:

- i. At the initial step, from the list of all available unconditional optimization algorithms M_1, M_2, \dots, M_k , several algorithms $M_{s_1}, M_{s_2}, \dots, M_{s_N}$ are randomly selected, the total number, N , of which is chosen equal to the number of cores installed in the system.
- ii. At the stage of the working step, the most efficient algorithms are identified. The duration, T_i , of the work step can be increased if any method is found to be most effective in several successive steps.

- iii. The current values of the local efficiencies E_i of the methods are calculated using the formula (1). Half of the working algorithms that have found the lowest efficiency are excluded from the list.
- iv. The list of working algorithms is supplemented with the same number of other algorithms as excluded in the previous step, and steps 2-4 are repeated.

When working with automatic and dialog systems, the user, in accordance with standard requirements, formalize the optimization problem in any programming language in the form of a module (library file with the .dll extension), enters it into the system by specifying the full path to the file of the created library; using directives (commands) calls the most suitable (from his/her point of view) algorithms from the library of modules, selects their parameters. The managing program organizes the interaction of modules from the body of the package, manages the input of initial and current information, interprets user directives, dynamically loads optimization modules into the computer's memory, displays the computation results in the form prescribed by the user on the display screen (you can simultaneously receive results on a printer).

The report will contain protocols and results of computer experiments for a class of unconstrained optimization problems using different management principles for the developed software package.

References.

1. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. – М.: Наука, 1982. [English translation: Yevtushenko Y.G. Methods of solution to extremum problems and their application in optimization systems. – Moscow: Nauka, 1982.]
2. Айда-заде К. Р., Сидоренко Н. С. Об одном подходе к построению комбинированных алгоритмов оптимизации // Техническая кибернетика. – 1982. – №6. – С.87-93. [English translation: Aida-zade K. R., Sidorenko N. S. On one approach to the construction of combined optimization algorithms // Technical cybernetics. – 1982. – no.6. – p.87-93].

DATA PARALLELIZATION FOR SOLVING BIMATRIX GAMES

HÂNCU Boris
CATARANCIUC Emil
Republic of Moldova, Chișinău
ecataranciuc@gmail.com
boris.hancu@gmail.com

Articolul prezintă un studiu teoretic și practic al modalităților de determinare a soluțiilor în jocurile bimatriceale împărțite în blocuri de submatrici utilizând algoritmul 2D-ciclic de divizare și distribuire a matricelor. Teoremele demonstrate reprezintă baza pe care soluția jocului bimatriceal poate fi construită folosind soluțiile subjocurilor generate de algoritmul de distribuire a matricei ciclice 2D.

Keywords and phrases: *non cooperative game, bimatrix subgames, Nash equilibrium, parallel algorithms, distributed memory clusters, 2D block-cyclic partitioned algorithm*

It is known that the basic parallel strategy consists of three main steps: the **first step** is to partition the input into several partitions of almost equal sizes, and so the parallelization at the level of data and operations is actually achieved; the **second step** is to solve recursively the subproblem defined by each partition of the input, and so, the distribution and solution of subproblems on a parallel computing system is actually performed; the **third step** is to combine or merge the solutions of the different subproblems into a solution for the overall problem. The success of such a strategy depends on whether or not we can perform the first and third steps efficiently [1].

In this presentation we will analyze the ways to build parallel algorithms, and especially, data parallelization, for a class of noncooperative games, bimatrix games.

Matrix games. Algorithms for determining equilibrium profiles in pure strategies. We consider the bimatrix game in the following strategic form $\Gamma = \langle I, J, A, B \rangle$, where $I = \{1, 2, \dots, n\}$ is the line index set (the set of strategies of the player 1), $J = \{1, 2, \dots, m\}$ is the column index set (the set of strategies of the player 2) and $A = \| a_{ij} \|_{i \in I}^{j \in J}$, $B = \| b_{ij} \|_{i \in I}^{j \in J}$ are the payoff matrices of player 1 and player 2, respectively. All players know exactly the payoff matrices and the sets of strategies. So, the game is incomplete and has imperfect information. Players intent to maximize their payoffs. The matrices A and B are called *global matrices*. We denote by $NE[\Gamma]$ the set of all equilibrium profiles in the game Γ . Thus, Nash equilibrium profile is the pair of indices (i^*, j^*) , for which the following system of

$$\text{inequalities is verified } (i^*, j^*) \in NE[\Gamma] \Leftrightarrow \begin{cases} a_{i^*j^*} \geq a_{ij^*} \quad \forall i \in I, \\ b_{i^*j^*} \geq b_{i^*j} \quad \forall j \in J. \end{cases}$$

The definition of Nash equilibrium profiles "in the language of inequalities" is difficult to apply in practice. Therefore, we will present the following equivalent definitions, which are already "in the language of optimization problems" and "in the language of point-to-set applications." It is obvious that the inequality system is equivalent to the

$$\text{following equality system: } (i^*, j^*) \in NE[\Gamma] \Leftrightarrow \begin{cases} a_{i^*j^*} = \max_{i \in I} a_{ij^*}, \\ b_{i^*j^*} = \max_{j \in J} b_{i^*j}. \end{cases} \text{ We will}$$

present below a equivalent definition but "in the language of best-response type point-to-set applications." We will build the following point-to-set application $Br_1: J \rightarrow 2^I$ such that for any fixed column $j \in J$, $Br_1(j) = \text{Arg max}_{i \in I} a_{ij}$ is determined. Similarly $Br_2: I \rightarrow 2^J$ such that for any fixed column $i \in I$, $Br_2(i) = \text{Arg max}_{j \in J} b_{ij}$ is determined. Denoted by

$$GrBr_1 = \{(i, j): i \in Br_1(j), \forall j \in J\} \equiv \{(i, j): i = \arg \max_{i \in I} a_{ij}, \forall j \in J\} \quad \text{and}$$

$$GrBr_2 = \{(i, j): j \in Br_2(i), \forall i \in I\} \equiv \{(i, j): j = \arg \max_{j \in J} b_{ij}, \forall i \in I\} \quad \text{the}$$

graphs of Br_1 and Br_2 . Then we obtain the following definition of Nash

equilibrium profiles: $(i^*, j^*) \in NE[\Gamma] \Leftrightarrow (i^*, j^*) \in GrBr_1 \cap GrBr_2$. These definition from a practical point of view it is easier to apply and so the following algorithm can be formulated to determine the Nash equilibrium profiles in pure strategies.

Algorithm 1

1. For any fixed column $j \in J$, the set $Br_1(j) = Arg \max_{i \in I} a_{ij}$ is determined. Under algorithmic aspect it can be as follows: for any column j of the matrix A all maximum elements of this column are highlighted.
2. For any fixed row $i \in I$, the set $Br_2(i) = Arg \max_{j \in J} b_{ij}$ is determined. Under algorithmic aspect it can be as follows: for any row i of the matrix B all maximum elements on this row are highlighted.
3. The graph $GrBr_1$ of the multilevel application Br_1 from step 1) and also the graph $GrBr_2$ of the multilevel application Br_2 from step 2) are built. The equilibrium profiles are all the profiles belonging to the intersection of the two given graphs: $NE = GrBr_1 \cap GrBr_2$. From an algorithmic point of view it can be done as follows: we look for all highlighted elements in the matrices A and B and the indices of the elements whose positions coincide both in matrix A and in matrix B will be the equilibrium profiles.

Generation of sets of bimatrix subgames as a result of the division into blocks of global matrices. Suppose that matrices A and B are divided into submatrices (at the moment we do not analyze the case of distribution of submatrices). We can consider the following cases: a) when both matrix A and matrix B are divided into submatrices using one and the same algorithm, b) when both matrix A and matrix B are divided into submatrices using different algorithms. Thus we can obtain a series of

pairs of submatrices of the same size $\{(A_r, B_r)\}_{r=1, p}$ where $A_r = \left\| a_{i,j}^r \right\|_{\substack{i_r \in I_r \\ j_r \in J_r}}$ and $B_r = \left\| b_{i,j}^r \right\|_{\substack{i_r \in I_r \\ j_r \in J_r}}$. We mention that we will analyze only the case when

the submatrices, obtained as a result of the algorithms for dividing the matrices A and B , will have the same dimension, and therefore bimatrix subgames can be constructed. Here the index r actually means "processor" which, as will be seen below, will obtain these submatrices. These submatrices will generate a series of games which are actually subgames of the original game $\Gamma_r = \langle I_r, J_r, A_r, B_r \rangle$. We denote by $NE[\Gamma_r]$ the set of Nash equilibrium profiles in the problem Γ_r .

We introduce the following applications which determine the correspondence between the "local indices" of the elements of the local matrices A_r , B_r and the "global indices" of the elements of the global matrices A and B , specifically $\varphi_r : I_r \rightarrow I$, $\psi_r : J_r \rightarrow J$. These functions are in fact determined by the algorithm of dividing the matrices A and B into submatrices. Obviously, these functions must verify the following conditions:

$$\forall i \in I, \exists r \text{ and } i_r \in I_r \text{ that } i = \varphi_r(i_r), \quad (1)$$

$$\forall j \in J, \exists r \text{ and } j_r \in J_r \text{ that } j = \psi_r(j_r). \quad (2)$$

According to (1)-(2) the following condition is verified: for any strategy profile in the bimatrix games Γ , namely $(i, j) \in I \times J$, there exist a strategy profile (i_r, j_r) in the bimatrix games Γ_r , so that $i = \varphi_r(i_r)$ and $j = \psi_r(j_r)$. As a result we analyze only those divisions and distributions of the global matrices in local matrices for which there exist the applications φ_r and ψ_r such that the conditions (1)-(2) are satisfied.

We formulate the following problems.

Problem 1. (existence of solutions) What are the conditions (necessary, sufficient, necessary and sufficient) for the equilibrium profiles in the game Γ_r . to be the equilibrium situation in the game Γ . Here we can highlight the following two aspects:

1. which $(i_r^*, j_r^*) \in NE[\Gamma_r]$ there will also be $(\varphi_r(i_r^*), \psi_r(j_r^*)) \in NE[\Gamma]$;
2. what properties must the algorithm of dividing the matrices into submatrices possess in order to if $(i_r^*, j_r^*) \in NE[\Gamma_r]$ then $(\varphi_r(i_r^*), \psi_r(j_r^*)) \in NE[\Gamma]$.

About an matrix division algorithm for which any solution of the subgames is also the solution of the initial game. We will first analyze those algorithms for constructing subgames based on the division of matrices for which the solutions of the subgames will be the solutions of the initial game. We will introduce the following definition.

Definition 1 *If for any equilibrium profile $(i_r^*, j_r^*) \in NE[\Gamma_r]$ in the game Γ_r exists $\varphi_r: I_r \rightarrow I$, $\psi_r: J_r \rightarrow J$ that is $(\varphi_r(i_r^*), \psi_r(j_r^*)) \in NE[\Gamma]$ then we will say that the algorithm of dividing the matrices into blocks of submatrices is perfect and will be called "**perfect matrix dividing and distribution algorithm**" (PMDDA)*

To realise the data parallelisation, we use the **two-dimensional block-cyclic data layout scheme** [2]. The P processes of an abstract parallel computer are often represented as a one-dimensional linear array of processes labelled $0, 1, \dots, P$. It is often more convenient to map this one-dimensional array of processes into a two-dimensional rectangular grid, or process grid by using row-major order (the numbering of the processes increases sequentially across each row) or by using column-major order (the numbering of the processes proceeds down each column of the process grid). This grid will have l_{\max} process rows (line) and c_{\max} process columns, where $l_{\max} + c_{\max} = P$. The process can now be referenced by its row and column coordinates, (l, c) , within the grid $L \times C$ where $L = \{1, \dots, l, \dots, l_{\max}\}$ is a set of row numbers and $C = \{1, \dots, c, \dots, c_{\max}\}$ is a set of column numbers. These groupings of processes are of particular interest to the programmer, since distributed data decomposition of a matrix tends to follow this process mapping. Viewing the rows/columns of the process grid as essentially autonomous subsystems provides the programmer with additional levels of parallelism.

For dense matrix computations we assume the data to be distributed according to the two-dimensional block-cyclic data layout scheme. The block-cyclic data layout has been selected for the dense algorithms implemented in DMM parallel systems principally because of its **scalability, load balance** and **efficient** use of computation routines (data locality). The block-partitioned computations are processed in consecutive order just like a conventional serial algorithm.

According to the **2D block-cyclic matrix dividing and distribution (2DBCMD&D)**, an m by n dense matrix is first decomposed into m_A by n_A blocks starting at its upper left corner. These blocks are then uniformly distributed in each dimension of the Process Grid. Thus, every process owns a collection of blocks, which are locally and contiguously stored in a two-dimensional column major array. We present below some examples of the distributed matrix based on **2DBCMD&D** algorithm. If we have a global 6×5 matrix $A = \left\| a_{ij} \right\|_{i=1,6}^{j=1,5}$ then for 2-D process grid $L \times C = 2 \times 2$ and block dimension 2×2 we obtain the division and distribution on the process grid represented below. Here $A_{(l,c)}$ represents the submatrix which will be distributed later to the process (l,c) .

$$A_{(0,0)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{25} \\ a_{51} & a_{52} & a_{55} \\ a_{61} & a_{62} & a_{65} \end{pmatrix}, A_{(0,1)} = \begin{pmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \\ a_{53} & a_{54} \\ a_{63} & a_{64} \end{pmatrix},$$

$$A_{(1,0)} = \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{45} \end{pmatrix}, A_{(1,1)} = \begin{pmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}.$$

Let $I_{(l,c)}$ (respectively $J_{(l,c)}$) denotes the rows (respectively columns) of

the local matrices. Denote by $A_{(c,l)} = \left\| a_{i_{(l,c)}j_{(l,c)}} \right\|_{i_{(l,c)}=1}^{\overline{j_{(l,c)}=1}^{|J_{(l,c)}|}}_{i_{(l,c)}=1}^{\overline{|I_{(l,c)}|}}$ and

$B_{(c,l)} = \left\| b_{i_{(l,c)}j_{(l,c)}} \right\|_{i_{(l,c)}=1}^{\overline{j_{(l,c)}=1}^{|J_{(l,c)}|}}_{i_{(l,c)}=1}^{\overline{|I_{(l,c)}|}}$ submatrices formed from global matrices A

and B that are distributed to the $(c,l) \in L \times C$ process grid. We call $i_{(l,c)}$ and $j_{(l,c)}$ local indices of the local elements of the local matrices $A_{(c,l)}$, $B_{(c,l)}$. According (1)-(2) for any strategy profile $(i, j) \in I \times J$, there exist a process $(l,c) \in L \times C$ and the strategy profile $(i_{(l,c)}, j_{(l,c)})$ that $i = \varphi_{(l,c)}(i_{(l,c)})$ and $j = \psi_{(l,c)}(j_{(l,c)})$.

It's easy to prove that for **2DBCMD&D** algorithm the $\varphi_{(l,c)}$ and $\psi_{(l,c)}$ functions, also verify the following conditions.

Proposition 1 For the 2DBCMD&D algorithm the $\varphi_{(l,c)} : I_{(l,c)} \rightarrow I$, $\psi_{(l,c)} : J_{(l,c)} \rightarrow J$ functions verify the following conditions:

- a) for all fixed
 $l = \overline{1, l_{\max}}$, we have $\varphi_{(l,\hat{c})}(i_{(l,\hat{c})}) = \varphi_{(l,\tilde{c})}(i_{(l,\tilde{c})})$ for all
 $\hat{c} = \overline{1, c_{\max}}, \tilde{c} = \overline{1, c_{\max}}, \hat{c} \neq \tilde{c}$ and $i_{(l,\hat{c})} = i_{(l,\tilde{c})}$.
- b) for all fixed
 $c = \overline{1, c_{\max}}$, we have $\psi_{(\bar{l},c)}(j_{(\bar{l},c)}) = \psi_{(\tilde{l},c)}(j_{(\tilde{l},c)})$ for all
 $\bar{l} = \overline{1, l_{\max}}, \tilde{l} = \overline{1, l_{\max}}, \bar{l} \neq \tilde{l}$ and $j_{(\bar{l},c)} = j_{(\tilde{l},c)}$.

Condition a) means the following: processes which are located on the same line of the process grid (for example line l) in its submatrices contain elements of the same line of the global matrix. Respectively, condition b) means the following: the processes which are located on the same column of the process grid (for example column c) in its submatrices, contain elements of the same column of the global matrix. This property is used to construct the equilibrium profiles in the bimatrix games.

Nash equilibrium profiles for bimatrix games with block-cyclic distributed matrices. We denote by $NE[\Gamma_{(c,l)}]$ or $NE[(A_{(l,c)}, B_{(l,c)})]$ the set of all Nash equilibrium profiles of the bimatrix game (subgame) $\Gamma_{(c,l)} = \langle I_{(c,l)}, J_{(c,l)}, A_{(c,l)}, B_{(c,l)} \rangle$. Based on the above mentioned, and namely according to basic parallel strategies, we can proceed to distribution on a parallel computing system the subproblems, which in our case consist in: determining the sets $NE[\Gamma_{(c,l)}]$ for any calculation process $(l,c) \in L \times C$. Based on definition of the Nash equilibrium profiles, any process $(l,c) \in L \times C$ of a parallel computing system with the distributed memory, simultaneously and independently determines the equilibrium profiles,

$(i_{(l,c)}^*, j_{(l,c)}^*) \in NE\left[[A_{(l,c)} B_{(l,c)}]\right]$ for each subgame $\Gamma_{(c,l)} = \langle I_{(c,l)}, J_{(c,l)}, A_{(c,l)}, B_{(c,l)} \rangle$ based on the following Algorithm 1.

Here we are going to analyse the following problem: *if using the 2DBCMD&D algorithm, and process with the coordinates (l,c) determined $(i_{(l,c)}^*, j_{(l,c)}^*) \in NE\left[[A_{(l,c)} B_{(l,c)}]\right]$, then which conditions should be checked so that $(\varphi_{(l,c)}(i_{(l,c)}^*), \psi_{(l,c)}(j_{(l,c)}^*)) \in NE[\Gamma]$.*

Using Proposition 1 for the 2DBCMD&D algorithm we can easily prove the following

Proposition 2 *Let $(i^*, j^*) \in NE[\Gamma]$ and there are a process (l,c) , applications $\varphi_{(l,c)} : I_{(l,c)} \rightarrow I$, $\psi_{(l,c)} : J_{(l,c)} \rightarrow J$ for which (1)-(2) is verified and $(i_{(l,c)}^*, j_{(l,c)}^*) \in NE\left[[A_{(l,c)} B_{(l,c)}]\right]$. Then $i^* = \varphi_{(l,c)}(i_{(l,c)}^*)$ and $j^* = \psi_{(l,c)}(j_{(l,c)}^*)$.*

The proposition 2 means the following: for any Nash equilibrium profile in the global matrix game there is a subgame generated by the 2DBCMD&D algorithm, for which this strategy profile is also the equilibrium profile. In the next theorems [3], sufficient conditions are formulated under which a equilibrium profile in the bimatrix subgame, generated by the 2DBCMD&D algorithm, becomes an equilibrium profile in the initial game with the global matrices.

Theorem 1 *Let's assume that $(i_{(l,c)}^*, j_{(l,c)}^*) \in NE\left[[A_{(l,c)} B_{(l,c)}]\right]$ is determined by the process (l,c) . If for any process on the column c , namely (\tilde{l}, c) for all $\tilde{l} \neq l$, the condition $j_{(\tilde{l},c)}^* \neq j_{(l,c)}^*$ is fulfilled, and for any process from the line l namely (l, \tilde{c}) , for all $\tilde{c} \neq c$, the condition $i_{(l,\tilde{c})}^* \neq i_{(l,c)}^*$ is fulfilled, then $(\varphi_{(l,c)}(i_{(l,c)}^*), \psi_{(l,c)}(j_{(l,c)}^*)) \in NE[\Gamma]$.*

This theorem states the following: if in the $A_{(l,c)}$ submatrices of the processes on the column c there are no marked elements which belong to the column $j_{(l,c)}^*$ and, at the same time, in the submatrices $B_{(l,c)}$ of the processes on the line l there are no marked elements which belong to the line $i_{(l,c)}^*$, then the strategy profile $(\varphi_{(l,c)}(i_{(l,c)}^*), \psi_{(l,c)}(j_{(l,c)}^*))$ is a Nash equilibrium profile in the initial global matrix game.

Let's analyse the case when there are (l, c) processes in the process grid, so that $(i_{(l,c)}^*, j_{(l,c)}^*) \in NE[(A_{(l,c)}, B_{(l,c)})]$ but $(\varphi_{(l,c)}(i_{(l,c)}^*), \psi_{(l,c)}(j_{(l,c)}^*)) \notin NE[\Gamma]$. In other words, *not every equilibrium profile in the subgame is an equilibrium profile in the global matrix game.*

The following theorem can easily be proved for this case.

Theorem 2 *Supposing for a given $(l, c) \in L \times C$ process found strategy profile $(i_{(l,c)}^*, j_{(l,c)}^*) \in NE[(A_{(l,c)}, B_{(l,c)})]$ If for fixed c and all $\tilde{l} \neq l$ such that $(\tilde{l}, c) \in L \times C$ the conditions $a_{i_{(l,c)}^*, j_{(l,c)}^*} \geq a_{i_{(\tilde{l},c)}^*, j_{(\tilde{l},c)}^*}$ are fulfilled, where $i_{(\tilde{l},c)}^* = \arg \max_{i_{(\tilde{l},c)} \in I_{(\tilde{l},c)}} a_{i_{(\tilde{l},c)}, j_{(\tilde{l},c)}^*}$ and for fixed l and all $\tilde{c} \neq c$ such that $(l, \tilde{c}) \in L \times C$ the conditions $b_{i_{(l,c)}^*, j_{(l,c)}^*} \geq b_{i_{(l,c)}^*, j_{(l,\tilde{c})}^*}$ are fulfilled where $j_{(l,\tilde{c})}^* = \arg \max_{j_{(l,\tilde{c})} \in J_{(l,\tilde{c})}} b_{i_{(l,c)}^*, j_{(l,\tilde{c})}^*}$ then $(\varphi_{(l,c)}(i_{(l,c)}^*), \psi_{(l,c)}(j_{(l,c)}^*)) \in NE[\Gamma]$.*

Finally the theorem 1 and theorem 2 determine the conditions under which the algorithm **2DBCMD&D** becomes the **PMDDA**

References

1. Joseph Jaja, *An Introduction to Parallel Algorithms*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1992.
2. "ScaLAPACK -- Scalable Linear Algebra PACKage". [Online]. Available: <http://www.netlib.org/scalapack/>.
3. Boris Hâncu, Emil Cataranciuc. *Parallel algorithm to solving 2d block-cyclic partitioned bimatrix games*. Studia Universitatis Moldaviae, seria Stiinte exacte si economice, nr. 2(142), Chisinau 2021. p. 26-39.

GENERATING PRESS REVIEW ABOUT STARTUP INVESTMENTS

V.A. IVANENKO,
Taras Shevchenko National University of Kyiv,
Ukraine, Kyiv
viacheslav.iwanenko@gmail.com

***Annotation.** This paper addresses the problem of generating press reviews about startup investments, which involves collecting data from various sources, validating news, Named Entity Recognition, and grouping texts by belonging to a particular investment. This task is very relevant today, as the market for investment in startups is rapidly growing, and the proposed approach can be actively used for the tasks of Business Intelligence in this area. The experimental results prove the effectiveness of the proposed approach.*

***Keywords:** text mining, named entity recognition, text classification, innovation, venture capital, press review.*

1. Introduction

Innovative solutions are a guarantee of successful business dealing. It gives companies an advantage over their competitors, allows them to gain more market share, helps to adapt to modern conditions, allows optimizing and speeding up the production process, and as a result to increase profits. Therefore, innovative business models and modern technological solutions are powerful catalysts for business development [1].

Companies that use proven business models to minimize risks and avoid failure cannot be considered startups [2]. Since the implementation of innovations is an extremely risky and complex process, startups (from a financial point of view) are the most optimal and safe solution for implementing new ideas and testing their relevance.

One of the main indicators of a startup's success is the size and regularity of incoming investments. Every year more and more people and organizations start investing. According to Unicorn Nest company [3], in 2020 about \$788 billion was invested in startup projects, which is 36% more than the previous year. Today, there are a large number of news sites that specialize in analyzing data about startup investment and venture

capital. This trend indicates the importance of investment market data. For these reasons, the task of automatic monitoring of changes in the investment market becomes more relevant. The most convenient and brief form of this monitoring is a press review of news about a certain round of startup investments. That is why during writing this article the pipeline of generating press reviews about a certain round of startup investments was researched and used.

2. Process workflow of generation press review

Generating a press review is a complex task in the world of Natural Language Processing (NLP) and Text Mining, that includes the stages of gathering text data collection, word processing, preparation of several marked datasets for text classification and named entity recognition (NER), neural network training for text classification and NER tasks, grouping news about one of investment rounds.

2.1 Phase News Mining

Data collection is one of the most important steps in press review generating. The results of all next steps depend on the quality of selected sites and collected texts. In general, this stage can be split into several tasks: selecting news websites, gathering links to posts, and collecting data from the publication page.

Two popular news sites about venture capital were selected for the experiment: finsmes.com and pulse2.com. All posts from one month were collected from each site. As a result, a dataset of 1,085 unique publications was created. We will use these posts to generate all possible press reviews.

2.2 Phase Text Pre-Processing

To get more accurate results we need to preprocess the received texts before NLP models training begins. Unnecessary information that is not related to your topic may distort the results in the next steps, so all data should be filtered.

Usually, posts on the Internet may contain irrelevant links, symbols, hashtags, advertisements, HTML tags, and more. Often texts can contain specific formats of dates and numbers, there are a lot of prepositions and articles. Obviously, all of these things are not necessary for further

analysis and only increase the size of input data. For this reason, at the preprocessing stage, all unnecessary words and symbols have to be removed [4].

Also, to improve the quality of the text classifier and NER model training, a stemming procedure was used to match the words and to bring them to one morphological form. Researches show that removing stop words and stemming during the pre-processing stage can reduce the size of data by 20-30%, thereby speeding up the analyzers work in the next steps [4].

2.3 News Validation phase

In this step from the collected set of data, we need to select publications that are related to investing in startups. To do this, the binary text classifier, that can detect such news for further analysis, was trained.

Unicorn Nest company [3] provided the dataset for the research, which contains 10,000 financial news, half of them are marked as investment round news.

Using the FlairNLP library [6], a model of a binary text classifier was developed and taught, the architecture of which consists of:

- Token embedding layer
- Bidirectional Long Short-Term Memory Layer [8]

Token embedding layer uses a pre-trained transformer model BERT [10]. This model achieved an f-score of 98% on the test sample of 1,500 publications. Due to the fact that information about investment round may be present in several news items, news that was marked as invalid can be skipped.

2.4 News linking phase

To group news articles about the same round of investments, it is important to understand what startups and investors were mentioned in the text of the financial news. A neural network was trained to recognize names of companies in the news to solve the Named Entity Recognition problem. Dataset of 7,000 news from finsmes.com(that specializes only in news about Venture Capital) was used to train the neural network. This site is convenient because each news article about the round of investment has a "tagged with" list that contains the names of investors and startups that were involved. During dataset tagging, each phrase in news text, that

is equivalent to any name from the “tagged list”, was marked with entity "COMPANY_NAME".

Using the FlairNLP library [6], a model was developed to solve the Named Entity Recognition problem, whose architecture consists of:

- Token embedding layer (RoBERTa [11])
- Bidirectional Long Short-Term Memory Layer [8]
- Conditional Random Field Layer [9]

Based on empirical experiments and training results of other NER models, this architecture has proven to be one of the most effective. For example, it has the highest f-score training biomedical named entity recognition model [8].

Our results on the dataset have an F-score of 81%. This is a good result for this dataset. To improve the f-score, we have to increase the number of texts and make sure that the list "tagged with" contains all possible names of startups and investors used in the text of the news.

As a result of analyzing all news texts by our trained NER model, we can get a press review of the grouped news by proper names that are present in the news or by date of publication. The difference between the dates of publication of several news items for one round of investments should not exceed 3 months. Otherwise, this news, most likely, relates to another round of investments of a certain startup.

3. Conclusions

As a result of the research, a software solution was developed to generate press reviews about investments in startups, and an experiment was conducted to generate a press review of 1,085 news items that were collected in one month from two popular sites about venture capital. Only 821 valid news items were detected during the validation process. As a result of the NER model working and grouping by company name, 276 press reviews were generated, which is a good result and shows the potential of the proposed approach.

Acknowledgments

I would like to thank Unicorn Nest company for accessing the training dataset and assisting in my research.

References.

1. Baden-Fuller, Charles, and Stefan Haefliger. "Business models and technological innovation." *Long range planning* 46.6 (2013): 419-426.
2. Skala, Agnieszka. "The startup as a result of innovative entrepreneurship." *Digital Startups in Transition Economies*. Palgrave Pivot, Cham, 2019. 1-40.
3. Unicorn Nest: <https://unicorn-nest.com/>
4. Kannan, Subbu, et al. "Preprocessing techniques for text mining." *International Journal of Computer Science & Communication Networks* 5.1 (2014): 7-16.
5. Rana, Mazhar Iqbal, Shehzad Khalid, and Muhammad Usman Akbar. "News classification based on their headlines: A review." *17th IEEE International Multi Topic Conference 2014*. IEEE, 2014.
6. Akbik, Alan, et al. "FLAIR: An easy-to-use framework for state-of-the-art NLP." *Proceedings of the 2019 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics (Demonstrations)*. 2019.
7. Weber, Leon, et al. "HunFlair: an easy-to-use tool for state-of-the-art biomedical named entity recognition." *Bioinformatics* 37.17 (2021): 2792-2794.
8. Schuster, Mike, and Kuldip K. Paliwal. "Bidirectional recurrent neural networks." *IEEE transactions on Signal Processing* 45.11 (1997): 2673-2681.
9. Luo, Ling, et al. "An attention-based BiLSTM-CRF approach to document-level chemical named entity recognition." *Bioinformatics* 34.8 (2018): 1381-1388.
10. Devlin, Jacob, et al. "Bert: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding." *arXiv preprint arXiv:1810.04805* (2018).
11. Liu, Yinhan, et al. "Roberta: A robustly optimized bert pretraining approach." *arXiv preprint arXiv:1907.11692* (2019).

ROBUST CONSTRUCTIONS OF RISK MEASURES FOR OPTIMIZATION UNDER UNCERTAINTY

V.S. KYRYLYUK,
V.M. Glushkov Institute of Cybernetics
of Ukrainian NAS, Kyiv, Ukraine
vlad00@ukr.net

Summary. For the case when the measure of the initial probability space is unknown and is described by an uncertainty set, robust constructions of risk measures are proposed. Their calculation for polyhedral coherent risk measures, as well as portfolio optimization with their participation, are reduced to appropriate linear programming problems.

Keywords: polyhedral coherent risk measures, robust constructions, portfolio optimization problems.

In [1], the concept of a coherent risk measure (CRM) $\rho(\cdot)$ for random variables (r.v.) of a probability space (Ω, Σ, P) was introduced and its dual representation was proved in the form

$$\rho(X) = \sup \left\{ \int_{\Omega} \zeta(\omega) X(\omega) dP(\omega) : \zeta \in M \right\}, \quad (1)$$

where M is some convex and weakly* closed set of probability densities, i.e.

$$\zeta \in M_0 = \left\{ \zeta(\cdot) \geq 0 \text{ a.s.}, \int_{\Omega} \zeta(\omega) dP(\omega) = 1 \right\}. \quad (2)$$

Consider the following definition of polyhedral CRM (PCRM), which allows us to extend this concept, introduced in [2] for discretely distributed r.v., to the general case.

Definition 1. A risk measure of the form (1) is called PCRM if set M is either set (2), or its intersection with any of the following two sets:

$$M_1 = \left\{ \zeta : \int_{\Omega} \zeta(\omega) X_i(\omega) dP(\omega) \leq c_i, i = 1, \dots, k \right\} \quad (3)$$

for some r.v. X_i and real values c_i , and

$$M_2 = \left\{ \zeta : \zeta(\cdot) \leq \gamma \text{ a.s.} \right\} \quad (4)$$

For some $\gamma > 0$. In this case, M_0 is called the standard part of the description of set M .

Consider examples of similar PCRM:

1) maximum losses: $\rho(X) = \text{ess sup } X$, then $M = M_0$;

2) average losses:

$\rho(X) = E_p[X]$, in this case $M = M_0 \cap M_2 = \{\zeta(\cdot) = 1 \text{ a.s.}\}$;

3) Conditional Value-at-Risk [3]: $\rho(X) = \text{CVaR}_\alpha(X)$, then

$$M = M_0 \cap M_2 = \left\{ 0 \leq \zeta(\cdot) \leq 1 / (1 - \alpha) \text{ a.s., } \int_{\Omega} \zeta(\omega) dP(\omega) = 1 \right\}. \quad (5)$$

Note that set M_1 from (3) can be interpreted as a system of inequalities for the first moments of r.v. $X_i, i = 1, \dots, k$.

Definition 2. If the initial probability measure P is not known and is described by an uncertainty set U in the form $P_0 \in U$, then the robust construction of measure $\rho(\cdot)$ from (1) is called

$$\rho_U(X) = \sup_{P_0 \in U} \rho(X) = \sup_{P_0 \in U} \sup \left\{ \int_{\Omega} \zeta(\omega) X(\omega) dP_0(\omega) : \zeta \in M \right\}. \quad (6)$$

It can be shown that for the case of discrete distributions and a polyhedral uncertainty set U , the calculation of robust PCRM constructions of form (6) is reduced to solving appropriate linear programming problems (LPP).

It is not difficult to pose problems of portfolio optimization in terms of the reward-risk ratio, as well as on maximizing the Sharpe ratio, in which the risk is described by robust PCRM constructions, and the reward function is described by robust analogues of profitability. It can be shown that for discrete distributions and polyhedral set U , both classes of such portfolio problems are reduced to appropriate LPPs, which greatly facilitates the search for their solutions.

Literature.

1. Artzner P., Delbaen F., Eber J.M., Heath D. Coherent measure of risk // *Mathematical Finance*. – 1999. – Vol. 9, No 3. – P. 203–228.
2. Kirilyuk V.S. The class of polyhedral risk measures // *Cybernetics and System Analysis*. – 2004. – Vol. 40, No 4. – P. 599–609.
3. Rockafellar R.T., Uryasev S. Optimization of Conditional Value-at-Risk // *Journal of Risk*. – 2000. – Vol. 2, No 3. – P. 21–41.

OPTIMIZATION PROBLEMS FOR RETRIAL QUEUES WITH UNRELIABLE SERVER

E.A. LEBEDEV, M.M. SHARAPOV

Taras Shevchenko National University, Kyiv, Ukraine

leb@unicyb.kiev.ua, sharapov@unicyb.kiev.ua

***Annotation.** A class of queues with retrial calls and one unreliable server is considered. For the introduced queues a condition for the existence of a stationary regime is found as well as an explicit vector-matrix formulas are obtained. The rate of the remainder decreasing to zero has an exponential upper estimation.*

***Key words:** retrial queues, unreliable server, stationary regime.*

The paper deals with a class of queues with retrial calls and one unreliable server. The main feature of such models is that if at the arrival moment of a call the server is busy or out of order, then the call goes to the orbit and becomes a source of retrial calls. The considered class of models has a wide range of applications in the design of modern information processing systems [1-2].

For the introduced queues with retrial calls, the following main problems have been solved: a condition for the existence of a stationary regime is found; an explicit vector-matrix formulas are obtained for calculating stationary probabilities; the problem of estimating the accuracy of calculating the normalizing constant has been solved. The results obtained are applied to calculate such important characteristics of the queue as blocking probability, occupancy rate, etc. These results also make it possible to propose efficient algorithms for solving optimization problems for the choice of model parameters. Algorithms work is demonstrated on a large number of numerical examples.

References.

1. Artalejo, J.R., Gomez-Corral, A., Retrial queueing systems. // Springer-Verlag (2008).
2. Lebedev, E.A., Ponomarev, V.D., Retrial queues with variable service rate // Cybernetics and Systems Analysis. – Vol. 47, No. 3 (2011), p. 434-441.

PURE AND MIXED STATIONARY EQUILIBRIA FOR STOCHASTIC POSITIONAL GAMES

DMITRII LOZOVANU
Institute of Mathematics and
Computer Science, Moldova
dmitrii.lozovanu@math.md

Keywords: Stochastic positional games, Stationary Nash equilibrium, Pure stationary equilibrium, Mixed stationary equilibrium

We consider a special class of stochastic games with finite state and action spaces that we call stochastic positional games. In a stochastic positional game the set of states is divided into several disjoint subsets such that each subset represents the position set for one of the player and each player control the Markov decision process only in his position set. In such a game each player chooses actions in his position set in order to maximize his payoff. We study this class of games in the cases when the payoffs of the players represent the average reward per transition and in the case when the payoffs of the players represents the expected total discounted total rewards. For each player in his position set are given the set of actions and the corresponding rewards for the corresponding players for each each chosen action for the corresponding player in his position. We show that for the both cases of the stochastic positional games (the case with average rewards and the case with expected total rewards for the players) there exist stationary Nash equilibria.

The main obtained results for the considered class of games are the following:

- For an arbitrary stochastic positional game with average reward payoffs for the players there exists a Nash equilibrium in mixed stationary strategies; in the case of zero-sum average stochastic game of two players there exist a stationary equilibrium in pure stationary strategies;

- For an arbitrary stochastic positional gamed with expected total reward payoffs for the players there exist a Nash equilibrium in pure stationary strategies. In a more detailed form the presented results can be found in [1, 2]

References

1. Lozovanu, D.: Stationary Nash equilibria for average stochastic positional games. In: Petrosyan et al (eds) , *Frontiers of dynamic games, Static and Dynamic Games Theory: Fondation and Applications*, pp. 139-163. Springer, Birkhauser (2018)
2. Lozovanu, D., Pickl, S.: Pure Stationary Nash Equilibria for Discounted Stochastic Positional Games. *Contributions to game theory and management, St.Petersburg University*, 12, 246–260

IT TRANSLATION

Anastasia MAKHARADZE
Batumi Shota Rustaveli State University, Georgia

Abstract - The given article is about the IT translation and its role of technological development. Since special terms and abbreviations are one of the most challenging issues in translating IT texts, a translator should use special dictionaries and translating technics to create an adequate text in a target language.

Key words - IT translation, terms, terminology, abbreviation, IT text, IT slang.

It is difficult to imagine 21st century without technology as it is the era of rapid technological progress, which is available throughout the world thanks to translation. An intense international exchange of technological information is the key to technological development and scientific-technical translation is one of the main factors of such exchange process. Thus the role of scientific-technical translation is increasing and it is becoming more and more demanded recently.

Nowadays technology exists in every field our lives. In this article we would like to focus on informational technology (IT), which is an integral part of our everyday activities. Informational technologies changed the way of communication, which is reflected in language as well: more and more new IT terms are emerging regularly, especially in English language, which have to be translated in many other languages in order to keep up with the technological progress.

An English scientist David Crystal in his book “Language and The Internet” cites several famous people saying that “the Internet is one of the most remarkable things human beings have ever made” and he notes himself, the language has a central place in the development of technology and “if the Internet is a revolution, therefore, it is likely to be a linguistic revolution” (Crystal 2004:8). Against this background, the formation of unified national terminologists is relevant, in which a great role is played by scientific-technical translation.

IT translation is a part of scientific-technical translation, which provides translation in a field of information technology. At present, information technologies have penetrated almost all branches of human life, and any modern equipment, with rare exceptions, is either equipped with built-in computers, or can be combined into a computer-controlled system.

There is a variety of IT documents. These include hardware and software manuals, technical descriptions, articles, press releases, comparative reviews, etc.

The following types of documents are the most popular in the field of IT translation:

Operating manuals – these are hardware and software operating manuals. The difficulty in translation is that these manuals contain not only IT terms, but also specific concepts related to the scope of the equipment.

Articles on information technology - articles for IT professionals often contain examples of program code or command scripts, and sometimes at least partial knowledge of programming languages or the described command syntax is required to understand and adequately translate such articles.

Comparative reviews - It is quite common for translators to deal with the translation of comparative reviews of hardware and software for computer magazines and information technology sites. Comparative reviews usually focus on the latest advances in computer technology. The presence of a large number of pivot tables and charts in comparative reviews requires to pay attention to numerical data and to work with images.

Press releases - press releases, as a rule, are dedicated to the latest innovations in the field of IT, which requires to focus on development of the computer market, knowledge of the history of innovations of a particular hardware or software manufacturer, attention to detail and correct translation of a message about products not yet presented on the local market.

Main characteristic of the scientific-technical style is terminology, the use of simple affirmative sentences, abbreviations, acronyms, graphs, illustrations and other means of visual representation of information; absence or minimum number of complex sentences. But one of the most

notable features that make translation complicated is an abundance of terms.

The basic unit of any terminology is the term. A conditional definition of a concept is as follows: A term is a word or word combination that refers to a specific subject or concept and is used by specialists in a particular field of science or technology.

IT progress and the computerization results in formation of new specific vocabulary in different languages. There are constant changes both in professional and spoken languages, including formation of new specific terms in different fields of science and technology. IT texts, as well as scientific and technical literature in general, as a rule, reflect the latest achievements of technology and, accordingly, are characterized by a large number of neologisms. As a result, a very important feature of the translation of such texts is that often the translator himself has to create equivalents in target language to express new concepts, which creates additional difficulty in translation, since it is not always possible to guess the meaning of an unknown term and for a successful translation it is necessary to conduct a special analysis of the context and term.

Adequate translation of IT terminology is one of the most important prerequisites for successful communication in the field of multilingual IT community. For their peculiarity is not only the differences between different languages, but also the differences of the register.

The term should have a precise definition for all cases of its use. The accuracy of the term is very important, which implies the absence of homonymy and polysemy in terminology. In addition, the term should not have a synonymous version. An important part of the terms are given in special dictionaries. Replacing them with words with close meanings is not allowed. Therefore, based on the topics and tasks of scientific and technical literature, it can be concluded that the terms have a number of specific features such as accuracy, brevity, unambiguity, etc.

“The professional sociolect of computer scientists has a three-part structure, which includes scientific vocabulary (terms), daily business vocabulary (professional vocabulary) and everyday spoken vocabulary (jargon)” (Borchkhadze 2016:80). English language has an impact on formation of IT vocabulary in local languages. Most of the terms are translated by means of transcription/transliteration.

One more peculiarity of scientific-technical terms is a way of formation, including IT terminology, which has been rapidly developing as a result of the constant improvement of computer systems, the emergence of the Internet, distance learning programs, etc. It terms are often international, like Installation. Some terms have elements of Latin-Greek origin, such as:

One of the difficulties in translating IT texts are abbreviations, since they may have different meanings depending on the field they are used. For instance, the most common English IT abbreviation PC means personal computer, but it also has other meanings too. The Collins Dictionary gives following definitions: *personal computer, police constable, Past Commander, printed circuit, percent, politically correct, polycarbonate, etc.* (<https://www.collinsdictionary.com/dictionary/english/pc>).

Here are some of the most commonly used IT abbreviations: *ADP-automatic data processing; HDMI-High-Definition Multimedia Interface; HTTP -Hypertext Transfer Protocol; IE-Internet Explorer; RAM -random-access memory; DRAM -Dynamic Random Access Memory; IC - Integrated circuit; DNS-Domain name system; GIF-Graphic interchange format; LAN-local area network, etc.*

Abbreviations do not always have a clear interpretation. Fortunately, there are special dictionaries that include the most common and frequently used abbreviations, although there are some that are not found in such dictionaries, which makes the IT translation even more challenging. However, in addition to dictionaries, there are official electronic sources where similar abbreviations can be found.

In IT terminology, apart from special terms and abbreviations, there are IT slang and jargon, which create a specific spoken environment and is a special sociolect of IT specialists and a society of computer lovers and which may cause additional difficulties in translation. Nowadays we can face The Internet slang abbreviation in the world of messages and chatrooms since the Internet communication is mostly informal. These slang abbreviations are universal for all English speaking countries. Below is the list of most popular Internet slang abbreviations:

*LOL- Laughing out loud; ASAP- As soon as possible;
FYI- For your information; G2G- Got to go;
FB – Facebook;*

MSG – Message;
TTYL-Talk to you later;
IMO- In my opinion;
PAW - Parents are watching;
PITR - Parent in the room;
PBB -Parent behind back;
POMS - Parent over my shoulder;
KPC - Keeping parents clueless;
PAH - Parent at home, etc.

Since special terms and abbreviations are one of the most challenging issues in translating IT texts, a translator should use special dictionaries and translating technics to create an adequate text in a target language.

As computer programs are created in English language, the problem of their adequate translation into Georgian is quite relevant. This is because they are mostly translated by nonprofessionals without appropriate knowledge and relevant skills. Lots of programs face the problem of inadequate translation, among them an earlier Georgian version of Windows XP 2003-2005, which was not officially translated and the translation was done by nonprofessionals.

We can find mainly two Georgian versions of Windows: First - translated directly from original English; Second – translated from Russian. Due to this there are inadequate translation of some terms and some mistakes can be found.

In this article we would like to show some examples of Windows XP translations, which are represented in three languages and in two versions: official and unofficial:

Windows XP English off.	Windows XP Georgian	Windows XP Russian inoff.	Windows XP Russian off.	Windows 10 English off.
Desktop	სამუშაო დეფა	-	Рабочий стол	Desktop
Stand by	მზაობა	-	Ждущий режим	Sleep
Welcome	მოგესალმები ო	Приветствие,	Welcome	მოგესალმებ ოთ
CD Drive	კომპაქტ დისკვაძეყანი	-	CD Привод	CD Drive

As it is seen from the table, there are differences between terms used due to the fact that it was translated mostly by nonprofessionals and amateurs.

Thus, with the development of science and technology, technical vocabulary is developed rapidly. It makes the translation of scientific and technical texts complicated, because the translators' generalization of this or that word in the text reduces the inaccuracy of the translation. In addition to translation professionalism, an IT translator should have a background knowledge in IT areas, as well as a genuine interest in innovation and a constant willingness to improve their skills and share experiences with colleagues - only in this case the impeccable quality of the translation is guaranteed.

Bibliography:

1. Tea Borchkhadze, "Linguistic Markers of Translation of Computer Terminology System", Tbilisi, 2016.
2. David Crystal, "Language and The Internet", Cambridge, Cambridge University press, 2004.
3. E.V. Skorokhodko, "English Technical Literature Translation", Kiev University publishing, 1963.
4. V.A. Sudovtsev, "Scientific-Technical information and Translation", Moscow, "Visshaya Shkola", 1989.
5. "Scientific-Technical Translation", Moscow, "Nauka", 1987.
6. Collins Dictionary:
<https://www.collinsdictionary.com/dictionary/english/pc>
(viewed on 05.10.2021).

This publication was completed under the grant - PROJECT CPEA-LT-2016/10003, "Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition"

DIFFERENT APPROACHES IN THE CONSTRUCTIVE MARTINGALE REPRESENTATION OF BROWNIAN FUNCTIONALS

E. NAMGALAU^{a)}, O. PURTUKHIA^{b)},
^{a), b)} Ivane Javakhishvili Tbilisi State University,
Tbilisi, Georgia

^{a)} ekanamgalauri96@gmail.com, ^{b)} o.purtukhis@gmail.com

Annotation. New approaches to the problem of stochastic integral representation of nonsmooth Brownian functionals are considered, including both the methods of nonanticipative stochastic analysis without using the Malliavin calculus and the anticipative stochastic analysis using the Malliavin calculus.

In the theory of stochastic processes, the representation of functionals of Brownian motion by stochastic integrals, also known as the martingale representation theorem, states that a functional that is measurable with respect to the filtration generated by a Brownian motion can be written in terms of Ito's stochastic integral with respect to this Brownian motion. In the 80th of the past century, it turned out (Harison and Pliska, 1981) that the martingale representation theorems (along with the Girsanov's measure change theorem) play an important role in the modern financial mathematics. In particular, using the integrand of the stochastic integral appearing in the integral representation, one can construct hedging strategies in the European options of different type. Here we will explore the stochastically non-smooth Brownian functionals that can be considered in the future as a payoff function of a certain exotic European Option and study the issues of their stochastic integral representation.

In the theory of stochastic integration, in contrast to the standard integration theory, besides the fact that the integrand is the measurable function of two variables, it should be the adapted (nonanticipated) process. Skorokhod (1975) replaced this requirement with the requirement of smoothness in some sense of the integrand. Later, Gaveau and Trauber have proved that the Skorokhod operator of stochastic integration coincides with the conjugate operator of a stochastic derivative (with the so-called Malliavin's) operator.

One of the important properties of the Ito stochastic integral is that the Ito stochastic integral as a process of a square integrable adapted integrand is a martingale. On the other hand, according to the well-known Clark formula ([1]), the inverse statement is also true: if F is a $\mathfrak{F}_T^B = \sigma\{B_s : 0 \leq s \leq T\}$ -measurable random variable with $EF^2 < \infty$, then there exists the \mathfrak{F}_t^B -adapted process $\psi(\cdot, \cdot) \in L_2([0, T] \times \Omega)$, such that (P -a.s.) the integral representation: $F = EF + \int_0^T \psi(t, \omega) dB_t(\omega)$ holds.

However, this result says nothing on finding the process $\psi(t, \omega)$ explicitly. In this direction we are familiar with one sufficiently general result, the so-called Clark-Ocone's formula ([2]) by which for the Brownian functionals: $\psi(t, \omega) = E[D_t^B F | \mathfrak{F}_t^B](\omega)$, where $D_t^B F$ is the stochastic derivative of the functional F . It should be noted that application of the Clark-Ocone's formula needs as a rule, on the one hand, essential efforts, and, on the other hand, in the cases if the functional F has no stochastic derivative, its application is impossible.

In many papers using Malliavin calculus or some kind of differential calculus for stochastic processes, the results are quite general but unsatisfactory from the explicitness point of view: the integrands in the stochastic integral representations always involve predictable projections or conditional expectations and some kind of gradients. A different method for finding the process $\psi(t, \omega)$ was proposed by Shiryaev, Yor and Graversen (2003, 2006), which was based on the Ito (generalized) formula and the Levy theorem for the Levy martingale $M_t = E[F | \mathfrak{F}_t^B]$ associated with F . Later on, using the Clark-Ocone formula, Renaud and Remillard (2006) have established explicit martingale representations for path-dependent Brownian functionals.

Our approach with prof. Jaoshvili (2005-2009) in the framework of the classical Ito calculus, on the basis of the standard L_2 theory and the theory of weighted Sobolev spaces (without using the Malliavin calculus), made it possible to construct an explicit formula for the integrand when the functional does not have the above-mentioned smoothness. Further, it has turned out that the requirement of smoothness of functional can be

weakened by the requirement of smoothness only of its conditional mathematical expectation. We (with prof. O. Glonti, 2017) considered Brownian functionals which are not stochastically differentiable. In particular, we generalized the Clark-Ocone formula in case, when functional is not stochastically smooth, but its conditional mathematical expectation is stochastically differentiable and established the method of finding of integrand.

Theorem 1 (Theorem 2.1. [3]). *Suppose that $g_t := E[F | \mathfrak{F}_t^B]$ is Malliavin differentiable ($g_t \in D_{2,1}^B$) for almost all $t \in [0, T)$. Then we have the stochastic integral representation $g_T = F = EF + \int_0^T v_u dB_u$ (P -a.s.), where $v_u := \lim_{t \rightarrow T} E[D_u g_t | \mathfrak{F}_u^B]$ in the $L_2([0, T] \times \Omega)$.*

Next, we have considered functionals which didn't satisfy even these weakened conditions. To such functionals belong, for example, Lebesgue integral (with respect to time variable) from stochastically non smooth square integrable processes.

Theorem 2 (Corollary 2.2. [4]). *For $F = (\int_0^1 B_s ds - K)^+$ the following stochastic integral representation holds*

$$F = \varphi(K\sqrt{3}) / \sqrt{3} - K[1 - \Phi(K\sqrt{3})] + \int_0^1 (1-t) \{1 - \Phi(\sqrt{3(1-t)^{-3}} [K - \int_0^t (1-s) dB_s])\} dB_t,$$

where Φ is the standard normal distribution function and φ is density.

References.

1. Clark M. C. The representation of functionals of Brownian motion by stochastic integrals // J. The Annals of Mathematical Statistics. – 1970. – Vol. 41. – P. 1282–1295.
2. Ocone D. Malliavin calculus and stochastic integral representation formulas of diffusion processes // J. Stochastics. – 1984. – Vol. 12. – P. 161–185.
3. Glonti O., Purtukhia O. On One Integral Representation of Functionals of Brownian Motion // SIAM J. Theory of Probability and Its Applications. – 2017. – Vol. 61. – P. 133–139.
4. Mamporia B., Namgalauri E., Purtukhia O. On the Clark-Ocone Type Formula for Integral Type Wiener Functional // Global and Stochastic Analysis. – 2021. – Vol. 8. – P. 87–95.

LANȚURILE MARKOV ȘI BALANȚA INTERRAMURALĂ

Elvira NAVAL
Institutul de Matematică și Informatică AȘM,
elvira.naval@math.md

Abstract. The main goal of this article is referred to the problem of applying the theory of Markov chain for examination of the 19 branches in the framework of the input-output model for Republic of Moldova. There was introduced a new $n + 1$ absorption state so that the examined matrix became of $(n + 1) \times (n + 1)$ order. Obtained transition matrix – probabilities matrix has been used for forecasting.

Modelul interramural pentru Moldova.

Leontiev a interpretat în [1] orice coloană de coeficienți din punct de vedere tehnologic, matricea coeficienților reflectând schimbările tehnologice în industriile examinate.

Balanța interramurală pentru 19 ramuri producătoare agregate ale economiei Moldovei va fi elementul principal în formularea modelului static de optimizare. Țara noastră, ne având resurse energetice proprii, este impusă să le importe în proporții suficient de mari pentru acoperirea necesităților. Prin urmare, atât creșterea prețurilor mondiale la resursele energetice, cât și creșterea tarifelor interne, contribuie la modificarea prețurilor domestice la resursele energetice. Ceea ce, la rândul său, afectează atât sectorul de producere în ansamblu, cât și gospodăriile casnice, în mod drastic influențând securitatea energetică a țării și bunăstarea populației, aflată la limita sărăciei. În acest context examinarea problemei creșterii tarifelor la resursele energetice este de o importanță majoră. La soluționarea acestei probleme pot fi utile balanțele interramurale cu profilul de 19 ramuri producătoare agregate, energia electrică, gaze și apa fiind una din ramurile agregate, în linii mari bazată pe import. Cu ajutorul modelului de optimizare static interramural vom cerceta impactul creșterii tarifelor la resurse energetice asupra economiei integral și asupra populației.

Admitem că tarifele la resursele energetice au crescut cu 1,5 ori, atunci și elementele vectorului tehnologic pentru ramura respectivă se vor

modifica în aceeași proporție, care va fi impactul asupra Produsului Intern Brut? Problema se va formula în felul următor: dat fiind cunoscut volumul de producție X într-un anumit an, în condițiile modificării elementelor vectorului tehnologic pentru ramura energetică (E), să se optimizeze consumul final. De menționat, că atât balanțele interramurale, cât și vectorul volumului de producție și vectorul cererii finale sunt calculați în prețuri constante. Deci este necesar să se soluționeze următoarea problemă statică de optimizare: de a maximiza cererea finală, în condițiile majorării tarifelor la resursele energetice și volumul de producție predeterminat.

Modelul formalizat va lua forma: $\max \sum_{i=1}^{19} y_i$, îndeplinind restricțiile

$(I - A)^{-1}Y = X$, unde X este vectorul volumului de producție dat, iar Y este vectorul produsului final, care urmează a fi maximizat.

Balanța interramurală pentru Moldova și lanțurile Markov.

Un lanț Markov [2] este descris în felul următor. Fie că avem o mulțime de stări $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$. Procesul pornește dintr-o stare inițială și se deplasează dintr-o stare în alta. Dacă lanțul se află în starea s_i atunci la următorul pas el se deplasează în starea s_j cu probabilitatea p_{ij} , care depinde de starea în care lanțul s-a aflat anterior de starea curentă. Probabilitățile p_{ij} , $1 \leq i, j \leq n$ sunt probabilități de tranziție, iar matricea respectivă P se numește matrice de tranziție. Cu probabilitatea p_{ii} procesul rămâne în aceeași stare.

Revenim la modelul interramural cu 19 ramuri agregate, care descriu economia Republicii Moldova. Ramura i necesită cantitatea $0 \leq a_{ij} \leq 1$ de bunuri (în valoare bănească) de la ramura j pentru a produce bunuri în valoare de un leu. Cererea de consum este vectorul $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Fie că A este matricea cheltuielilor directe cu elementele sale a_{ij} , $19 \leq i, j \leq 19$.

Lanțul Markov în calitate de stări va avea vectorii tehnologici ai ramurilor în examinare, iar în calitate de probabilități de tranziție elementele a_{ij} . În matricea coeficienților tehnologici

$0 \leq a_{ij} \leq 1, 1 \leq i, j \leq n$, iar suma după rând satisface condiției,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} < 1, 1 \leq i \leq n, \text{ ceea ce asigură consumul final.}$$

În matricea cheltuielilor directe A adăugăm o stare absorbantă 0 , notată $a_{i0} = 1 - \sum a_{ij}$, atunci obținem matricea A' , suma după fiecare rând fiind egală cu 1 . După transponare obținem matricea de tranziție P .

Admitem că X este vectorul volumului de producție, Y este vectorul cererii finale, ambii normați la o unitate, atunci expresia pentru Produsul Intern Brut este $X - AX = Y$, iar vectorul t oferă timpul așteptat de absorbție, $t = Nc$, unde $N = (I - A)^{-1}$ și $c = (1, 1, \dots, 1)$ este vector n - dimensional.

REFERENCES

1. LEONTIEF, W. W. Input-Output Economics. Oxford: Oxford University Press, 1966.
2. PETERSON, B; OLINICK, M. Leontief models, Markov chains, sub-stochastic matrices, and positive solutions of matrix equations. Mathematical modeling, Vol.3, 221-230, 1982. 0270-0255/82/030221-19503.00/0 Pergamon Press Ltd.

OPTIMAL CONTROL OF DYNAMIC PROCESSES IN A HEAT EXCHANGER

Vladimir PAȚIUC, Galina RÎBACOVA,
Universitatea de Stat din Moldova
Chișinău, Moldova
patsiuk@mail.ru, ribacus@yahoo.com

Se consideră un model numeric pentru studierea proceselor dinamice într-un schimbător de căldură tub-în-tub. Cu ajutorul soluțiilor numerice obținute se efectuează o abordare pentru stabilirea controlului asupra menținerii temperaturii apei reci la un nivel constant la ieșirea dispozitivului.

Cuvinte cheie: schimbător de căldură, control optimal.

Numerical model for study the dynamic processes in a tube-in-tube heat exchanger is developed. Using the obtained numerical solutions we tried to develop an approach for establishing the control over maintaining the temperature of cold water at a constant level at the output of the device.

Keywords: heat exchanger, optimal control.

It is considered a tube-in-tube heat exchanger, the principle of operation of which is based on the constant contact of the coolant with the treated liquid. It is used in technological systems for heating or cooling a coolant with a small heat exchange surface in the gas, oil, petrochemical and chemical industries. Heat exchangers with such a design are also used in the food industry, for example, in winemaking and in the dairy production. The final aim of the study is to develop the algorithmic strategy that gives the possibility to maintain the temperature of the cold water at the output of the device at a constant level. To implement such a control, it seems necessary to solve the optimal control problem. Such a problem meets a set of difficulties: the mathematical model is represented by partial differential equations (rather than ordinary ones), the control

parameters are in the coefficients at the derivatives (and not in the right-hand side or boundary conditions, as usual), etc.

The mathematical model of the dynamic process of transferring heat energy in devices of this type is presented in many publications [1-3]. The model of dynamical problem includes a system of three differential equations for the temperatures of cold water (heated) $T_l(x, t)$, hot water (heating) $T_h(x, t)$ and the temperature of dividing wall $T_w(t)$

$$\begin{cases} \rho_l c_l D_l \frac{\partial T_l}{\partial t} - G_l c_l L \frac{\partial T_l}{\partial x} + \alpha_l \Pi_l (T_l - T_w) = 0 \\ m_w c_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = \alpha_h \Pi_h (T_h - T_w) + \alpha_l \Pi_l (T_l - T_w) \\ \rho_h c_h D_h \frac{\partial T_h}{\partial t} + G_h c_h L \frac{\partial T_h}{\partial x} - \alpha_h \Pi_h (T_w - T_h) = 0. \end{cases}$$

The constants included in the equations describe the physical and geometric parameters of the given device [1]. This system with specified coefficients and with following boundary and initial conditions

$$\begin{aligned} T_l(x, 0) = T_h(x, 0) = T_w(0) = 20^\circ\text{C}, \quad x \in [0, L], \\ T_h(0, t) = T_h^0 = 60^\circ\text{C}, \quad T_l(L, t) = T_l^L = 30^\circ\text{C}, \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

is solved numerically using the ideas of finite difference method. For this purpose a stable and converging difference scheme is constructed, that gives a possibility to find approximate solutions for discrete times for two equations of the system. In this case, the third equation (for temperature of dividing wall) becomes an ordinary differential equation, the solution of which can be obtained in an analytical form. As it follows from the structure of the initial equations, the model contains dissipative terms. This leads to the fact that the solution to the dynamic problem enters a stationary mode determined by the solution of the static problem. The static problem, being a special case of the original dynamic problem, is a system of two ordinary differential equations and one algebraic equation connecting unknown temperatures. The solution to such a system with given boundary conditions can be obtained in the analytical form.

The purpose of our research is to maintain a constant temperature of cold water at the output $T_i(0, t) = T_i^c$, where T_i^c is a given constant temperature. In the case when the temperature of cold water at the input $T_i(L, t)$ and the mass flow rate of cold water G_i are constants, the problem is simple to solve. Namely, the stationary problem is solved with the input values $T_i(L, t)$ and G_i , and the dynamic problem is solved with the found necessary values $T_h(0, t)$ and G_h . In the case when the parameters of cold water at the input are variable, then in order to maintain a constant temperature of cold water at the output, it is necessary to solve the problem of optimal control, which is formulated as follows. It is required to find a vector control function

$$u(t) = [T_h(0, t), G_h(0, t)] = [T_h^0(t), G_h^0(t)],$$

which minimizes the value of the functional

$$J(u) = \int_0^T (T_i(0, t) - T_i^c)^2 dt$$

with equations of state

$$\begin{cases} \rho_l c_l D_l \frac{\partial T_l}{\partial t} - G_l c_l L \frac{\partial T_l}{\partial x} + \alpha_l \Pi_l (T_l - T_w) = 0 \\ m_w c_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = \alpha_h \Pi_h (T_h - T_w) + \alpha_l \Pi_l (T_l - T_w) \\ \rho_h c_h D_h \frac{\partial T_h}{\partial t} + G_h c_h L \frac{\partial T_h}{\partial x} - \alpha_h \Pi_h (T_w - T_h) = 0 \\ \frac{\partial G_h}{\partial t} + \gamma_h \frac{\partial G_h}{\partial x} = 0, \gamma_h = \frac{G_h}{\rho_h S_h} \end{cases}$$

and with following boundary and initial conditions

$$T_l(x, 0) = T_h(x, 0) = T_w(x, 0) = T^0, \quad G_h(x, 0) = G_{h0}, x \in [0, L], \\ T_h(0, t) = T_h^0(t), G_h(0, t) = G_h^0(t), T_l(L, t) = T_l^L, t \in [0, T].$$

In the last formulated problem, in comparison with the original, one more equation is added for $G_h(x, t)$, since during the control process we can change the value of the mass flow rate of hot water only at the input point, i.e. at $x = 0$.

A series of numerical experiments was carried out in order to refine the mathematical model and identify the main control variables and control law.

Bibliography

1. PROKHORENKOV A. M. *Modeling of heat exchange processes in lamellar heat exchange devices*. Vestnik of MSTU, vol 17, no 1, 2014, pp. 92-101
2. STERMOLE FRANKLIN JOE. *The dynamic response of flow forced heat exchangers*. Retrospective Theses and Dissertations. 2948, Iowa State University, 1963, 104 p.
3. LAVROV N. A. *Multilevel system for modeling non-stationary and changing operating modes of low-temperature installations*. Dissert., 2013
(<https://www.dissercat.com/content/mnogourovnevaya-sistema-modelirovaniya-nestatsionarnykh-i-menyayushchikhsya-rezhimov-raboty->)

SPARSE PACKING AND ITS APPLICATIONS¹

T. ROMANOVA
Інститут проблем
машинобудування НАН
України,
tarom27@yahoo.com

***Abstract:** Sparse packing problem is considered. This problem is motivated by the thermal energy method applied for cleaning complex shaped parts (objects) obtained by additive technologies (3D printing) from particles of non-sintered powder. The sparse packing is aimed to place the objects as distant as possible, freely sliding and rotating on the horizontal shelves of the cylindrical container subject to balancing conditions. A corresponding nonlinear programming model is derived, using the phi-function technique. A solution algorithm is proposed and computational results are presented.*

***Keywords:** sparse packing, geometric objects, balancing conditions, nonlinear optimization, thermal deburring*

Packing problems consist in allocating a set of objects entirely into a given container without overlapping between the objects and the boundary of the container. In optimized packing a certain criterion has to be optimized. Typical examples are minimizing waste or maximizing the number of the packed objects. Packing problems are classified as NP-hard [1]. Further variants of the problem may consider additional constraints, e.g. weight distribution, cargo stability, balance constraints (see. e.g., [2], [3]).

Optimized packing problems have various applications: filling cylindrical nanotubes (pores, capillaries) with nonspherical particles,

¹ Supported by Volkswagen Foundation (grant #97775)

packing powder particles under vibrations, creating void systems for light-weighted parts in 3D printing (see, e.g. , [4], [5]) .

While regular 3D packing focuses on, basically, convex shapes (spheres, convex polyhedra), irregular packing deals with more sophisticated and/or non-convex figures (see, e.g. [6]-[10]).

In most of optimized packing approaches mentioned above, the objective is to find the dense packing. That is, the packing resulting in the smallest unused space of the container or, in the case of an open problem, giving the minimal volume container. However, there are many modern industrial technologies where the concept of the dense packing is not suitable.

Balanced packing 3D objects arises, e.g., in processing parts by the thermal energy method [11]. Thermal energy method is applied for cleaning complex shaped parts obtained by 3D printing from particles of non-sintered powder (see, e.g., [12] , [13]). The material to be removed is burned due to a chemical reaction between the material and the mixture of a combustible gas and the oxygen. For this purpose, the parts are located on a special jig in a cylindrical bell-shaped deburring chamber which is hydraulically closed by a closing plate. The overall workspace is divided into sub-containers by horizontal circular “shelves” rigidly fixed on a thin cylindrical rod passing through the center of the jig. The distance between the shelves depends on the height of the parts to be placed on a specific shelve.

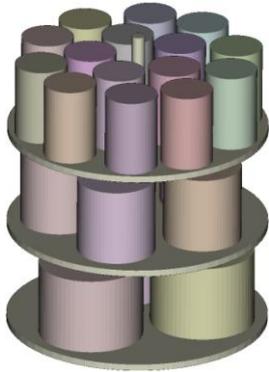
Due to shock waves arising from explosive combustion of the gas mixture in the chamber, the heat fluxes acting on the surfaces of parts can

differ significantly. To ensure uniform distribution of thermal and power effects, sufficiently large distances between the objects, as well as between the object and the container have to be maintained ([14]).

In this research the sparse packing of 3D objects is considered, where the objects are placed in the container as distant as possible. More specifically, the minimal Euclidean distance between the objects as well as between the objects and the boundary of the container is maximized. This new problem statement is motivated by thermal deburring technology, where the objects have to be sufficiently distant to ensure uniform distribution of thermal and power effects. The sparse packing of 3D objects in a vertical cylindrical container divided by the horizontal shelves is considered subject to balancing constraints. The 3D objects may have regular or irregular shapes and can be freely translated and rotated sliding on the shelves. Using the phi-function [15] and quasi-phi-function [16] techniques to state the placement constraints, a mathematical model is formulated and a corresponding nonlinear programming problem is stated. A solution algorithm is proposed and computational results are presented to illustrate the approach.

Figure 1 illustrates examples of local optimal packings of basic and composed 3D objects.

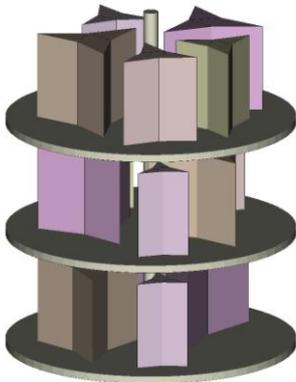
Figure 2 illustrates examples of local optimal packings of the objects that are similar to those presented in, e.g., Custom Design Components [17] and [18].



(a)



(b)

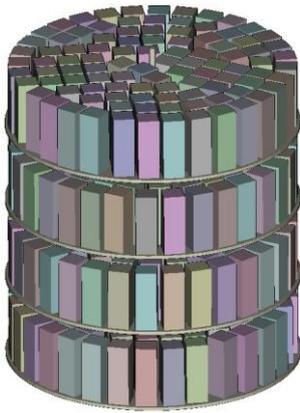


(c)

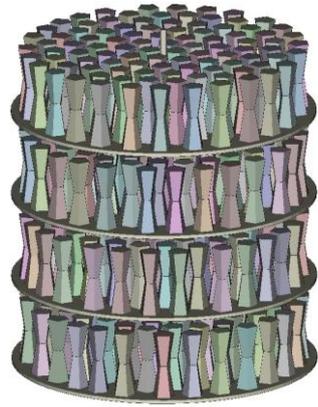


(d)

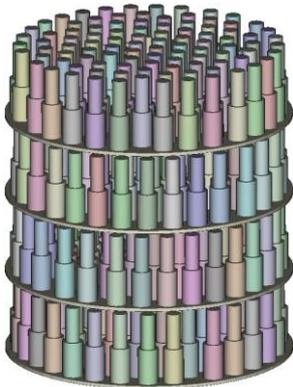
Figure 1. Examples of packing of 3D objects : a) cylinders; c) non-convex prisms; b) convex truncated pyramids;d) non-convex objects



(a)



(b)



(c)

Figure 2. The sparse packing of $N = 400$ objects: a) cuboids, b) non-convex objects composed by the right prisms; c) non-convex objects composed by circular cylinders

References

- [1] Chazelle, B., Edelsbrunner, H., & Guibas, L. J. (1989). The complexity of cutting complexes. *Discrete & Computational Geometry*, 4(2), 139–181.
- [2] Bortfeldt, A., & Wäscher, G. (2013). Constraints in container loading – a state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*, 229(1), 1–20.
- [3] Stetsyuk, P. I., Romanova, T. E., & Scheithauer, G. (2016). On the global minimum in a balanced circular packing problem. *Optimization Letters*, 10(6), 1347–1360.
- [4] Ustach, V. D., & Faller, R. (2016). The raspberry model for protein-like particles: ellipsoids and confinement in cylindrical pores. *The European Physical Journal Special Topics*, 225(8-9), 1643–1662.
- [5] Wang, X., Zhao, L., Fuh, J. Y. H., & Lee, H. P. (2019). Effect of porosity on mechanical properties of 3D printed polymers: experiments and micromechanical modeling based on X-ray computed tomography analysis. *Polymers*, 11(7), 1154.
- [6] Fasano, G., & Pintér, J. D. (Eds.). (2016). *Springer Optimization and Its Applications: Vol. 114. Space Engineering*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-41508-6>
- [7] Zhao, C., Jiang, L., & Teo, K. L. (2020). A hybrid chaos firefly algorithm for three-dimensional irregular packing problem. *Journal of Industrial & Management Optimization*, 16(1), 409–429. <https://doi.org/10.3934/jimo.2018160>
- [8] Romanova, T., Bennell, J., Stoyan, Y., & Pankratov, A. (2018). Packing of concave polyhedra with continuous rotations using nonlinear optimization. *European Journal of Operational Research*, 268(1), 37–53.
- [9] Ma, Y., Chen, Z., Hu, W., & Wang, W. (2018). Packing irregular objects in 3D space via hybrid optimization. *Computer Graphics Forum*, 37(5), 49–59.
- [10] Stoyan, Y., Pankratov, A., Romanova, T., Fasano, G., Pintér, J. D., Stoian, Y. E., & Chugay, A. (2019b). Optimized packings in space engineering applications: Part I. In G. Fasano, & J. Pintér (Eds.), *Springer Optimization and Its Applications: Vol. 144. Modeling and Optimization in Space Engineering* (pp. 395–437). Springer.

[11] Benedict, G. F. (2017). Thermal energy method: deburring (TEM). In *Nontraditional Manufacturing Processes* (pp. 349–361). CRC Press.

[12] Mitchell, M. A., Raley, R. E., & Edwards, K. (2016, June 20–24). Cleaning and cleanliness measurement of additive manufactured parts [Conference presentation]. National Space and Missile Materials Symposium, Westminister, CO, United States. <http://hdl.handle.net/2060/20160008863>

[13] Sibanda, P. S., Carr, P., Ryan, M., & Bigot, S. (2019). State of the art in surface finish of metal additive manufactured parts. In Y. Jin, & M. Price (Eds.), *Advances in Transdisciplinary Engineering: Vol. 9. Advances in Manufacturing Technology XXXIII* (pp. 221–225). IOS Press.

[14] Plankovskyy, S., Teodorczyk, A., Shypul, O., Tryfonov, O., & Brega, D. (2019). Determination of detonable gas mixture heat fluxes at thermal deburring. *Acta Polytechnica*, 59(2), 162–169.

[15] Stoyan, Y., & Romanova, T. (2012). Mathematical models of placement optimisation: two-and three-dimensional problems and applications. In G. Fasano, & J. Pintér (Eds.), *Springer Optimization and Its Applications: Vol. 73. Modeling and Optimization in Space Engineering* (pp. 363–388). Springer.

[16] Stoyan, Y., Pankratov, A., & Romanova, T. (2016). Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. *Journal of Global Optimization*, 65(2), 283–307.

[17] Benseler. (2020). Thermal energy machining. <https://www.benseler.de/en/verfahren/entgratung/tem.php>

[18] Custom Design Components. (2016, April 10). What you need to know about custom design components' new deburring machine. <http://www.cdc-hydraulics.com/node/37>

USE OF DIGITAL TOOLS TO ENHANCE TEACHING AND LEARNING

N. SAMNIDZE, M. DIASAMIDZE, N. MAKARADZE,
T. NAKASHIDZE-MAKHARADZE, Z. BERIDZE
Batumi Shota Rustaveli State University, Georgia
nino.samnidze@bsu.edu.ge

***Annotation.** Technology-enhanced learning has become a common feature in education globally. Being a novelty for many, it brought some speculations, uncertainties among teachers. However, integrating digital tools in classes has myriads of benefits in case it is performed through prior, thoughtful preparation taking on board student needs, interests, abilities, and perceptions. Incorporating social and emotional activities that promote critical thinking and boost their collaboration can foster student interaction and trigger their interest.*

***Keywords:** integrating digital tools, Verbal-Linguistic Intelligence, Logical-Mathematical Intelligence.*

Introduction. Efficiency and engagement are considered to be the most critical components of teaching and learning. Good teachers have always been striving for maximizing student involvement and their quality participation with the help of various teaching techniques and strategies. Empowering students to fully participate in a technology-rich society has become an integral part of modern, up-to-date education for both, traditional and remote classes as well. It has not been long since we all have switched to technology-driven classes due to the urgent circumstances unexpectedly drawn to us. However, teacher response appeared to be different across the globe, though the hard work, perseverance, and the urge for modern-era education have led educators to embrace the challenges they have never experienced before. Namely, the incorporation of digital tools not only can boost student motivation and contribute to their better involvement but also can change classroom dynamics encouraging student-centered learning for them to take more control over their learning.

Main part. In order to make the learning process more meaningful experience with the help of digital tools some issues should be taken on board. Universal Design for Learning emphasizes three principles for designing instruction that can be really beneficial in technology-integrated learning: Providing multiple means of engagement, action, expression, and representation which guides teachers in reducing learning barriers for students. [1] This approach organizes teaching into three components called networks that should be of prime importance for educators conducting technology-driven classes and raising students' awareness on fulfilling the tasks. The Why of learning is the most effective dimension triggering interest and motivation, developing self-regulation and reflection to create purposeful and motivated learners. The What dimension includes background knowledge, visuals, information processing, and contextual understanding to create learners who are resourceful and knowledgeable. The How of learning includes goal-setting, planning, strategies to create strategic and goal-oriented learners. Generally, in the online environment, teacher-student interactions are completely different and many of the informal discussions and opportunities for sharing are rarely there that can make learning a daunting experience. Thus, It can be isolating for students, especially for those who need extra support and care. So, incorporating these principles in technology-driven classes must be of great help.

It is known that learning and teaching are closely interrelated to psychological aspects. Psychologists working in the field of education study and examine how people study in a variety of settings to identify approaches and strategies to make learning more effective. Creating a welcoming environment using restorative practices and encouraging student voices ensures that all students get what they need. When students feel safe in the learning environment, they are more capable of learning. So, we thought incorporating (SEL) social-emotional learning and its strategies into teaching with digital tools and empowering students with life skills, such as decision making, self-awareness, and self-regulation would be one of the solutions to the matter. [2] Social-Emotional learning is the process of developing and using the skill set we use to cope with feelings, set goals, make decisions, get along with others, and feel empathy. People with strong Social-Emotional skills are better equipped to manage daily challenges, build positive relationships. SEL helps people to thrive in life and can be taught from preschool to adulthood. (Srinivasan 2019) Maurice Elias, a psychology professor at Rutgers University and director of the university's Social-

Emotional learning Lab describes SEL as a process through which we learn to recognize and manage emotions, care about stress, behave ethically and responsibly, develop a positive relationship and avoid negative behaviour. It will help not only personal development but their academic performance as well. All this creates a culture in which students and teachers respect one another and enjoy being together. Further strengthening relationships and motivating both students and teachers to do their best. SEL is widely used in teaching and would be great to incorporate into teaching and learning.[4] Educators need not carve out class time to explicitly teach empathy or collaboration; instead, opportunities should exist for students to practice those competencies in authentic and meaningful ways.

Some of the productive SEL practices include:

1. Improving relationships with and among students: A focus on relationships helps teachers when grouping students for collaborative assignments
2. Facilitating critical conversations: Encourage students to share respectfully using restorative questions. This proactively builds the students' social and emotional capacity.
3. Creating a supportive classroom climate: Creating a supportive climate allows students to be actively engaged in classroom activities.
4. Enhancing students' self-awareness: Self-awareness is a foundational principle of an equitable learning space. Periodic use of self-reflection tools can help students and teachers be aware of beliefs and assumptions so that genuine relationships can be fostered in an inclusive and supportive space. As students and teachers share their own beliefs and experiences, they build trust with one another and are more ready for learning.

As technology is increasingly used in the educational process, it is becoming a more powerful tool in putting multiple intelligences to use. The purposeful and thoughtful association of technology and Gardner's multiple intelligences theory can benefit both students and teachers throughout the learning process. The theory of multiple intelligences was developed in 1983 by Dr. Howard Gardner, professor of education at Harvard University. It suggests that the traditional notion of intelligence, based on I.Q. testing is far too limited. Instead, Dr. Gardner proposes eight different intelligences to account for a broader range of human potential in children and adults. [3] When Gardner published his *Multiple Intelligence Theory*, many were in disagreement. Before the 1980s, the educational field believed that

intelligence was already determined at birth. Researchers used short-answer tests to assess one's intelligence, and it was unheard of to assume that one's cognitive capacity could grow. The *Multiple Intelligences Theory* states that it is to the benefit of both the student and the instructor if the student's intelligence can be identified. Identifying a student's intelligence allows the instructor to select appropriate activities for the student in the classroom and guide their learning journey more effectively. The eight intelligences are listed below:

1. Bodily-Kinesthetic Intelligence. The ability to manipulate both the body and objects with a keen sense of timing is known as bodily-kinesthetic intelligence.

2. Interpersonal Intelligence. While the ability to communicate effectively with others is common knowledge based on interpersonal intelligence, it is not merely limited to verbal interactions. People with developed interpersonal intelligence are also able to read the moods of others.

3. Intrapersonal Intelligence. The ability to understand one's own thoughts is known as intrapersonal intelligence. Individuals who demonstrate intrapersonal intelligence are acutely aware of their feelings and can show an appreciation for themselves and other humans.

4. Verbal-Linguistic Intelligence. The ability to express oneself using words and language is known as verbal-linguistic intelligence. This intelligence is unique because it is the most commonly shared human ability. It allows us to apply meaning to words and express appreciation for complex phrases.

5. Musical Intelligence. The ability to acutely reflect on sounds is demonstrated by those who possess musical intelligence. These people can distinguish between specific pitches, tones, and rhythms that others may miss.

6. Logical-Mathematical Intelligence. Sometimes misconstrued as simply the ability to calculate mathematical equations, logical-mathematical intelligence is much more than that. Individuals with this developed intelligence demonstrate excellent reasoning skills, abstract thought, and the ability to infer based on patterns.

7. Naturalist Intelligence. A sensitivity to features in the natural world is most closely tied to what is called naturalist intelligence.

8. Spatial Intelligence. Visually artistic people are known to demonstrate spatial intelligence. These abilities include manipulating images, graphic skills, and spatial reasoning – anything that would include more than two dimensions.

It should be one of the priorities of a teacher to take on board students' interests, goals, motivation, and abilities to tailor the classes for their needs and plan the lessons accordingly.

Conclusions. Applying digital tools to meet various learner goals in the teaching process contributes to promoting student engagement and their quality participation during classes.

Universal Design for learning is a research-based framework that helps teachers plan the lessons to meet the diverse and variable needs of all students.

Incorporating SEL into technology-enhanced teaching is crucial since it provides opportunities for students to acquire life skills. The benefits of social and emotional learning (SEL) are well-researched, with evidence demonstrating that an education that promotes SEL yields positive results for students, adults, and different communities.

While additional research is still needed to determine the best measures for assessing and supporting a range of intelligence, the theory has provided opportunities to broaden definitions of intelligence. As an educator, it is useful to think about the different ways that information can be presented. However, it is critical not to classify students as being specific types of learners nor as having an innate or fixed type of intelligence.

Having an understanding of different teaching approaches from which we all can learn, as well as a toolbox with a variety of ways to present content to students, is valuable for increasing the accessibility of technology-enhanced learning experiences for all students.

Providing students with multiple ways to demonstrate knowledge and skills increases engagement and learning and provides teachers with a more accurate understanding of students' knowledge and skills.

References:

1. <http://www.buffalo.edu/ubcei/enhance/teaching/universal-design.html>
2. <https://www.edutopia.org/article/connecting-sel-and-equity-hybrid-learning-classrooms>
3. <https://www.edutopia.org/multiple-intelligences-research>
4. M. Srinivasan, SEL every day, W.W Norton & Company, 2019.
5. N. Samnidze, Fostering Student Engagement in Online Classes, International Scientific Journal 1(68), Georgian Foundation for Development of Sciences and Society ISSN 1512-0333. P.20-23. 2021.

PROBLEME DE OPTIMIZARE ÎN SISTEMELE DE TRANSPORT ȘI LOGISTICĂ A MĂRFURILOR

Dumitru SOLOMON,
ATIC, IMI AȘM

atic@mtc.md

dumitru.solomon@math.md

Problemele de optimizare în sistemele de transport și logistică a mărfurilor se realizează în mai multe etape:

- determinarea planurilor de transportare a mărfurilor pe perioade îndelungate de timp (an, trimestru, lună sau decadă);
- determinarea rutelor eficiente de transportare a mărfurilor pentru perioade scurte de timp (1 – 5 zile);
- elaborarea graficelor de efectuare a transporturilor de mărfuri pe diferite tipuri de rute naționale sau internaționale (pendulare, radiale, inelare, de distribuție sau colectare separată sau concomitentă a mărfurilor în loturi mici);
- utilizarea eficientă a mijloacelor de transport pentru diferite perioade de timp, tipuri de rute, tehnologii de transportare, condiții și intervale de livrare a mărfurilor.

Criteriile de optimizare în problemele de transport și logistică se consideră indicatorii tehnici principali de exploatare a mijloacelor de transport care se referă la trei coeficienți de bază α , β și γ , prin care se caracterizează eficiența proceselor de organizare și efectuare a transporturilor rutiere de marfă:

- coeficientul α de emisie pe linie, care reprezintă raportul dintre timpul de aflare a automobilelor în lucru și timpul total planificat pentru activitatea de transport;
- coeficientul β de utilizare a parcursului, care reprezintă raportul dintre parcursul încărcat și parcursul total efectuat de către mijloacele de transport pe o rută concretă sau pe toate rutele;
- coeficientul static sau dinamic γ de utilizare a capacității de încărcare pentru fiecare automobil și rută de transportare, care reprezintă raportul dintre cantitatea reală de marfă din automobil și capacitatea nominală de încărcare, calculat pentru fiecare

automobil, rută, perioadă de timp, direcție sau tehnologie de transportare.

Se consideră următoarele probleme de transport și logistică a mărfurilor pentru diferite tehnologii și rute de transportare:

- transportarea locală sau interurbană a mărfurilor în vrac pe rute pendulare, inelare sau radiale;
- distribuția și acumularea mărfurilor pe rute pendulare radiale;
- livrarea separată sau continuă a betonului pe rute pendulare;
- livrarea produselor petroliere pe rute pendulare radiale;
- distribuția și acumularea materialelor de construcție pe rute inelare și pendulare;
- distribuția și colectarea separată sau concomitentă urbană sau interurbană a mărfurilor în loturi mici pe rute pendulare, inelare sau radiale;
- distribuția și colectarea concomitentă sau continuă de multi-produse pe rute pendulare interurbane;
- transportarea internațională de export sau import a mărfurilor speciale pe rute pendulare sau inelare;
- transportarea internațională a mărfurilor generale pe rute inelare;
- distribuția și colectarea separată a mărfurilor pe rute pendulare internaționale.

Asemenea probleme de transport și logistică a mărfurilor au fost expuse de autor în lucrările metodice și notele de curs [1 – 3], destinate pentru studenții de la specialitățile de transport și logistică.

Literatura

1. Solomon Dumitru Transporturi rutiere de mărfuri și pasageri. // Cartea I-a. Organizarea transporturilor rutiere de mărfuri. (Proiect de an) – Ch.: Evrica, 2014 – 170 p.
2. Solomon D. Modelare, optimizare și planificare în transportul auto. (Note de curs) // Cărțile I - V. – Chișinău: Evrica, 2015.
3. Solomon Dumitru. Transporturi rutiere de mărfuri și pasageri. // Cartea a V-a. Calcularea costurilor de transport rutier de mărfuri. Partea I-a. Probleme de transport rutier de mărfuri. (Lucrare metodică) – Ch.: Evrica, 2018 – 264 p.

THE SOLVING METHOD OF MULTICRITERIA LINEAR OPTIMIZATION PROBLEM IN INTEGERS

TKACENKO ALEXANDRA,
Department of Mathematics,
Moldova State University, A. Mateevici str., 60,
Chisinau, MD–2009, Moldova
[alexandratkacenko@gmail.com.](mailto:alexandratkacenko@gmail.com)

Abstract

A wide range of practical optimization problems in various fields lead to the solution of multicriteria linear optimization models [1] in integers. Into the current paper we propose a method for solving the multicriteria model of linear type in integers of interactive type. Thus, the decision maker, initially assigning a certain utility to each criterion, will finally build a uni-criterion model of linear optimization in integers. The imposition of each criterion quantified in the synthesis function remains at the discretion of the decision maker, the optimal values and weight being calculated in whole or real numbers, which does not change the optimal solution of the model. To this end, the decision-maker has at his disposal a selection of combinatorial values of the objective functions, which depends on the number of criteria in the initial model.

The theoretical justification of the algorithm is brought in the paper. The algorithm was tested on several examples, which proved its veracity.

Keywords: Multi-criteria model in integers, efficient solution, optimal compromise solution.

Subject classifications: 90C10, 90C27, 90C29

1. Introduction

The major importance of using mathematical optimization in integers is due to the need to obtain integer solutions in various modeled practical situations. Among the practical fields of application of the solution of the optimization model in integers, a special place belongs to the problem of

one, two and three-dimensional cutting [1], [4]. A number of studies can be listed here, such as: dynamic memory allocation, solving problems on multiprocessor systems and general positioning problems (Coffman et al. 1978, Garey and Johnson 1981, Coffman and Leighton 1989, Dyckhoff 1990). The two-dimensional variant of the cutting problem is of NP complexity due to its combinatorial explosion with increasing size of the problem (Garey and Johnson 1979). The exact methods were investigated by Gilmore and Gomory (1961) and are considered the first methods actually applied in the tailoring industry. Recently, Cung and other researchers (2000) developed an algorithm, which allows the exact solution of some variants of two-dimensional cutting problems. But when the problem is of multicriteria type, even linear, this effort is further amplified. That said, the condition that the decision variables belong to the set of integers creates a major difficulty, the problem gaining another level of complexity and is solved in a longer time [1], [4]. The scientific research study for this field remains open [2], given that there is a wide range of multicriteria models of fractional linear type, fuzzy, etc., which for application reasons must be solved in whole numbers.

2. Problem formulation

The integer multicriteria linear optimization problem is usually described by a set of linear constraints, such as equations and / or inequalities, including on the variables constraints of non-negativity and integrity. The decisional problem with an infinite number of variants is described as follows:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array} \right\} F_k(x) = \sum_{j=1}^n c_{kj} x_j, \quad k = \overline{1, r} \\ A \cdot x \leq b \\ x \in Z^+ \end{array} \right. \quad (1)$$

where : $A = \|a_{ij}\|$ is an array of size $m \times n$ ($m < n$), $C = \|c_{kj}\|$, is an array of size $r \times n$ ($r < n$), x is a vector n -dimensional column, and b is a m -dimensional column vector.

The interpretations of the parameters c_{kj} may be the most different, according of their practical meanings such as unit costs or benefits, or others close in meaning. Their significance determines the type of the corresponding objective function, minimum or maximum. Analogously, the elements of the matrix A , a_{ij} , represent the specific consumption of the resource j for the production of a product unit of type i , and the elements of the vector b represent the available by types of resources.

We note that in model (1) it is possible to have some criteria of minimum type and others of maximum type, for example, maximizing benefits, profit or others or minimizing costs, depreciation, loss or others.

3. Theoretical landmarks

In order to solve the multicriteria optimization model in integers (1), we will propose some analogous approaches to those in real numbers.

1. The solution $x^* \in Z^+$ is the vector that optimizes a synthesis function of r objective functions, ie: $h(F) = h[F_1, F_2, \dots, F_r]$, in which $h(\cdot)$ it can be defined in several, various ways [5].

2. The solution $x^* \in Z^+$ is the vector which minimizes one criterion in the form: $\phi(x^*) = \min_{x \in D} h(\psi_1(x - X_1), \dots, \psi_r(x - X_r))$,

in which, $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})^T$, $j = \overline{1, r}$ is the optimal solution to the problem with a single objective function, F_j , and ψ_k is a distance type function between vector $x \in D$ and optimal solution X_k for the corresponding criterion F_k .

4. The solution $x^* \in Z^+$ is the vector which belongs to a set of effective whole-type points.

Because the model (1) is of multi-criteria type, it's known that such kind of model rarely admits the optimal solutions in integers.

Definition 1 The basic solution X^* of the model (2), where $X^* \in Z^+$ is called optimal overall if it is the optimal solution for each of criteria.

By solving model (1) we will assume the construction of a finite set of its efficient integer solutions known again as a Pareto-optimal or non-dominated solutions [5], solutions of the best compromise. We will further propose the definition of the efficient solution for the multicriteria linear deterministic problem in integers.

Definition 2 The basic solution \bar{X} , where $\bar{X} \in Z^+$ of the model (2) is an basic efficient one if and only if it doesn't exists any other basic solution $X \in Z^+$, where $X \neq \bar{X}$, which would improve the values of all criteria and at least one criterion would be strictly improved.

We propose the same definition in a more rigorous form.

Definition 3 The basic solution X^* of the model (1), where $X^* \in Z^+$ is one of the optimal(best) compromises solution if it is located closed to the optimal solutions of each criterion.

4. Combinatorial synthesis algorithm for solving the linear multicriteria optimization

One of the most important problems that arises when solving the multicriteria optimization problem in integers using the methods of synthesis functions is: what kind of optimal solutions of each criterion we will use to build the synthesis function of all criteria, these being in R^+ or in Z^+ , so that the final model solve it in Z^+ ? In this justified paragraph we will answer this question.

In order to solve the multicriteria model of linear optimization in integers of type (1) we will apply the method of synthesis functions,

namely we will use the method of maximizing global utility, which we will achieve in two stages.

Stage I

1. At this stage we will solve $2r$ unicriteria linear programming problem from model (1) of type: $F_j = \underset{x \in D}{\text{optim}} F_j(x)$ and

$F_j^p = \underset{x \in D}{\text{pessim}} F_j(x)$, on the admissible domain:

$$D = \{x \in R \mid Ax \leq b, x \geq 0\};$$

2. Next we will solve $2r$ more linear programming problems of the type: $F_j = \underset{x \in D}{\text{optim}} F_j(x)$ and $F_j^p = \underset{x \in D}{\text{pessim}} F_j(x)$, on the admissible domain:

$$D = \{x \in Z^+ \mid Ax \leq b, x \geq 0\};$$

3. We will combinatorial select the vectors of optimal values and corresponding to the pessimistic values of the objective functions, some calculated on Z^+ , others in R^+ . The number of such combinations is finite because the size of the problem is finite. These can be described as follows:

$$\left\{ \left(\begin{matrix} F_1(R^+) \\ F_2(R^+) \\ \dots \\ F_r(R^+) \end{matrix} \right) \vee \left(\begin{matrix} F_1(R^+) \\ F_2(Z^+) \\ \dots \\ F_r(Z^+) \end{matrix} \right) \vee \left(\begin{matrix} F_1(R^+) \\ F_2(R^+) \\ \dots \\ F_r(Z^+) \end{matrix} \right) \vee \dots \vee \left(\begin{matrix} F_1(Z^+) \\ F_2(Z^+) \\ \dots \\ F_r(Z^+) \end{matrix} \right) \right\},$$

$$\left\{ \left(\begin{matrix} F_1^p(R^+) \\ F_2^p(R^+) \\ \dots \\ F_r^p(R^+) \end{matrix} \right) \vee \left(\begin{matrix} F_1^p(R^+) \\ F_2^p(Z^+) \\ \dots \\ F_r^p(Z^+) \end{matrix} \right) \vee \left(\begin{matrix} F_1^p(R^+) \\ F_2^p(R^+) \\ \dots \\ F_r^p(Z^+) \end{matrix} \right) \vee \dots \vee \left(\begin{matrix} F_1^p(Z^+) \\ F_2^p(Z^+) \\ \dots \\ F_r^p(Z^+) \end{matrix} \right) \right\}$$

The number of such vectors is: $N(V) = C_r^1 + C_r^2 + \dots + C_r^r$, the same as the number of vectors with pessimistic value records of the criteria.

Stage II

1. By selecting one of the vector records of the values of the objective functions and the vector of the corresponding records of the pessim values, we will construct the synthesis function, which expresses the summary utility of the criteria: $G = \sum_{j=1}^r (\alpha_j F_j + \beta_j)$, which must be maximized. The coefficients $\{(\alpha_j, \beta_j)\}_{j=1, \dots, r}$ are determined by applying the global utility maximization algorithm, described above.

2. We will determine the optimal solution of the next model:

$$\max_{x \in D} G = \sum_{j=1}^r (\alpha_j F_j(X) + \beta_j), \text{ where: } D = \{x / A \cdot x = b, x \in Z^+\}, \text{ that is}$$

the optimal compromise solution for model (2). Either that is it X^* . We will calculate the values of each objective function in this solution and we

will build the next vector of records of the criteria:
$$\left\{ \begin{matrix} F_1(X^*) \\ F_2(X^*) \\ \dots \\ F_r(X^*) \end{matrix} \right\}.$$

Theorem. For a set of a priori utilities assigned to the criteria in model (1), the solution of the optimal compromise of the integer model remains the same for any vector of the optimal records of the combinatorial criteria calculated in R^+ or in Z^+ .

Proof. Let X_{eff}^1 be a solution of the optimal compromise for the whole type model (1), which records the smallest distance to the optimal whole type solutions of each criterion. We will assume that the synthesis function of the final model was constructed using a combination of

optimal values of the objective functions from model (1), some being solved in R^+ , others in Z^+ .

$$\text{Let: } \begin{pmatrix} F_1(R^+) \\ F_2(R^+) \\ \dots \\ F_r(Z^+) \end{pmatrix} \text{ -vector of the optimal and pessimim } \begin{pmatrix} F_1^p(R^+) \\ F_2^p(R^+) \\ \dots \\ F_r^p(R^+) \end{pmatrix} \text{ recorded}$$

values of objective functions.

We will assume that for another recording values of the objective functions from the model (1), different from the previous one, let it be:

$$\begin{pmatrix} F_1(Z^+) \\ F_2(R^+) \\ \dots \\ F_r(Z^+) \end{pmatrix}, \text{ and corresponding vector of the pessimim values } \begin{pmatrix} F_1^p(Z^+) \\ F_2^p(R^+) \\ \dots \\ F_r^p(Z^+) \end{pmatrix},$$

the objective synthesis function registered another solution of the optimal compromise in integers, different from the first, either it is X_{eff}^2 . If

$X_{eff}^1 \neq X_{eff}^2$, then there is at least one coordinate after which these vectors

differ. Therefore, at least for one criterion, let it be with indexes i_1 , the distance between its optimal solution in integers and the new solution is smaller than the previous one, ie the relationship is fair:

$\rho(X_{eff}^1, X_{i_1}^*) > \rho(X_{eff}^2, X_{i_1}^*)$, where $X_{i_1}^*$ is optimal solution in integer of

criterion i_1 , which contradicts the assumption that X_{eff}^1 is the solution of the

optimal compromise in integers for the model (1), which had to be demonstrated. So, our assumption is wrong. Therefore, the model (1) admits

a single solution of the optimal compromise in integers, regardless of the

configuration of records of the optimal values of the criteria in R^+ or Z^+ ,

used in the construction of the synthesis function of the model.

Remark 1. For any vector of combinatorial records of the values of the objective functions of the unicriteria models of the problem (1) in R^+ or in Z^+ , and for their utilities, the optimal compromise solution of the model (1) in integers remains the same.

Remark 2. For any new set of initial utilities assigned to the criteria in model (1), applying the method of maximizing the maximum utility we will obtain a new solution of the optimal compromise in integers for all the criteria of this model.

5. Conclusions

The proposed paper brings an efficient algorithm in solving the linear multicriteria optimization model in integers. We focused on the use of the methods of synthesis functions, namely the method of maximizing the global utility in solving the multicriteria model of linear type in integers, which leads us to determine an optimal compromise solution, closest to the optimal solutions in integers of each separate criterion. To determine this, the decision maker can use both the optimal value of each criterion in integers and in real numbers, both positive. The set of all possible combinations of such vectors for recording the values of the objective functions as well as the weight values was exploited. Regardless of the configuration used to construct the synthesis function, its optimal solution in integers does not change. So, the decision maker can select the most advantageous values for calculating the objective functions - synthesis, which is a very important moment that certainly increases the efficiency of the algorithm.

Example

For the following linear model of multicriteria optimization in integers find the solution of the optimal compromise using the method of synthesis functions, for the proposed utilities of criteria.

$$\min \{F_1(X) = x_1 + 2x_2 + x_3\}$$

$$\max \{F_1(X) = 2x_1 + x_2 + 2x_3\}$$

$$\max \{F_1(X) = 2x_1 + 3x_2 + x_3\}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 18 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 20 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 5 \\ x_j \in \mathbb{Z}^+ \end{cases}$$

F_1	F_2	F_3	F_1^p	F_2^p	F_3^p
$U_1 = 4$	$U_2 = 8$	$U_3 = 9$	$U_1 = 1$	$U_2 = 2$	$U_3 = 2$

Solving procedure:

Using the proposed algorithm we obtained eight synthesis functions according of table of proposed utilities for the model criteria. These are the next:

$$F_1(U) = 1,73x_1 + 1,63x_2 + 1,09x_3 \rightarrow \max$$

$$F_2(U) = 1,83x_1 + 1,75x_2 + 1,13x_3 \rightarrow \max$$

$$F_3(U) = 1,85x_1 + 1,8x_2 + 1,15x_3 \rightarrow \max$$

$$F_4(U) = 1,85x_1 + 1,8x_2 + 1,15x_3 \rightarrow \max$$

$$F_5(U) = 1,73x_1 + 1,63x_2 + 1,09x_3 \rightarrow \max$$

$$F_6(U) = 1,7x_1 + 1,57x_2 + 1,07x_3 \rightarrow \max$$

$$F_7(U) = 1,83x_1 + 1,75x_2 + 1,13x_3 \rightarrow \max$$

$$F_8(U) = 1,7x_1 + 1,57x_2 + 1,07x_3 \rightarrow \max$$

Solving in turn these 8 problems of linear programming in integers in the same admissible domain, we obtained the following solutions of the optimal compromise:

$$X_{eff}^1 =$$

$$X_{eff}^2 = X_{eff}^3 = X_{eff}^4 = X_{eff}^5 = X_{eff}^6 = X_{eff}^7 = X_{eff}^8 = X^* = \{x_1^* = 1, x_2^* = 3, x_3^* = 0\}$$

We calculated the values of the utility functions, which are the following:

$$F_1(U) \approx 11,89; \quad F_2(U) \approx 12,105; \quad F_3(U) \approx 12,02; \quad F_4(U) \approx 12,02; \\ F_5(U) \approx 11,89;$$

$$F_6(U) \approx 11,93; \quad F_7(U) \approx 12,105; \quad F_8(U) \approx 11,93; \text{ and obtained the}$$

$$\text{next values of each criterion: } = \left\{ \begin{array}{c} 7 \\ 5 \\ 11 \end{array} \right\};$$

References

[1] Ahmed Mellouli, Racem Mellouli, Faouzi Masmoudi, An Innovative Genetic Algorithm for a Multi-Objective Optimization of Two-Dimensional Cutting-Stock Problem, Journal of Applied Artificial Intelligence, Volume 33, 2019 - Issue 6, p.531-547.

[2] A. Tkacenko, Method of synthesis functions for solving the multi-criteria linear-fractional transportation problem with “bottleneck” denominator criterion, Journal of Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research, ISI Thomson Reuter Serv., ISSUE 1/2019, V.53, București, România, pp. 157-170.

[3] R., E., Gomory, Outline of an Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs, Bulletin Of the American Mathematical Society, 64, pp. 275–278, (1958).

[4] Cs. Fabian, Two-dimensional Cutting Stock Problems Using Evolutionary Algorithms, IE-2001 Proceedings, Inforec, Bucharest, 2001, p. 513-517.

[5] I.M., Stancu-Minasian, Programarea stocastică cu mai multe funcții obiectiv. București: Editura Academiei Române, 1980.

CREATION OF A DECISION SUPPORT SYSTEM FOR INDIVIDUAL HEALTH IMPROVEMENT OF PERSONS WORKING AT CRITICAL INFRASTRUCTURE FACILITIES

VOLODYMYR ZASLAVSKYI

(zas@unicyb.kiev.ua),

OLEH HORBUNOV

(gorol521@gmail.com),

* YURI KLIATSKYI (yvk62@hotmail.com)

Taras Shevchenko National University of Kyiv,

Ukraine, Kyiv

*Center of medical rehabilitation and sanatoria treatment «PUSCHA

– VODICA»,

Ukraine, Kyiv

***Annotation.** The article considers the issues of creating a decision support system (DSS) for medical personnel to individualize medical and recreational activities for people who have gone through crises and work at critical infrastructure facilities. The DSS is built based on the Viable System Model (VSM). The requirements for the DSS and possible ways for their solutions using information technologies are substantiated.*

***Key words:** viable system model (VSM), decision support system (DSS), the type-variety principle, video analysis of movements, cluster analysis, ontological knowledge bases, integral health, persons who have gone through *crises*.*

Relevance. Ensuring effective performance and health support for individuals involved in the management, operational security and protection of critical infrastructure (systems with a high cost of failure) during the COVID-19 coronary pandemic has become an important issue directly related to important national security assurance responsibilities. The vitality of personnel and the reliability of functioning systems are closely intertwined. Any failures of personnel associated with memory

impairment, somatic disorders, increased fatigue, or unstable mental status can lead to disruptions in the performance of complex systems and/or even their failure.

The idea of systemic (human-technical) maintenance of critical objects can be implemented in the framework of DSS, which is based on the principles of the viable systems model [1]. Scientific and technical support of critical infrastructure facilities is a fruitful approach to ensure the reliability of their operation. This approach can also be used to maintain the functionality of the personnel of these facilities.

The DSS was created for a multidisciplinary medical team responsible for the health of the personnel. It is based on modern technical equipment, mathematical models and decision-making algorithms, artificial intelligence methods, targeted individual medical and health-improving measures, and includes the following three subsystems for operational problem solving.

Subsystem 1 is designed to receive and provide information on new treatment and rehabilitation methods from the worldwide databases of evidence-based medicine. The subsystem is implemented by constructing automatic ontological bases built on the basis of a semantic-syntactic model of a natural language, and uses non-negative factorization of linguistic tensors - multidimensional arrays of linguistic data obtained by frequency analysis of large text corpora [2]. Data from medical databases of proven medicine are used as linguistic data [3].

Subsystem 2 is used to record the course of treatment and to gain new insights into its effectiveness. It records the actions of a multidisciplinary team to diagnose the condition of the body systems, select a treatment program (protocol) and make its correction depending on the patient's response to the actions. A distinctive feature of the subsystem is that, in addition to traditional medical information (electronic medical records, instrumental and visual examinations), it also contains data originated from the patient himself (electronic patient diary, data from electronic devices), as well as data from intelligent video analysis systems, such as PTAR [4]. The collected data will be used for statistical, cluster analysis to gain insights into treatment effectiveness in evidence-based medicine. Input data for the analysis: the main disease, grouped with a group of comorbidities, and approaches to their treatment. The paper proposes a method based on the apparatus of possibility theory and an approach to

solve clustering problems for the case where the parameters of the clustering algorithm are represented as a fuzzy value or a vector of fuzzy values [5].

Subsystem 3 is intended for the selection and execution of individual complexes of physical exercises, with the possibility of controlling their execution remotely. A variety of physical exercises have already been used as therapeutic and health benefits. Based on extensive medical research, including the assessment of the functional state of the musculoskeletal system, algorithms for the selection of individual complexes of physical exercises from various health-improving practices have been developed. Complexes of physical exercises allow you to act on various systems of the body (cardiovascular, nervous, respiratory, muscular, ligamentous, etc.) and at all stages of treatment (hospital, clinic, sanatorium, service, home).

Based on the system analysis of the problem and the diversity and type-variety principle [6-8], special decision-making methods and devices, based on the results of each physical exercise or exercise series, the DSS will make recommendations to improve the psychological and social health of patients. The use of a computer system and video analysis, built on the basis of the "Model of Unified Algorithmic Environment", allows you to remotely organize the implementation of a series of exercises [9].

The presence of three subsystems of the DSS allows implementing the main feature of viable systems model: they can adapt to constantly changing aggressive environmental influences under conditions of global stress and pandemic.

Conclusions. To create a DSS based on the principles of the system resilience model, modern and effective information technologies are used for the collection, processing and analysis of data, which gives us hope that the individualization of treatment will shorten the time and quality of health restoration in people working in facilities with critical infrastructure, thus increasing their safety and the security of the country as a whole.

References

1. Hoverstadt Patrick, “The Fractal Organization: Creating sustainable organizations with the Viable System Model “, 2008, Wiley.
2. Marchenko A. A., “Method of automatic construction of ontological knowledge bases. III. Automatic generation of taxonomy as the basis of ontology”, Cybernetics and systems analysis, 2016, V. 52, No. 3, pp. 32-38. Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/KSA_2016_52_3_4.
3. Puzanova O.G. “Computing bases of evidence-based medicine as a source systematic reviews” Med. Informatics and Engineering. 2012, No. 4, pp. 36-40.
4. Gorbunov O.A., Osadchy O.O., “Transformer information technology for detailed rukous activity in the norm and pathology - complex PTAR “, Electronic resource, Access mode: <http://dsr.univ.kiev.ua/upload/iblock/545/5.20.-transformerna-informatsiyna-tekhnologiya-vdoskonalennya-rukhovoyiaktivnosti-v-normi-ta-patologiyi-kompleks-ptar.pdf> .
5. Kasyanyuk V. S., Malyutenko L. M., “Clusterization of tributes from the theory of possibilities “, Science Notes of NaUKMA, Computers of Science, 2013, V. 151, pp. 43-48. Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/NaUKMAkn_2013_151_10.
6. Zaslavskiy V.A., “The principle of different types and features of the pre-development of folding systems with a high price of information”, Bulletin of Kiev University. Series: physical and mathematical sciences, 2006, Kiev, vol. 1.
7. Zaslavsky V., Ievgiienko Y. “Risk analyses and redundancy for protection of critical infrastructure Monographs of System Dependability”// Editor J.Mazurkiewicz, J.Sugier, T.Walkowiak, W.Zamojski, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wroclawskiej, Wroclaw, Poland, 2010, P.161-173.

8. Zaslavskiy, V., Pasichna, M. “Type Variety Principle and the Algorithm of Strategic Planning of Diversified Portfolio of Electricity Generation Sources”. Advances in Dependability Engineering of Complex Systems. Proceedings of the Twelfth International Conference on Dependability and Complex Systems DepCoS-RELCOMEX, July 2 - 6, 2017, Brunów, Poland.
(<http://www.springer.com/gp/book/9783319594149>)
9. Kotsur D., Tereshchenko V., “Voronoi-based skeletonization algorithm for segmenting the network of biological neurons”, Radio Electronics, Computer Science, Control, 2019, № 1, pp.

This publication was support the grant CPEA-LT-2016/10003 (DIKU, Norway).

OUTLOOK ON THE FACTORS INFLUENCING SELECTION OF ELECTRICITY PRODUCTION SOURCES WITHIN ENERGY INDUSTRY

VOLODYMYR ZASLAVSKYI,
MAIIA PASICHNA

Taras Shevchenko National University of Kyiv
Ukraine, Kyiv

zas@unicyb.kiev.ua,

maypas@gmail.com

***Annotation.** This paper aims at the identification of the factors influencing creation of an optimal electricity generation mix for the energy generating companies. The article focuses on:*

1) classification of the major factors influencing selection of electricity production sources, and 2) insight into the forecasts of an optimal energy mix for Europe.

***Key words:** security of energy supply, type variety principle, energy mix.*

Latest developments in the world's politics and economy contribute to the re-focusing of the energy policy from competitiveness and sustainability towards security of energy supply. The latter is dependent on technological advancements and creation of efficient energy production structure.

It is vital to combine the characteristics of the energy industry as critical infrastructure with high value of failure and decision making principles when analyzing the structure of electricity generation, diversification and optimization of the energy portfolio.

The model of the research is aimed at defining key modules to collect necessary data to mix different electricity generation technologies in the energy portfolio in order to ensure energy security thus maximizing the value of the portfolio. Type variety principle (TVP) lies at the basis of a developed algorithm

TVP is a combination of different components e.g. systems, technologies, models, methods, software components into one system. These components perform similar functions, but are based on different principles and each of them can solve the task separately. If combined to a system they will improve resilience and exclude possibility of common cause failure and deliver reliable, long-term performance of complex systems.

The model of the study is based on the following four modules. First, given the necessity of choosing the most appropriate energy technology, which is determined by a set of certain factors and conditions, the approach of multi-criteria decision-making is applied. Given the need to balance the advantages and disadvantages of using a particular set / configuration of energy technologies the modern portfolio theory (MPT) is considered. Since MPT takes into account mainly financial risks and in practice there is a need to re-evaluate the composition of the energy portfolio in terms of other possible dangers, an assessment of the strategic alignment of the energy portfolio is carried out. Additionally, the analysis of the risks inherent in various sources of electricity generation and their possible impact is studied. Finally, the study applies LEAP within the strategic planning of an optimal diversified electricity generation mix.

To improve openness of the whole information technology, the research discusses that the consideration of as many factors as possible allows a sufficiently complete description of the object of evaluation and its comprehensive assessment.

A comparative analysis of the results of the application of the developed information technology for different countries points to the existing differences in the adoption and implementation of effective managerial decisions on energy mix management. The most effective and optimal scenario for the development of energy mix in accordance with the proposed modeling does not always coincide with the policy of the governments of the countries and strategic plans of the energy companies.

References.

1. Joachim Lang, Reinhard Madlener, “Portfolio Optimization for Power Plants: The Impact of Credit Risk Mitigation and Margining,” Institute for Future Energy Consumer Needs and Behavior (FCN), E.ON ERC, RWTH Aachen University, Aachen, 2010.
2. Awerbuch, S. and M. Berger (2003). “Applying Portfolio Theory to EU Electricity Planning and Policy Making”. IAEA/EET Working Paper No. 03, EET.
3. Chatzimouratidis, A. and A. Pilavachi (2008). “Multicriteria evaluation of power plants impact on the living standard using the analytic hierarchy process.” *Energy Policy* 36 (3): 1074–1089.
4. Reinhard, Madlener, Barbara Glensk, and Günther Westner, “Applying Mean-Variance Portfolio Analysis to E.ON’s Power Generation Portfolio in the UK and Sweden,” E.ON Energy Research Center, RWTH Aachen University, 2009.
5. Volodymyr Zaslavskyy, Maya Pasichna, “Optimization Techniques for Modelling Energy Generation Portfolios in Ukraine and the EU: Comparative Analysis,” *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 761(2018): 545-555.

IMPROVEMENTS IN MEDIAN TRAJECTORY ANALYSIS

Volodymyr Zaslavskyi, Yurii Pushkarenko
Taras Shevchenko National University of Kyiv
Ukraine, Kyiv
zas@unicyb.kiev.ua
yurii.pushkarenko@gmail.com

***Annotation:** This research work is focused on the concept of finding a median trajectory among a bundle of trajectories with specific source and destination points. The main idea is to use the timing information associated with trajectories to improve existing methods for trajectory analysis.*

***Key words:** Map-Matching, Geo-Spatial Analysis, Computational Geometry, Cluster Analysis.*

1. Introduction

Trajectory analysis and related algorithms have recently attracted substantial attention, thanks to technological advances in navigation and mapping systems. Nevertheless, some fundamental concepts are still lacking a thorough study. The identification of a *middle* (representative) trajectory in a bundle of trajectories is one of them. Without conscious reasoning, a middle trajectory is a trajectory that lies in the middle of a collection of trajectories. However, this definition is far from being comprehensive.

1.1. Trajectory Definition

A formal definition of trajectory is specified in [1] as a time-stamped path taken by a moving entity, represented by a sequence of n tuples of points and time stamps $(p_0, t_0), (p_1, t_1), \dots, (p_{n-1}, t_{n-1})$. Points have spatial and temporal components. The spatial component typically

represents a two or three dimensional space. Here, we assume that the space is two dimensional. A bundle of m distinct trajectories T_0, \dots, T_{m-1} with the same start and ending points, therefore results in an input size of $\theta(nm)$.

In an ideal situation, the time stamps of all trajectories in the bundle are exactly the same, but this is usually not the case. Generally, trajectories are collected with different or irregular sampling rates, at different times, and data can be missing as well. In between time stamps, we have no information about the actual movement path of the entity. The standard assumption can be that the entity moves with constant velocity from a time-stamped point to the next time-stamped point in a straight line. This assumption leads to an approximation of the actual data, which becomes more inaccurate when sampled at longer intervals. As a result, the path of a trajectory is considered as a polygonal curve with n edges that can self-intersect, and can have repeated vertices at the same location if the entity stands still. The number of points defining a trajectory is usually much larger than the number of trajectories in a bundle $n \gg m$.

1.2. Motivation

Various methods for trajectory analysis have been developed in different fields of science including computational geometry and data mining. Trajectory data sets can be analyzed in a variety of ways. They are usually clustered into a collection of subsets that have a high similarity regarding (a) certain property(-ies), such as location. Nevertheless, processing large amounts of trajectory data is a challenge. Trajectory data compression can be regarded as a solution to address this problem, particularly for the trajectories with huge sampled data points to improve the efficiency of computations. This compression can be carried out for individual trajectories, but in most applications, the data contains similar bundle of trajectories in terms of space and/or time, and as such, an alternative method would be to compress a trajectory bundle to represent similar trajectories with a single representative trajectory. We call this

representative trajectory a middle trajectory without loss of generality. Furthermore, using a single representative trajectory enables processing data in a simple, robust and more predictive way. As an example, a representative trajectory for an specific route can be used to predict where a vehicle will be at a certain time. Alternative applications of middle trajectories include clustering and visualizations. As an example, a middle trajectory can act as the medoid in *k-medoid* clustering. In the context

of visualization, instead of showing a large collection of trajectories, one may identify subsets of similar ones, and replace them by a middle trajectory whose width is determined by the size of the subset.

1.3. Problem Definition

Given a set of m trajectories $T = \{T_0, \dots, T_{m-1}\}$ with the same source and destination points s and d , we want to find a representative trajectory T_r that minimizes a defined distance function to all trajectories $T_i, 0 \leq i < m$ in the set and T_r contains points from input trajectories. In case not specified otherwise, the distance function is defined as the Euclidean distance between trajectories.

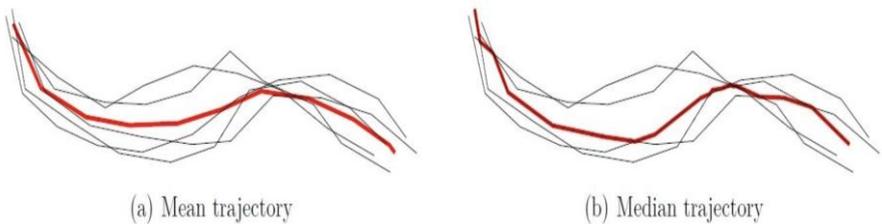


Fig. 1: Examples of (a) Mean trajectory (b) Median trajectory

A representative trajectory has to be in the middle of all trajectories in the bundle. However, we first have to define what is considered middle. There are two main types of interpretations of what a middle trajectory is for a set of input trajectories: *median* and *mean* trajectory [2]. They can produce a trajectory that is in the middle, regarding space or time, or both. There could be different interpretations for the definitions of mean and median here compared to the standard arithmetic definitions of these parameters, however the general intuition remains the same. The main difference between a mean and a median trajectory is that the latter uses only points of the input trajectories. An alternative definition for a median trajectory is to use only the edges of the trajectories present in the input set, or parts of the edges, and switch at intersections [1].

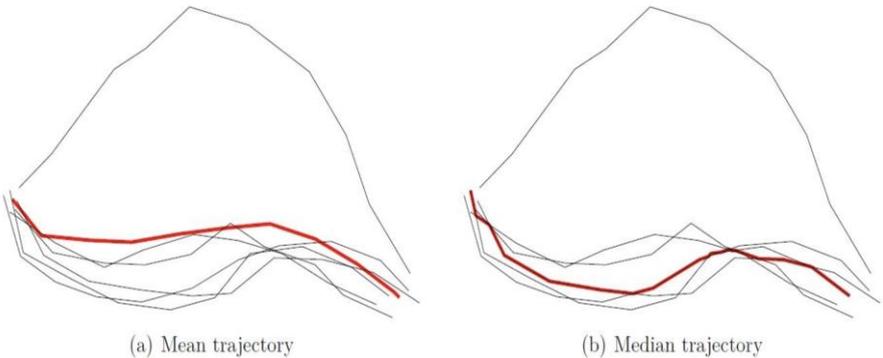


Fig. 2: Effects of outliers on (a) Mean trajectory (b) Median trajectory

Both mean and median trajectories have their own applications. Mean trajectory which is based on the spatial component of the input trajectories looks more accurate compared to a trajectory that is restricted to one of the inputs. Nevertheless, there can be a strong reason why one prefers a median trajectory over the mean one. A typical example would be for moving objects that have to avoid obstacles. The same property should also hold for the middle trajectory. If no information about the obstacles is known in advance, then the only way to ensure that the representative trajectory crosses no obstacle is to use parts of the original input trajectories. On the other hand, if such information is known, then it may

also be possible to use this information and make the mean path go around the obstacles. Fig. 1 shows examples of mean and median trajectories. The median one follows the existing trajectories and thus avoids potential obstacles if any is defined. The mean trajectory does not necessarily follow the input trajectories and may pass through obstacles. One major disadvantage for mean trajectory is its sensitivity to outliers. Data sets of input trajectories containing substantially diverging measurements will influence a calculated mean trajectory. Fig. 2 shows an example of this phenomenon.

References.

- [1] Buchin, K., Buchin, M., van Kreveld, M., Löffler, M., Silveira, R., Wenk, C., Wiratma, L., Median Trajectories, *Algorithmica* 66(3), pp. 595–614, July 2013.
- [2] Vermeulen, T., Algorithms for finding a middle trajectory, Master's Thesis, TU Eindhoven, October 2013.

ВИКОРИСТАННЯ ПОЗИТИВНО ВИЗНАЧЕНИХ МАТРИЦЬ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

А.О. АНТОНЮК,
Університет державної фіскальної служби
України, Ірпінь Київської області, Україна

[tolik @ukr.net](mailto:tolik@ukr.net)

Н.Г. АНТОНЮК,
Національний університет «Києво-Могилянська академія»,

Київ, Україна

[tolik @ukr.net](mailto:tolik@ukr.net)

Т.В. БЄЛИХ,

Інститут кібернетики НАН
України, Київ, Україна

krainaz@ukr.net

***Анотація.** Приводяться особливості задачі мінімізації матричних функцій як задачі негладкої оптимізації. Розглядаються приклади задач мінімізації функцій на множині позитивно визначених матриць. Пропонується процедура зведення задачі мінімізації на множині матриць до задачі мінімізації в просторі більшої розмірності.*

***Ключові слова:** мінімізація матричних функцій, позитивно визначена матриця, негладка оптимізація, нев'язка, ортогональна матриця.*

В [1,2] розглядаються задачі мінімізації матричних функцій. Під задачею мінімізації матричної функції (або матричної оптимізації) розуміється така задача, яку зручно формулювати в термінах матричного обчислення. Багато важливих характеристики матриць (власні числа симетричних квадратних матриць, їх суми) представляють собою негладкі функції від елементів матриць. Тому матричні задачі оптимізації часто виявляються негладкими, що ускладнює їх розв'язки класичними методами. Одна з перших робіт, в якій вивчалися властивості субградієнтів негладких функцій, що виникають у зв'язку з обмеженнями позитивної визначеності, коли

обрані параметри входять лише в діагональні елементи матриць, була робота Флетчера [3]. В роботі [4] описані властивості деяких матричних функцій і наведені алгоритми розв'язку матричних задач математичного програмування. Один з найбільш практично ефективних алгоритмів розв'язання такого роду задач – r -алгоритм [5].

Якщо розглянути задачу

$$\min \{f(x) \mid f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, k, x \in M\},$$

де $x \in R^n$, f, f_i – опуклі неперервні функції, M – опукла множина, то неважко побачити, що до неї зводяться такі матричні екстремальні задачі на графах: знаходження оцінки максимально зваженої внутрішньо стійкої множини вершин графа $G(V, E)$ і побудова оцінки максимального розрізу графа. Наприклад, в першій задачі цільова функція $f(x) = \lambda_{\max}(A(x))$, $\varphi(x) = -\lambda_{\min}(B(x))$, где $\lambda_{\max}, \lambda_{\min}$ – максимальні і мінімальні власні значення матриці, $A(x) = W + U(x)$, $B(x) = 2I + U(x)$, W – вагова матриця, $U(x)$ – матриця, в якій елементи, що відповідають E , змінні, інші – нульові (вершини графа з'єднані послідовно), $\varphi(x) = \max f_i(x)$. Тут для перевірки виконання умови позитивної визначеності матриці B використовується критерій $\lambda_{\min} \geq 0$. Так як $\lambda_{\min}(B)$ – вгнута функція від елементів матриці, то $\varphi(x)$ – опукла функція від параметра x , причому цільова функція задачі також буде опуклою. Тому для її розв'язку можна застосовувати вищеповисаний алгоритм.

Вищевказані задачі на графах відносяться до задач мінімізації матричних параметричних функцій з обмеженнями на позитивну визначеність. Більшість таких задач, як було зазначено раніше, є негладкими. В роботі [6] побудований алгоритм розв'язку загальної матричної задачі оптимізації, що використовує штрафні функції. Якщо всі функції задачі неперервно диференціюються, то алгоритм індукує послідовність, що сходиться до стаціонарної точки вихідної задачі. Тобто знаходиться точка, в якій виконуються умови Каруша – Куна – Таккера [1].

Серед інших оптимізаційних матричних задач відзначимо також задачі мінімізації деякої функції $f(A)$, де матриця A порядку n , визначається видом обмежень на елементи цієї матриці – вони повинні бути такими, щоб матриця A була позитивно визначеною.

Але обмеження такого виду неможливо представити в традиційному для оптимізаційних задач вигляді типу, наприклад $g(x) \leq 0$.

Розглянемо приклади математичних моделей, що використовують саме позитивно визначені матриці.

При розробці моделей масопереносу в процесах адсорбції багатокомпонентних сумішей речовин із розчинів найбільш розповсюдженими вважаються два підходи. В першому з них моделі представляються у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь, яка має вигляд [7]

$$\dot{x} = B(\Phi(x) - x),$$

де $x \in E^n$, $\Phi(x)$ – відома вектор-функція рівноважних концентрацій, x – вектор концентрацій речовин, B – матриця $(n \times n)$. Аналіз закономірностей кінетики адсорбції та розробка методів розрахунку технології розділення сумішей речовин вимагають знання чисельних величин елементів саме матриці коефіцієнтів B . Задача ідентифікації матриці B може бути зведена до оберненої задачі, тобто до задачі мінімізації функції нев'язки

$$F(B) = \sum_{i=1}^N \|x_{i \text{ exp}} - x(t_i, B)\|^2$$

де $x_{i \text{ exp}}$ – експериментально отримані значення концентрацій, $x(t_i, B)$ – значення концентрацій, які отримуються як розв'язок системи рівнянь в моменти часу t_i при певних значеннях матриці B .

Проте елементи матриці B не можна обирати довільно. Це пов'язано з тим, що реальний процес повинен бути стійким в околі точки x_* , для якої $\Phi(x_*) = x_*$. Тобто в процесі мінімізації нев'язки матрицю B слід вибирати таким чином, щоб матриця (похідна правої частини системи) $-B(\Phi'(x_*) - I)$ мала власні числа з позитивними дійсними частинами. Зрозуміло, що якщо вона буде позитивно визначеною, то така вимога буде автоматично виконуватися.

Нехай $\{A\}$ – множина позитивно визначених матриць. Тоді, вважаючи, що існує $(\Phi'(x_*) - I)^{-1}$, для будь-якої матриці $A \in \{A\}$ покладемо

$$B(A) = -A(\Phi'(x_*) - I)^{-1},$$

і бачимо, що матриця $-B(A)(\Phi'(x_*) - I) = A$ буде завжди позитивно визначеною за способом побудови. Отже, задача мінімізації нев'язки

тепер звелася до задачі мінімізації функції $F(B(A))$ на множині позитивно визначених матриць.

Інший підхід до моделювання процесів масопереносу пов'язаний із заданням густин дифузійних потоків компонентів суміші у вигляді узагальненого закону Фіка. В цьому випадку рівняння кінетики адсорбції будуть рівняннями з частковими похідними [8]. Тут надамо розв'язок такої системи рівнянь

$$\bar{x} = \left(I - \frac{6}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \exp\left(-\frac{m^2 \pi^2 t}{r_0^2} D\right) \right) x_0,$$

де \bar{x} – середня по об'єму сферичної частинки радіуса r_0 величина адсорбції, x_0 – початкова концентрація речовин. В подальшому формується функція нев'язки, аналогічна попередній задачі. Але, як бачимо, вона також містить матрицю D , яка також повинна бути позитивно визначеною як умова збіжності наведеного матричного ряду.

Далі розвиваються ідеї із [7,8] побудови такої процедури, яка дозволяє установити взаємнооднозначну залежність між позитивною визначеністю матриці A (тобто змінною цільової функції) і деяким довільним «довгим» вектором x розмірності n^2 . «Довільність» вектора x означатиме, що в задачі оптимізації на змінну не буде обмежень.

Введемо деякі поняття. Квадратна дійсна матриця називається позитивно (негативно) визначеною [9], якщо $(Ax, x) > 0$ ($(Ax, x) < 0$) для будь-яких $x \neq 0$. Відомо також [9], що будь-яка дійсна матриця A може бути єдиним чином представлена у вигляді суми симетричної A_c та кососиметричної A_k матриць, тобто $A = A_c + A_k$, причому $A_c = (A + A^*)/2$ і $A_k = (A - A^*)/2$. Тут A^* – транспонована до A матриця. Крім того, матриця A буде позитивно визначеною тоді і тільки тоді, коли її симетрична складова A_c також буде позитивно визначеною.

Далі, як відомо [9], будь-яку дійсну симетричну матрицю A_c завжди можна привести до діагонального вигляду Λ деяким ортогональним перетворенням U , тобто $U^* A_c U = \Lambda$. Таким чином, задаючи матриці Λ з позитивними елементами і змінюючи ортогональне перетворення U якімось чином, можна завжди отримати позитивно визначені симетричні матриці $A_c = U \Lambda U^*$.

Нехай деякий $x \in E^N$, де E^N – евклідів простір і $N = n(n-1)/2$. Якщо Λ – діагональна матриця, то позначимо через λ вектор з

відповідними їй компонентами, причому $\lambda \in E^n$. В [7] запропоновано спосіб побудови ортогонального перетворення U , за допомогою якого кожному N -вимірному вектору $x \in E^N$ ставиться у відповідність матриця $U(x)$. Тоді $A_c(x, \lambda) = U(x)AU^*(x)$. Тобто, вдається побудувати матрицю A_c за допомогою довільних векторів x і λ . Далі, розміщуючи елементи N -вимірному вектора z на місцях під головною діагоналлю матриці A_k і ці ж елементи зі знаком мінус над головною діагоналлю, отримаємо кососиметричні матриці $A_k(z)$ з нульовою діагоналлю. Тобто для матриці A отримано наступне представлення $A = U(x)AU^*(x) + A_k(z)$, причому на змінні (x, λ, z) не накладаються ніякі обмеження.

В результаті функція $f(A)$, яку необхідно мінімізувати, набуває вигляду

$$f(A) = f(U(x)AU^*(x) + A_k(z)),$$

а процес мінімізації буде проходити в просторі змінних (x, λ, z) загальної розмірності n^2 .

Таким чином, запропоновано процедуру, яка дозволяє звести задачу мінімізації функції $f(A)$ на множині позитивно визначених матриць $\{A\}$ до задачі мінімізації більшої роозмірності.

Література

1. О матричных задачах оптимизации [Електронний ресурс] / Э.И. Ненахов // Теория оптимальных решений. – 2010. – № 9. – С. 79-85. – Режим доступа: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Tor_2010_9_12.
2. Ненахов Э.И. Методы решения негладких выпуклых задач математического программирования и их приложения: Дис... д-ра физ.-мат. наук: 01.05.01 / НАН Украины; Институт кибернетики им. В.М.Глушкова. - К., 2000. - 318 л. - Библиогр.: л. 299-318.
3. Fletcher R. Semidefinite matrix constrains in optimization // SIAM J. Control Optim. – 1985. – 23. – Р. 493–513.
4. Шор Н.З. Задачи минимизации матричных функций и недифференцируемая оптимизация // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 1995. – 2, вып. 1. – С. 113–138.

5. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложение. – Киев: Наук. думка, 1979. – 199 с.
6. Kanzow C., Nagel C., Kato H., Fukushima M. Successive linearization methods for nonlinear semidefinite programs // Computational Optim. And Appl. – 2005. – 31. – P. 251–273.
7. Михалевич В.С., Редковский Н.Н., Антонюк А.А. Некоторые методы минимизации на множестве неотрицательно определенных матриц // Кибернетика. - 1986. - № 6. – С. 84-97.
8. Антонюк А.А., Марутовский Р.М., Редковский Н.Н. Численное решение обратной задачи нестационарной массопроводности многокомпонентных смесей // Инженерно-физический журнал. – 1987. – Т. 53, №1. – С.113-117.
9. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: [Наука](#), [1967](#). – 576 с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОРГАНИЗМА ДЛЯ ИМИТАЦИИ ТЕЧЕНИЯ ВИРУСНОГО ЗАБОЛЕВАНИЯ

Н.И. АРАЛОВА, Е.М. КЛЮЧКО*,
В.И. МАШКИН, И.В. МАШКИНА**

Институт кибернетики им.В.М. Глушкова НАН Украины,

*Национальный авиационный университет

**Киевский университет им. Б. Гринченко

Киев, Украина

[i.mashkina @kubg.edu.ua](mailto:i.mashkina@kubg.edu.ua)

***Аннотация.** Представлена математическая модель взаимосвязи и взаимовлияния функциональных систем организма для имитации течения вирусного заболевания, состоящая из математических моделей транспорта и массообмена респираторных газов, самоорганизации системы дыхания и кровообращения, теплообмена, иммунного отклика*

***Ключевые слова:** математическая модель системы дыхания; математическая модель иммунного отклика, математическая модель терморегуляции, имитация течения вирусного заболевания*

Математическая модель ФСД. Сейчас одна из наиболее актуальных проблем медицины – это создание эффективных средств для борьбы с коронавирусной инфекцией SARS -CoV-2. В настоящее время на практике применяются нелицензированные препараты и экспериментальное лечение, хотя назначения терапий должны основываться на клинических исследованиях, подтверждающих эффективность того или иного препарата [1]. Поэтому представляется обоснованным применить имитационное моделирование процесса течения заболевания и воздействия фармакологическими препаратами.

Для имитации гипоксического состояния, вызванного вирусом SARS-CoV-2 предлагается использовать интегрированную математическую модель функциональной системы дыхания и кровообращения, терморегуляции и иммунного ответа для прогнозирования течения вирусного заболевания.

В общем виде математическую модель функциональной системы дыхания можно представить в виде

$$\frac{dp_i^{(1)}}{d\tau} = \varphi(p_i^{(1)}, p_i^{(2)}, \eta_i, \dot{V}, Q, Q_{t_i}, G_{t_i}^{(1)}, q_{t_i}^{(1)}) \quad (1)$$

$$\frac{dp_i^{(2)}}{d\tau} = \psi(p_i^{(1)}, p_i^{(2)}, \eta_i, \dot{V}, Q, Q_{t_i}, G_{t_i}^{(2)}, q_{t_i}^{(2)}) \quad (2)$$

где функции φ и ψ детально описаны в [2,3], \dot{V} - вентиляция, η - степень насыщения гемоглобина кислородом, Q - объемная скорость системного и Q_{t_i} - локальных кровотоков, $q_{t_i}^{(1)}$ - скорость потребления кислорода, $q_{t_i}^{(2)}$ - скорость выделения углекислого газа в i - ом тканевом резервуаре. Скорости $G_{t_i}^{(1)}$ потока кислорода из крови в ткань и $G_{t_i}^{(2)}$ углекислого газа из ткани в кровь. Активными механизмами саморегуляции в модели являются дыхательные мышцы, сердечные мышцы и гладкие мышцы сосудов, соответственно управляющими параметрами в динамической системе являются V , Q , Q_{t_i} , $i = \overline{1, m}$, которые определяются в результате решения задачи оптимального вывода возмущенной динамической системы в устойчивое равновесное состояние, характеризующееся соотношениями:

$$G_{t_i}^{(1)} - q_{t_i}^{(1)} = 0, \quad G_{t_i}^{(2)} + q_{t_i}^{(2)} = 0 \quad i = \overline{1, m}. \quad (3)$$

Оптимальными считаются такие значения управляющих параметров, которые обеспечивают минимум

$$I = \int_{t_0}^T \left(\rho_1 \sum_{t_i} \lambda_{t_i} (G_{t_i}^{(1)} - q_{t_i}^{(1)})^2 + \rho_2 \sum_{t_i} \lambda_{t_i} (G_{t_i}^{(2)} + q_{t_i}^{(2)})^2 \right) dt \quad (4)$$

при ограничениях

$$\dot{V}^{\min} \leq \dot{V} \leq \dot{V}^{\max}, \quad Q^{\min} \leq Q \leq Q^{\max}, \quad Q_{t_i}^{\min} \leq Q_{t_i} \leq Q_{t_i}^{\max}, \quad \sum_{t_i} Q_{t_i} = Q.$$

В (4) ρ_1, ρ_2 – коэффициенты чувствительности организма к нехватке кислорода и избытку углекислоты, λ_{t_i} характеризуют функционально–морфологические особенности тканевого региона.

Математическая модель иммунного отклика. Динамика процесса инфекционного поражения организма представлена системой обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с запаздыванием [4]. Рассмотрим одно из уравнений системы, а именно:

$$\frac{dm}{d\tau} = \sigma v(1 - m) - \mu_m, \quad (5)$$

$m(\tau)$ - относительная характеристика пораженного органа. Патологическое состояние, развивающееся в организме при инфекционном поражении, можно рассматривать как возмущение при моделировании системы кровообращения. Тогда σ и μ_m в (5) – функции зависящие от Q_{t_i} . При рассмотрении совместного моделирования системы дыхания, кровообращения и иммунной системы и их регуляции, необходимо добавить в критерий качества регуляции в подынтегральное выражение член

$$\rho_{\eta_i} f_i^2(m(\tau), V(\tau)), \quad (6)$$

где ρ_{η_i} - коэффициент, характеризующий степень влияния типа моделируемого заболевания, на уровень газового гомеостаза. Функция $f_i((m, V))$ определяет степень поражения органа - мишени в текущий момент.

Математическая модель терморегуляции. Качество процесса регулирования теплообмена [5] оценивается по способности системы обеспечивать минимум функционала

$$J = \int_{\tau_0}^{\tau^*} \left[\sum_{t_i} \varpi_{t_i} \theta_{t_i}^2(\tau) + \sum_{t_i} \omega_{t_i} (\mu_{t_i}(\tau) - \mu_{t_i}^N)^2 \right] d\tau, \quad (7)$$

где первое слагаемое характеризует нарушение теплового баланса во всех рассматриваемых тканевых регионах, второе – энергетические затраты организма. Здесь ϖ - коэффициенты чувствительности

отдельных тканей к тепловому дисбалансу, ω - к дисбалансу и энергозатратам, μ_i -скорость теплопроизводства в мышцах. Система теплопроизводства в этой модели представляется как регулируемая динамическая система, целью регуляции является вывод возмущенной системы в некоторое равновесное состояние, при котором для всех тканевых регионов выполняется соотношение

$$\theta(\tau) = \mu_i - G(T(\tau)) - D_{i,t_{i-1}}(\tau) + D_{i,t_{i+1}}(\tau) = 0, \quad (8)$$

$G_{EV}(\tau)$ - испарение с поверхности кожи, $D_{i,t_{i-1}}(\tau)$, $D_{i,t_{i+1}}(\tau)$ - тепловые потоки, формирующие теплопередачу между соседними тканевыми регионами.

Заключение.

В настоящий момент разработка имеет лишь теоретический характер и требует дальнейшего уточнения при тесном сотрудничестве с медиками. Вместе с тем, имитация на модели развития инфекционного заболевания и связанного с ним гипоксического состояния, это один из возможных и достаточно эффективных инструментов для решения комплекса задач, связанных с поддержкой пациентов при острой дыхательной и сердечной недостаточности, вызванной осложнениями при заболевании COVID-19

Литература

1. Комісаренко С.В. Світова коронавірусна криза. К.:ЛІАТ&К.2020. - 120 с.
2. Онопчук Ю.Н. Гомеостаз функциональной системы дыхания как результат внутрисистемного системно-средового информационного взаимодействия Биозомедицина. Единое информационное пространство .Киев.2001.С.59-104.
3. Aralova N.I., Klyuchko O.M., Mashkin V.I., Mashkina I.V., Semchyk, T. A. Integrated mathematical model for imitation of the course of viral disease and correction of the induced hypoxic state. *Biotechnologia Acta*. 2020. 13. 3. 30-44 DOI:10.15407/biotech13.03.030
4. Marchuk G.I., Mathematical model of antiviral immune response / G.I. Marchuk, R.V. Petrov, A.A. Romanyukha, G.A. Vocharov.. *J. Theor. Biol.*, 1991. Vol. 151, № 1. P. 1–40.
5. Лозийчук Н.Г. Математические модели и системы терморегуляции организма и их анализ / Н.Г. Лозийчук, Ю.Н. Онопчук // *Кибернетика и системный анализ*. – 1995. - № 4. – С. 152 – 160

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ ПАНДЕМИИ НА ПРОДОВОЛЬСТВЕННУЮ БЕЗОПАСНОСТЬ

К.Л. АТОЕВ,
Институт кибернетики НАН
Украины, Киев, Украина
konstantin_atoiev@yahoo.com

***Аннотация.** Предложена математическая модель для исследования взаимосвязи производства продовольствия, его транспортировки и медицинских последствий эпидемий. Определены условия, при которых она сводится к модели метастабильного хаоса Лоренца. Особенностью модели является суперпозиция квазистохастических аттракторов и возмущений, описываемых винеровскими процессами.*

***Ключевые слова:** стохастические процессы, оптимальное управление, экономико-математические модели, модель Лоренца, продовольственная безопасность*

Как показала пандемия COVID-19, противоэпидемические мероприятия становятся тяжелым бременем для экономики, так как затрагивают целый комплекс экологических, экономических и социальных процессов, влияющих на благосостояние общества, экономическую активность и продовольственную безопасность. Борьба с пандемией становится невозможной без исследования ее влияния на экономику, позволяющее с помощью математических моделей определить эффективные стратегии минимизации количества жертв и экономического ущерба при различных сценариях развития эпидемии.

Противоречивость данных о природе вируса и путях его распространения создает дополнительную проблему, поскольку неполнота выборки и стохастическая природа эпидемической системы снижают эффективность традиционных статистических методов. Поэтому особую актуальность приобретает разработка стохастических моделей, позволяющих учесть влияние случайных возмущений, которые становятся дополнительными факторами увеличения уровня нестабильности.

Вводимые при пандемии локдауны, транскордонные и внутренние ограничения передвижения, приводят к снижению качества и количества рабочих мест в цепочках поставок продовольствия, замедляют функционирование этих цепочек, ограничивают доступ к продовольствию. Сокращается как спрос, так и предложение вследствие снижения экономической активности и роста безработицы. Поэтому модель для изучения влияния пандемии на продовольственную безопасность должна включать наряду с блоком, описывающим эпидемическую часть проблемы, блоки производства и доставки продовольственных ресурсов. Модель должна учитывать стохастическую природу распространения вируса, и позволять рассчитывать динамику спроса и предложения, количества рабочих мест и количество производимой продукции. В качестве такой модели будет использована три секторальная модель Лоренца, которая в [1-3] применялась для исследования взаимосвязи продовольственных, водных и энергетических ресурсов.

Рассмотрим три производственные системы (ПС), которые имеют отношение к производству продовольствия, его доставке и медицинской инфраструктуре. В условиях конкуренции между ними за рабочую силу, рост производства в одной отрасли будет тормозить создание рабочих мест в других. Изменчивость урожайности сельскохозяйственных культур, колебания цен на энергоносители, изменения баланса водных ресурсов, вызванных погодными условиями, введение новых технологий, которые значительно меняют производительность рабочих мест, и глобальные пандемии инфекционных заболеваний - все это провоцирует случайные возмущения, которые становятся дополнительными факторами увеличения уровня структурных нарушений в ПС. Стохастическая три секторальная модель Лоренца имеет следующий вид:

$$\varepsilon_i \frac{dx_i}{dt} = \sigma_i (y_i - x_i) + \delta_i \dot{w}_{i1}, \quad \varepsilon_i \frac{dy_i}{dt} = r_i x_i F_i(x_1, x_2, x_3) - y_i + \delta_i \dot{w}_{i2},$$

$$\varepsilon_i \frac{dz_i}{dt} = x_i y_i - b_i z_i + \delta_i \dot{w}_{i3},$$

где x_i , y_i , z_i – соответственно безразмерные переменные, которые зависят от уровней производственной функции, количества рабочих

мест и нарушений ($i = 1, 2, 3$ – соответственно для ПС производства продовольствия ресурсов, их транспортирования и медицинской инфраструктуры), адаптационных возможностей, числа нарушений, спросов и предложений на увеличение числа рабочих мест и продукцию i -ой ПС; $w_{i,j}(t)$ – независимые стандартные винеровские процессы с параметрами $E(w_{ij}(t)-w_{ij}(s))=0$, $E(w_{ij}(t)-w_{ij}(s))^2=|t-s|$, δ_j – интенсивности возмущений ($j = 1, 2, 3$). Процессы в различных ПС могут протекать с различными скоростями, масштабирование времени по секторам осуществляется с помощью параметров ε_i .

Определены условия возникновения детерминированного хаоса в данной модели. Рассмотрена задача оптимального управления с целью минимизации нарушений. Для численного решения задачи использовался модифицированный метод случайного поиска - метод стохастического градиента. Как следует из результатов моделирования, минимизация числа структурных нарушений достигается при одновременном выполнении следующих условий: 1) снижении соотношения удельных предложений на продукцию ПС и рабочих мест в ней; 2) снижении соотношения удельных спросов и предложений: а) на продукцию ПС, б) на количество рабочих мест в ПС; 3) увеличении, а затем уменьшении удельного предложения рабочих мест в ПС.

Отличительной особенностью предложенной модели является суперпозиция квазистохастических странных аттракторов Лоренца и случайных возмущений, описываемых винеровскими процессами. Рассмотрено влияние случайных возмущений на стохастическую деформацию детерминированных аттракторов модели Лоренца. Показано, что траектории стохастической системы при случайных возмущениях покидают детерминированный аттрактор и образуют вокруг него некоторый пучок с соответствующим вероятностным распределением.

Уровень продовольственной безопасности определяется с помощью метода гладких функций, с помощью индикаторов, являющихся функциями переменных рассмотренной модели. Он зависит от степени приближения их значений к бифуркационным значениям, по достижении которых нарушается сбалансированность системы, и она переходит в своем развитии из одного устойчивого состояния в другое.

Рассмотрена возможность дальнейшего усложнения модели за счет учета других секторов экономики с помощью модели Лоренца в комплексной форме. Задача исследования n секторов экономики сводится в этом случае к рассмотрению поведения ансамбля n связанных осцилляторов, генерирующих колебания с частотами ω_n соответственно. Коллективная синхронизация данных осцилляторов может быть исследована с помощью модели Курамото. Задача управления социально-экономическим развитием в условиях возникновения хаотических режимов сводится для комплексной модели к управлению частотой поля с ненулевым средним, которое генерируется связанными осцилляторами.

Литература.

1. Atojev K., Knopov P., Pepeliaev V. et al. The mathematical problems of complex systems investigation under uncertainties //Recent advanced in information technologies / Ed. W.Wojcik & Jan Sikora – London: Taylor & Francis Group, 2018. – P. 135 – 171.
2. Food, energy and water nexus: methodology of modeling and risk management / Atojev K.L., Golodnikov A.N., Gorbachuk V.M., Ermolieva T.Yu., Ermoliev Yu.M., Kiriljuk V.S., Knopov P.S., Pepeljaeva T.V. // FEW Nexus for Sustainable Development: Integrated Modeling & Robust Management/ Eds by Zagorodny A.G., Ermoliev Yu.M., Bogdanov V.L., Ermolieva T.Yu. et al. – Kyiv: Akadempriodyka, 2020. –P. 250–302.
3. Атоев К.Л., Вовк Л.Б., Шпига С.П. Исследование взаимосвязи продовольственных, энергетических и водных ресурсов с помощью трехсекторальной модели Лоренца // Проблемы управления и информатики. – 2021. –№ 3. – С. 141–152.

ЭТИЧЕСКИЕ ИННОВАЦИИ ИЗ ИСТОРИИ ПОЛИТИЧЕСКОЙ ИНДУСТРИИ ЧЕРЕЗ УПРАВЛЕНИЕ РИСКАМИ

И. О. БАГРАТИОНИ

Батумский государственный университет

Шота Руставели , Грузия, Батуми

irma.bagrationi@bsu.edu.ge

Аннотация. В данной статье подчеркивается, что специфика этики как регулятора социальных отношений заключается в том, что она действует изнутри. Моральное регулирование носит, как говорят психологи, оценочно-императивный характер, т. е. в оценке поступков человека содержится их одобрение либо порицание. Общие нормы морали получают выражение в зафиксированных представлениях [заповедях, принципах, кодексах] о том, как следует поступать и чего нельзя делать. Когда говорят об этике, то имеют в виду суждения о правильном и неправильном, о хорошем и плохом, о добре и зле, о справедливости и несправедливости. Сила моральных требований и ответственности, всегда безусловных по форме и строгих по содержанию, в том, что человек должен обращать их к себе и только через опыт собственной жизни предъявлять другим. Риск-менеджмент включает в себя стратегию и тактику управления. Под стратегией управления понимаются направление и способ использования методов для достижения поставленной цели. Этому способу соответствует определенный набор правил и ограничений для принятия решения. Стратегия позволяет сконцентрировать усилия на вариантах решения, не противоречащих принятой стратегии, отбросив все другие варианты. После достижения поставленной цели стратегия как направление и средство ее достижения прекращает свое существование. Новые цели ставят задачу разработки новой стратегии. В организациях формирование базисных ценностей проходит долгий путь трансформации, в результате чего они, как правило, становятся их потребностями или обязательствами перед обществом. В этом смысле базисные этические ценности носят прагматичный, рациональный харак-

ктер, и их выбор определяется спецификой каждой организации.

Ключевые слова: *Этические инновации, ответственность, политическая индустрия, методы рискованного решения, управление рисками, искусство получения информации.*

Как известно, мораль *это* совокупность норм, установок и предписаний, которыми руководствуются люди в своем реальном поведении в различных жизненных сферах, включая и трудовую деятельность. Одна из самых древних заповедей - называемая «золотым правилом морали» - гласит: «не делайте другим то, что вы не желаете для себя, и поступайте с другими так, как хотели бы, чтобы с вами поступили» [1]. Связь морали, этики и организационной культуры можно представить в виде трех расположенных друг в друге сфер. При этом мораль составляет сердцевинную сферу, являющуюся основой для сферы этики, которая, в свою очередь, является основой для сферы организационной культуры. Перед глобальными опасностями, угрожающими самому существованию человечества, ответственное отношение к морали, признание приоритета этических ценностей является выбором, не имеющим разумной альтернативы. Наши представления о моральных ценностях, о том, что достойно похвалы и что заслуживает осуждения, сложились, главным образом, на основе восприятия человека как существа нравственного. Мы знаем, что значит назвать человека нравственным.

Следует отметить тот факт, что в глоссарии Европейского фонда управления качеством этика организации определена как нравственные устои, взятые на вооружение и соблюдаемые всеми работниками данной организации [2]. Базируясь на общечеловеческих ценностях, этические нормы деловых отношений выступают одним из главных критериев оценки профессионализма, как отдельного сотрудника, так и организации в целом. Социально-этические проблемы организации проявляются в поведенческих процессах, которые совместно с операционными и административными, образуют систему общего менеджмента. Наиболее характерными примерами поведенческих процессов являются принятие управленческих решений в информационном мире коммуникации. Именно эти процессы формируют поведение, как отдельных работников, так и целых групп. Принятие многих управленческих решений связано с морально-этическими дилеммами, к числу которых можно отнести: выбор между краткосрочной выгодой и долгосрочным результатом; соотношение целей и средств их достижения; соотношение материальных и духовных ценностей; соотношение личных и общественных интересов. Коммуникация, т.е. [3] процесс двустороннего

обмена сообщениями делового содержания между работниками, играет важную роль в функционировании организации. Специалисты различают следующие виды коммуникаций в организации.

Следует отметить тот факт, что процесс воздействия субъекта на объект управления, т.е. сам процесс управления, может осуществляться только при условии циркулирования определенной информации между управляющей и управляемой подсистемами. Процесс управления независимо от его конкретного содержания всегда предполагает получение, передачу, переработку и использование информации. В менеджменте риска получение надежной и достаточной в данных условиях информации играет главную роль, так как оно позволяет принять конкретное решение по действиям в условиях риска. Итак, можно говорить о том, информационное обеспечение функционирования менеджмента риска состоит из разного рода и вида информации: статистической, экономической, коммерческой, финансовой и т.п. Эта информация включает осведомленность о вероятности того или иного страхового случая, страхового события, наличии и величине спроса на товары, на капитал, финансовой устойчивости и платежеспособности своих клиентов, партнеров, конкурентов, ценах, курсах и тарифах, в том числе на услуги страховщиков, об условиях страхования, о дивидендах и процентах и т.п. [4]

На основании вышеизложенного материала можно сделать следующие выводы: прогнозирование в менеджменте риска представляет собой разработку на перспективу изменений финансового состояния объекта в целом и его различных частей. Прогнозирование - это предвидение определенного события. Оно не ставит задачу непосредственно осуществить на практике - разработанные прогнозы. Особенностью прогнозирования является также альтернативность в построении финансовых показателей и параметров [5], определяющая разные варианты развития финансового состояния объекта управления на основе наметившихся тенденций. В динамике риска прогнозирование может осуществляться как на основе экстраполяции прошлого в будущее с учетом экспертной оценки тенденции изменения, так и на основе прямого предвидения изменений. Эти изменения могут возникнуть неожиданно. Управление на основе предвидения этих изменений

требует выработки у менеджера определенного чутья рыночного механизма и интуиции, а также применения гибких экстренных решений [6]. Организация в менеджменте риска представляет собой объединение людей, совместно реализующих программу рискованного вложения капитала на основе определенных правил и процедур. К этим правилам и процедурам относятся: создание органов управления, построение структуры аппарата управления, установление взаимосвязи между управленческими подразделениями.

Итак, регулирование в менеджменте риска представляет собой воздействие на объект управления, посредством которого достигается состояние устойчивости этого объекта в случае возникновения отклонения от заданных параметров. Регулирование охватывает главным образом текущие мероприятия по устранению возникших отклонений. Координация в менеджменте риска представляет собой согласованность работы всех звеньев системы управления риском, аппарата управления и специалистов. Контроль в менеджменте риска представляет собой проверку организации работы по снижению степени риска. Пособием контроля собирается информация о степени выполнения намеченной программы действия, доходности рискованных вложений капитала, соотношении прибыли и риска, на основании которой вносятся изменения в финансовые программы, организацию финансовой работы, организацию менеджмента риска [7]. Эффективность его функционирования, многовариантность и контроль предполагает анализ результатов мероприятий по снижению степени риска.

Литература:

1. All Men Are Created Equal, An Inaugural Lecture Delivered before the University of Oxford on 10 February 1976 by Jack Philip Greene, Oxford, 1977. – 12 pp.
2. Bayes Thomas, Essay In Bayesian Decision Theory, Series: “Essays on Moral Development”, Published in the Philosophical Transactions of “Royal Society of London”, Volume Three, London, 2003. - p. 1-7.
3. Didmanidze Ibraim, Bagrationi Irma, On Educational Value of Pedagogical Ethics In the Age of Information Technology, II World Congress In Real & Virtual Mode – „East-West: The Intersection of

Cultures“ - Congress Proceedings; Published by “Kyoto Sangyo University Press”, ISBN 978-4-905726-36-4, Japan, Kyoto City, 2019. - pp. 514-520.

4. Didmanidze Ibram, Bagrationi Irma, On Educational Technologies for the Aesthetic Synesthesia Research, Journal “Cross-Cultural Studies: Education and Science (CCS&ES)”, Volume 5, Issue II, ISSN: 2470-1262, Publisher: Beyer Thomas Robert, Vermont: “Middlebury College”, Vermont, USA, 2020. pp. 67-78. DOI: [“10.24411/2470-1262-2020-10078”](https://doi.org/10.24411/2470-1262-2020-10078)
5. Gehl Katherine M. & Porter Michael, the Politics Industry: How Political Innovation Can Break Partisan Gridlock and Save Our Democracy, Cambridge, Published by “Harvard Business Review Press”, ISBN-10: 1633699234 - June, 2020. – 272 pp.
6. Kissinger Alfred Henry, Bicentennial Essay: America and the World: Principle and Pragmatism, New-York, Published by "Time", December 27, 1976. pp. 41-43.
7. Воспроизведено с издания: Николай Николаевич Яковлев, ЦРУ против СССР, Москва, Издательская группа "Правда", 1983. – 290 с.

This publication was completed under the grant - PROJECT CPEA-LT-2016/10003, “Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition”

ТЕСТИРОВАНИЕ ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ОБЛАЧНОЙ И РЕАЛЬНОЙ КЛАСТЕРНЫХ СРЕДАХ

Т.А. БАРДАДЫМ, С.П. ОСИПЕНКО

Институт кибернетики имени В.М. Глушкова

НАН Украины, Киев, Украина

tamara.bardadym@gmail.com, baston888@gmail.com

***Аннотация.** Описаны результаты численного эксперимента по исследованию воспроизводимости биомедицинских вычислений, проведенных с помощью облачного сервиса OpenStack и реального кластера СКИТ-4.5.*

***Ключевые слова:** облачные технологии, воспроизводимые вычисления, платформа кластерная.*

Создание новых технологий обработки данных побуждает исследователей к рациональному выбору сред и средств проведения вычислений. При этом следует заранее осознавать преимущества тех или иных вариантов и возможности переноса вычислений из одной среды в другую. Особое внимание при этом следует обращать на воспроизводимость вычислений независимо от того, где именно проведены расчеты. Ранее авторы получили опыт использования контейнерной технологии Docker для обеспечения воспроизводимости при использовании данных The Cancer Genome Atlas (TCGA) [1]. Следующим шагом является изучение возможностей параллельных вычислений и выбора подходящих технологических подходов. Действительно, поиск информативных признаков на массиве данных геномной экспрессии большой размерности на обычном компьютере иногда длился более десяти часов. Для использования параллельных вычислений надо иметь возможность обеспечить все условия, которые способны поддерживать воспроизводимость таких расчетов на разных платформах. В сравниваемых в этой работе тестовых вычислительных средах используются современные технологии, которые позволяют достичь этой цели. Одна из сред построена с помощью программной системы с открытым кодом OpenStack [2], которая широко используется в мире для создания публичных и частных облачных сервисов, в том

числе научных. Созданная среда представляет собой виртуальный кластер, то есть совокупность виртуальных машин, объединенных в виртуальную сеть, на которых установлено соответствующее программное обеспечение, включая менеджер ресурсов Slurm. Кластер состоит из 4-х вычислительных и одного управляющего узла.

Для численных экспериментов была выбрана задача кросс-валидации модели линейной классификации, построенной с использованием негладкой оптимизации (с применением модуля NonSmoothLC, который был разработан Ю.П. Лаптиным [3] на основе методов негладкой оптимизации [4-5]). Эта задача была выбрана потому, что ее решение требует привлечения большого количества вычислительных ресурсов, а также потому, что позволяет применить модель масштабирования, где отдельные подзадачи могут выполняться независимо друг от друга.

Кросс-валидация классификационной модели была проведена на биомедицинских данных по экспрессии генов. В модель вошли 249 наиболее информативных показателей генной экспрессии, предварительно отобранных из множества 20 тыс. Количество наблюдений равно 152. Расчеты осуществлялись в программной среде R (версия 4.1.1) со всеми необходимыми для проведения кросс-валидации пакетами (включая NonSmoothLC), расположенными в контейнеризированном приложении Singularity. Контейнеризация избавила от необходимости инсталляции среды R и ее библиотек непосредственно на кластере (в случае использования реального кластера для обычного пользователя это было бы невозможно). Кроме того, контейнеризация обеспечила одно из условий портбельности вычислений между виртуальными и реальным кластерными средами. Данные и программный код кросс-валидации были расположены вне контейнера, что позволило использовать адаптированную к кластерным вычислениям версию кода.

Для обеспечения масштабирования вычислений была использована технология MPI. Она применялась для распределения задач между параллельными процессами (контейнерами с R) с использованием языка Python. Приложение на Python запускалось как несколько параллельных процессов, которые, в свою очередь, запускали экземпляры контейнеров для выполнения вычислений, передавая им в качестве параметров индексы наборов данных, на

которых необходимо провести кросс-валидации и другую необходимую информацию. Вычисления проводились с помощью контейнеризированных приложений Singularity. Результаты анализа хранились в виде файлов данных R. Агрегация полученных результатов кросс-валидации проводилась отдельным не параллельным процессом.

Под воспроизводимостью в контексте задачи кросс-валидации понимается возможность получить одни и те же результаты как при изменении параметров масштабирования, так и при проведении вычислений на разных платформах. Проверка была выполнена следующим образом. Результатом кросс-валидации являются показатели: надежности полученной модели (коэффициент F1 Соренсена) [7], величина промежутка между классами и коэффициенты полученной модели (249 коэф. модели + 1 свободный член = 250). Всего 252 переменные, которые проверялись на воспроизводимость для 36 (вариантов данных) * 36 (вариантов количества параллельных процессов) * 5 (серий) = 6480 вариантов вычислений в случае SKIT-4.5 и $36 * 4 * 5 = 720$ вариантов для OpenStack. Фактически проверялась матрица результатов кросс-валидации размером 252 колонок на 7200 строк. Процедура анализа этой матрицы заключалась в подсчете стандартных отклонений для каждого из 252 показателей по каждому из 36-ти вариантов данных, использованных при кросс-валидации (как для каждой среды отдельно, так и для двух сред вместе). В случае абсолютного совпадения результатов суммарное стандартное отклонение равнялось бы нулю. В реальности мы получили среднее значение стандартного отклонения для переменных равным $3.0e-07$. Максимальное стандартное отклонение было равно $7.5e-05$, то есть на воспроизводимость вычислений не повлияло ни их масштабирование, ни перенос расчетов на другую кластерную среду.

Примерно одинаковыми были также показатели нагрузки и использования памяти на этих разновидностях кластеров. Впрочем, следует отметить, что здесь на результат могли повлиять особенности задачи кросс-валидации, которая позволяет применить модель масштабирования, где отдельные подзадачи могут выполняться независимо друг от друга.

Выводы. Проведенное исследование продемонстрировало возможность развертывания на приватном сервере среды OpenStack и создания виртуального кластера Slurm. Тестовые вычисления, проведенные на реальных данных с помощью виртуального кластера и с помощью реального кластера Института кибернетики СКИТ-4.5 продемонстрировали обеспечение портативности и воспроизводимости результатов. Подробная информация о создании виртуального кластера и сравнении вычислений на ней с вычислениями на реальном кластере СКИТ-4.5 опубликована в [6].

Исследование выполнено при поддержке Национальной академии наук Украины (тема ВФ.115.41).

Литература

1. Bardadym T.O., Gorbachuk V.M., Novoselova N.A., Osypenko S.P., Skobtsov V.Yu., Intelligent analytical system as a tool to ensure the reproducibility of biomedical calculations // *Artificial Intelligence*. – 2020. – № 3. – P. 65–78.
2. Sefraoui O., Aissaoui M., Eleuldj M. OpenStack: toward an open-source solution for cloud computing. *International Journal of Computer Applications*. 2012. **55** (3). P. 38–42.
3. Zhuravlev Y.I., Laptin Y.P. et al. Linear classifiers and selection of informative features // *Pattern Recognition and Image Analysis*. – 2017. – Т. 27. – № 3. – С. 426–432.
4. Шор Н. З., Журбенко Н. Г. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов. *Кибернетика*. – 1971. – № 3. – С. 51–59.
5. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – К.: Наук. думка, 1979. – 199 с.
6. Бардадим Т.О., Лефтеров О.В., Осипенко С.П. Досвід тестового розгортання OpenStack і порівняння віртуального та реального кластерних середовищ // *Кибернетика та комп'ютерні технології*. – 2021. – № 3. – С. 74 – 85. <https://doi.org/10.34229/2707-451X.21.3.0>
7. Sørensen T. A method of establishing groups of equal amplitude in plant sociology based on similarity of species and its application to analyses of the vegetation on Danish commons. *Biologiske Skrifter*. 1948. 5. P. 1–34.

ПРО ОДИН ПІДХІД ОЦІНЮВАННЯ МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНОГО СИГНАЛУ ЗА СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ ІЗ СИЛЬНОЮ ЗАЛЕЖНІСТЮ

Г.Д. БІЛА,
Інститут кібернетики
НАН України, Київ, Україна
bila.galyna@gmail.com

***Анотація.** Досліджується задача оцінки невідомого параметра майже періодичної функції нелінійної стохастичної моделі при наявності Гаусівського випадкового шуму з сильною залежністю.*

***Ключові слова:** періодограма оцінка, асимптотичні властивості оцінки, сильна залежність.*

Нехай стохастична модель передачі інформації описана майже періодичним сигналом $\varphi(t)$, $t \in \mathbb{R}^1$, що спостерігається на фоні випадкового шуму $\varepsilon(t) = G(n(t))$, де $G: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ – нелінійна борелівська функція від стаціонарного Гаусівського випадкового процесу $n(t)$, $t \in \mathbb{R}^1$, із сильною залежністю.

Досліджується задача оцінки невідомого параметра частоти $\omega_0 > 0$ сигналу $\varphi(t)$, $t \in \mathbb{R}^1$, за спостереженнями

$$x(t) = \varphi(\omega_0 t) + \varepsilon(t), \quad t \in [0, T],$$

на часовому інтервалі $[0, T]$, коли довжина інтервалу спостережень $T \rightarrow \infty$. Пропонується використовувати метод періодограмною оцінки, в основі обчислення якої лежить функціонал вигляду

$$\tilde{Q}_T(\omega) = \left| \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \varphi(\omega t) dt \right|^2.$$

На основі фундаментальних результатів [1] доводяться основні асимптотичні властивості оцінки $\tilde{\omega}_T$ невідомого параметра частоти ω_0 , $\tilde{Q}_T(\tilde{\omega}_T) = \max_{\omega \geq 0} \tilde{Q}_T(\omega)$, такі як строга консистентність,

швидкість збіжності оцінки до її істинного значення та збіжність асимптотичного розподілу оцінки до нормального закону розподілу.

Періодограмні оцінки такого типу при умові, що $n(t)$, $t \in \square^1$, — випадковий процес із слабкою залежністю, вивчалися в [2, 3].

Література.

1. Дороговцев А.Я. Теория оценок параметров случайных процессов. — К.: Вища школа. Изд-во при Киев. ун-те, 1982. — 192 с.
2. Кнопов P.S. Empirical estimates in stochastic optimization and identification / P.S. Кнопов, E.J. Kasitskaya. — New York: Kluwer Academic Publishers, 2002. — 250 p.
3. Кнопов П.С. Оптимальные оценки параметров стохастических систем / П.С. Кнопов. — Киев: Наук. думка, 1981. — 152 с.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ

О.В. БОГДАНОВ,
Институт кибернетики НАН
Украины, Киев, Украина
oleksbogdanov@gmail.com

Аннотация. В работе исследуются некоторые стохастические модели с дискретным временем для решения важных задач прогнозирования распространения эпидемиологических заболеваний среди населения. Учитываются различные факторы распространения эпидемий и основные параметры, влияющие на оценку прогноза.

...

Рассмотрим две стохастические модели распространения эпидемий с дискретным временем.

Первая модель основывается на результатах работы [2]. В ней ежедневное число заболеваний имеет биномиальное распределение, зависящее от числа заболеваний в предыдущие дни. Данная модель предполагает возможность изменения уровня инфекционности с течением заболевания, а также имеет известные формулы оценок её параметров.

В качестве модификации модели, добавлен новый параметр: вероятность выявления заболевания, а также возможность разбития всей эпидемии на несколько промежутков с разными значениями параметров, что позволяет учитывать изменения в динамике течения эпидемии.

Разработана программа оценки параметров модели основываясь на исторической статистике и симуляция будущего развития эпидемии.

Рассмотрим вторую модель эпидемии. Пусть n – число больных. Каждый день инфицированный может выздороветь с вероятностью $\frac{\beta}{n}$ и умереть с вероятностью $\frac{\gamma}{n}$. Также каждый день x больным выдают лекарство, которое в нашей модели считается

абсолютно эффективным. Процесс завершается, когда все больные или выздоравливают, или умирают. Задача состоит в поиске при заданных значениях параметров γ , β и n такое значение x , при котором достигается максимальная эффективность использования лекарства.

Пусть $N(t)$ - число больных в момент времени t . Рассмотрим процесс, определённый уравнением

$$M(t) = n - \sum_{i=0}^t (\xi(i) + x + \mu(i)), \quad M(0) = n, \quad (1)$$

где $\xi(i)$ - число людей, умерших в момент i , $\mu(i)$ - число тех, кто выздоровел самостоятельно в момент i .

Для любой траектории имеем

$$N(t) = \begin{cases} M(t), & M(t) > 0; \\ 0, & M(t) \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Мы будем рассматривать $M(t)$, так как показано, что полученные результаты можно применить к $N(t)$.

Лемма 1. Для математического ожидания $M(t)$ справедлива формула

$$E[(M(t))] = \left(1 - \frac{\gamma}{n} - \frac{\beta}{n}\right)^t n \left(1 + \frac{x}{\gamma + \beta}\right) - \frac{nx}{\gamma + \beta}. \quad (3)$$

Лемма 2. Для второго момента $M(t)$ справедлива формула

$$E[M^2(t)] = a_1^t \left(n^2 - \frac{a_4}{1 - a_1}\right) + a_2 a_3 \frac{a_1^t - a_3^t}{a_1 - a_2} + \frac{a_4}{1 - a_1}, \quad (4)$$

где

$$a_1 = \frac{n(n - \gamma - \beta) + (\gamma + \beta)^2}{n^2},$$

$$a_2 = \frac{-2xn^2 + n(2x + 1)(\gamma + \beta) - (\gamma + \beta)^2}{n} \left(1 + \frac{x}{\gamma + \beta}\right), \quad a_3 = 1 - \frac{\beta}{n} - \frac{\gamma}{n},$$

$$a_4 = \frac{2xn^2 - n(2x + 1)(\gamma + \beta) + (\gamma + \beta)^2}{n} \left(\frac{x}{\gamma + \beta}\right) + x^2$$

Лемма 3. Пусть $a \in \mathbf{R}$. Тогда

$$\frac{D[M(an)]}{(E[M(an)])^2} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Теорема 1. Пусть $T(n)$ - длительность болезни для n больных, то есть

$$T(n) = \min_{t \in \mathbf{N}} \{t : N(t) = 0\}. \quad (6)$$

Тогда

$$\forall \varepsilon > 0 \quad P(|T(n) - a_0 n| > \varepsilon n) \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad (7)$$

$$\text{где } a_0 = \frac{\ln \frac{x + \gamma + \beta}{x}}{\gamma + \beta}.$$

Теорема 1. Для математических ожиданий суммарного числа использованных единиц лекарства и суммарного числа смертей справедливы формулы

$$\eta(x, n) = xT(n) \Rightarrow E\eta(x, n) = xET(n) \approx a_0 xn \quad (8)$$

$$\begin{aligned} E[\xi(x, n)] &= E\left[\sum_{i=1}^{T(n)} \xi(i)\right] \stackrel{(Л1.4)}{=} \frac{\gamma}{n} \sum_{i=1}^{T(n)} EN(t) \approx \\ &\approx n \left[\left(1 - e^{-a_0(\gamma + \beta)}\right) \frac{(x + \gamma + \beta)\gamma}{(\gamma + \beta)^2} - \frac{a_0 x \gamma}{\gamma + \beta} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

Результат теоремы 2 позволяет с помощью численных методов оценивать ущерб от эпидемии при различных стратегиях лечения и определять оптимальное количество единиц лекарства.

Литература.

1. Kermack W., McKendrick A. Contributions to the mathematical theory of epidemics. // Bulletin of Mathematical Biology. - 1991. 53 (1–2). P. 33–55.
2. Katriel G. Stochastic discrete-time age-of-infection epidemic models // International Journal of Biomathematics. - 2013. 6, N 1.P. 999-1005.
3. Кнопов П.С., Богданов О.В. Использование стохастической модели для прогнозирования длительных // Проблемы управления и информатики. - 2021, № 3, С.50-57.

ДЕЯКІ АКТУАЛЬНІ ЗАДАЧІ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ ТА ЕНЕРГООБ'ЄДНАНЬ ТА ЇХ РОЗВ'ЯЗАННЯ²

О.Ф. БУТКЕВИЧ,
Інститут електродинаміки НАН України
м. Київ, Україна
o.butkevych@gmail.com

***Анотація.** Розглядаються дві задачі проблеми підвищення надійності функціонування електроенергетичних систем (ЕЕС) та їх об'єднань (ЕО), що не є традиційними в рамках проблеми режимної надійності ЕЕС. Мета розв'язання задач – запобігання переобтяженню електричних зв'язків ЕЕС (ЕО) та втрати їх стійкості. Актуальність задач зумовлюється як об'єднанням ЕЕС та ЕО на паралельну роботу з утворенням потужніших ЕО, так і відчутним зростанням частки відновлюваних джерел енергії в балансі активної потужності генерування ЕО. Запропоновано способи та засоби розв'язання таких задач.*

***Ключові слова:** електроенергетична система, енергооб'єднання, режим, стійкість, відновлювані джерела енергії, накопичувачі електроенергії, низькочастотні коливання*

Вступ. Проблема надійності електроенергетичних систем (ЕЕС) є багатовимірною і стосується як створення умов для безаварійного функціонування ЕЕС та енергооб'єднань (ЕО), так і засобів протидії розвитку аварій. Більша частина відповідних задач є традиційною і їх розв'язують в рамках проблеми *режимної надійності* ЕЕС, яка є складовою загальнішою проблеми надійності ЕЕС. Разом з тим, сучасний етап розвитку ЕЕС, що характеризується тенденціями до «розширення» ЕО (приклад ENTSO-E) та збільшенням впливу на режимну надійність ЕО відновлюваних джерел енергії, сумарна встановлена потужність яких зростатиме в процесі переходу до безвуглецевої енергетики, характеризується появою нових задач, що не є традиційними в аспекті проблеми режимної надійності ЕЕС.

² Робота підтримана CRDF Global (грант G-202102-68020)

Розглянемо дві такі задачі, що поєднані гіпотетичними загрозами втрати стійкості ЕО: 1) визначення оптимального розподілу (за місцем та потужністю) в ЕО накопичувачів електроенергії (НЕЕ), призначених для балансування стохастичних змін потужності відновлюваних джерел енергії (ВДЕ): завдяки використанню такого розподілу унеможливується загроза наднормативного переобтяження «проблемних» контрольованих перетинів ЕО внаслідок «ввімкнення» НЕЕ; 2) виявлення в режимі реального часу загрози коливного порушення стійкості ЕО внаслідок виникнення низькочастотних коливань (НЧК) параметрів режиму ЕО: своєчасне вживання заходів дає змогу демпфувати НЧК і запобігти аварії.

Постановка та розв'язання задачі № 1 [1, 2]. Визначити об'єкти (вузли) ЕО та потужність окремих НЕЕ, які слід встановити на таких об'єктах для бажаної зміни потоків активної потужності заданими контрольованими перетинами ЕО внаслідок «ввімкнення» НЕЕ для балансування стохастичних змін (зменшення) потужності ВДЕ. Значення параметрів режиму ЕО мають знаходитися в заданих межах. Значення сумарної потужності НЕЕ, що підлягає розподілу, задано. Формалізація задачі визначення розподілу НЕЕ з метою досягнення *бажаної* зміни сум розрахункових скалярних значень потоків активної потужності елементами *заданого* (*i*-го) перетину ЕО у вигляді

$$F_i = |P_i(X) - P_{id}| \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, k}; \quad (1)$$

$$X \supset W_{on}; \quad W = [W_{on} \ W_{off}]^T; \quad W = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_q]^T; \\ P_j \leq P_{jmax}, \quad j = \overline{1, n_j}; \quad n_j \geq k; \quad (2)$$

$$U_{smin} \leq U_s \leq U_{smax}, \quad s = \overline{1, m_s}; \quad (3)$$

$$I_r \leq I_{rmax}, \quad r = \overline{1, m_r}, \quad (4)$$

де F_i – цільова функція, $i = \overline{1, k}$, k – кількість *заданих* перетинів ЕО; $P_i(X)$, P_{id} – арифметична сума розрахункових значень потоків активної потужності елементами *i*-го перетину та *задане* значення такої суми відповідно; X – вектор параметрів режиму, до якого входить і змінний субвектор W_{on} частини потужностей НЕЕ, вже розподілених в окремих *вузлах-претендентах*; W – вектор

потужностей *вузлів-претендентів*, окремі елементи якого в процесі розподілу потужностей НEE утворюють субвектор W_{on} , а інші (без встановлених НEE) – субвектор нульових елементів (W_{off}); q – кількість *вузлів-претендентів*; n_j – кількість контрольованих перетинів EO, суми скалярних значень активної потужності якими (P_j) не мають перевищувати заданих значень P_{jmax} (такі обмеження можуть стосуватися і окремих елементів перетинів EO); m_s – кількість вузлів, для кожного (s -го) з яких значення напруги (U_s) має перебувати у допустимих межах; m_r – кількість повітряних ліній (ПЛ), для кожної (r -ої) з яких розрахункова сила струму (I_r) не має перевищувати максимально допустимого значення за термічною стійкістю дротів ПЛ (I_{rmax}).

Оскільки одержання аналітичних виразів залежностей $P_i = P_i(W)$ для заданого (i -го) перетину проблематично, то для визначення напрямку пошуку чисельним диференціюванням розраховуються коефіцієнти чутливості

$$\partial P_i(X) / \partial W = \left[\Delta P_i(X) / \Delta w_1 \quad \Delta P_i(X) / \Delta w_2 \quad \Delta P_i(X) / \Delta w_3 \quad \dots \quad \Delta P_i(X) / \Delta w_q \right]^T,$$

для чого використовуються розроблені програмні засоби моделювання режимів ЕЕС (EO), що самовстановлюються за частотою. Далі, використовуючи один із відповідних градієнтних методів та враховуючи (1)-(4), виконується оптимізаційний крок з розподілу НEE. Покроковий процес розподілу завершується з розподілом заданої сумарної потужності НEE.

Попередньо (до оптимізаційного процесу розподілу НEE) слід визначати «рівень проблемності» контрольованих перетинів EO (для визначення множини *заданих* перетинів та послідовності їх використання в оптимізаційному процесі розподілу НEE) та формувати відповідні *заданим* перетинам множини *вузлів-претендентів* (об'єктів EO), в яких гіпотетично може бути встановлено НEE.

Постановка та розв'язання задачі № 2 [3]. Більшість великих системних аварій, які сталися протягом останніх років, є наслідком виникнення, посилення та поширення в EO низькочастотних (до 1 Гц) НЧК.

Запропоновано в режимі реального часу оцінювати загрозу коливної втрати стійкості EO, неперервно аналізуючи (у вигляді

ковзних вибірок даних) результати цифрової реєстрації параметрів режиму ЕО, насамперед потоків активної потужності елементами «проблемних» перетинів ЕО, з метою виявлення домінантних мод НЧК, зростання амплітуд яких може призводити до небезпечного зростання амплітуд НЧК, загрожуючи коливною втратою стійкості ЕО. Аналогом аналізу зазначених вибірок даних в реальному часі (але без впливу похибок математичної моделі) є визначення власних чисел ($\lambda_i, i = 1, n$) характеристичної матриці A лінеаризованої математичної моделі «динаміки» ЕЕС. Кожне λ_i характеризує i -ту моду ($e^{\lambda_i t}$) і йому відповідає власний вектор U_i матриці A та власний вектор V_i матриці A^T . Кожна мода робить свій «внесок» до змінних стану системи (моделі). Позначивши вектор змінних стану Δx , його зміну у часі можна подати у вигляді

$$\Delta x(t) = \sum_{i=1}^{i=n} e^{\lambda_i t} U_i V_i^T \Delta x(0) = U e^{\Lambda t} U^{-1} \Delta x(0), \quad (5)$$

де $\Delta x(0)$ – це $\Delta x(t=0)$; U – модальна матриця, сформована із власних векторів матриці A ; $e^{\Lambda t}$ – діагональна матриця, ненульові елементи якої – моди.

Висновок. Результатами моделювання підтверджено цілковиту працездатність запропонованих способів та відповідно розроблених засобів розв’язання розглянутих задач.

Література

1. Буткевич О.Ф., Юнєєва Н.Т., Гурєєва Т.М. До питання про розміщення накопичувачів енергії в ОЕС України. Техн. електродинаміка. 2019. № 6. – С. 59-64.
2. Буткевич О.Ф., Юнєєва Н.Т., Гурєєва Т.М., Стецюк П.І. Задача розташування накопичувачів електроенергії в ОЕС України з урахуванням його впливу на потоки потужності контрольованими перетинами. Техн. електродинаміка. 2020. № 4. – С. 46-50.
3. Butkevych O., Chyzhevskiy V. Some Features of Electromechanical Oscillations Modes Identification in Power Systems. Pp. 47-70, in “Power systems research and operation. Selected problems”, Olexandr Kyrylenko, Andrii Zharkin, Oleksandr Butkevych, Ihor Blinov, Ievgen Zaitsev, Artur Zaporozhets (Eds.). Springer, ISBN 978-3-030-82925-4 <https://doi.org/10.1007/978-3-030-82926-1>

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА МНОГООБРАЗИЯХ И МЕТОДЫ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Н.М. ГЛАЗУНОВ,

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН

Киев, Украина

glanm@yahoo.com

***Аннотация.** Исследуются задачи дискретной (целочисленной) оптимизации и применения для их исследования избранных методов арифметической (диофантовой) геометрии. Представлены результаты применения методов декомпозиции и локализации к задачам недифференцируемой оптимизации на многообразиях. В некоторых случаях задачу оптимизации на нелинейном многообразии удастся свести к оптимизационной задаче на линейном многообразии, а также к проверке существования решений алгебраического многообразия в конечном поле. Кратко представляются результаты о положительно определенных экстремальных квадратичных формах и развитие этих результатов.*

***Ключевые слова:** многообразие, алгебраическое многообразие, нулевая группа (ко)гомологий, идеал алгебраического многообразия, декомпозиция, локальное кольцо, оптимизация.*

Введение

В монографиях [1-3] авторами представлены задачи недифференцируемой оптимизации и предложены соответствующие методы их решения. Одним из классов задач (недифференцируемой) оптимизации являются задачи дискретной (целочисленной) оптимизации, в которых требуется указать точные значения точек экстремума и точные значения, или оценки, экстремальных значений функций в этих точках. Далее, для краткости, мы будем называть такие задачи экстремальными. При применении приближенных методов значения дискретные (целочисленные) точек экстремума найти удастся не всегда. В сообщении предлагается использовать для этих целей методы арифметической (диофантовой) геометрии. Задачи

и методы арифметической (диофантовой) геометрии имеют историю, сопоставимую с историей всей математики, что видно из одного из названий этого направления: диофантова геометрия. Далее мы используем более распространенный в настоящее время термин – арифметическая геометрия. На методах арифметической геометрии основывается доказательство Большой теоремы Ферма, а разделы арифметической геометрии, изучающие эллиптические кривые над полями характеристики $p > 0$ являются одной из математических основ эллиптической криптографии и соответствующих схем цифровой подписи. Приложения методов арифметической геометрии к некоторым оптимизационным задачам представлено в [4], а также в [12-14]. Работа посвящена развитию этих результатов.

В последней главе монографии Н.З. Шора [1] рассмотрены (недифференцируемые) полиномиальные оптимизационные задачи и их связи с системами квадратичных форм и квадратичных уравнений.

В сообщении мы представляем две (классические) задачи, связанные с кругом вышеназванных идей монографии [1]. Первая задача является обобщением задачи о Пифагоровых треугольниках, и называется задачей о конгруэнтных числах [5]. Вторая задача связана с системой форм по Сегре [6-7]. Для второй задачи удастся получить метод нахождения её экстремальных решений. Полное решение первой задачи автору (октябрь 2021 г.) неизвестно. Мы приведем формулировки этих задач, методы их исследования и результаты в, соответственно, разделах 1 и 2, и в планируемом сообщении.

1. Вычисление конгруэнтных чисел

Конгруэнтным числом называют натуральное число, равное площади прямоугольного треугольника с рациональными сторонами.

Задача. *Перечислить натуральные числа, которые являются значениями площадей прямоугольных треугольников со сторонами, длины которых являются рациональными числами.*

Пусть S есть натуральное число, являющееся площадью прямоугольного треугольника с рациональными катетами a, b и гипотенузой c . Тогда по теореме Пифагора должны выполняться равенства (в форме Д. Загира)

$$a^2 + b^2 = c^2 \tag{1}$$

$$ab = 2St^2.$$

В [5] рациональные решения этой системы квадратичных форм (квадратичной системы) сводятся к исследованию рациональных точек на эллиптической кривой

$$y^2 = x^3 - S^2x.$$

К сожалению, автору неизвестен на время написания этого сообщения алгоритм нахождения рациональных точек на эллиптических кривых такого типа. Но для эллиптических кривых, для которых выполняется известная гипотеза Берча–Суиннертона–Дайера [8,11], такой алгоритм предложен Ю.И. Маниным [8]. В связи с этим мы приведем здесь схему I сведения квадратичной системы типа (1) к уравнению эллиптической кривой, а также обратную схему II построения квадратичной системы по эллиптической кривой. Схемы могут быть выведены из результатов, представленных в [9,10], и в [11], и доведены до алгоритмов.

I. Исходные данные. Пусть квадратичные формы, определяющие квадратичную систему типа (1) в 4-мерном проективном пространстве P^3 , задаются симметрическими матрицами A, B размера 4×4 и имеют вид:

$$x^{Tr}Ax = 0, \quad x^{Tr}Bx = 0. \tag{2}$$

Кривая. Тогда, если многочлен $\det(\alpha A + \beta B)$, принадлежащий кольцу $k[\alpha, \beta]$, не имеет кратных корней, (2) определяет кривую рода один.

II. Исходные данные. Эллиптическая кривая E с точкой x на ней, заданная как погружение в P^2 (с помощью обратимого пучка $O(3x)$ [9]), например, в форме Вейерштрасса.

Квадратичная система. По E , с помощью обратимого пучка $O(4x)$, строится квадратичная система в P^3 .

Представление натуральных чисел тетрарными положительно определенными целыми квадратичными формами

будет представлено. Отметим здесь только, что число представлений натурального числа такой формой конечно.

Метод Таннелла (Tannell) проверки натурального числа на конгруэнтность [5]. Метод сводит такую проверку к экстремальной задаче о числе целочисленных решений квадратичной системы. Он состоит из доказанной достаточной части и условной необходимой части. Вариант метода и его обсуждение будет представлен в планируемом докладе.

2. Нахождение экстремумов системы Сегре

Системой Сегре называют систему форм вида

$$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 = 0, & x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 = 0, & x_2^2 - x_3^2 + y_2^2 - y_3^2 = 0, \\ x_1^3 - x_2^3 + y_1^3 - y_2^3 = 0, & x_1^3 - x_3^3 + y_1^3 - y_3^3 = 0, & x_2^3 - x_3^3 + y_2^3 - y_3^3 = 0, \end{cases} \quad (3)$$

Она была введена в работе Сегре [6] и исследовалась Сегре, Касседсом [7], и другими авторами. Кубические формы второй строки с помощью известных подстановок [1] могут быть сведены к системе квадратичных форм. Но для системы (3) мы интересуемся её арифметической геометрией (декомпозицией, рациональными точками) с целью сведения задачи оптимизации (здесь, для примера, рациональной минимизации) к наиболее простому варианту. Сегре и другими показано, что это многообразие есть объединение 11 неприводимых множеств, а именно, четырех прямых (линейные многообразия), шести эллиптических кривых (кривые рода один), и одной кривой рода пять. Все эти множества задаются квадратичными или линейными системами уравнений. Приведем примеры линейных многообразий:

$$x_1 = x_2, \quad x_1 = y_3, \quad x_2 = y_3, \quad y_1 = y_2, \quad y_1 = x_3, \quad y_2 = x_3,$$

и кривых рода один:

$$\begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2, & x_1^2 + y_1^2 = 2x_1y_1 + 2x_2y_2 + (x_1 + y_1)(x_2 + y_2), \\ x_3 = x_1, & y_3 = y_1 \end{cases}$$

Рациональные решения, соответствующие прямым, называют тривиальными решениями. Исследовано [6,7], что только

тривиальные решения являются рациональными точками многообразия Сегре. Поэтому задача рациональной минимизации на многообразии Сегре сводится к задаче рациональной минимизации на линейном многообразии.

Замечание. Задача рациональной минимизации на линейном многообразии значительно проще задачи рациональной минимизации на нелинейном многообразии. К тому же, полученное линейное многообразие имеет меньшую размерность.

Далее в сообщении планируется представить результаты о положительно определенных экстремальных квадратичных формах и развитие этих результатов .

Литература.

1. Shor N.Z. Nondifferentiable optimization and polynomial problems. – Boston: Kluwer Acad. Publ., 1998. – 394 p.
2. Соломон Д.И. Дробное программирование и недифференцируемая оптимизация. – Saarbrücken: LAMBERT Acad. Publ., 2015. – 556 с.
3. Стецюк П.И. Двойственные оценки в квадратичных экстремальных задачах. – Кишинэу: Эврика., 2018. – 503 с.
4. Глазунов Н.М. Разработка методов обоснования гипотез формальных теорий. – Saarbrücken: LAMBERT Acad. Publ., 2014. – 280 с.
5. Tunnell J.B. A classical Diophantine problem and modular forms of weight $3/2$ // Invent.Math. – 1983. – Vol. 72. – P. 323–334.
6. Segre B. Alcune questioni Diofantee // Publ. Un. Math. Ital. – 1950. – (3). 5. – P. 33–43.
7. Cassels J.W. Diophantine equations with special reference to elliptic curves // J. London Math. Soc. – 1966. – Vol. 41. – P. 193–291.
8. Манин Ю.И. Круговые поля и модулярные кривые // УМН. – 1971. – Том 26, вып. 6. – С. 7–71.
9. Hartshorne R. Algebraic geometry. Graduate Texts in Mathematics. – NY: Springer, 1977. – 496 p.
10. Мамфорд Д. Лекции о тета-функциях. – М.: Мир, 1988. – 446.
11. Husemoller D. Elliptic curves. Second Edition. – NY: Springer, 2004. – 483 p.

12. Глазунов Н.М. Задачи на арифметические минимумы и методы их исследования / Н.М. Глазунов // Материалы 3-й международной конференции «Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии», 2012. – Кишинэу: Эврика. - С. 286–290.
13. Glazunov N.M. Quadratic forms, algebraic groups and number theory // Чебышевский сборник. Посвящается 75-летию академика В.П. Платонова. – 2015. – Том XVI, вып. 4 (56). – С. 77 – 89.
14. Glazunov N.M. Extremal forms and rigidity in arithmetic geometry and in dynamics // Чебышевский сборник. Посвящается столетию со дня рождения профессора А. Б. Шидловского. – 2015. – Том XVI, вып. 3 (55). – С. 124 – 146.

ЧИСЕЛЬНИЙ МЕТОД ВІДШУКАННЯ НУЛІВ БУДЬ-ЯКОЇ НЕПЕРЕРВНО ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОЇ ФУНКЦІЇ НА ЗАДАНОМУ ПРОМІЖКУ

М.І. ГЛЕБЕНА*, Г.Г. ЦЕГЕЛИК**,

* «Ужгородський національний
університет», Ужгород, Україна

HlebenaM@gmail.com

** Львівський національний університет
імені Івана Франка, Львів, Україна

Анотація. Розглядається задача відшукування нулів будь-якої неперервно диференційованої функції однієї змінної, на заданому проміжку. У роботі запропоновано новий чисельний метод, який ґрунтується на використанні апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій.

Ключові слова: апарат некласичних мажорант і діаграмм Ньютона функцій, заданих таблично, нулі функції, чисельні методи.

В [1] побудовано апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій однієї дійсної змінної, заданих таблично, який знайшов широке застосування для побудови нових чисельних методів розв'язування окремих класів задач алгебри, математичного аналізу та диференціальних рівнянь. Зокрема, його використано для розробки чисельних методів розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь і їхніх систем, точних на певних класах функцій, чисельних методів оптимізації як гладких, так і негладких функцій однієї та багатьох дійсних змінних (типу покоординатного підйому) [2,3].

У роботі розглянуто побудову чисельного методу відшукування нулів будь-якої неперервно диференційованої функції однієї змінної, на заданому проміжку, який використовує апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично.

Нехай на проміжку $[a, b]$ треба відшукати всі нулі будь-якої функції $f(x) \in C^1[a, b]$. Оскільки нулі функції $f(x)$ є нулями функції

$|f(x)|$ або $-\ln(1+|f(x)|)$, то для відшукування нулів функції $f(x)$ будемо шукати нулі функції $y = -\ln(1+|f(x)|)$.

Виберемо систему точок $x_k = x_0 + kh$, де $k = 0, 1, \dots, n$, $x_0 = a$, $h = \frac{b-a}{n}$, і в площині точок xOy побудуємо точки зображення [1]

$$P_k(x_k, -\ln(1+|f(x_k)|)), \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

Позначимо $a_k = 1 + |f(x_k)|$, $k = 0, 1, \dots, n$.

Величину $r_k = \left(\frac{a_{k-1}}{a_k}\right)^{\frac{1}{h}}$, $k = 1, 2, \dots, n$, назвемо числовим нахилом функції $y = -\ln(1+|f(x)|)$ у точці x_k [1].

Алгоритм методу.

Алгоритм методу полягає в наступній послідовності кроків. Спочатку перевіряємо, чи точки $x = a$ і $x = b$ є нулями функції $f(x)$. Після цього будуємо послідовність числових нахилів r_1, r_2, \dots, r_n . Якщо для деякого індекса k ($k = 1, 2, \dots, n-1$):

$$1. \quad r_k = 1 \quad \text{і} \quad \left| f\left(\frac{1}{2}(x_{k-1} + x_k)\right) \right| < h, \quad \text{то} \quad \text{точка}$$

$$\theta = \frac{1}{2}(x_{k-1} + x_k) \in [x_{k-1}, x_k] \text{ з точністю } h \text{ є нулем функції } f(x).$$

$$2. \quad r_k > 1, \quad r_{k+1} < 1 \quad \text{і} \quad \left| f\left(\frac{1}{2}(x_{k-1} + x_{k+1})\right) \right| < h, \quad \text{то} \quad \text{точка}$$

$$\theta = \frac{1}{2}(x_{k-1} + x_{k+1}) \in [x_{k-1}, x_{k+1}] \text{ з точністю } h \text{ є нулем функції } f(x).$$

Нехай знайдено проміжок, на якому з точністю h лежить нуль функції $f(x)$. Тоді для відшукування цього нуля з більшою точністю поступаємо таким чином. Позначимо знайдений проміжок через

$[\alpha, \beta]$, де $[\alpha, \beta] = [x_{k-1}, x_k]$ у випадку $r_k = 1$ і $[\alpha, \beta] = [x_{k-1}, x_{k+1}]$ при $r_k > 1$, $r_{k+1} < 1$. Виберемо на цьому проміжку чотири точки α , $\alpha + \frac{h}{3}$, $\alpha + \frac{2h}{3}$, β та α , $\alpha + \frac{2h}{3}$, $\alpha + \frac{4h}{3}$, β відповідно, перепозначимо їх через \tilde{x}_0 , \tilde{x}_1 , \tilde{x}_2 , \tilde{x}_3 . Знайдемо $\tilde{a}_k = 1 + |f(\tilde{x}_k)|$,

$k = 0, 1, 2, 3$, і $\tilde{r}_k = \left(\frac{\tilde{a}_{k-1}}{\tilde{a}_k} \right)^{\frac{3}{h}}$, $k = 1, 2, 3$. Тоді можливі такі два випадки:

1. $\tilde{r}_2 = 1$ і $\left| f\left(\frac{1}{2}(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2)\right) \right| < \frac{h}{3}$, то точка $\theta = \frac{1}{2}(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) \in [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2]$

з точністю $\frac{h}{3}$ є нулем функції $f(x)$.

2. $r_k > 1$, $r_{k+1} < 1$ для $k = 1$ або 2. Точка

$$\theta = \frac{1}{2}(\tilde{x}_{k-1} + \tilde{x}_{k+1}) \in [\tilde{x}_{k-1}, \tilde{x}_{k+1}]$$

з точністю $\frac{h}{3}$ є нулем функції $f(x)$.

Аналогічно можна шукати нулі з точністю $\frac{h}{9}$, $\frac{h}{27}$, ...

Література.

1. Цегелик Г.Г. Теория мажорант и диаграмм Ньютона функций, заданных таблично, и ее приложение //Укр. мат. журн.- 1989.- Т.41.- №9. с.1273-1276.
2. Цегелик Г.Г. Апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично, та його використання в чисельному аналізі: монографія / Г.Г.Цегелик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013.- 190с.
3. Глебена М.І. Математичні моделі та числові методи мажорантного типу для аналізу дискретних оптимізаційних процесів: автореф. дис. на здобуття ступеня канд. фіз.-мат. наук спец. 01.05.02 „Математичне моделювання та обчислювальні методи” / М.І Глебена. – Івано-Франківськ, 2012. – 23с.

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАТЕЖНОЙ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЛОКЧЕЙНА

И.А. ГОЛОВКО,
Н.Н. РЕБРИКОВ,
Г.Л. КОЗИНА

Национальный университет «Запорожская политехника»

Запорожье, Украина

johnny.work.univer@gmail.com,

n.n.rebrikov@gmail.com,

ainc00@gmail.com

***Аннотация.** Реализована легковесная электронная платежная система с использованием централизованной виртуальной валюты и легковесного аналога блокчейна. Система написана на языках программирования TypeScript и Python. Также на языке программирования Python 3.9 разработано консольное программное обеспечение, которое позволяет хешировать сообщения с помощью действующего стандарта Украины ДСТУ 7564:2014. Разработанная платежная система дает возможность пользователям безопасно и анонимно осуществлять транзакции и расчеты.*

***Ключевые слова:** кибербезопасность, платежные системы, криптовалюта, блокчейн, веб-сервер, хеширование, ДСТУ 7564: 2014, PYTHON 3.9, TypeScript.*

Для реализации платежной системы использовались языки программирования TypeScript [1] и Python [2], а также фреймворк Nest js и система удаленного вызова процедур gRPC. Данные хранятся в SQL базе данных PostgreSQL. Обмен данными между клиентом и веб-приложением осуществляется по архитектуре REST API. Для написания архитектуры веб-приложения сервера был использован архитектурный паттерн Broker Message.

Для решения проблемы создания цифровой подписи на стороне клиента в браузере создано десктопное приложение подписания транзакции.

В качестве языка программирования был выбран Python 3.9. Он поддерживает многопоточные вычисления, имеет систему обработки

ошибок расчетов, встроенный механизм преобразования систем счисления. В отличие от JavaScript и Go с последней версии собственного интерпретатора Python имеет модульную интеграцию с кодом, написанным на C++, что дает возможность оптимизировать затратные расчеты. Таким образом, Python позволяет создавать высокоэффективные blockchain-системы [3].

Проект состоит из двух частей – клиентской и серверной.

Клиентская часть осуществляет три функции – создание нового кошелька, проверка баланса существующего кошелька и осуществление новой транзакции. Каждая функция запрашивает или посылает данные в серверную часть. Все взаимодействие с серверной частью происходит через HTTP протокол и запросы типа GET и POST.

При создании нового кошелька создается пара ключей – открытый и закрытый, которые «по совместительству» являются соответственно адресом и паролем кошелька.

Для получения баланса кошелька осуществляется запрос типа GET на соответствующий endpoint сервера. В запросе указывается адрес кошелька, после чего система выводит баланс бумажника. Поскольку платежная система в данной реализации является абсолютно анонимной, то любой пользователь может получить данные о балансе другого кошелька, даже того, что ему не принадлежит.

При выполнении транзакции используется хеширование данных.

В предлагаемом проекте хеширование осуществляется по алгоритму SHA-1.

Однако авторами разработано консольное программное обеспечение на языке программирования Python 3.9, которое позволяет хешировать сообщение в соответствии с действующим стандартом хеширования Украины ДСТУ 7564:2014 [4].

Данный стандарт является общепринятым в государственном и частном секторах, когда предприятие нуждается в создании собственных надежных систем защиты информации, циркулирующие в информационно-коммуникационных системах.

При проектировании и разработке алгоритма хеширования была составлена диаграмма класса DSTU7564, представленного в программной разработке.

Корректность выполнения реализованного алгоритма была протестирована с использованием тестовых данных, представленных в Приложении Б ДСТУ 7564:2014.

В результате была получена программная реализация алгоритма хеширования, которая удовлетворяет требованиям современных информационных систем.

После выполнения хеширования осуществляется подписание данных по протоколу RSA-PSS [5].

На стороне сервера существует четыре функции: функция, которая возвращает баланс кошелька пользователя; функция, которая проверяет существует ли пользователь в базе данных; функция проверки правильности подписи; функция создания блока и записи его в блокчейн.

После подтверждения правильности и целостности присланных данных они поступают в функции формирования блока. Блок формируется, когда поступает определенное количество транзакций. Он дополняется хэшем из прошлого блока или нулем, если в прошлого блока не существует. После окончательного формирования блока осуществляется его хеширование и запись в базу данных, то есть к формируемому блокчейну.

Предлагаемая легковесная платежная система дает возможность пользователям безопасно и анонимно осуществлять транзакции и расчеты. Тем не менее данный проект может быть улучшен в частности за счет использования сервиса Redis, перевода с консольного к web-приложению и проч.

Литература.

1. Что такое TypeScript? – <https://www.typescriptlang.org/>
2. Официальный сайт Python – <https://www.python.org/>
3. Что такое технология блокчейна? – <https://www.ibm.com/ru-ru/topics/what-is-blockchain>
4. Функция хеширования ДСТУ 7564:2014 – <https://usts.kiev.ua/wp-content/uploads/2020/07/dstu-7564-2014.pdf>
5. Схема цифровой подписи на основе RSA (PKCS # 1 v1.5) – https://pycryptodome.readthedocs.io/en/latest/src/signature/pkcs1_v1_5.html

ВПЛИВ РИНКУ ЛОГІСТИЧНИХ ПОСЛУГ ЯК ЧИННИКА ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

М.Ю. ГРИГОРАК
Інститут кібернетики НАН
України, Київ, Україна
marygrigorak@gmail.com

Анотація. Запропоновано методичний підхід для дослідження впливу ринку логістичних послуг на економічне зростання та структурні зміни національної економіки на основі моделі міжгалузевого балансу.

Ключові слова: економічне зростання, модель міжгалузевого балансу, ринок логістичних послуг.

Ринок логістичних послуг є рушійною силою сталого розвитку національної економіки як складника світової економіки і потребує відповідних управлінських інструментів залежно від зрілості ринкових відносин. Індикатором результативності ринку логістичних послуг та ефективності функціонування національної логістичної системи є величина національних логістичних витрат. З одного боку, цей показник характеризує питому вагу логістичної складової в структурі виробленої продукції. Зменшення витратної частини ВВП за рахунок оптимізації логістичних рішень та просторово-часової синхронізації логістичних потоків свідчить про покращення структури національної економіки. З іншого боку, національні логістичні витрати виражають обсяг виконаних логістичних послуг на умовах аутсорсингу і тим самим визначають вартість виробленої логістичною галуззю валової продукції.

Зауважимо, що проблема впливу логістичної галузі на економічне зростання взагалі та структурну динаміку галузей національної економіки привертає увагу багатьох дослідників в різних країнах [1-3].

Метою даного дослідження є розробка методичного підходу до визначення впливу логістичного сектору на структурні зміни національної економіки шляхом використання моделі міжгалузевого балансу.

Відповідно до принципів побудови моделі «Витрати-випуск», вплив ринку логістичних послуг на інші галузі національної економіки можна охарактеризувати такими факторами:

- економічне зростання, що супроводжується зростанням ВВП країни, збільшує попит на логістичні послуги,
- зміни в технологіях виробництва продукції впливають на структуру логістичних витрат і можуть збільшувати або зменшувати вартість логістичних операцій,
- зміни в структурі кінцевого споживання та, відповідно, попиту на логістичні послуги.

Формалізуємо постановку задачі та методичний підхід до визначення впливу логістики на економічне зростання.

Відповідно до класичної моделі «Витрати-випуск», визначимо економічну вартість логістичної діяльності на макрорівні за формулою:

$$\mathbf{LOG} = \mathbf{LC} * \mathbf{X}, \quad (1)$$

де \mathbf{LC} – частка логістичної складової в структурі валового випуску продукції галузей національної економіки у фіксованих цінах, \mathbf{X} – обсяг валового випуску продукції за галузями.

Взявши похідну наведеної вище формули, отримуємо наступне рівняння:

$$\partial \mathbf{LOG} = \mathbf{X} \partial \mathbf{LC} + \mathbf{LC} \partial \mathbf{X}. \quad (2)$$

Оскільки $\mathbf{LG} = (\mathbf{LOG}/\mathbf{X}) = (\sum b_j \mathbf{X}_j / \mathbf{X}) = \sum b_j s_j$, де b_j - коефіцієнт повних витрат, що характеризує споживання різними галузями продукції логістичної галузі, s_j – частка випуску продукції j -ої галузі в сумарному валовому випуску \mathbf{X} , то $\mathbf{LC} = \mathbf{B} * \mathbf{S}$, де \mathbf{B} – матриця повних витрат, а \mathbf{S} – структурна змінна. Взявши похідну від даної функції отримуємо наступну формулу:

$$\partial \mathbf{LC} = \mathbf{S} \partial \mathbf{B} + \mathbf{B} \partial \mathbf{S}. \quad (3)$$

Підставимо значення формули (3) у формулу (2) отримуємо наступне рівняння:

$$\partial \mathbf{LOG} = \mathbf{S} \mathbf{X} \partial \mathbf{B} + \mathbf{X} \mathbf{B} \partial \mathbf{S} + \mathbf{B} \mathbf{S} \partial \mathbf{X}, \quad (4)$$

У формулі (4) $\mathbf{S} \mathbf{X} \partial \mathbf{B}$ відображає зміни в логістичному секторі, обумовлені змінами вагових коефіцієнтів повних витрат, в яких

відображено результативність міжгалузевої взаємодії та логістичної інтеграції, **$X\mathcal{B}\Delta S$** представляє зміни в логістичному секторі, обумовленими структурними змінами у галузях промисловості, і відповідно, змінами їх попиту на продукцію логістичного сектору, а **$B\mathcal{S}\Delta X$** - відповідно змінами в загальному економічному масштабі, тобто вплив логістичного сектору на валовий випуск продукції.

Розглянемо плановий період часу $[0, t]$, протягом якого змінюється економічна вартість логістичної діяльності за наступною формулою:

$$\Delta LOG = LOG_t - LOG_0 = B_t S_t X_t - B_0 S_0 X_0. \quad (5)$$

Нехай $B_t = B_0 + \Delta B$, $S_t = S_0 + \Delta S$, Нехай $X_t = X_0 + \Delta X$, тоді формулу (5) можна скоригувати наступним чином:

$$\Delta LOG = LOG_t - LOG_0 = \Delta B S_0 X_0 + B_0 \Delta S X_0 + B_0 S_0 \Delta X + B_0 \Delta S \Delta X + \Delta B S_0 \Delta X + \Delta B \Delta S X_0 + \Delta B \Delta S \Delta X \quad (6)$$

Враховуючи те, що $LOG = LC * X = \sum b_j s_j X$, попит на логістичні послуги, викликаний різними галузями економіки, можна отримати як

$$LOG_j = b_j s_j X. \quad (7)$$

Нехай $b_{jt} = b_{j0} + \Delta b_j$, $s_{jt} = s_{j0} + \Delta s_j$, $X_t = X_0 + \Delta X$. Тоді зміни в логістичному секторів за період $[0, t]$, обумовленими потребами інших галузей економіки, можна описати формулою:

$$\Delta LOG_j = LOG_{jt} - LOG_{j0} = b_{jt} s_{jt} X_t - b_{j0} s_{j0} X_0 = \Delta b_j s_{j0} X_0 + b_{j0} \Delta s_j X_0 + b_{j0} s_{j0} \Delta X + b_{j0} \Delta s_j \Delta X + \Delta b_j s_{j0} \Delta X + \Delta b_j \Delta s_j X_0 + \Delta b_j \Delta s_j \Delta X. \quad (8)$$

Об'єднавши фактори, що обумовлюють економічну вартість логістичних послуг, та розклавши їх відповідно до змін коефіцієнтів повних витрат, структури промисловості та загального обсягу виробництва, зміну економічної вартості логістичного сектору можна розрахувати за формулою:

$$b_{jl} = \Delta b_j s_{j0} \Delta X + \frac{1}{2(\Delta b_j s_{j0} \Delta X + \Delta b_j \Delta s_j X_0)} + \frac{1}{3\Delta b_j \Delta s_j \Delta X}, \quad (9)$$

$$s_{jl} = b_{j0} \Delta s_j X_0 + \frac{1}{2(b_{j0} \Delta s_j \Delta X + \Delta b_j \Delta s_j X_0)} + \frac{1}{3 \Delta b_j \Delta s_j \Delta X},$$

$$X_{jl} = b_{j0} s_{j0} \Delta X + \frac{1}{2(b_{j0} \Delta s_j \Delta X + \Delta b_j s_{j0} X_0)} + \frac{1}{3 \Delta b_j \Delta s_j \Delta X},$$

де b_{jl} , s_{jl} , X_{jl} відповідно, представляють вплив змін коефіцієнтів повних витрат, зміни структури промисловості та загального обсягу виробництва на економічну вартість логістичного сектору.

Таким чином, запропонований методичний підхід дозволяє дослідити вплив логістичної галузі на економічне зростання в цілому, та структуру попиту на логістичні послуги в залежності від впровадження сучасних технологій виробництва та оптимізації міжгалузевих зв'язків.

Література.

1. Anghelache C., Manole A., Anghel M.-G. Using the input-output model in macroeconomic analysis and forecasting studies // Theoretical and Applied Economics. 2017. - Vol. XXIV. - No. 2(611). - P. 21–32.
2. Chiu R-H., Lin Y-C. (2012). Applying input-output model to investigate the interindustrial linkage of transportation industry in Taiwan. // Journal of Marine Science and Technology. - 2012. - Vol. 20. - № 2. - P. 173–186.
3. Havenga J.H., Simpson Z.P. (2018). National freight demand modelling: a tool for macrologistics management. // The International Journal of Logistics Management. 2018. - Vol. 29. - Iss.: 4. - P.1171-1195.

РОЛЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ВЕРБАЛЬНЫХ КОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

И. Ш. ДИДМАНИДЗЕ, Н. АХВЛЕДИАНИ, О. ЯМКОВА
Батумский государственный университет
Шота Руставели, Грузия
Киевский Национальный университет
имени Т.Г.Шевченко, Украина
ibraimd@mail.ru

***Аннотация.** В данной статье подчеркивается, что информация как определенная система смыслов позволяет акцентировать внимание на информационной природе языка: с одной стороны, язык - это средство коммуникации, тот код, позволяющий передавать информацию; с другой - язык является той ментальной информационной средой, в пределах которой только и возможно развитие алгоритмов человеческого сознания. Технология организации лексики и применяемые методы дали возможность выявить потенциальные компоненты семантики - актуализирующий вербальный алгоритм при метафоризации, и коннотативные смыслы, связанные с восприятием того или иного типа звучания, отраженного в языке. Так, что технология семантического анализа звукоподражательной лексики традиционно включает компонентный анализ, контекстуальный анализ, трансформационный анализ. Эти приемы позволили выявить различные компоненты коннотативного информационных блоков языковой системы в качестве объекта исследования речевой коммуникации.*

***Ключевые слова:** ментальная информационная технология, потенциальная информация, речевая коммуникация, информационная природа языка, технология семантического анализа*

Как известно, современное специализированное слово-термин "информация" в традиционном лингвистическом дискурсе употребляется, как правило, только в рамках теории речевой коммуникации – направления, возникшего во второй половине XX в., направления, представляющего альтернативу системно-структурному

подходу к исследованию языка. В рамках этой теории речевой акт интерпретируется как взаимодействие между Говорящим - передатчиком и Слушающим - приемником [1], а техническим термином "информация" обозначается содержание сообщения, передаваемого посредством связывающего их языкового кода. Как отмечает профессор Пермского национального исследовательского политехнического университета Владимир Николаевич Железняк - можно ли рассматривать математизацию социального образования согласно матрице «вернем телу душу»? Математизация в этом случае будет означать насыщение технических и педагогических специальностей социальным знанием. Современная жизнь насквозь технологична и, следовательно, алгоритмична... Алгоритм – последовательность ритмически организованных действий и процессов; идеальный пример: последовательность извлечения звуков, закодированная в записи музыкальных нотаций [2].

Следует отметить тот факт, что до появления коммуникативного направления в лингвистике в рамках системно-структурного подхода было принято оперировать понятиями "значение" и "смысл", противопоставляя их как сущности, относящиеся к разным полюсам сосюрговской дихотомии язык и речь; При этом "значение" свойственно единицам языка как элементам языковой системы, а понятие "смысл" не определено достаточно до сих пор, в самом общем виде оно означает значение целостного высказывания. Но при рассмотрении языка в деятельностном аспекте (как вид когнитивной и коммуникативной деятельности человека), при выходе за рамки системоцентрической языковой проблематики и терминологии, становится очевидным, что понятия "значение" и "смысл" суть одно и то же: это та информация, которая стоит за лингвистическим знаком [3]. Объем ее может быть различным, как может быть различным соотношение инвариантного (языкового) и ситуативного (речевого) в информации, стоящей за знаком в момент его употребления.

Итак, можно говорить о том, что язык - это то ментальное пространство, где происходит встреча сознаний и их взаимодействие. Такое взаимодействие полностью отвечает условиям информационного обмена: передаваемая сущность (языковое сообщение - организованная система смыслов) не утрачивается отдающим объектом - Говорящим, но приобретается получающим – Слушающим [3]. Таким образом, мы можем говорить о языке как явлении,

существующем для аккумуляции, передачи и для создания новой информации, как о явлении, формирующем первичную информационную среду человека. Туллио де Мауро отмечает: "Как только мы отрываемся от твердой почвы фонологических и морфологических описаний, составленных лингвистами, и начинаем двигаться в направлении значения, - тут же начинаем осознавать, что перед нами открывается мир, который, хотя и присутствует постоянно в нашем сознании, по существу остается для нас тайной" [4]

Следует отметить, что в настоящее время в работах ученых - представителей различных направлений в исследовании семантики - выделяются следующие блоки лексико-семантической информации: Объективная информация связана с восприятием и осмыслением внешней среды. Это наиболее видимый, очевидный слой информации. Основу его составляет результат наглядно-чувственного восприятия мира и последующее за ним осмысление и формирование абстрактного понятия [5]. Субъективная информация - разнообразные виды информации, идущей от субъекта речи и включающие как прагматическую его установку, так и личную оценку ситуации. Проявляется субъективная информация в выборе языковых средств высказывания, когда одна и та же ситуация может быть оформлена по-разному. Собственно лингвистическая информация также частично входит в коннотативный блок, но имеет иную природу: этот аспект определяется собственно синтагматически - его связями с другими значениями языковых единиц в словосочетании и предложении, и парадигматически - его позицией внутри синонимического ряда. Полагаем также, что небезосновательным будет предположение о тесной взаимосвязанности этих семантических блоков: если принимать во внимание тот факт, что язык - это система, ориентированная на коммуникацию и постоянно приспособляемая для наиболее эффективного ее осуществления [5], то коммуникативные стратегии неизбежно отражаются на элементах системы и их структурном соотношении.

Как известно, центральной единицей языка, спонтанно выделяемой носителями, является слово - минимальный информационный блок, объединяющий различные типы информации. Мы можем говорить об этом на основании того, что слово обладает семантикой достаточной для того, чтобы оно могло

функционировать как целостное высказывание, быть достаточным для передачи информации, именно это и позволяет нам назвать слово минимальным информационным блоком. В пользу этого говорит и такое свойство слова, как во производимость – «говорящий на языке не конструирует слово из морфем или фонем, он пользуется уже готовой звуковой формой, за которой закреплена определенная система смыслов» [6]. Конечно, чаще носители языка оперируют более сложными структурами, состоящими из нескольких слов, но отдельное слово с присущим ему значением вполне может быть названо минимальным информационным блоком.

На основании вышеизложенного материала можно сделать следующий вывод: информационные технологии в настоящее время являются неотъемлемой частью любой сферы профессиональной деятельности, в том числе лингвистики. И если когда-то использование компьютеров и соответствующих программ в лингвистических исследованиях, переводе и в обучении языку не являлось обязательным, то сегодня уже со студенческой скамьи будущим преподавателям иностранных языков, переводчикам и лингвистам-исследователям необходимы компетенции, связанные с использованием информационных технологий в своей профессиональной сфере деятельности. Наряду с рассмотренными здесь способами использования компьютеров (автоматический анализ и синтез устной речи, автоматический ввод текста, автоматический анализ текста, использование корпусов текстов, компьютерное обучение языкам) существуют и другие области пересечения лингвистики и информатики: извлечение знаний из текста, автоматическое индексирование и рубрицирование документов, гипертекстовые технологии в лингвистике и многое другое [7]. Итак, технология когнитивного моделирования позволило представить звукоподражательную лексику как особым образом организованное семантическое поле; еще одним вариантом представления информационного потенциала слова может стать выявление принципов когнитивного моделирования в языке какого-либо технологического феномена.

Литература:

1. Апресян Ю. Д., Новый объяснительный словарь синонимов: концепция и типы информации, Москва, Издательская группа "Прогресс", 1995. – 244 с.

2. Железняк Владимир Николаевич, Логос и Технологии, Научный журнал “Вестник ПНИПУ – Пермского национального исследовательского политехнического университета: Культура. История. Философия. Право”, № 2. ISSN 2224-9974, 2015. - Стр. 21-28.
3. Кобозева И., Лингвистическая семантика: Учебное пособие, Москва, «Юрайт», 2000. – 452 с.
4. Мауро Т. Де, Введение в семантику, Перевод с итал. Б. П. Нарумова, Гл. редактор В. Н. Ярцева, Москва, Издательство «Дом интеллектуальной книги», 2000. – 217 с.
5. Didmanidze Ibraim, Bagrationi Irma, On Educational Technologies for the Aesthetic Synesthesia Research, Journal “Cross-Cultural Studies: Education and Science (CCS&ES)”, Volume 5, Issue II, ISSN: 2470-1262, Publisher: Beyer Thomas Robert, Vermont: “Middlebury College”, Vermont, USA, 2020. pp. 67-78. DOI: [“10.24411/2470-1262-2020-10078”](https://doi.org/10.24411/2470-1262-2020-10078)
6. Didmanidze Ibraim, Bagrationi Irma, the Issue of Student Distance Communication and Collaboration (For Foreign Language Teaching), Journal “Cross-Cultural Studies: Education and Science (CCS&ES)”, Volume 3, Issue I, Publisher: Beyer Thomas Robert, “Middlebury College”, ISSN: 2470-1262, Vermont, USA, 2018. pp. 6-19. DOI: [10.24411/2470-1262-2018-10003](https://doi.org/10.24411/2470-1262-2018-10003)
7. Щипицина Лариса Юрьевна, Информационные технологии в лингвистике: Учебное пособие, Москва, Издательство «ФЛИНТА» & «Наука», 2013. – 126 с. ISBN 978-5-9765-1431-7 (ФЛИНТА) & ISBN 978-5-02-037776-9 (Наука) – URL: <https://narfu.ru/university/library/books/1580.pdf>

This publication was completed under the grant - PROJECT CPEALT-2016/10003, “Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition”

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ МАТРИЦЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В МОДИФИКАЦИЯХ r -АЛГОРИТМА

Н.Г. ЖУРБЕНКО, А.П. ЛИХОВИД

Институт кибернетики НАН

Украины, Киев, Украина

zhurnick@gmail.com, o.lykhovyd@gmail.com

Аннотация. Для различных модификаций r -алгоритма предлагается процедура регуляризации матрицы преобразования пространства, предназначенная для предотвращения ее вырождения. Результаты численных исследований показывают, что использование процедуры регуляризации матрицы улучшает устойчивость алгоритмов с преобразованием пространства по отношению к ошибкам округления.

Ключевые слова: метод оптимизации, субградиентный алгоритм, преобразование пространства.

Более 50 лет назад был разработан субградиентный алгоритм минимизации с растяжением пространства в направлении разности двух последовательных градиентов – r -алгоритм [1], [2]. Практика использования r -алгоритма показывает, что до сих пор он является одним из наиболее эффективных алгоритмов негладкой оптимизации.

r -алгоритм используется с большими значениями коэффициентов растяжения пространства (≈ 2). Поэтому при решении задач небольшой размерности с большой точностью это может привести к вырождению матрицы преобразования. В работе [3] предложена процедура регуляризации этой матрицы применительно к r -алгоритму

Отметим, что к настоящему времени разработано семейство модификаций r -алгоритма с программным управлением значениями коэффициентов растяжения пространства [4], [5]. В это семейство входит и алгоритм с растяжением пространства по направлению разности нормированных субградиентов [6]. Приведенная в данной работе процедура регуляризации может использоваться и для этого семейства модификаций r -алгоритма.

Рассматривается задача безусловной минимизации субдифференцируемой функции $f(x)$ в R^n . Обозначим $\partial f(x)$ множество субградиентов функции $f(x)$ в точке x . Общая схема рассматриваемых (суб)градиентных алгоритмов с преобразованием пространства состоит в следующей итеративной процедуре:

$$x_{k+1} = x_{k+1} - h_k B_k B_k^* g_k / \|B_k^* g_k\|, \quad (1)$$

где h_k – шаговый множитель; $g_k \in \partial f(x_k)$; B_k – матрица обратная к матрице преобразования пространства A_k ($B_k = A_k^{-1}$); $g_k^* = B_k^* g_k$ – субградиент в преобразованном пространстве, соответствующий субградиенту g_k в исходном пространстве. Пусть $g_{k+1} \in \partial f(x_{k+1})$, $g_{k+1}^* = B_{k+1}^* g_{k+1}$. На шаге $k+1$ выполняется очередное преобразование пространства: $B_{k+1} = B_k T_{k+1}$, где T_{k+1} – оператор обратный к оператору очередного преобразования пространства. Для рассматриваемого семейства модификаций г-алгоритма оператор T_{k+1} определяется на основе субградиентов g_k^* и g_{k+1}^* .

Процедура регуляризации состоит в дополнительном условии на детерминант оператора T_{k+1} : $\det T_{k+1} = 1$.

Рассмотрим пример модификации г-алгоритма.

В r -алгоритме используется оператор растяжения пространства [2]: $R(\eta) = (\alpha - 1)\eta\eta^T + I$, где $\eta \in R^n$, α – направление и коэффициент растяжения пространства, $|\eta| = 1$, $\alpha \geq 0$.

$$\text{Оператор } T_{k+1} = R_{\beta_{k+1}}(\eta_{k+1}), \quad \eta_{k+1} = (g_{k+1}^* - g_k^*) / \|g_{k+1}^* - g_k^*\|.$$

Как следует из итеративной схемы (1) в г-алгоритме используется операция деления на $|g_k^*|$ – норму субградиента в преобразованном пространстве. Поэтому при программной реализации r -алгоритма необходимо принять меры по устранению возможной ошибки «деление на ноль». Это связано с тем, что $g_k^* = B_k^* g(x_{k-1})$, а матрица B_k равна произведению матриц операторов «сжатия» ($B_k = B_{k-1} R_{\beta_k}(\eta_{k-1})$). Отсюда следует, что с увеличением числа итераций величина $|g_k^*|$ может быть существенно меньше $|g_k|$. Таким образом, возможна ситуация, когда задача с заданной

точностью еще не решена, а величина $|g_k^*|$ принимает недопустимо малое значение.

Для учета такой ситуации в некоторых программных реализациях r -алгоритма используется процедура «восстановления» матрицы B_k . Однако использование такой процедуры может привести к увеличению трудоемкости алгоритма при решении задач небольшой размерности с высокой точностью.

Процедура регуляризации применительно к g -алгоритму будет состоять в следующем. Заметим, что $\det(R_{\beta_{k+1}}(\eta_k)) = \beta_{k+1} < 1$. Вместо оператора $R_{\beta_{k+1}}(\eta_k)$ будем использовать оператор $\tilde{R}_{\beta_{k+1}}(\eta_k) = (1/\sqrt[n]{\beta_{k+1}})R_{\beta_{k+1}}(\eta_k)$, для которого $\det(\tilde{R}_{\beta_{k+1}}(\eta_k)) = 1$. Таким образом, соответствующее оператору $\tilde{R}_{\beta_{k+1}}(\eta_k)$ преобразование пространства происходит с сохранением объемов. Оператор $\tilde{R}_{\alpha_{k+1}}(\eta_k)$ фактически можно интерпретировать как «растяжение» пространства оператором $R_{\alpha_{k+1}}(\eta_k)$ и равномерным сжатием по всем направлениям с коэффициентом $\sqrt[n]{\beta_{k+1}} = 1/\sqrt[n]{\alpha_{k+1}}$. Заметим, что это дополнительное сжатие не изменяет структуру поверхностей уровня функции – изменяется лишь их масштаб.

Таким образом модифицированный алгоритм обозначается в дальнейшем как \check{R} -алгоритм.

Приведем результаты численных исследований эффективности \check{R} -алгоритма в сравнении с r -алгоритмом на примере задачи минимизации функции Розенброка [7] для двух переменных:

$$f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2.$$

	α	k	k_g	$k_{restart}$
\check{R}	2	66	224	0
r	2	72	231	3
\check{R}	3	48	265	0
r	3	61	289	4

Таблица. Минимизация функции Розенброка.

В таблице приняты следующие обозначения: k – номер итерации, на которой алгоритм прекратил работу; k_g – количество вычислений субградиента; $k_{restart}$ – количество процедур восстановления матрицы. Точность решения по функционалу 10^{-18} .

Выводы. Результаты численных исследований показывают, что эффективности \tilde{R} -алгоритма и r -алгоритма примерно одинаковы. Однако использование процедуры регуляризации матрицы улучшает устойчивость алгоритмов с преобразованием пространства по отношению к ошибкам округления.

Работа выполнена при частичной поддержке Volkswagen Foundation (грант No 90 306 – Н. Г. Журбенко).

Литература.

1. Шор Н.З., Журбенко Н.Г. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов. Кибернетика. 1971. № 3. С. 51–59.
2. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их применение. Киев: Наук. Думка. 1979. 200 с.
3. Журбенко Н.Г., Лиховид А.П. Регуляризация матрицы преобразования g -алгоритма. Теорія оптимальних рішень. Київ: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2018. С. 145–151.
4. Журбенко Н.Г. Об одной модификации g -алгоритма. Материалы 3-й международной конференции „Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии”. Кишинев: Эврика, 2012. С. 355–361.
5. Журбенко Н.Г., Чумаков Б.М. Программное управление коэффициентами растяжения g -алгоритма. Теорія оптимальних рішень. Київ: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2012. С. 113–118.
6. Журбенко Н.Г. g -алгоритм на основе разности нормированных субградиентов. Материалы 4-й Межд. науч. конф. "Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии", г. Кишинэу, Республика Молдова, 25-28 марта 2014 г. Кишинэу: Эврика, 2014. Т. II. С. 197–201.
7. Rosenbrock, H.H. (1960). An automatic method for finding the greatest or least value of a function. The Computer Journal. 3 (3): 175–184.

АЛГОРИТМЫ ВНУТРЕННИХ ТОЧЕК: ИСТОРИЯ, РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ, ПРИЛОЖЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ¹

В.И. ЗОРКАЛЬЦЕВ,
Лингвистический институт СО РАН,
Иркутск, Россия
vizork@mail.ru, <https://www.zorkaltsev.com>

***Аннотация.** Рассматриваются семейства прямых и двойственных алгоритмов внутренних точек применительно к решению задач линейного и нелинейного программирования. Излагается история создания и развития алгоритмов. Приводятся новые модификации алгоритмов внутренних точек, содержащие как частный случай разработанные ранее алгоритмы.*

***Ключевые слова:** математическое программирование, линейные неравенства, алгоритмы внутренних точек.*

Введение. В докладе рассматриваются алгоритмы решения задач математического программирования, осуществляющих ввод в область допустимых решений и оптимизацию путем итеративного улучшения в множестве векторов, удовлетворяющих ограничениям-неравенствам в строгой форме. Приводятся семейства прямых, двойственных, самосопряженных алгоритмов, полиномиальные алгоритмы оптимизации в конусе пути аналитических центров задачи линейного программирования. Представлены полученные автором результаты по теоретическому обоснованию алгоритмов. В частности выделены подмножества алгоритмов обладающих линейной и сверхлинейной скоростью сходимости, асимптотически не зависящей от исходных данных решаемой задачи. Излагаются результаты экспериментальных исследований вариантов алгоритмов на тестовых примерах и при реализации ряда математических моделей энергетики. Особое внимание уделено перспективам развития алгоритмов внутренних точек.

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ проект № 19-07-00322 и в рамках проекта РАН № 0279-2019-0003.

Исходным импульсом создания рассматриваемых алгоритмов послужила идея 1965 г. Л.В. Канторовича определения двойственных оценок из неоптимального плана задачи линейного программирования путем аппроксимации методом наименьших квадратов условия дополняющей нежесткости. На основе этой идеи был создан в 1967 г. алгоритм И.И. Дикина решения задач линейного и квадратичного программирования. Проведенные И.И. Дикиным совместно с С.М. Анцызом в Институте математики СО АН СССР экспериментальные исследования позволили выявить эффективный вариант алгоритма и показали его хорошие вычислительные перспективы.

В 1972 г. И.И. Дикиным, работавшим в то время уже в Сибирском энергетическом институте СО АН СССР (г. Иркутск) была подготовлена и защищена в Иркутском государственном университете кандидатская диссертация по данному алгоритму. В диссертации небольшого объема (менее 40 страниц) были представлены описание алгоритма, его геометрические интерпретации, результаты экспериментальных исследований и полученные И.И. Дикиным результаты по теоретическому обоснованию. А именно было доказано, что при оптимизации в области допустимых решений невырожденных задач линейного программирования алгоритм с линейной скоростью сходимости приводит к оптимальному решению с минимальным набором активных ограничений. То есть, доказано, что алгоритм приводит к относительно внутренней точке множества оптимальных решений, что является важной особенностью рассматриваемых алгоритмов.

Научным руководителем был Л.В. Канторович. Оппонировали известные российский и украинский ученые В.Л. Макаров и Н.З. Шор. С 70-х годов этот метод активно развивался только российскими математиками (Ю.Г. Евтушенко, В.И. Зоркальцев, В.Г. Жадан) и нашел активное применение при реализации ряда моделей экономики и энергетики [1]. В других странах повышенный интерес к алгоритмам рассматриваемого типа возник после публикации в 1984 году алгоритма Н. Кармаркара, являющегося фактически ухудшенной версией алгоритма И.И. Дикина.

Комбинированный алгоритм. В [1] рассматривался алгоритм, сочетающий в едином вычислительном процессе ввод в область

допустимых решений и оптимизацию. Приведем новую модификацию такого комбинированного алгоритма для задачи линейного программирования в стандартной форме и двойственной к ней:

$$c^T x \rightarrow \min, Ax=b, x \geq 0; \quad (1)$$

$$b^T u \rightarrow \max, g(u) \equiv c - A^T u \geq 0. \quad (2)$$

Заданы матрица A размера $m \times n$, векторы $b \in R^m$, $c \in R^n$. Переменные задач (1), (2) составляют векторы $x \in R^n$, $u \in R^m$.

Стартовой точкой может служить любой вектор x^0 из R^n со всеми положительными компонентами. Например, $x_j^0 = 1, j=1, \dots, n$.

Алгоритм вырабатывает последовательность векторов x^k из R^n также со всеми положительными компонентами, где $k=0, 1, 2, \dots$ – номер итерации. На каждой итерации осуществляется следующая последовательность действий.

1. Вычисляем вектор невязок ограничений-равенств задачи (1):

$$r^k = b - Ax^k. \quad (3)$$

2. Определяем вектор положительных весовых коэффициентов d^k из R^n , компоненты которого должны удовлетворять неравенствам

$$\bar{\sigma}(x_j^k) \geq d_j^k \geq \underline{\sigma}(x_j^k), j=1, \dots, n. \quad (4)$$

Здесь $\bar{\sigma}$, $\underline{\sigma}$ некоторые функции от положительного вещественного аргумента такие, что при любом $\alpha > 0$

$$\bar{\sigma}(\alpha) \geq \underline{\sigma}(\alpha) > 0. \quad (5)$$

Требуется также выполнение следующего условия

$$\frac{\bar{\sigma}(\alpha)}{\underline{\sigma}(\tau)} = O\left(\frac{\alpha}{\tau}\right). \quad (6)$$

Например, можно воспользоваться правилом

$$d_j^k = (x_j^k)^p \quad (7)$$

где $p \geq 1$ – заданный параметр. В этом случае при $\alpha \geq 0$

$$\bar{\sigma}(\alpha) = \underline{\sigma}(\alpha) = \alpha^p. \quad (8)$$

3. Определим вектор-функцию $s^k(\beta)$ со значениями из R^n , зависящую от вещественного параметра β , как решение вспомогательной задачи:

$$\sum_{j=1}^n c_j^k(\beta) s_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (s_j^2 / d_j^k) \rightarrow \min, \quad A s = r^k. \quad (9)$$

с вектором переменных $s \in R^n$. Здесь

$$c^k(\beta) = c - \beta y^k, \quad (10)$$

при

$$y_j^k = 1 / x_j^k, \quad j=1, \dots, n. \quad (11)$$

Для задания вектор-функции $s^k(\beta)$ достаточно вычислить ее значения в двух точках, так как при любом β

$$s^k(\beta) = s^k(0) + \beta s^k(1). \quad (12)$$

Вычисление вектора $s^k(\beta)$ при двух значениях β сводится к задаче решения двух систем линейных уравнений с одной и той же симметричной неотрицательно определенной матрицей и двумя векторами в правой части системы. В вычислительном отношении такая задача равносильна поиску решения такой же системы с одним вектором в правой части.

Действительно, при любом заданном β

$$s_j^k(\beta) = d_j^k g_j^k(u^k(\beta), \beta), \quad j=1, \dots, n. \quad (13)$$

где вектор $u^k(\beta)$ является решением задачи безусловной минимизации квадратичной выпуклой функции относительно вектора переменных $u \in R^m$:

$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n d_j^k (g_j^k(u, \beta))^2 - \sum_{i=1}^m r_i^k u_i \rightarrow \min. \quad (14)$$

В (13), (14)

$$g^k(u, \beta) = c^k(\beta) - A^T u. \quad (15)$$

Приравняв градиент целевой функции вспомогательной задачи (14) нулевому вектору получим систему линейных уравнений, у которой от параметра β зависит только вектор в правой части. Причем эта зависимость линейная.

В качестве пояснения отметим, что вспомогательная задача (14) является равносильной, симметрично двойственной к исходной вспомогательной задаче (9).

4. Вычисление шага корректировки решения. Пусть γ заданный параметр из открытого интервала (0, 1). Например, $\gamma=0,9$. Задано также верхнее значение $\bar{\beta}$ для определяемого по приводимым

ниже правилам значения β . Обозначим λ_k, β_k решение одной из приводимых ниже задач относительно переменных λ и β .

Если $r^k \neq 0$, то решается задача:

$$\lambda \rightarrow \max, \lambda s^k(\beta) + \gamma x^k \geq 0, 1 \geq \lambda, \bar{\beta} \geq \beta \geq 0. \quad (16)$$

Если $r^k = 0$, то решается задача:

$$\lambda \sum_{j=1}^n c_j s_j^k(\beta) \rightarrow \min, \lambda s^k(\beta) + \gamma x^k \geq 0, \bar{\beta} \geq \beta \geq 0. \quad (17)$$

В приводимых ниже результатах расчета для решения задач (16), (17) использовался метод золотого сечения. Отметим, что максимальное значение целевой функции задачи (16), рассматриваемое как неявная функция от переменной β , является вогнутой функцией. Целевая функция задачи (17) при β , с которыми она достигает неположительных значений, является выпуклой неявной функцией от β (причем такие значения β составляют интервал с нижней границей равной нулю). Эти два факта обосновывают правомочность использования метода золотого сечения для решения задач (16), (17).

5. Осуществляется итеративный переход:

$$x^{k+1} = x^k + \lambda_k s^k(\beta_k). \quad (18)$$

Замечания. 1. Из ограничений задач (16), (17) и итеративного перехода (18) следует, что

$$x^{k+1} \geq (1-\gamma) x^k. \quad (19)$$

Поскольку все компоненты вектора x^k положительные и $\gamma < 1$, то положительными будут и все компоненты вектора x^{k+1} .

2. Из условия вспомогательной задачи (9) и итеративного перехода (18) следует, что

$$r^{k+1} = (1-\lambda_k) r^k. \quad (20)$$

Этим объясняется почему в (16) величина шага λ_k ограничена сверху единицей. Пока $r^k \neq 0$ приведенный алгоритм осуществляет ввод в область допустимых решений. Абсолютные значения каждой компоненты вектора невязок балансовых ограничений сокращаются в $(1-\lambda_k)$ раз при $\lambda_k \in (0, 1]$. Это будет этап ввода в область допустимых решений задачи (1). Учет целевой функции позволяет получать первое допустимое решение более близким к оптимальному.

При $r^k=0$ согласно (20), после итеративного перехода невязки балансовых ограничений должны оставаться нулевыми, $r^{k+1}=0$. На этом этапе будет происходить оптимизация в области допустимых решений, будут выполняться неравенства

$$c^T x^{k+1} < c^T x^k. \tag{21}$$

3. Можно априори зафиксировать значение $\bar{\beta}=0$. Тогда приведенный алгоритм станет одним из вариантов рассматривавшихся ранее алгоритмов метода внутренних точек. В частности, при правиле вычисления весовых коэффициентов (7) для $p=2$ получим наиболее известный алгоритм внутренних точек, за которым закрепилось название «affine scaling method».

Для вариантов алгоритмов с $\bar{\beta}=0$ применительно к процессу оптимизации в области допустимых решений при предположении о невырожденности задачи (1) доказано, что вырабатываемые последовательности векторов x^k , $u^k = u^k(0)$ сходятся не менее чем линейно к относительно внутренним точкам оптимальных решений задач (1) и (2). Причем скорость сходимости двойственных переменных будет быстрее, чем скорость сходимости переменных

двойственной задачи:
$$\frac{\|u^k - \bar{u}\|}{\|x^k - \bar{x}\|} \rightarrow 0, \text{ при } k \rightarrow \infty.$$

Можно отметить, что более быстрая сходимость сначала была выявлена на основе опыта использования алгоритмов внутренних точек при реализации моделей энергетики. Затем было получено теоретическое обоснование. Этот факт делает целесообразным для более быстрого получения решения исходной задачи (1) использование двойственных аналогов изложенных алгоритмов в том числе «dual affine scaling method». Для алгоритмов с весовыми коэффициентами (7) при $p \in [1, 3]$ дано доказательство без предположения о невырожденности задачи. Причем для $p \in (1, 3]$ было доказано, что скорость сходимости асимптотически не зависит от исходных данных, в том числе, размерности задачи, так как

$$\frac{\|x^{k+1} - \bar{x}\|}{\|x^k - \bar{x}\|} \rightarrow (1 - \gamma), \text{ при } k \rightarrow \infty.$$

Исследования показали, что это неверно для алгоритмов с весовыми коэффициентами (7) при $p=1$. В этом случае линейная скорость сходимости зависит от всех исходных данных задачи.

При доказательствах указанных и других фактов нельзя было использовать стандартную технику обоснования алгоритмов оптимизации. Вместе с тем разработанную технологию обоснования алгоритмов при $\bar{\beta}=0$ нельзя легко перенести на изложенное здесь обобщение таких алгоритмов.

4. В приводимой ниже таблице представлены осуществленные А.Ю. Филатовым сравнительные расчеты «affine scaling method» и изложенного здесь алгоритма с весовыми коэффициентами (7) при $p=2$. Отметим, что на каждой итерации в обоих случаях осуществляется примерно один и тот же объем вычислений. Представленные результаты расчетов показывают, что есть смысл в использовании изложенного здесь комбинированного алгоритма. В таблице 1 под термином комбинированный алгоритм понимается алгоритм с $\bar{\beta}=1$, под термином комбинированный расширенный понимается алгоритм с $\bar{\beta}=2$.

Для каждой рассмотренной размерности рассматривалось двадцать случайно сгенерированных задач линейного программирования в стандартной форме. В таблице 1 представлены средние арифметические значения числа итераций потребовавшихся для решения задач и среднеквадратические отклонения от средних значений числа итераций.

Таблица 1.

Среднее значение и среднеквадратическое отклонение от среднего значения числа итераций, потребовавшихся для решения задач линейного программирования разных размерностей

Алгоритмы\ Размерность задач	20×40	40×80	100×200	200×500
Аффинно- масштабирующий	$it=31,1$ $\sigma=6,39$	$it=33,0$ $\sigma=6,42$	$it=29,1$ $\sigma=11,62$	$it=28,6$ $\sigma=2,76$
Комбинированный	$it=25,1$ $\sigma=4,44$	$it=24,1$ $\sigma=4,97$	$it=23,1$ $\sigma=7,99$	$it=22,6$ $\sigma=0,66$
Комбинированный расширенный	$it=23,6$ $\sigma=5,28$	$it=21,7$ $\sigma=2,87$	$it=23,6$ $\sigma=8,49$	$it=22,5$ $\sigma=0,67$

Из представленных в таблице 1 результатов видно, что использование изложенных в данной статье комбинированных алгоритмов приводит к сокращению примерно на 25% времени решения задач линейного программирования по сравнению с исходным «аффинно масштабирующем» (affine scaling method), наиболее известным вариантом алгоритма внутренних точек. Можно отметить также более устойчивое поведение по времени счета (более низкое среднеквадратического отклонения от среднего значения числа итераций) изложенных здесь алгоритмов на задачах одной и той же размерности.

Существенный положительный эффект был получен также в вычислительных экспериментах (проведенных также А.Ю. Филатовым) решения нелинейных систем уравнений и неравенств. В таком виде представляется задача расчета допустимых режимов электроэнергетических систем. Использование алгоритмов внутренних точек сопровождалось процедурами итеративной линеаризации. Рассматривались предоставленные О.Н. Войтовым четыре схемы электроэнергетических систем (с 152 узлами, с 118 узлами, 207 узлами и 211 узлами). Во всех четырех случаях изложенным здесь алгоритмом потребовалось существенно меньше (на 15-50%) числа обращений матрицы (количества требовавшихся решений задачи (14)). При этом только в одном примере потребовалось больше итераций линеаризации, каждая из которых требует некоторого дополнительного времени, но не сопоставимого с временем обращения матрицы методом квадратного корня. Этим методом решалась вспомогательная задача (14) в примерах, представленных в таблице 1 и при поиске допустимых режимов электроэнергетических систем.

Литература.

1. Дикин И.И., Зоркальцев В.И. Итеративное решение задач математического программирования: алгоритмы метода внутренних точек. – Новосибирск: Наука, 1980, 144 с.

ПРО ВЕЛИКІ ВІДХИЛЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ СТОХАСТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Е.Й. КАСИТСЬКА, П.С. КНОПОВ,
Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН
України, Київ, Україна
knopov1@yahoo.com

***Анотація.** Розглядаються задачі стохастичного програмування, де емпірична функція будується за спостереженнями випадкових процесів та полів з дискретним та неперервним параметром. Оцінюються великі відхилення розв'язків.*

***Ключові слова:** задача стохастичного програмування, стаціонарний процес, однорідне поле, великі відхилення.*

Задача стохастичного програмування виникає за необхідності прийняття рішень в умовах невизначеності. Оптимізується середнє значення показника якості керування, який залежить від випадкового параметра.

Непрямі методи розв'язання задач стохастичного програмування представляють собою апроксимацію стохастичної задачі наближеною детермінованою. Одним з основних непрямих методів є так званий метод емпіричних середніх, коли показники апроксимуються їх емпіричними оцінками.[1-5]. Однією з основних проблем є оцінка точності та дослідження збіжності такої апроксимації при збільшенні кількості спостережень.

Розглянемо наступну модель.

Маємо задачу стохастичної оптимізації

$$\min F(x) = Ef(x) = Ef(x, \xi_0), x \in X, \quad (1)$$

де $\{\xi_i, i \in \mathbb{N}\}$ - стаціонарна у вузькому розумінні метрично транзитивна випадкова послідовність, задана на ймовірнісному просторі (Ω, G, P) , із значеннями в деякому вимірному просторі (Y, \mathfrak{F}) ; X - непушта компактна підмножина \mathbb{R}^n , $f: X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ -

деяка відома функція, неперервна за першим аргументом та вимірна за другим.

Замінімо (1) емпіричною функцією

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x, \xi_i), x \in X, \quad (2)$$

де $\{\xi_i, i=1, \dots, n\}$ - спостережені елементи послідовності $\{\xi_i\}$.

За деяких обмежень на перший момент функції f ([1]) існує розв'язок x_0 задачі (1). Припустимо, що він єдиний.

Як відомо, існує хоча б одна точка мінімуму $x_n(\omega)$ функції (2), що є вимірною функцією ω . За деяких достатньо необмежуваних умов ([1]) $x_n(\omega)$ збігається до x_0 з ймовірністю 1 при $n \rightarrow \infty$.

Дослідимо великі відхилення x_n та $F_n(x_n)$ від x_0 , $F(x_0)$. Припустимо, що для всіх $y \in Y$ маємо $f(\circ, y) - Ef(\circ) \in K$, де K - деяка опукла компактна підмножина $C(X)$. Позначимо

$$A_\varepsilon = \{z \in K : \|z\| \geq \varepsilon\},$$

$$\Lambda(Q) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left(E \left\{ \exp \left(\sum_{i=1}^n \int_X [f(x, \xi_i) - F(x)] Q(dx) \right) \right\} \right),$$

$$I(z) = \Lambda^*(z) = \sup \left\{ \int_X z(x) Q(dx) - \Lambda(Q), Q \in M(X) \right\}.$$

Теорема 1. При виконанні для $\{\xi_i\}$ першої гіпотези гіперперемішування ([2])

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln P \left\{ \left| \min_{x \in X} F_n(x) - \min_{x \in X} F(x) \right| \geq \varepsilon \right\} \leq -\inf \{ I(z), z \in A_\varepsilon \}. \quad (3)$$

Припустимо, що існує поліпшувача функція ψ для $F(\circ)$ в x_0 з деякою сталою ρ (див.[3]). Нехай x_n - точка мінімуму (2) на множині $B(x_0, \rho)$. Якщо ε достатньо мало, так що

$$\psi(|x - x_0|) \leq 2\varepsilon \Rightarrow |x - x_0| \leq \rho,$$

то маємо

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln P \left\{ \psi(|x_n - x_0|) \geq 2\varepsilon \right\} \leq -\inf \left\{ I(z), z \in A_\varepsilon \right\}. \quad (4)$$

Більш того, якщо ψ опукла та строго зростає на $[0, \rho]$, то

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln P \left\{ |x_n - x_0| \geq \psi^{-1}(2\varepsilon) \right\} \leq -\inf \left\{ I(z), z \in A_\varepsilon \right\}. \quad (5)$$

Розглянемо наступну модель, де спостереження не є стаціонарними.

Нехай $\{\xi_i, i \in \square\}$ - стаціонарна у вузькому розумінні ергодична випадкова послідовність, задана на повному ймовірнісному просторі (Ω, G, P) , із значеннями в деякому метричному просторі (Y, ρ) ; $X = [a; b] \subset \square$; $h: \square \times X \times Y \rightarrow \square$ - неперервна функція, опукла по другому аргументу.

Дослідимо проблему

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(i, x, \xi_i) \rightarrow \min, x \in X. \quad (6)$$

Нехай виконані наступні умови:

$$1) \sup \left\{ E \left[\max |h(i, x, \xi_i)|, x \in X \right], i \in \square \right\} < \infty;$$

2) при будь-якому $x \in X$ існує

$$F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} E F_n(x);$$

3) існують такі $x_0 \in X, c > 0$, що

$$F(x) \geq F(x_0) + c|x - x_0|, x \in X. \quad (7)$$

З умови (7) випливає, що x_0 є єдиним розв'язком проблеми

$$F(x) \rightarrow \min, x \in X. \quad (8)$$

Теорема 2. Нехай послідовність $\{\xi_i\}$ задовольняє умові сильного змішування з коефіцієнтом

$$\alpha(\tau) \leq \frac{c_0}{1 + \tau^{1+\varepsilon}}, \varepsilon > 0.$$

Припустимо, що права та ліва похідні функції F_n у точці x_0 збігаються до відповідних похідних функції F .

Тоді за деяких обмежень на моменти правої та лівої похідних функції h в точці x_0 (див.[4]) з ймовірністю 1 існує $n_0 = n_0(\omega)$, таке, що за всіх $n > n_0$ задача (6) має єдиний розв'язок $x_n = x_0$.

Теорема 3. Нехай послідовність $\{\xi_i\}$ задовольняє першій гіпотезі гіперперемішування. Припустимо також, що функція h не залежить від i , та існує така стала L , що права та ліва похідні функції h у точці x_0 обмежені за абсолютною величиною цією сталою L . Тоді

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln P(A_n^c) \leq -\inf \{V^*(z), z \in [-L; 0]\}, \quad (9)$$

де $V^*(z) = \sup \{zQ(X) - V(Q), Q \in M(X)\}$,

$$V(Q) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln E \exp \left\{ Q(X) \sum_{i=1}^n \min \left[h_+'(x_0, \xi_i), h_-'(x_0, \xi_i) \right] \right\},$$

$$A_n = \{\omega : \arg \min F_n(x) = \{x_0\}, x \in X\}, A_n^c = \Omega \setminus A_n.$$

Аналогічні результати мають місце для однорідного у вузькому розумінні випадкового поля з дискретним параметром, тільки на нього одразу накладається умова сильного перемішування з відповідним коефіцієнтом, а також накладаються умови на його моменти.

Також аналогічні теореми справедливі для стаціонарного у вузькому розумінні випадкового процесу з неперервним часом та неперервними траєкторіями, де задача

$$\min F(x) = Ef(x, \xi(0)), x \in X, \quad (10)$$

апроксимується проблемою

$$\min F_T(x) = \frac{1}{T} \int_0^T f(x, \xi(t)) dt, x \in X, \quad (11)$$

де $\{\xi(t), t \in [0, T]\}$ - спостереження процесу $\{\xi(t)\}$; $T > 0$; f - неперервна функція.

За нестационарних спостережень у неперервному варіанті маємо емпіричну функцію

$$F_T(x) = \frac{1}{T} \int_0^T h(t, x, \xi(t)) dt, x \in X,$$

де h - неперервна функція, опукла за другим аргументом.

Для однорідних випадкових полів з неперервним параметром також мають місце аналогічні результати. Там емпірична функція має вигляд

$$F_{T_1 T_2}(x) = \frac{1}{T_1 T_2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} f(x, \xi(t_1, t_2)) dt_1 dt_2, x \in X; T_1, T_2 > 0;$$

$$F_{T_1 T_2}(x) = \frac{1}{T_1 T_2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} h(t_1, t_2, x, \xi(t_1, t_2)) dt_1 dt_2,$$

де функція h неперервна за всіма аргументами та опукла по x .

Резюмуючи отримані результати, треба відмітити, що їх можна використовувати для вирішення різних задач стохастичної оптимізації, регресійному аналізі тощо.

Література.

1. Knopov P.S., Kasitskaya E.J. Properties of empirical estimates in stochastic optimization and identification problems // Annals of Operations Research. – 1995. - Vol.56. - P. 225-239.
2. Deuschel J.-D., Stroock D.W. Large deviations. – Boston, etc.: Academ. Press, inc., 1989. – 310p.
3. Kaniovski Yu.M., King A.J., Wets R.J-B. Probabilistic bounds (via large deviations) for the solutions of stochastic programming

- problems // *Annals of Operations Research*. – 1995. – Vol.56. – P. 189-208.
4. Кнопов П.С., Касицкая Е.И. О больших отклонениях эмпирических оценок в задаче стохастического программирования при нестационарных наблюдениях // *Кибернетика и системный анализ*. – 2010. – Т.46, №5. – С. 46-50.
 5. Knopov, P.S., Kasitskaya, E.I. Consistency and Properties of Large Deviations of Empirical Estimates in Stochastic Optimization Problems for Homogeneous Random Fields under Nonhomogeneous and Homogeneous Observations. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2021, 57(1),p.16-29.

ПИТАННЯ УДОСКОНАЛЕННЯ ІНСТРУМЕНТАРІЮ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИТРАТИ-ВИПУСК ДЛЯ ОЦІНКИ ВПЛИВУ ІТ-ІНДУСТРІЇ

Е.П. КАРПЕЦЬ,
В.М. КУЗЬМЕНКО
Інститут кібернетики НАН
України, Київ, Україна
keleonora@ukr.net

***Анотація.** Описано принципи застосування інструментарію економетричної моделі таблиць витрати-випуск (ТВВ) для оцінки впливу макроекономічної динаміки галузей ІТ-індустрії на окремі види економічної діяльності.*

***Ключові слова:** програмні засоби оптимізації цифрової інфраструктури, економетрична модель таблиці витрат-випусків (МТВВ), види економічної діяльності (ВЕД), національні рахунки, міжгалузеві потоки, обсяг кінцевого споживання, проміжне споживання.*

***Abstract.** The principles of using the tools of the econometric input-output model to estimate the impact of the macroeconomic dynamics of the IT-industry on certain types of economic activity are described.*

***Keywords:** econometric model, Input-Output tables (IOTs), types of economic activity (NACE), National Accounts, interbranch flows, the volume of final consumption, intermediate consumption.*

В процесі проведених досліджень нашою метою було застосувати розроблені в Інституті кібернетики НАН України інструменти з оцінки впливу макроекономічної динаміки галузей ІТ-індустрії на окремі види діяльності та формування цифрової інфраструктури економіки.

Розроблений інструментарій дозволяє аналізувати та досліджувати структурні зрушення, пов'язані з міжгалузевим споживанням, та оцінювати вплив таких зрушень на макроекономічні показники (обсяг виробництва у постійних цінах виробників). Цей інструментарій ґрунтується на економетричних моделях, таблицях

«витрати-випуск» (ТВВ) та показниках Національних рахунків України.

Детально метододику *економетричної моделі таблиць «витрати-випуск» (МТВВ)* нами було наведено в [1,2]. Фактично координати вектора кінцевого попиту можна розглядати як параметри системи і будувати залежність обсягів виробництва від сукупного кінцевого попиту. Це призводить до економетричної інтерпретації моделі, що передбачає наявність статистичних залежностей обсягів міжгалузевих потоків від обсягів випуску у парах постачальник-споживач – $x_{ij} = x_{ij}(x_i, x_j)$. Нашою метою було визначити вплив структурних змін обсягів виробництва x_i та кінцевого споживання продукції x_j в групі галузей IT-індустрії на міжгалузеві потоки x_{ij} окремих видів економічної діяльності. Розроблені програми дозволяють за допомогою регресійного аналізу оцінити ступінь взаємовпливу показників (наприклад, коефіцієнтів λ_{ij}, β_{ij} при лінійній залежності $x_{ij} = c_{ij} + \lambda_{ij}x_i + \beta_{ij}x_j$), рівень щільності через коефіцієнт множинної кореляції, наявності (відсутності) автокореляції), достовірність обраних гіпотез та інші.

Головною проблемою запропонованого підходу стає етап підготовки вхідного масиву інформації. Для побудови репрезентативної вибірки потрібні співставні дані за період принаймні двадцяти років, що пов'язано з рядом методологічних особливостей підготовки статистичної інформації.

Наразі Державна статистична служба України (ДССУ) надає інформацію за таблицями «Витрати-випуск» (ТВВ) переважно в агрегованому вигляді за 19 видами економічної діяльності. На цьому рівні агрегування більшість галузей реального сектору представлені одним рядком ВЕД – «Переробна промисловість», що унеможливило їх детальне дослідження. За досліджуваний період розширені матриці ТВВ, що мають в різні роки розмір 38*38, 35*35, 42*42 та 75*75. Розширені матриці надають достатню інформацію для оцінки міжгалузевої структури та взаємозв'язків за окремі роки. Проте, за необхідності проведення регресійного аналізу, виникає проблема сумісності даних, оскільки вони підготовлені ДССУ з використанням різного рівня агрегування та адаптовані відповідно до різних версій

Класифікатора видів економічної діяльності (КВЕД). (Rev. 1.1 та Rev. 2 NACE) [3, 4].

Для узгодження рядів даних за тривалий період часу поєднано два підходи: 1) розроблене програмне забезпечення використовує інформацію з розширених матриць з 2000 по 2019 рік та агрегує її відповідно до обраної економічної постановки розв'язуваних задач; 2) агрегування розширеного масиву даних з оцінкою ефективності агрегування за критеріями відмінності чисел Фробеніуса-Перрона вихідної і агрегованої матриць [5, 6]. В дослідженні було оцінено ефективність агрегування матриць для різного рівня укрупнення за двома способами агрегування (рис.1).

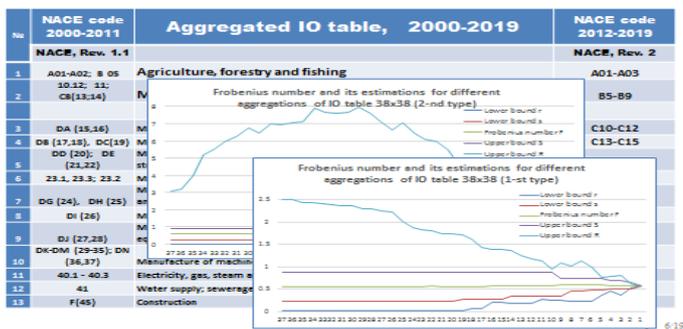


Рис. 1. Приклад математичної оцінки ефективності для загальноекономічного алгоритму агрегування матриць ТВВ.

- При формуванні вхідного масиву інформації розроблене програмне забезпечення дозволяє (рис.2):
- редагувати ТВВ відповідно до рівня агрегування даних;
- вибрати період часу або набір років для аналізу;
- врахувати інфляцію та сформувати ряди даних у цінах обраного базового року.

Блок основних математичних розрахунків дозволяє:

- розраховувати основні коефіцієнти для проведення регресійного аналізу компонент ТВВ та коригувати їх параметри;
- розрахувати статистичну модель таблиці «витрати-випуск»;
- розрахувати коефіцієнти повних витрат та проводити їх дослідження в динаміці протягом кількох років.

Запропоновані алгоритми і компоненти прикладного програмного забезпечення дозволяють:

- 1) формувати розрахункові завдання на базі розширеного переліку видів економічної діяльності, що дозволяє деталізувати дослідження з впливу галузей ІТ-індустрії на міжгалузеву структуру;
- 2) блок розрахунку двоїстої задачі моделі «витрати-випуск» дозволяє узгоджувати співвідношення між ціною товарів та послуг, що надаються галузями ІТ-індустрії і зміни доданої вартості в національній економіці з урахуванням оціночних коефіцієнтів;
- 3) розрахунок і оцінку виду функціональної залежності між динамікою створених товарів і послуг і динамікою основних секторів кінцевого споживання.

Література

1. Карпець Е.П. Прогнозування бюджетних показників на базі економетричної моделі таблиць Витрати-Випуск // Інформаційно-аналітичне супроводження бюджетного процесу (за ред. Довгого С.О., Сергієнко І.В.)/ монографія. К., 2013. С. 387-397.
2. Карпець Е.П., Кузьменко В.М. Загальний алгоритм визначення впливу економічних зрушень на базі балансових моделей. [Математичне та комп'ютерне моделювання](#). 2017. С. 67–72.
3. Класифікація видів економічної діяльності. ДК 009 - 96. К.: Держкомстат України, 2005.
4. Національний класифікатор України ДК 009:2010 "Класифікація видів економічної діяльності" (КВЕД 2010). К.: Держкомстат України, 2010.
5. Бойко В.В., Горін В.В., Кузьменко Г.В. Исследование динамики характеристик серии последовательных таблиц «затраты-выпуск». *Теорія оптимальних рішень*. 2015. С. 67–72. <http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/112400>
6. Стецюк П.И., Бондаренко А.В. О спектральных свойствах модели Леонтьева. *Теорія оптимальних рішень*. 2011. С. 84–90. <http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/46777>

МНОГОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

КНОПОВ П.С., ПЕПЕЛЯЕВА Т.В.,
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова
НАН Украины, Киев, Украина
knopov1@yahoo.com

***Аннотация.** Предложены методы и алгоритмы нахождения оптимальных стратегий для ряда многомерных марковских моделей теории запасов. Используется аппарат управляемых случайных процессов. Аналогичные результаты могут быть получены и для полумарковских моделей теории запасов.*

***Ключевые слова:** стратегия, критерий, управление, оптимальность, случайный процесс*

Рассмотрим модель управления системой с многомерными фазовым пространством и пространством принятия решений.

Пусть пространство состояний является декартовым произведением m множеств, т.е. $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_m$.
Пространство принимаемых решений $A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_m$.

Для каждой пары $x_i \in X_i$, $a_i \in A_i$ обозначим $r_i(x_i, a_i)$ – ожидаемые издержки (затраты) за один период, если i -я подсистема находится в состоянии x_i в начале периода, и принимается решение $a_i \in A_i$.

Пусть ожидаемые издержки всей системы за один период $r(x, a)$, где $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, $a = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ является сепарабельной, т.е. имеет вид $r(x, a) = \sum_{i=1}^m r_i(x_i, a_i)$.

Далее будем считать, что пространства X_i , A_i , $i = 1, \dots, m$ и функции $r_i(x_i, a_i)$ удовлетворяют соответствующим условиям, приведенных выше для $r(x, a)$ общего вида.

Тогда критерий φ оптимальности данной стратегии запишем следующим образом:

$$\varphi(x, \delta) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{n+1} E_x^\delta \sum_{k=0}^n r(X_k, D_k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{n+1} E_x^\delta \sum_{k=0}^n \sum_{i=1}^m r_i(x_i^k, d_i^k),$$

где $X_k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_m^k)$ – состояние системы в момент времени k ,
 $D_k = (a_1^k, a_2^k, \dots, a_m^k)$ – выбранное управление в момент времени k .

Обозначим $\Xi_1(X)$ – банахово пространство ограниченных измеримых по Борелю функций на X с нормой

$$v(x) = \sum_{i=1}^m \sup_{x_i \in X_i} |v_i(x_i)|.$$

Доказано следующее утверждение.

Теорема. Пусть A – компактное пространство и отображение $A: X \rightarrow 2^A$ полунепрерывно сверху, пусть существует $\mu_i(X_i) > 0$ на (X, \mathfrak{N}) , $i = \overline{1, m}$:

$$\mu_i(X_i) \leq Q_i(B_i / x_i, a_i), \quad B_i \in \mathfrak{N}, \quad i = \overline{1, m}.$$

Пусть также выполнены следующие условия:

- 1) функции $r_i(x_i, a_i)$ полунепрерывны снизу на (x_i, a_i) ;
- 2) переходные вероятности $Q_i(B_i / x_i, a_i)$ слабо непрерывны на (x_i, a_i) .

Тогда в классе стационарных марковских детерминированных стратегий существует оптимальная стратегия с минимальной стоимостью

$$W = \int V(x) \mu(dx), \quad \text{где } V = \inf_{a \in A} \left\{ r(x, a) + \int_X V(y) Q'(dy / x, a) \right\} =$$

$$= \sum_{i=1}^m \inf_{a_i \in A_i} \left\{ r_i(x_i, a_i) + \int_{X_i} V_i(y_i) [Q_i(dy_i / x_i, a_i) - \mu_i(dy_i)] \prod_{j=1, j \neq i}^m \mu_j(x_j) \right\}.$$

ГИБРИДНЫЕ МЕТАЭВРИСТИКИ В ЗАДАЧАХ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ МАРШРУТОВ

И.В. КОЗИН, А.А. ЗЕМЛЯНСКИЙ,
Запорожский национальный университет
Запорожье, Украина
ainc00@gmail.com,
alex27398@gmail.com

***Аннотация.** Рассматривается группа оптимизационных задач, связанная с поиском маршрутов/путей во взвешенном графе с определенными условиями. К таким задачам относятся различные варианты задачи коммивояжера, задача об инспекции путей, задача о сельском почтальоне и ряд других. Большинство задач этого типа являются NP-трудными. Показано, что практически все задачи, связанные с построением оптимальных маршрутов в графе, могут быть сформулированы как задачи оптимизации на фрагментарной структуре. Рассмотрен ряд гибридных алгоритмов отыскания субоптимальных решений подобных задач на основе комбинации фрагментарного алгоритма и известных метаэвристик.*

***Ключевые слова:** граф, задача коммивояжера, задача об инспекции путей, задача сельского почтальона, фрагментарная структура, эволюционный алгоритм, алгоритм перемешанных прыгающих лягушек.*

Рассмотрена группа оптимизационных задач маршрутизации на графе, родственная задаче коммивояжера. К таким задачам относятся задача коммивояжера, задача об инспекции путей (китайский почтальон), задача сельского почтальона, задача о доставке грузов, и ряд других. Большинство этих задач являются NP-трудными и потому для них оправдано применение метаэвристик. Показано, что каждая из рассмотренных задач может быть сведена к поиску оптимальной перестановки в пространстве перестановок S_n с некоторыми ограничениями.

Пусть задан граф $G=(V,E)$ с множеством вершин V и множеством ребер E . Каждому ребру $e \in E$ приписан неотрицательный вес (длина)

$\rho(e) \in R_+$. Требуется найти циклический маршрут минимальной длины, проходящий через каждую вершину графа ровно один раз. В задаче об инспекции путей требуется найти кратчайший маршрут, проходящий через все ребра графа. В задаче о сельском почтальоне ищется кратчайший циклический маршрут, проходящий через все вершины графа (может быть по нескольку раз), к в котором длины ребер ограничены заданным числом.

Все рассматриваемые задачи маршрутизации могут быть представлены как задачи оптимизации на фрагментарной структуре[2]. Фрагментарной структурой (X, E) на конечном множестве X называется семейство его подмножеств, такое, что $\forall E_i \in E, E_i \neq \emptyset \exists e \in E_i, E_i \setminus \{e\} \in E$. Всякий максимальный по числу элементов фрагмент может быть построен с помощью "жадного" алгоритма [2].

Для поиска субоптимальных решений рассматриваемых задач предлагается использовать гибридные алгоритмы на основе комбинации известных метаэвристик и фрагментарного алгоритма. Исследованы в частности следующие метаэвристики: метод имитации отжига[3], эволюционный алгоритм, алгоритм перемешанных прыгающих лягушек[4]. Проведен сравнительный анализ предложенных алгоритмов.

Литература.

1. Gordenko M.K., Avdoshin S.M. Variants of Chinese Postman Problems and a Way of Solving through Transformation into Vehicle Routing Problems. Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS (Proceedings of ISP RAS). 2018;30(3):221-232. [https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2018-30\(3\)-16](https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2018-30(3)-16)
2. I. V. Kozin, N. K. Maksyshko, V. A. Perepelitsa Fragmentary Structures in Discrete Optimization Problems, Cybernetics and Systems Analysis November 2017, Volume 53, Issue 6, P 931–936. <https://doi.org/10.1007/s10559-017-9995-6>
3. Narimani M.R. (2011) A New Modified Shuffle Frog Leaping Algorithm for NonSmooth Economic Dispath. World Applied Sciences Journal. P. 803–814
4. Narimani, M.R. A New Modified Shuffle Frog Leaping Algorithm for NonSmooth Economic Dispath, World Applied Sciences Journal. 2011. – P. 803–814.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДА EQR ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А.И. КОСОЛАП,
Украинский государственный
химико-технологический университет,
Днепр, Украина
anivkos@ua.fm

***Аннотация.** Приводятся результаты многочисленных сравнительных численных экспериментов по решению мультимодальных задач. Эти эксперименты показывают большую практическую эффективность метода EQR.*

***Ключевые слова:** мультимодальные задачи, метод точной квадратичной регуляризации.*

Оптимизационные модели практических задач можно разбить на четыре класса по своей сложности. Это линейные задачи, выпуклые, дискретные и мультимодальные. Существуют и другие более частные классы оптимизационных задач. Дискретные модели можно легко преобразовать к мультимодальным. Таким образом, большинство практических задач являются мультимодальными. Для каждого из перечисленных классов задач разработано достаточно большое число методов. Возникает проблема практической эффективности этих методов. Были проведены значительные исследования по полиномиальной сложности методов. Однако, не всегда полиномиальный метод лучше неполиномиального метода при решении практических задач. Это установлено для симплекс-метода, который является неполиномиальным, но при решении практических линейных задач значительно превосходит полиномиальный эллипсоидный метод. Поэтому в последние годы проверку эффективности методов осуществляют посредством решения тестовых и практических задач. Особенно практическая эффективность актуальна для мультимодальных задач, так как построить полиномиальный алгоритм для решения этого класса задач практически невозможно, учитывая большое разнообразие таких задач. Поэтому разработано множество тестовых и практических задач мультимодальной условной и безусловной оптимизации.

Мультимодальные задачи безусловной оптимизации преимущественно тестовые. Достаточно полный их перечень (175 задач) представлен в работе [1]. Мультимодальные задачи условной оптимизации, преимущественно практического содержания, представлены в двух базах Globallib Model Statistics и Minplib Model Statistics (всего 668 задач), которые легко найти в Internet. Если не учитывать задачи малой размерности (число переменных меньше 10 и большой размерности – число переменных больше 500), то останется 277 задач (113 задач первой базы и 164 задачи второй базы). Первая база содержит задачи с непрерывными переменными, а вторая – с непрерывными и дискретными переменными (булевыми и целочисленными). Эти базы были созданы в 2001 году и вот уже 20 лет на задачах из этих баз проверяется практическая эффективность новых методов и программ глобальной оптимизации. Для большинства задач из этих баз приведены лучшие найденные на сегодняшний день решения. Если для большинства тестовых задач безусловной оптимизации точные решения известны, то для задач условной оптимизации решения неизвестны.

При проверке практической эффективности методов глобальной оптимизации возникают проблемы, которые приводятся в статье [2]. Мы также ставим под сомнение эффективность такой проверки по следующим соображениям. Существующие методы глобальной оптимизации, как правило, содержат множество настраиваемых параметров. Если решение задачи известно, то всегда можно настроить параметры метода так, чтобы он позволил найти известное решение. Поэтому база тестовых задач безусловной глобальной оптимизации требует обновления. Необходимо построить несепарабельные тестовые задачи произвольной размерности с неизвестными решениями. Сегодня такими являются только функции Rana и Egg Holder. Много полиномиальных тестовых функций произвольной размерности с неизвестными решениями было предложено в работе [3]. Автор обобщил некоторые известные тестовые функции, а также предложил новые несепарабельные с неизвестными решениями. Проверка эффективности методов для таких функций будет значимой, так как лучшее найденное решение будет свидетельствовать о лучшем методе. Возникают вопросы эффективности методов при решении задач условной оптимизации.

Решение таких задач зависит от точности выполнения ограничений. Можно учитывать худшую или среднюю погрешность выполнения ограничений и от этого результат решения может быть различным. Поэтому проверка эффективности метода на задачах условной оптимизации не является информативной. По мнению автора, проверку эффективности методов глобальной оптимизации необходимо производить на задачах безусловной оптимизации с неизвестными решениями.

Автор разработал метод точной квадратичной регуляризации (EQR) для решения мультимодальных задач, который показал высокую практическую эффективность при решении тестовых задач условной и безусловной оптимизации из приведенных баз [4]. Квадратичная регуляризация использовалась автором для преобразования общей мультимодальной задачи к задаче максимума нормы вектора в евклидовом пространстве на выпуклом множестве. Решение последней задачи, как оказалось, значительно проще. Преобразованная задача содержит два параметра, которые должны удовлетворять заданным условиям и две новых переменных. Значение одной из этих переменных находим методом дихотомии, решая на каждой итерации преобразованную задачу какой-либо программой локальной оптимизации, лучше, реализующей прямо-двойственный метод внутренней точки. Далее, мы приведем результаты численных экспериментов. Метод EQR позволил найти лучшие решения для всех решенных тестовых задач с известными решениями. Для тестовых функций Rana и Egg Holder были найдены значительно лучшие решения, чем найдены другими методами (результаты см. в табл. 1). Также лучшие решения были получены для тестовых полиномиальных функций J. Nie. Для 7 таких функций из 15 получены лучшие решения. Для прикладных задач условной оптимизации из базы Globallib Model Statistics методом EQR было решено более 100 задач. Для задач с совпадающей верхней и нижней оценкой целевой функции метод EQR позволил найти это значение функции, а для задач с несовпадающими оценками были получены лучшие решения. Также для задач второй базы с несовпадающими оценками методом EQR были получены лучшие решения. Некоторые из этих решений приведены в табл. 1 и это при том, что данные задачи решаются уже 20 лет различными методами.

Таблица 1.

Результаты численных экспериментов

№ п/п	Задача	n	m	Решение, полученное методом EQR	Лучшее решение, полученное другими методами
1	Egg Holder	100	0	-89948,532	-89938
2	Rana	100	0	-50865,131	-41047,18
3	Ex5_4_2	8	6	6683,320376	7512,230145
4	Chain50	102	51	0,09259	5,07226
5	Prob7	14	35	154990,229	155153,544
6	Ex3	32	31	60,5531381	68,0097
7	Ex8_3_8	126	93	-10,00001	-3,256
8	bttest14	135	93	-10938,246	-59,81738781
9	water	32	25	904,902143	906,3519
10	Ex8_2_4b	62	88	-1644,23	-1197,13
11	pump	24	34	16139,84	128893,74
12	Ex8_3_7	126	92	-7,18881	-1,2326
13	minlphi	65	47	568,9207	582,2361
14	Ex8_3_11	116	76	-10	-0,7921
15	waterz	195	138	906,998	907,017
16	waterx	70	55	891,8463569	909,0278626
17	korcge	95	77	-521,1160511	-339,213
18	deb10	183	130	39,99998	90

Для некоторых задач из табл.1 точки минимума приведены в книге [4] в которой приведены 352 мультимодальные задачи с решениями.

Литература

1. Jamil, M, Yang, XS. A literature survey of benchmark functions for global optimization problems // Int. J. Math. Model Numer. Optim. – 2013. – Vol. 4, no. 2. – P. 150–194.
2. Beiranvand V., Hare W., Lucet Y. Best practices for comparing optimization algorithms // Optimization and Engineering. – 2017. – Vol. 18. – P. 815–848.
3. Nie J., Wang L. Regularization methods for SDP relaxations in large-scale polynomial optimization // SIAM Journal on Optimization. – 2012. – Vol. 22. – P. 408–428.
4. Kosolap A. Practical Global optimization. – Dnipro: Publisher Bila K.O., 2020. – 192 p.

СПЕКТРАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ АГРЕГОВАНОЇ МОДЕЛІ «ВИТРАТИ-ВИПУСК» ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ

В.В. КУЛИК,
ДННУ «Академія фінансового управління»,
Київ, Україна
volodymyr_kulyk@ukr.net
П.І. СТЕЦЮК,
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова
НАН України, Київ, Україна
stetsyukp@gmail.com

Анотація. Приведені оцінки спектральних властивостей агрегованої 10-ти галузевої моделі «витрати-випуск» економіки України за 2016-2019рр.

Ключові слова: спектральні властивості, агрегована модель «витрати-випуск», економіка України.

Модель «витрати-випуск» (модель Леонтьєва) на сьогодні є невід'ємною частиною опису процесів відтворення національної економіки. Таблиця «витрати-випуск» України в цінах споживачів в розрізі 42 видів економічної діяльності щорічно публікується в рамках збірника «Національні рахунки України» [1, с.149-174].

Європейська система рахунків передбачає складання агрегованих таблиць «витрати-випуск», зокрема з виділенням 3, 10, 21 видів господарської діяльності / продуктів [2, с.550-565]. В Україні до 2016р. офіційно здійснювалася підготовка агрегованих 19-тигалузевих ТВВ в цінах споживачів [3, с.21-23].

Агреговані таблиці «витрати-випуск» України є основою для аналізу та моделювання процесів відтворення багатогалузевої економіки [4-6]. Схеми агрегування ТВВ до 19, 10 та 3 видів господарської діяльності приведено в зазначених працях.

Становить інтерес дослідження спектральних властивостей [7, 8] агрегованих варіантів моделі «витрати-випуск» економіки України, зокрема 10 галузевої ТВВ.

Розглянемо структуру випуску 10-ти галузевої ТВВ України за 2019р., яка агреговано відображає процеси виробництва та утворення

доходів за агрегованими видами діяльності, а також містить *матрицю витрат A* (рис. нижче). Матриця A характеризує міжгалузеві зв'язки, що виникають в процесах виробництва та споживання виробленого кінцевого продукту. Її узагальнені характеристики важливі для економічної оцінки і порівнянь.

Структура випуску економіки України, 2019р., %, (Випуск=100%).

	A	B,C,D,E	F	G,H,I	J	K	L	M,N	O,P,Q	R,S,T,U	Економіка Відому
A	0,1974	0,0464	0,0004	0,0228	0,0000	0,0000	0,0015	0,0014	0,0076	0,0013	0,0448
B,C,D,E	0,2340	0,3959	0,4115	0,1835	0,0498	0,0256	0,0551	0,1110	0,1431	0,1142	0,2735
F	0,0040	0,0064	0,2802	0,0159	0,0031	0,0012	0,0452	0,0411	0,0100	0,0093	0,0275
G,H,I	0,1597	0,2254	0,0310	0,1545	0,0229	0,0184	0,0156	0,0597	0,0264	0,0298	0,1493
J	0,0010	0,0033	0,0023	0,0167	0,3484	0,0158	0,0056	0,0472	0,0240	0,0267	0,0231
K	0,0082	0,0070	0,0042	0,0317	0,0119	0,1897	0,0194	0,0299	0,0133	0,0201	0,0172
L	0,0045	0,0064	0,0044	0,0272	0,0281	0,0303	0,0433	0,0813	0,0064	0,0132	0,0158
M,N	0,0200	0,0187	0,0407	0,0499	0,0241	0,0774	0,0704	0,1102	0,0355	0,0789	0,0349
O,P,Q	0,0014	0,0042	0,0020	0,0053	0,0012	0,0021	0,0037	0,0061	0,0398	0,0067	0,0068
R,S,T,U	0,0002	0,0004	0,0003	0,0021	0,0053	0,0011	0,0016	0,0030	0,0055	0,0636	0,0021
Проміжне споживання за ВЕД	0,6305	0,7141	0,7771	0,5096	0,4947	0,3618	0,2614	0,4909	0,3117	0,3637	0,5950
Оплата праці найманих працівників	0,0823	0,0962	0,0894	0,2395	0,1655	0,2992	0,0775	0,2572	0,6075	0,3685	0,1764
Податки на виробництво та імпорт	0,0146	0,1021	0,0448	0,0189	0,0425	0,0511	0,1013	0,0364	0,0104	0,0288	0,0607
Субсидії на виробництво	-0,0030	-0,0042	-0,0001	-0,0026	-0,0012	0,0000	-0,0014	-0,0025	-0,0002	-0,0480	-0,0033
Валовий прибуток, змішаний дохід	0,2756	0,0918	0,0888	0,2347	0,2984	0,2880	0,5612	0,2180	0,0706	0,2870	0,1712
Валовий внутрішній продукт	0,3695	0,2859	0,2229	0,4904	0,5053	0,6382	0,7386	0,5091	0,6883	0,6363	0,4050
Випуск	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Джерело: Підготовлено на основі [1, с.149-174].

(A) – Сільське господарство, лісівництво та рибальство; (B,C,D,E) – Видобуток корисних копалин, виробництво, постачання електрики, газу, пари та повітряного кондиціонування, водопостачання, каналізація, видалення відходів і рекультивація; (F) – Будівництво; (G,H,I) – Оптова та роздрібна торгівля, ремонт автотранспортних засобів і мотоциклів, транспортування та зберігання, розміщення та діяльність громадського харчування; (J) – Інформація та комунікації; (K) – Фінансова та страхова діяльність; (L) – Операції з нерухомим майном; (M,N) – Професійна, наукова і технічна діяльність, адміністративні та допоміжні послуги; (O,P,Q) – Державне управління та оборона, обов'язкове соціальне забезпечення, освіта, охорона здоров'я та соціальні послуги; (R,S,T,U) – Діяльність у сфері мистецтва, розваг, ремонт побутових виробів та інші послуги.

Віднайдемо число Фробеніуса λ_A та відповідний йому вектор Фробеніуса x_A , що задовільняє вимогам [8, с.423-424]:

$$Ax_A = \lambda_A x_A, \quad \sum_{i=1}^n (x_A)_i = 1,$$

де A – матриця витрат (матриця Леонтєва).

Число λ_A також називають лівим числом Фробеніуса, тоді як $\lambda_B = 1/(1-\lambda_A)$ вважають правим числом Фробеніуса. Справедливо

$$Bx_A = \lambda_B x_A,$$

де $B = (I - A)^{-1}$ – обернена матриця Леонт'єва.

З теорії двоїстості випливає справедливність наступних співвідношень:

$$A^T p_A = \lambda_A p_A, \quad \sum_{i=1}^n (p_A)_i = 1,$$

$$B^T p_A = \lambda_B p_A,$$

де A^T, B^T – відповідно транспоновані матриця витрат та обернена матриця Леонт'єва.

Для визначення вказаних характеристик $(\lambda_A, \lambda_B, x_A, p_A)$ скористаємося алгоритмами приведеними в [8].

В таблиці нижче приведені λ_A та λ_B (перша строчка), вектори x_A (лівий стовпчик) та p_A (правий стовпчик) для 10-галузевих матриць прямих витрат за 2016-2019 рр. [1].

	2016		2017		2018		2019	
	0,6018	2,5114	0,6027	2,5169	0,6058	2,5367	0,6020	2,5126
1	0,0831	0,1308	0,0747	0,1328	0,0873	0,1318	0,0669	0,1308
2	0,4731	0,2381	0,4860	0,2410	0,4811	0,2401	0,4485	0,2357
3	0,0144	0,1872	0,0184	0,1902	0,0188	0,1912	0,0362	0,1939
4	0,2522	0,1249	0,2606	0,1308	0,2501	0,1276	0,2661	0,1306
5	0,0330	0,0511	0,0313	0,0506	0,0320	0,0539	0,0396	0,0492
6	0,0411	0,0386	0,0351	0,0264	0,0338	0,0296	0,0374	0,0326
7	0,0401	0,0327	0,0336	0,0365	0,0318	0,0349	0,0322	0,0426
8	0,0524	0,0725	0,0510	0,0748	0,0565	0,0715	0,0631	0,0781
9	0,0069	0,0682	0,0059	0,0625	0,0061	0,0630	0,0073	0,0548
10	0,0035	0,0558	0,0034	0,0544	0,0026	0,0565	0,0024	0,0518

Як бачимо, спектральні характеристики агрегованої 10-ти галузевої моделі «витрати-випуск» України продовж досліджуваного періоду залишаються досить стабільними.

Приведені характеристики мають безпосереднє економічне пояснення. Так число Фробеніуса λ_A характеризує особливості процесу виробництва в національній економіці – обсяги виробничих витрат в структурі випуску. В 2019р. вони склали 0,595 (див.вище). Вектор Фробеніуса структурно близький до існуючої структури випуску, і характеризує ту структуру випуску, яка найкращим чином відповідає довгостроковим цілям розвитку виробництва.

A	B,C,D,E	F	G,H,I	J	K	L	M,N	O,P,Q	R,S,T,U
Структура випуску, 2019р., % (всього = 100%)									
10,1	43,0	6,1	17,7	3,9	1,9	3,8	4,3	8,0	1,0
Вектор Фробеніуса, 2019р., x_A (всього=1)									
0,067	0,449	0,036	0,266	0,040	0,037	0,032	0,063	0,007	0,002

Порівняно з іншими національними економічними системами процеси виробництва в Україні характеризуються значною витратністю [4]. Кардинальна зміна ситуації можлива у разі зосередження максимальних зусиль на зростанні виробничих доходів в структурі випуску (ВВП, ВДВ, заробітна плата, валові прибутки та ін.) і системному зменшенні виробничих витрат.

Література.

1. Національні рахунки України за 2019 рік. Статистичний збірник. Київ: Державна служба статистики України, 2021.
2. European system of accounts – ESA 2010. Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2013. 652р.
3. Національні рахунки України за 2015 рік. Статистичний бюлетень. Київ: Державна служба статистики України, 2016. 23с.
4. Ястремський О.І., Кулик В.В. Волатильність структури міжгалузевих зв'язків економіки України. Економіка і прогнозування. 2020. №2. С.61-79.
5. Ястремський О.І., Кулик В.В. Міжгалузєва мапа невизначеності економіки України та її застосування. Кібернетика і системний аналіз. 2021. №3. С.76-90.

6. Кулик В.В. Аналіз галузевої структури економік Японії та України в рамках агрегованих моделей «витрати-випуск». Наукові праці НДФІ. 2020. №3. С.109-127.
7. Стецюк П.И., Бондаренко А.В. О спектральных свойствах модели Леонтьева. Теория оптимальных решений. 2011. №10. С.84-90.
8. Стецюк П.И. О спектральных свойствах матриц Леонтьева / Статистика. Моделирование. Оптимизация: сборник трудов Всероссийской конференции (Челябинск, 28 ноября – 3 декабря 2011г.). – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. С. 173-178.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПО ВЕКТОРНОМУ КРИТЕРИЮ ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С НЕПРЕРЫВНЫМИ ЦЕЛЕВЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Т.Т. ЛЕБЕДЕВА, Н.В. СЕМЕНОВА, Т.И. СЕРГИЕНКО

Институт кибернетики им. В.М.Глушкова
НАН Украины, Киев, Украина

nvsemenova@meta.ua,

lebedevatt@gmail.com,

taniaser62@gmail.com

Для векторной задачи оптимизации с непрерывными частными критериальными функциями и множеством допустимых решений произвольной структуры установлены условия устойчивости относительно возмущений входных данных векторного критерия. Получены достаточные и необходимые условия устойчивости трех типов для задачи поиска Парето-оптимальных решений.

Ключевые слова: векторная задача оптимизации, векторный критерий, устойчивость, Парето-оптимальные решения, множество Слейтера, множество Смейла, возмущения входных данных.

Данная работа посвящена теоретическому направлению исследований проблемы устойчивости задач многокритериальной (векторной) оптимизации. Это направление связано с поиском и изучением условий, при которых множеству решений задачи, оптимальных по Парето, Слейтеру или Смейлу, присуще некоторое наперед заданное свойство, определенным образом характеризующее ее устойчивость к малым возмущениям входных данных. Здесь представлены результаты, продолжающие исследования вопросов корректности векторных задач оптимизации, в том числе их разрешимости и устойчивости, представленные в работах [1–11]. Описанные в них результаты расширяют известный класс задач, устойчивых относительно возмущений входных данных для векторного критерия. Другое известное направление в исследованиях проблемы устойчивости ориентировано на получение количественных характеристик допустимых изменений во входных

данных задачи, в частности радиуса максимального шара устойчивости задачи (см., например [11–13]).

Постановка задачи. Основные определения. Рассмотрим задачу векторной оптимизации следующего вида:

$$Q(F, X) : \max\{F(x) \mid x \in X\}, \quad X \neq \emptyset, \text{ где } X \text{ – множество из } R^n$$

произвольной структуры, возможно дискретной, R^n – n -мерное действительное пространство, $F(x) = (f_1(x), \dots, f_\ell(x))$, $\ell \geq 2$,

$f_i : R^n \rightarrow R^1$ – непрерывная функция, $i \in N_\ell = \{1, \dots, \ell\}$. Пусть задача

$Q(F, X)$ состоит в отыскании элементов множества Парето-оптимальных решений $P(F, X) = \{x \in X \mid \pi(x, F, X) = \emptyset\}$, где

$$\pi(x, F, X) = \{y \in X \mid F(y) \geq F(x), F(y) \neq F(x)\}.$$

Введем в рассмотрение также множества решений, оптимальных по Слейтеру, $S\ell(F, X) = \{x \in X \mid \sigma(x, F, X) = \emptyset\}$, где

$\sigma(x, F, X) = \{y \in X \mid F(y) > F(x)\}$, и оптимальных по Смейлу,

$$Sm(F, X) = \{x \in X \mid \eta(x, F, X) = \emptyset\},$$

$$\eta(x, F, X) = \{y \in X \mid y \neq x, F(y) \geq F(x)\}.$$

Очевидно, что $\forall x \in X \quad \sigma(x, F, X) \subset \pi(x, F, X) \subset \eta(x, F, X)$ и

$$Sm(F, X) \subset P(F, X) \subset S\ell(F, X).$$

Согласно [14] множество Парето не пусто и внешне устойчиво, если допустимое множество X задачи является непустым компактом, то есть ограничено и замкнуто, а критериальная вектор-функция $F(x)$ задачи полунепрерывна сверху (покомпонентно) на X .

Утверждение 1. Пусть допустимое множество X задачи $Q(F, X)$ является замкнутым. Тогда множество $S\ell(F, X)$ тоже замкнуто.

Отметим, что множества $P(F, X)$ и $Sm(F, X)$ оптимальных соответственно по Парето и по Смейлу решений (например, для частично целочисленной задачи $Q(F, X)$) могут быть не замкнутыми даже при условии замкнутости допустимого множества X .

Для задачи $Q(F, X)$ в качестве входных данных, которые могут подвергаться возмущениям, будем рассматривать коэффициенты

векторного критерия F . Набор таких входных данных обозначим $u \in U$, U – пространство входных данных задачи. Для $u \in U$ и $\forall \delta > 0$ определим множество $O_\delta(u) = \{u(\delta) \in U \mid \|u(\delta) - u\| < \delta\}$.

Введем в рассмотрение задачу с возмущенными входными данными: $Q(F_{u(\delta)}, X) : \max \{F_{u(\delta)}(x) \mid x \in X\}$, где $u(\delta) \in O_\delta(u)$, $F_{u(\delta)}(x) = (f_1^{u(\delta)}(x), \dots, f_\ell^{u(\delta)}(x))$.

Определим разные типы устойчивости относительно возмущений входных данных для векторного критерия задачи $Q(F, X)$, распространив на этот класс задач понятия T_1 -, ..., T_5 -устойчивости, введенные в [4] для полностью целочисленной задачи.

Задачу $Q(F_u, X)$ назовем:

T_1 -устойчивой по векторному критерию, если $\exists \delta > 0$, что $\forall u(\delta) \in O_\delta(u)$ справедливо неравенство $P(F_u, X) \cap P(F_{u(\delta)}, X) \neq \emptyset$;

T_2 -устойчивой по векторному критерию, если $\exists \delta > 0$, для которого справедливо неравенство $\bigcap_{u(\delta) \in O_\delta(u)} P(F_{u(\delta)}, X) \neq \emptyset$;

T_3 -устойчивой (T_4 -устойчивой, T_5 -устойчивой) по векторному критерию, если $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall u(\delta) \in O_\delta(u)$ выполняется условие

$$P(F_u, X) \cap O_\varepsilon(x(\delta)) \neq \emptyset \quad \forall x(\delta) \in P(F_{u(\delta)}, X) \quad (1)$$

(соответственно условие

$$P(F_{u(\delta)}, X) \cap O_\varepsilon(x) \neq \emptyset \quad \forall x \in P(F_u, X) \quad (2)$$

для T_4 -устойчивости и оба условия (4) и (5) для T_5 -устойчивости),

где $O_\varepsilon(x) = \{x' \in R^n \mid \|x - x'\| < \varepsilon\} \quad \forall x \in R^n$. Условие (1) равносильно

включению $P(F_{u(\delta)}, X) \subset O_\varepsilon(P(F_u, X))$, а условие (2) –

$P(F_u, X) \subset O_\varepsilon(P(F_{u(\delta)}, X))$, где $O_\varepsilon(B) = \{x \in R^n \mid r(x, B) < \varepsilon\}$,

$r(x, B) = \inf_{y \in B} \|x - y\|$ – расстояние между любой точкой $x \in R^n$ и

множеством B .

Теорема 1. Если множество X ограничено и замкнуто, то равенство $S\ell(F, X) = \text{cl}(P(F, X))$ – достаточное условие T_3 -устойчивости по векторному критерию задачи $Q(F, X)$.

Теорема 2. Пусть множество X ограничено и замкнуто. Достаточным условием T_4 -устойчивости по векторному критерию задачи $Q(F, X)$ является выполнение $\text{cl}(P(F, X)) = \text{cl}(Sm(F, X))$.

Теорема 3. Если множество X ограничено и замкнуто, то равенство $S\ell(F, X) = \text{cl}(P(F, X)) = \text{cl}(Sm(F, X))$ – достаточное условием T_5 -устойчивости по векторному критерию задачи $Q(F, X)$.

Сформулируем необходимые условия T_3 - и T_4 -устойчивости задачи при дополнительных условиях, наложенных на $F(x)$:

$$f_i(x) = g_i(x) + \langle c_i, x \rangle, i \in N_\ell, f_i: R^n \rightarrow R^1, \quad g_i: R^n \rightarrow R^1, \quad c_i \in R^n.$$

Входные данные $u \in U$ представим в виде $u = (u^g, C)$, где u^g – набор всех входных данных, для функций $g_i(x)$, $i \in N_\ell$, $C \in R^{\ell \times n}$.

Теорема 4 [2]. Необходимым условием T_3 -устойчивости по векторному критерию задачи $Q(F, X)$, в которой $f_i(x) = \langle c_i, x \rangle$, $i \in N_\ell$, является выполнение равенства $S\ell(F, X) = \text{cl}(P(F, X))$.

Теорема 5. Пусть множество X замкнуто. Необходимым условием T_4 -устойчивости по векторному критерию задачи $Q(F, X)$ с частными критериями $f_i(x) = g_i(x) + \langle c_i, x \rangle$, $i \in N_\ell$, является выполнение равенства $\text{cl}(P(F, X)) = \text{cl}(Sm(F, X))$.

Литература

1. Kozratskaya L.N., Lebedeva T.T., Sergienko T.I. Mixed integer vector optimization: Stability issues. *Cybernetics and Systems Analysis*. 1991. Vol. 27, N. 1. P. 76–80.
2. Kozratskaya L.N. Vector optimization problems: Stability in the decision space and in the space of alternatives. *Cybernetics and Systems Analysis*. 1994. Vol. 30, N. 6. P. 891–899.
3. Сергиенко И.В., Козерацкая Л.Н., Лебедева Т.Т. Исследование устойчивости и параметрический анализ дискретных оптимизационных задач. Киев: Наук. думка, 1995. 170 с.

4. Lebedeva, T.T., Semenova N.V., Sergienko T.I. Stability of vector problems of integer optimization: Relationship with the stability of sets of optimal and nonoptimal solutions. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2005. Vol. 41, N. 4. P. 551–558.
5. Lebedeva T.T., Sergienko T.I. Different types of stability of vector integer optimization problem: general approach, *Cybernetics and Systems Analysis*. 2008. Vol. 44, N. 3. P. 429–433.
6. Lebedeva T.T., Semenova N.V., Sergienko T.I. [Qualitative characteristics of the stability vector discrete optimization problems with different optimality principles](#). *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014. Vol. 50, N. 2. P. 228–233.
7. [Sergienko I.V., Lebedeva T.T., Semenova N.V.](#) Existence of solutions in vector optimization problems. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2000. Vol. 36, N 6. P.823–828.
8. Sergienko T.I. Conditions of Pareto optimization problems solvability: stable and unstable solvability. *Butenko S., Pardalos P., Shylo V. (eds) Optimization Methods and Applications. Springer Optimization and Its Applications, Springer, Cham*. 2017. Vol. 130. P. 457-464.
9. Lebedeva T.T., Semenova N.V., Sergienko T.I. Multi-objective optimization problem: stability against perturbations of input data in vector-valued criterion. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2020. Vol. 56, N 6. P. 953 – 958.
10. Emelichev V.A., Kotov V.M., Kuzmin K.G., Lebedeva T.T., Semenova N.V., Sergienko T.I. Stability and effective algorithm for solving multiobjective discrete optimization problem with incomplete information. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2014. Vol. 46, N. 2. P. 27–41.
11. Emelichev V.A., Kuzmin K.G. Stability radius of a vector integer linear programming problem: case of a regular norm in the space of criteria. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2010. Vol. 46, N 1. P. 72–79.
12. Emelichev V., Nikulin Yu. On the quasistability radius for a multicriteria integer linear programming problem of finding extremum solutions. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2019. **55**, N 2. P. 949–957.
13. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 256 с.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЦЕРМЕЛО В ВАРИАЦИОННОЙ ПОСТАНОВКЕ

В.П. ЛЕГЕЗА,
Национальный технический университет Украины
«КПИ им. Игоря Сикорского», Киев, Украина
Viktor.legeza@gmail.com

Аннотация. Сформулирована и решена навигационная задача Цермело как вариационная задача по определению брахистохронной траектории движения материальной точки в горизонтальном одномерном векторном поле подвижной жидкости. Построен целевой функционал времени, с использованием которого получено дифференциальное уравнение траектории движения материальной точки. Приведен пример численной реализации предложенного похода.

Ключевые слова: задача Цермело, вариационная задача, целевой функционал времени, уравнения Эйлера, брахистохронная траектория

Классическая задача Цермело формулируется в рамках теории оптимального управления следующим образом. Корабль должен пройти через область сильных течений, величина и направление скорости течения задаются как функции фазовых переменных. При этом задается относительная скорость корабля, модуль которой во время движения остается постоянным. Ставится задача: найти такое оптимальное управление, которое обеспечивает прибытие корабля в заданную точку за минимальное время, т.е. следует определить управление кораблем по быстродействию [1].

В данной работе рассматривается брахистохронное движение материальной точки в плоском векторном поле подвижной жидкости, для которого сформулирована классическая вариационная задача поиска экстремальных траекторий [2, 3].

Целью исследования является получение уравнений экстремальных (брахистохронных) траекторий движения, вдоль которых материальная точка перемещается от заданной стартовой точки к заданной финишной точке за наименьшее время.

Постановка задачи. Рассмотрим вариационную задачу о перемещении материальной точки в одномерном горизонтальном векторном поле между двумя заданными точками $O(0,0)$ и $M(L, y(L))$ за минимальное время. Точка движется со скоростью \vec{C} , причем модуль C скорости постоянен и определяется по формуле:

$$\sqrt{u^2 + v^2} = C, \quad (1)$$

где u – горизонтальная проекция скорости; v – вертикальная проекция скорости. Вектор скорости \vec{C} точки направлен по касательной, построенной в текущей точке ее положения на заданной траектории $y = y(x)$. Скорость реки задается как функция $f(x)$ горизонтальной координаты x , а вектор скорости направлен в противоположном направлении по отношению к орту оси OY .

Построение функционала времени и определение уравнения искомой траектории. Запишем выражения для проекций скорости точки на оси OX и OY с учетом скорости течения реки:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = u; \\ \frac{dy}{dt} = v - f(x). \end{cases} \quad (2)$$

Определим целевой функционал времени, который нужно минимизировать:

$$T = \int_0^L \frac{dx}{u} \rightarrow \min_{y(x)}. \quad (3)$$

Используем систему уравнений (2) для построения функционала (3). После некоторых преобразований получим:

$$T = \int_0^L \frac{L - f(x)y \pm \sqrt{(Cy')^2 - (f^2(x) - C^2)}}{f^2(x) - C^2} dx. \quad (4)$$

Воспользуемся уравнением Эйлера [3], чтобы найти дифференциальное уравнение для искомой траектории точки:

$$F'_y - \frac{d}{dx}(F'_{y'}) = 0. \quad (5)$$

Подынтегральная функция в (4) не зависит от переменной y , поэтому $F'_y = 0$ и уравнение (5) редуцируется.

В результате получаем уравнение первого порядка:

$$F'_y = C_1, \quad (6)$$

где C_1 – первая произвольная постоянная.

После тождественных преобразований из (6) находим дифференциальное уравнение траектории материальной точки:

$$y' = \pm g(x, C, C_1). \quad (7)$$

$$\text{где } g(x, C, C_1) = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{f^2(x) - C^2}{1 - \frac{C^2}{[C_1 \cdot (f^2(x) - C^2) + f(x)]^2}}}.$$

После интегрирования (7) получаем окончательное уравнение брахистохронной кривой:

$$y(x) = \pm \int g(x, C, C_1) dx + C_2, \quad (8)$$

где C_2 – вторая произвольная постоянная.

Формула (8) устанавливает окончательный вид уравнения кривой $y(x)$, к которому следует добавить два граничных условия:

$$y(0) = 0; \quad y(L) = y_L. \quad (9)$$

Численная реализация и анализ полученных результатов.

Зададим функцию скорости реки в виде:

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right). \quad (10)$$

Вариационная задача имеет два разных решения, которые соответствуют каждому из двух знаков перед интегралом (8). Отметим, что интеграл (8) не берется в замкнутом виде, поэтому его интегрирование выполнялось численно. При этом функция $g(x, C, C_1)$ была представлена в виде шестичленного отрезка ряда Тейлора по переменной x . Для численной реализации был выбран следующий вариант **граничных условий**: $L=1$, $C=1,1$, $y(0)=0$, $y(L)=0$.

1). Рассмотрим **первое решение** – со знаком **плюс** в формуле (8). Из граничных условий были найдены следующие константы: $C_1=0,385$ и $C_2=0$. Определим **время быстрогодействия** движения точки по брахистохронной траектории $y(x)$. Для его расчета воспользуемся формулой (4). В результате вычисления интеграла (4) получаем:

$T = 2,46$ (единиц времени). График траектории $y(x)$ для данного случая приведен на рис.1.

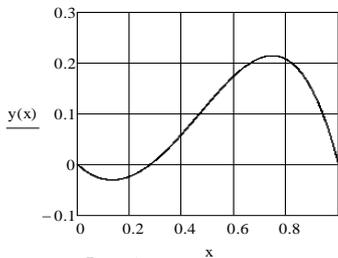


Рис. 1

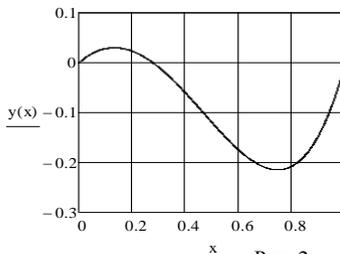


Рис. 2

2). Теперь рассмотрим **второе решение** – со знаком «минус» в формуле (8). В этом случае метод определения искомого решения $y(x)$ и построения графика (рис.2) остаются прежними. Время быстрогодействия в данном случае меньше по сравнению с предыдущим: $T = 1,14$ (единиц времени).

Заключение. В работе предложено решение навигационной задачи Цермело на основе классических методов теории вариационного исчисления. Установлены уравнения экстремалей движения материальной точки. Проведен сравнительный анализ быстрогодействия по двум экстремальным траекториям.

Численный анализ результатов показал, что рассматриваемая вариационная задача имеет два решения, которые отличаются знаком. Однако только одно решение обеспечивает минимальное время перемещения материальной точки между двумя заданными граничными точками. Установлено, что экстремальная траектория брахистохронного движения точки не является прямой, а имеет колебательный характер.

Литература.

1. Пашенцев С.В. Решение навигационной задачи Цермело для произвольного осевого поля скоростей // Вестник МГТУ, 2010, т. 13, №3, С.587 – 591.
2. V.P. Legeza, O.V. Atamaniuk. Curve of descent of material point in the shortest time on a transcendental surface in a uniform vertical gravitational field // KPI Science News, 2019, no.5-6, pp. 18 – 25.
3. V.P.Legeza, “Brachistochrone for a rolling cylinder”, Mechanics of Solids, 2010, vol. 45, no.1, pp. 27 – 33.

ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМА ИЕРОГЛИФИЧЕСКОЙ ИДЕОГРАФИИ

А. В. ЛЕФТЕРОВ

**Институт кибернетики имени В.М. Глушкова
НАН Украины, Киев, Украина
lfterov.alexander@gmail.com**

***Аннотация.** Изучение системы иероглифики с целью имплементации ее подходов для визуальных коммуникаций демонстрирует достаточный уровень научной активности и инновационность результатов исследований.*

***Ключевые слова:** информационно-коммуникационные технологии, система иероглифической идеографии, системы искусственного интеллекта, графо-семантические элементы.*

Стремительный рост объемов информации в мире требует все новых и новых инструментов для ее обработки. Поиск и манипулирование данными затрудняется, замедляется, несмотря на растущую вычислительную мощность оборудования. Моделям плоскостного проектирования и представления данных (массивы, таблицы, иерархии) не хватает описательной выразительности и они вынуждены дополняться аналоговыми, мультимедийными данными для того, чтобы приблизить информационное пространство к описанию реальных картин мира.

Становится понятным, что вопрос дальнейшего продвижения информационных технологий лежит не столько в технической плоскости (например, в скорейшем создании и использовании квантовых компьютеров), сколько в плоскости теоретических основ и методологий, необходимых для объёмного представления данных и знаний и разработки программного обеспечения на принципиально других началах [1].

Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ)

В последние годы ИКТ активно используют системы искусственного интеллекта (СИИ), в основе которых находится та или иная семантическая сеть (СС). Ситуация очень похожа на ту,

которая сложилась в конце 80-х и в 90-х годах двадцатого века, когда бум на СИИ обеспечивали производственные экспертные системы. В связи с этим необходимо разобраться являются ли современные СИИ технологическим прорывом или только модным трендом. Ответить на этот вопрос поможет анализ некоторых проблемных аспектов характерных для СИИ.

- В СИИ, базирующихся на СС, до сих пор не решена задача генерирования принципиально новых знаний из уже существующих баз данных и знаний.
- Эффективность применения СИИ, базирующихся на СС, зависит от объемов тренировки, что является достаточно затратным дорогим процессом, требующий привлечения экспертов высшей квалификации и больших объемов качественных данных. При этом никто точно и однозначно не может сказать, как, когда и насколько правильно в реальной ситуации работает СИИ.
- СИИ не приспособлена к мультизадачности. В случае распознавания образов для каждого нового типа объекта СС должна тренироваться другим алгоритмом.
- Математический аппарат, на который опираются системы СИИ, позволяет решать прикладные задачи только через узкий класс логических, комбинаторных и статистических методов.

Исходя из выше изложенного, можно утверждать, что современные СИИ, которые получили в настоящее время распространения в ИКТ, являются удачным решением для узкой предметной области, а не серьезным прорывом в области искусственного интеллекта. Поэтому необходимо перемещение акцентов исследований с «инструментальной» (математический аппарат с корректно подобранной предметной областью и технологией ее реализации) на «концептуальную», при которой рассматриваются и формализуются естественные механизмы организации коммуникаций и генерации знаний.

Реальным шагом на этом пути может стать глубинное исследование иероглифических языков, которые являются отработанным веками механизмом коммуникации и представления знаний о мире как структурированной системы идеографического кодирования. Иероглифами описываются понятия, процессы,

отношения, свойства и т. п., а кроме того, иероглифическая система устроена так, что позволяет строить семантические поля с учётом взаимодействий смысловых форм графических элементов, входящих в данный контекст.

Интересный материал для работы в этом направлении представлен в трудах лингвиста-востоковеда В.Ф.Резаненко [2, 3], в которых проводятся исследования с позиций глубинного анализа философских, культурных и семиотических аспектов графо-семантики китайской иероглифической письменности. Автор отмечает, что графо-семантика китайской идеографии позволяет осуществить графическое сегментирование коммуникативных процессов и знания об окружающем мире и является в определенном смысле естественной формализацией. Кроме того, существуют отработанные алгоритмы для манипуляции, выделяемыми коммуникативными сегментами (графемами).

Китайская идеография как объект исследования

Китайская иероглифическая письменность - это системно-структурное образование, которое описывает статические и динамические процессы меняющегося реального мира (нерывного). Переход от непрерывности к дискретности происходит при помощи идеологически нагруженных базовых графо-семантических элементов (БГСЭ). В этот графический базис входит 21 элемент (набор этих элементов может варьироваться от 20 до 22 элементов [2]), при помощи которых создаётся плоскостная идеографическая интерпретация объектов и процессов реального мира.

Таким образом, графема (сама или сочетание БГСЭ) может рассматриваться, как единица передачи информации (форматный кадр коммуницирующих данных) [4]. Сами же БГСЭ являются единой не делимой единицей информации, то есть исходной точкой, определяющей направление развития смысловых пучков (СП).

Заключение

Интерес к изучению системы иероглифики с целью имплементации ее подходов в ИКТ нарастает. Инновационный уровень прослеживается во многих научных исследованиях [5, 6, 7, 8].

Создание современных инструментов должно быть связано с возможностью использования и интерпретации знаний на основе

культурологических картин мира. Система иероглифической идеографии может послужить отправной точкой в исследованиях по пересмотру подходов и методов проектирования и разработки ИКТ.

Література

1. Резаненко В.Ф., Лефтеров А.В., Меркулов И.В. О визуализации знаний для интеллектуальных систем на основе графо-семантических элементов. Сборник научных трудов "Моделирование и оценка резервных возможностей развивающихся систем". г. Киев, 1991 г.
2. Резаненко В.Ф. Семантические элементы знаков иероглифической письменности / – К., 1989.
3. Резаненко В. Ф. Моделювання семантико-графічних структур ієрогліфів стилю *кайшу* на засадах інь-ян структури Даоського кола // Українська орієнталістика / За ред. Резаненка В. Ф., Срібняка І. В., – К.: Київський ун-т ім. Б. Грінченка, 2018. – Вип. 9, –С. 147-172.
4. Г.В. Цепков А.В. Лефтеров Использование функций зрительного анализатора при распознавании стандартных символов и графосемантических элементов //ВЦ РАН Сб. Конференции "Математические методы распознавания образов-10", 19 - 23 ноября 2001 г.
5. Krum R.(2013). Cool Infographics: Effective Communication with Data Visualization and Design. Indiana : John Wiley & Sons, Inc.
6. В.Г.Мосин Семантика визуальных коммуникаций. Известия Самарского научного центра Российской академии наук, т. 12, №3(3), 2010.
7. Бойчук А. В. Древняя знаковая символика как базовая основа современной системы визуальных коммуникаций / А. В. Бойчук, М. А. Хоменко // Вісник ХДАДМ. – 2005. – № 1. – С. 49-56.
8. Kenneth Louis Smith (2005). Handbook of Visual Communication: Theory, Methods and Media. p.123. ISBN_978-0-8058-4178-7

ЗАСТОСУВАННЯ БАЗИ ДАНИХ MOODLE В НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

ЛИТВИНОВ А. Л., ГАВРИЛЕНКО І. О.,
Харківський національний
університет міського господарства
імені О. М. Бекетова, Харків, Україна
litan@meta.ua
i.gavrilenko@ukr.net

***Анотація.** Пропонується методика роботи з базою даних Moodle по створенню і застосуванню її для підготовки до участі в студентських науково-технічних конференціях. Це дозволяє організовувати навчальну і дослідницьку роботу студентів в середовищі Moodle, зокрема в дистанційному навчальному процесі.*

***Ключевые слова:** Moodle, база даних, запис, поле, шаблон.*

Серед програмних систем, що дозволяють організувати дистанційну освіту, широку популярність придбала система управління навчанням (Learning Management Systems – LMS) Moodle. Цей безкоштовно розповсюджуваний програмний комплекс за своїми функціональними можливостями, простоті освоєння і зручності використання задовольняє більшості вимог, що пред'являються користувачами до систем електронного навчання [1].

Накопичувати і систематизувати структурну інформацію – важливе вміння для викладачів. Не менш важливо цьому навчити студентів. В інформаційних технологіях існує термін – база даних. Це сукупність «плоских» таблиць, заданої структури, тобто таблиця складається з безлічі записів, а кожен запис представляє групу даних певного формату. Таблиці бази даних пов'язані між собою відносинами або взаємозв'язками, званими «реляційними». Традиційна база даних реляційного характеру являє собою сукупність таблиць з даними, які організовані певним чином. Правильно спроектована база даних містить кілька таблиць, пов'язаних між собою за допомогою ключових полів, що дозволяє уникати надлишковості даних та їх дублювання. Це досить складні

інформаційні об'єкти, проте більшість комп'ютерних програм працюють з базами даних і без них неможливо сучасна освіта.

Для роботи з інформаційними структурами у середовищі Moodle існує інструмент «База даних». Як елемент курсу Moodle ця структура є таблицею даних. При цьому формат і структура записів практично безмежні. Це можуть бути зображення, файли, гіперпосилання, текст та багато іншого. Все це дозволяє як викладачу, так і студентам створити банк записів по будь-якій темі, переглянути або здійснити пошук записів із сукупності.

Тому серед елементів курсу, що дозволяють організувати навчальну і дослідницьку роботу студентів, саме елемент «База даних» є найбільш привабливий.

Елемент «База даних» можна використовувати для того, щоб:

- спільно накопичувати статті, книги, гіперпосилання, бібліографічні посилання, які стосуються певної теми;

- виставляти створені студентами фотографії, плакати, сайти, тексти на загальний огляд учасників курсу, щоб студенти могли коментувати і рецензувати роботи один одного;

- складати на основі зроблених учасниками курсу зауважень і поданих ними голосів остаточний список потенційних варіантів для проекту;

- надавати студентам простір для зберігання файлів [1].

Тобто цей елемент курсу може бути ефективно використаний для організації та доступу до даних, для спільної роботи студентів та елементів дослідницької діяльності.

В роботі пропонується методика роботи з базою даних по створенню і застосуванню її для підготовки до участі в студентських науково-технічних конференціях. Алгоритм дій полягає в наступному.

1. Створення викладачем елементу «База даних» в дистанційного курсу. На цьому кроці треба задати назву бази даних та пояснити її цільове призначення учасникам курсу.

2. Визначення основних налаштувань бази даних, серед яких:

- встановлення кількості власних записів, яке користувач зобов'язаний зробити перш, ніж йому буде дозволено переглядати будь-яких записи цієї бази даних;

- визначення максимальної кількості записів, яке дозволяється користувачеві;
- встановлення діапазону дат, коли студент може наповнювати базу даних власними записами, та діапазону дат, коли записи будуть доступні для перегляду;
- дозвіл студентам робити коментарі до кожного запису;
- схвалення записів викладачем перед тим, як вони будуть показані студентам (є зручним способом для фільтрації непотрібного вмісту).

3. Вибір викладачем полів, що визначають інформацію, якої буде наповнюватися база даних. Створена база даних може містити наступні поля: текстові поля з іменами «Прізвище ім'я та по-батькові учасника», «Курс», «Група», «Прізвище ім'я та по-батькові наукового керівника», «Назва доповіді» – для внесення в базу даних інформації про учасника та його керівника, числове поле «Номер секції», поле дата з іменем «Дата засідання секції», поля для завантаження файлів з іменами «Заявка учасника», «Доповідь» (для завантаження доповідей у форматах doc та ppt) – для завантаження доповіді в вигляді текстового файлу і презентації.

4. Редагування шаблонів. На цьому кроці викладачем задаються форми, які будуть використовуватися в подальшому для перегляду і додавання даних. За замовчуванням створюється стандартний шаблон, який можна змінити за допомогою вбудованого WYSIWYG-редактора, а за бажанням також можна використовувати HTML-теги для більш тонкої настройки.

Для роботи з базою даних викладачу необхідно створити, наприклад, шаблон списку – форму, що дозволяє переглядати записи списком. Цей шаблон має область заголовка, область відображення списку, а також нижній колонтитул. У заголовку можна створити «шапку» таблиці, а в нижньому колонтитулі додати коментарі по кожному із стовпців (полів) або продублювати заголовок [2].

5. Введення студентами власних даних. Учасники заносять інформацію в необхідні поля і завантажують файли із заявками на участь у конференції і власними доповідями у форматах doc та ppt.

У системі Moodle надана можливість багатокористувацького доступу, що означає одночасне введення даних декількома користувачами (учасниками). Викладач і студент (учасник) мають

різні права по роботі з базою даних. Так, викладач може вводити, редагувати, видаляти, схвалювати, коментувати введені дані всіма студентами, а студент може вводити, редагувати, видаляти лише свої дані. Всі студенти, які є учасниками курсу зможуть побачити нові дані інших учасників лише після того, як викладач їх перевірить і підтвердить їх правильність. Це дає можливість викладачеві коригувати інформацію і оцінювати роботу студента. Записи в таблиці можуть переглядатися списком або окремо (по одній).

6. Перегляд, коментування та оцінювання студентами записів, які введені іншими учасниками. Передбачається, що студенти можуть надавати оцінки та коментарі доповідям інших учасників, завдяки чому здійснюється виявлення найкращих студентських робіт.

7. Оцінювання та коментування викладачами записів (студентських робіт).

8. Аналіз результатів сумісної діяльності викладачів та студентів. Проводиться підрахування загальної кількості відзначених робіт.

Таким чином, студенти під керівництвом викладача або самостійно наповнюють базу даних власними записами. Введені дані перевіряються викладачем та після затвердження стають доступними для перегляду для всіх учасників курсу. Після чого студенти та викладачі відзначають вподобані доповіді шляхом оцінювання та коментування. Результатом такої сумісної діяльності є виділення найкращих робіт студентів шляхом голосування (оцінювання).

Використання бази даних Moodle передбачає активну взаємодію викладачів і студентів різних груп і сприяє розвитку науково-дослідної роботи студентів.

Література

1. Анисимов А. М. Работа в системе дистанционного обучения Moodle. Учебное пособие. 2-е изд. испр. и дополн.– Харьков, ХНАГХ, 2009. – 292 с.
2. Система електронного навчання ВНЗ на базі MOODLE: Методичний посібник / Ю. В. Триус, І. В. Герасименко, В. М. Франчук // За ред. Ю. В. Триуса. – Черкаси, 2012. – 220 с.

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МНОГОПОПУЛЯЦИОННОГО ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ РАЗНОГО ЧИСЛА ПРОЦЕССОРОВ

ЛУКЬЯНОВ И.О.

Институт кибернетики
им. В.М. Глушкова НАН Украины,
г.Киев, проспект Академика Глушкова, д. 40
ihorlukianov@gmail.com

В работах [1-2] был описан процесс разработки и оптимизации параллельного многопопуляционного генетического алгоритма, который был оптимизирован для тестовой задачи: найти заданную строку длины $N=100$, состоящую из символов конечного алфавита размерности $K=33$.

Исходя из особенностей класса задач, при разработке алгоритма особое значение придавалось эффективному использованию операций скрещивания с целью накопления и сохранения “правильных” генов (символов, совпадающих со значениями в заданной строке). В итоге удалось разработать многопопуляционный генетический алгоритм, при работе которого возможно достичь результата в 98% от оптимума (получать хромосому-решение, содержащую 98% «правильных» генов), используя только операции скрещивания, без использования операций мутации.

Целью данной работы является проведение экспериментов с заданной тестовой задачей с разным числом процессоров и альтернативными способами генерации начальной популяции. Большинство ранее описанных экспериментов проводились на 16 процессорах. Такое количество процессоров было обусловлено размерностью тестовой задачи и результатами первоначальных экспериментов.

В материале [3] приведены формулы для расчета размера начальной популяции с целью наличия «правильных» генов в начальных популяциях на уровне 98% и выше. Соответственно, при уменьшении числа процессоров размер начальной популяции увеличивался (таблица).

Таблица

К-во процессоров	16	12	8	4
Размер начальной популяции	20	28	40	92

На рисунке 1 приведено количество рассмотренных альтернатив для достижения определенного процента от оптимума (от 90% до 100%) для разного количества процессоров.

Наиболее эффективным на всем интервале оказались эксперименты с использованием 8 процессоров, примерно такие же результаты показали эксперименты с 12 процессорами. Немного больше понадобилось для 16.

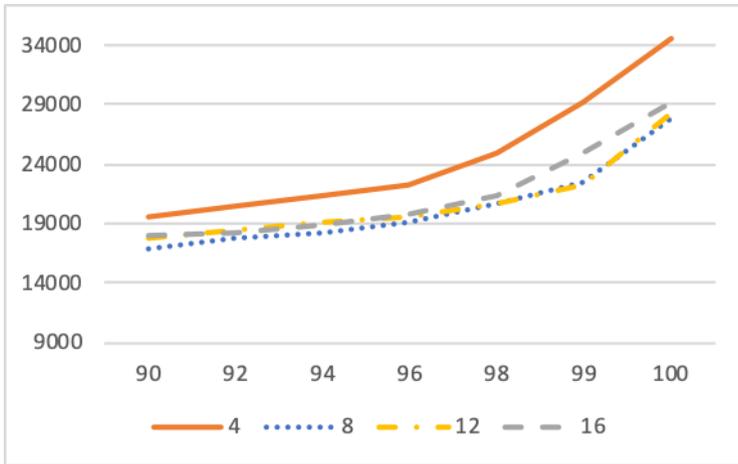


Рис. 1.

В [2] был представлен альтернативный способ генерации начальных популяций многопопуляционного генетического алгоритма, названный алгоритмом равномерного сканирования пространства значений факторов, в результате применения которого в каждой начальной популяции присутствуют все возможные значения факторов оптимальной хромосомы-решения. В процессе работы этого алгоритма размер начальной популяции всегда равен размеру

алфавита (33), независимо от числа процессоров. На рисунке 2 приведены результаты экспериментов для этого способа генерации начальной популяции для достижения определенного процента от оптимума (от 90% до 100%) с разным количеством процессоров.

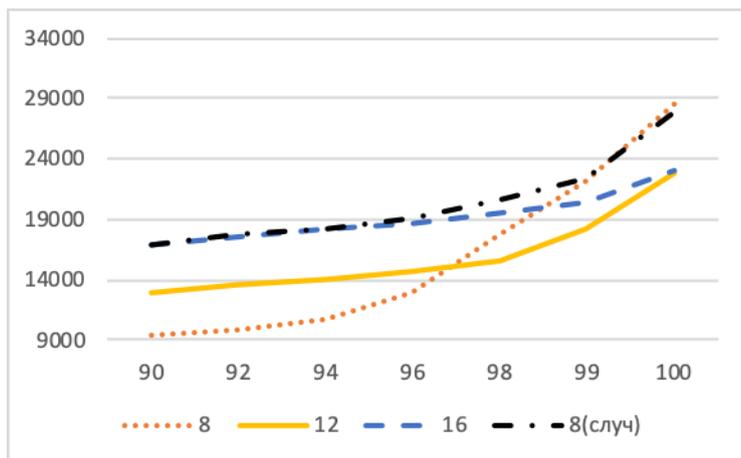


Рис. 2.

Для алгоритма равномерного сканирования пространства значений факторов и достижения 100% оптимума на 12 и 16 процессорах понадобилось примерно на 25% альтернатив меньше, чем на 8 процессорах. При этом уменьшение количества процессоров привело к тому, что генетический материал вырождался быстрее. При этом некоторая доля экспериментов не смогла достичь желаемого результата с применением мутаций за 1000 итераций алгоритма (для успешных экспериментов понадобилось около 150 итераций). Для 16 процессоров при достижении 100% оптимума все эксперименты завершились успешно, для 12 – «застряло» 5%, для 8 – 22%. Результаты для 4 процессоров не приведены, так как для этого числа процессоров доля экспериментов, не достигших оптимума, превышала 30%.

Проведенные эксперименты показывают, что для достижения максимальной эффективности оптимальные параметры параллельного многопопуляционного алгоритма должны выбираться

в зависимости от желаемого результата. Так, для данной тестовой задачи, для получения результата в 90-96% от оптимума наиболее эффективным является использование 8 процессоров с алгоритмом равномерного сканирования пространства значений факторов. После 96% стоит использовать 12 процессоров и алгоритм равномерного сканирования пространства значений факторов. Для достижения 100% от оптимума использование 16 процессоров и алгоритма равномерного сканирования пространства значений факторов показали лучший результат, учитывая, что для 12 процессоров присутствуют случаи «застрявших» экспериментов (5%).

Список литературы

1. Лукьянов И.О., Литвиненко Ф.А., Криковлюк Е.А. О повышении эффективности параллельной версии многопопуляционного генетического алгоритма // Теория оптимальных решений. – 2019. – № 18. – С. 116-122.
2. Литвиненко Ф.А., Лукьянов И.О., Криковлюк Е.А. Использование разнообразности начальной популяции в многопопуляционном генетическом алгоритме // Компьютерная математика. – 2019. – №1. – С.116-123.
3. Лукьянов И.О., Литвиненко Ф.А., Коваль В.П. О выборе размера начальной популяции для параллельной версии многопопуляционного генетического алгоритма // Матеріали ІХ міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень», Україна, Ужгород, 15-20 квітня 2019. – С.95-96.

РАСПРЕДЕЛЕННАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ОБРАБОТКИ ФИНАНСОВЫХ ДОКУМЕНТОВ В ТАБЛИЧНОЙ ФОРМЕ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ С КОРПОРАТИВНОЙ СТРУКТУРОЙ

Д.И. НИКОЛЕНКО,
Институт кибернетики НАН
Украины, Киев, Украина
nikolenkodmytro177@gmail.com

***Аннотация.** Рассмотрена корпоративная распределенная информационная технология (РИТ) подготовки и обработки финансовых документов с числовыми и текстовыми показателями в табличной форме на примере функционально-ориентированной подсистемы «Бюджет НАН Украины», разработанной и эксплуатируемой в НАН Украины.*

***Ключевые слова:** электронный финансовый документ (ЭФД), таблицы с изменяемой структурой, типовые процедуры обработки ЭФД, многоверсионные справочники.*

В корпоративных системах (министерствах, национальной и отраслевых академиях наук) ведется централизованное планирование и учет финансовых ресурсов предприятий, организаций, других подразделений в составе соответствующей корпорации. Подготовка и обработка электронных финансовых документов (ЭФД) в табличной форме является важной частью задач централизованного планирования и учета финансовых ресурсов подразделений корпорации.

Информатизация процессов подготовки, сбора и обработки ЭФД рассматривается на примере функционально-ориентированной подсистемы (ФОП) «Бюджет НАН Украины». Данная ФОП применяется в НАН Украины для автоматизации обработки электронных документов, наряду с другими РИТ такими, как РИТ научно-организационной деятельности НАН Украины (РИТ НОД НАНУ), ФОП «Научные и руководящие кадры НАН Украины», Интегрированная система электронного документооборота Президіума НАН України [1, 2].

С помощью ФОП «Бюджет НАН Украины» осуществляются такие технологические операции над ЭФД в форме таблиц:

- подготовка ЭФД в научных учреждениях (НУ) НАН Украины;
- передача подготовленных ЭФД в Президиум НАН Украины;
- прием ЭФД, проверка, обнаружение ошибок, информирование НУ о выявленных ошибках;
- загрузка в базу данных (БД) проверенных ЭФД;
- построение сводных отчетов;
- построение аналитических отчетов.

ФОП «Бюджет НАН Украины» использует типовые процедуры приема, проверки, загрузки в БД таблиц различных форматов и назначения, как с числовой, так и с текстовой информацией, а также построения сводных и аналитических отчетов. Гибкая структура БД позволяет быстро настраивать справочники БД для хранения и обработки разнообразных ЭФД новых типов, как с постоянной, так и с изменяемой структурой строк и столбцов таблиц, с большим количеством таблиц разной структуры в каждом документе.

Разработана типовая схема описания таблиц разной структуры. Каждому значению прямоугольной таблицы поставлены в соответствие номер строки и номер столбца. Сама таблица характеризуется типом и именем, а также рядом других параметров. Имя, тип и параметры таблицы могут иметь иерархическую структуру, зависящую от назначения и от особенностей представления таблиц для пользователя и для программиста.

Например, табличный документ может отображаться на листах Excel-файла. Соответственно, каждый документ (каждый Excel-файл) будет характеризоваться типом документа, именем и параметрами экземпляра документа. Тип документа задает структуру и назначение Excel-листов с таблицами, а имя и параметры экземпляра документа описывают его происхождение (название предприятия или филиала корпорации, создавшего документ, имена должностных лиц, ответственных за содержание таблиц, их телефоны, адреса электронной почты, время создания и отправки документа в центральный оффис корпорации и т.п.). Каждый лист Excel-файла также описывается своим типом, именем экземпляра листа, порядком листов в файле. На одном Excel-листе могут располагаться несколько

таблиц. Поэтому каждая таблица на листе также характеризуется типом, именем и рядом параметров (номер строки и номер столбца левого верхнего левого угла таблицы, ее длина и высота, являются ли переменными или постоянными числа строк и столбцов таблицы и т.д.).

Для программиста набор таблиц представляется в виде множества форм и множества многоверсионных справочников для хранения значений табличных документов в БД.

Это позволяет довольно быстро разрабатывать шаблоны для нового типа финансовых табличных документов (за неделю), а также подготавливать новые процедуры для приема, проверки и загрузки в БД табличных ЭФД нового типа. Разработка процедур обработки документов нового типа осуществляется в несколько шагов.

Шаг 1. Шаблоны финансовых табличных документов разрабатываются и рассылаются в НУ вместе с инструкцией о заполнении. Табличные документы заполняются в НУ.

Шаг 2. Создается типовая структура БД, разрабатываются и заполняются справочники для хранения табличных документов.

Шаг 3. Разрабатываются типовые процедуры приема, проверки и загрузки в БД табличных документов нового типа.

Шаг 4. Автоматически принимаются ЭФД нового типа и одновременно дорабатываются новые типы автоматических проверок, если в этом есть необходимость. Проверки строятся на знаниях об избыточности информации в таблицах (например, итоговый показатель должен быть равен сумме слагаемых показателей; константы, присутствующие в таблицах, должны быть равны заданным значениям; показатель, вычисляемый по заданной формуле, должен соответствовать аргументам этой формулы, указанным в таблице; итоговые значения двух таблиц должны совпадать, если одно и то же итоговое значение представлено разными наборами слагаемых в разных таблицах).

Шаг 5. Настраиваются типовые процедуры построения сводных отчетов. Структура, количество, форматы и другие особенности сводных отчетов согласуются с заказчиком (как правило, это представители отдела финансово-экономического обеспечения Президиума НАН Украины).

Шаг 6. По дополнительным требованиям заказчика создаются процедуры для построения аналитических отчетов.

Шаги с первого по пятый осуществляются в значительной степени параллельно. За счет этого от момента появления задания на обработку финансовых табличных документов нового типа до приема электронных документов от НУ и построения сводных отчетов проходит не более 25 дней (стандартный срок приема квартальных отчетов от двух сотен НУ НАН Украины). В случае табличных документов сложной структуры – до двух месяцев, в отдельных сложных случаях – до трех месяцев. Аналитические отчеты требуют больше времени для подготовки - за счет привлечения данных за несколько лет и благодаря нестандартной структуре, однако и не требуют большой срочности (до месяца).

Выводы. Созданная РИТ подготовки и обработки финансовых плановых и отчетных документов в табличной форме внедрена в промышленную эксплуатацию и функционирует в НАН Украины на протяжении ряда лет. Данная РИТ может быть за короткое время внедрена в других корпоративных системах за счет использования типовой структуры БД и типовых процедур для рассмотренных технологических операций обработки ЭФД. Разработка аналогичных РИТ может осуществляться с использованием современных языков программирования и современных сред разработки программного обеспечения.

Литература

1. Gorbachuk V., Gavrilenko S., Golotsukov G., Nikolenko D. The digital tools for decentralized patent accounting and management. Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС 2021 (28 червня – 01 липня 2021 р.). Чернігів: НУ «Чернігівська політехніка», 2021. С. 135–139.
2. Хіміч О.М., Івлічев В.П., Мальчевський І.А. та ін. Основи створення розподіленої інформаційної технології підтримки науково-організаційної діяльності НАН України. Наука та інновації, 2018, 14 (1):53–66.

КРИТЕРІЇ ЕФЕКТИВНОСТІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ УПРАВЛІННЯ МАТЕРІАЛЬНИМИ РЕСУРСАМИ В БУДІВНИЦТВІ

М.В. НОВОЖИЛОВА,
В.І. КРАМАРЕНКО,
Харківський національний університет
міського господарства імені О.М.Бекетова,
Харків, Україна
Marina.Novozhilova@kname.edu.ua
kramarenko.vladyslav.92@gmail.com
О.І. ЧУБ
Харківський національний університет
імені В.Н.Каразіна
Харків, Україна,
chubolya@gmail.com

***Анотація.** Побудовано оптимізаційну багатокритеріальну модель інформаційної технології управління матеріальними ресурсами з урахуванням особливостей предметної галузі будівництва та характеристик інформаційної екосистеми будівельного підприємства.*

***Ключові слова:** інформаційні потоки, критерії ефективності, матеріальні ресурси*

Сучасні підприємства активно формують інформаційну екосистему як нову форму організації виробництва та фактор інноваційного розвитку [1,2]. В будівельній компанії обробка інформації ускладнюється тривалістю будівництва та наявністю множини будівельних проєктів, які виконуються одночасно та знаходяться на різних етапах свого життєвого циклу, тому генерують відмінні за характеристиками масиви даних, що потребують одночасної обробки.

Важливою і на сьогодні маловивченою предметною галуззю в загальній проблемі цифровізації будівельних компаній є побудова та оптимізація інформаційної технології автоматизованого управління різними матеріальними ресурсами через весь життєвий цикл продукту будівельного проєкту [3,4].

Незважаючи на постійний розвиток моделей, методів та інформаційних систем управління ресурсами підприємств, зокрема в будівельній галузі, в наявних системах відсутні функціональні можливості збору, збереження та обробки інформації про зміни зовнішнього середовища, недостатньо розвинені підходи до опрацювання оперативної інформації про перебіг будівельних проектів [5].

Відсутня також можливість підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності, що в свою чергу негативно впливає на ефективність оперативного управління ресурсами і рентабельність проектів. Ще однією невирішеною проблемою є урахування широкої територіальної розподіленості будівельних об'єктів поряд з необхідністю отримувати актуальну інформацію на різних локаціях та в єдиному центрі управління, тобто створення принципів використання хмарних технологій як основи інформаційної технології управління матеріальними ресурсами будівництва.

Інформаційна технологія як скінчена упорядкована сукупність методів та засобів обробки інформації – елементів інформаційної технології – може бути формалізована наступним чином:

$$IT_{mmr} < \{IP_1, \dots, IP_N\} \times \{R_1, \dots, R_M\} > \quad (1)$$

де $IP_1, \dots, IP_N, R_1, \dots, R_M$ – множини елементів інформаційної технології та засобів їх упорядкування відповідно, N, M – потужність множин IP та R .

Як ресурс, інформаційна технологія IT_{mmr} має володіти певними характеристиками $P = \{P_1, \dots, P_6\}$ (функціональними і вартісними), а також задовольняти інформаційні потреби споживачів інформаційної технології:

P_1 – Використання обчислювальної парадигми хмарних технологій;

P_2 – Наявність уніфікованої бази матеріальних ресурсів;

P_3 – Відповідність нормативній базі щодо інформатизації сфери економічної діяльності підприємства;

P_4 – Наявність механізмів підтримки прийняття стратегічних та оперативних управлінських рішень;

P_5 – Підтримка обміну (імпорту та експорту) даними із зовнішніми джерелами;

P_6 – Наявність засобів інтеграції у існуючу інформаційну екосистему підприємства;

P_7 – Модульна структура інформаційної технології.

Кожна з виділених характеристик є векторною (багатофакторною), зміст яких розкривається на подальших етапах моделювання.

Розробка та впровадження інформаційної технології управління матеріальними ресурсами вимагає кваліфікованих кадрів, фінансових та часових витрат. Тому при створенні інформаційної технології необхідно визначитися із метриками її ефективності. Складність полягає в тому, що кількісна оцінка власне економічної ефективності капіталовкладень у створення та провадження інформаційної технології як такої не охоплює всі результати та наслідки розробки. Аналіз наявних засобів визначення ефективності інформаційних технологій з точки зору предметної галузі застосування показав, що найбільш прийнятною є сервісна стратегія ІТІЛ (IT Infrastructure Library) [6], яка реалізує системний підхід при визначенні ефективності інформаційної технології.

З використанням підходу ІТІЛ функціональна ефективність $K_F(IP)$ інформаційної технології управління матеріальними ресурсами будівельного підприємства оцінюється за результатами операційної $\{K_{F1}(IP)\}$, фінансової $\{K_{F2}(IP)\}$, стратегічної $\{K_{F3}(IP)\}$, промислової галузей $\{K_{F4}(IP)\}$. У свою чергу критерій ефективності операційної діяльності $K_{F1}(IP)$ щодо *ITmmr* включає такі критерії як: скорочення часу обробки інформації $K_{F11}(IP)$ та часу постачання ресурсів $K_{F12}(IP)$, підвищення продуктивності праці служби постачання $K_{F13}(IP)$, підвищення надійності процесу постачання ресурсів $K_{F14}(IP)$, зменшення ризиків $K_{F15}(IP)$ (за видами ресурсів), покращання використання ресурсів з обмеженим терміном застосування $K_{F16}(IP)$.

Критерій ефективності $K_{F2}(IP)$ фінансової діяльності стосовно *ITmmr* включає такі частинні критерії, як скорочення прямих витрат $K_{F21}(IP)$ на створення продукту будівельного проєкту, критерій зростання маржі $K_{F22}(IP)$, критерій виконання бюджету будівельного проєкту $K_{F23}(IP)$.

Критерій стратегічної ефективності $K_{F3}(IP)$ включає критерії укріплення ринкової позиції підприємства $K_{F31}(IP)$, визначення конкурентних типів проєктів житлового будівництва $K_{F32}(IP)$, підвищення якості будівництва $K_{F33}(IP)$, пропозиції нових видів послуг в галузі житлового будівництва $K_{F34}(IP)$, підвищення рівня комфортності продукту будівельного проєкту $K_{F34}(IP)$.

Критерій промислової ефективності $K_{F4}(IP)$ містить такі частинні критерії як критерій зростання долі підприємства на ринку житлового будівництва $K_{F41}(IP)$, критерій відповідності стандартам та нормативам будівництва $K_{F42}(IP)$, критерій визнання підприємства як лідера на ринку житлового будівництва $K_{F43}(IP)$.

Таким чином, функціональна ефективність інформаційної технології має вигляд:

$$K_F(IP) = F[\lambda_i, K_{Fi}(IP)], i = 1, \dots, 4, \quad (2)$$

де F – певний вид ієрархічної згортки частинних критеріїв ефективності $K_{Fi}(IP)$, $\lambda_i =$ – параметри ізоморфізму, що приводять різнорідні частинні критерії ефективності до єдиної метрики,

$$\lambda_i = \{\lambda_{ij}\}, j = 1, 2, \dots, J_i, \quad (3)$$

де $J_i, i=1, \dots, 4$ – кількість частинних критеріїв за типами ефективності інформаційної технології.

Існуючі елементи автоматизованої обробки інформації розглядаються як реперні точки розвитку інформаційної технології управління матеріальними ресурсами підприємства.

Литература.

1. Governance of IT for the organization : ISO/IEC 38500:2015 : сайт – URL : <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso-iec:38500:ed-2:v1:en> (дата звернення 16.10.2021).
2. Томашевський О. М., Цегелик Г. Г., Вітер М. Б., Дудук В. І. Інформаційні технології та моделювання бізнес-процесів. Київ. – 2012. – 296с.
3. Золотухіна О. А. Структура інформаційної технології контролю витрат ресурсів // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – 2018. – №1(58). – С. 96–104.
4. Alshawi M., Underwood J. Applying object-oriented analysis to the integration of design and construction // Automation in Construction. – 1996. – Vol. 5 (2). – P. 105–121.
5. Крамаренко В. І., Новожилова М. В. Аналіз інформаційних систем управління матеріальними ресурсами будівельного підприємства // Перспективи розвитку територій: теорія і практика. – 2020. – С. 468–470.
6. Axelos. ITIL Foundation, ITIL 4 edition. UK: TSO (The Stationery Office). – 2019. – 222 p.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ СХОДСТВА ФИГУР В МЕТРИКАХ ХАУСДОРФА МЕТОДАМИ НЕГЛАДКОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В.И. НОРКИН, Д.А. ГУРО, М.Д. КУРШАКОВ
Национальный технический университет Украины
«КПИ им. И. Сикорского»
vladimir.norkin@gmail.com

***Аннотация.** Изложена информационная технология распознавания сканированных геометрических объектов с помощью методов невыпуклой негладкой оптимизации. Сначала каждый объект трансформируются в конечное множество точек евклидова пространства. Сходство между объектами устанавливается путем оптимального совмещения объектов в рамках некоторой параметрической группы преобразований и минимизации по параметрам расстояния Хаусдорфа между ними.*

***Ключевые слова:** распознавание фигур, мера сходства, метрика Хаусдорфа, негладкая оптимизация, глобальная оптимизация..*

Для распознавания изображений часто используются нейронные сети, но подготовка данных и обучение сетей является трудоемкой и нетривиальной проблемой. Альтернативным подходом является распознавание изображений на основе мер сходства изображений. В данной статье рассматривается этот второй подход [1 - 3], в котором в качестве меры сходства используется расстояние Хаусдорфа (и его аналоги) между конечными множествами точек евклидова пространства.

Проблема распознавания фигур рассматривается в следующей постановке. Пусть имеется сканированное черно-белое или серое изображение в том или ином пиксельном формате. Сначала оно преобразуется в множество точек в евклидовом пространстве, первые координаты которого являются пространственными, а последующие координаты могут описывать степень яркости пикселя в градациях серого или иного цвета. Предполагается, что есть коллекция образцов

геометрических фигур, которые также представлены множествами точек в двумерном или трехмерном пространстве. Распознавание состоит в поочередном оптимальном совмещении образцов с распознаваемым изображением и поиском наилучшего совпадения. Совмещающее преобразование зависит от ряда параметров, величин смещения по координатам, углов поворотов, коэффициента растяжения пространства и т.п. Например, общее аффинное преобразование двумерного евклидового пространства определяется шестью параметрами, двумерным вектором смещения и двумерной квадратной матрицей линейного преобразования. В качестве меры сходства используется метрика Хаусдорфа (или ее робастные аналоги) между двумя конечными множествами точек, а именно, точками преобразованного образца и точками изображения. Для оценки меры сходства образца и изображения решается задача нахождения параметров преобразования, которое минимизирует выбранную меру сходства. Как правило, эта оптимизационная задача является многоэкстремальной и негладкой. Для ее численного решения применяются методы негладкой глобальной оптимизации. В качестве ответа на задачу распознавания выдается тот образец, для которого получено наилучшее совпадение с изображением.

Численные эксперименты проводились с набором рукописных цифр из коллекции MNIST. Предварительно, образцы рукописных цифр, заданных в текстовом csv-формате с помощью функции `fread` преобразовывались в пиксельно-матричный формат, а затем в черно-белый формат. Порог отсеечения неярких пикселей был выбран на уровне 240. Таким образом, каждый образец той или иной цифры представляется в виде $(m \times 2)$ -матрицы M , где m - индивидуальное число точек представления цифры на плоскости, а столбцы матрицы содержат горизонтальные и вертикальные координаты этих точек. Нелинейное преобразование совмещения цифр включало смещение одной цифры в начало координат, поворот, растяжение по осям и перемещение к другой цифре. Пусть матрицы M^1 и M^2 задают представления двух черных цифр-фигур X^1 и X^2 на плоскости с числами точек m_1 и m_2 . Обозначим $x_i^1 = (x_{i1}^1, x_{i2}^1)$, $i = 1, \dots, m_1$, и $x_i^2 = (x_{i1}^2, x_{i2}^2)$, $i = 1, \dots, m_2$, строки этих матриц.

Нелинейное преобразование цифры-фигуры X^1 в фигуру $Y^1 = \{y_i^1 = (y_{i1}^1, y_{i2}^1), i = 1, \dots, m_1\}$ для совмещения с X^2 задается пятью переменными параметрами $p = (p_1, \dots, p_6)$:

$$y_i^1 = (y_{i1}^1, y_{i2}^1) = (x_{i1}^1 - \bar{x}_{i1}^1, x_{i2}^1 - \bar{x}_{i2}^1) \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ p_3 & p_4 \end{pmatrix} + (p_5, p_6),$$

где $\bar{x}_{i1}^1 = (1/m_1) \sum_{i=1}^{m_1} x_{i1}^1$, $\bar{x}_{i2}^1 = (1/m_1) \sum_{i=1}^{m_1} x_{i2}^1$, а преобразование цифры-фигуры X^2 в фигуру $Y^2 = \{y_i^2 = (y_{i1}^2, y_{i2}^2) : i = 1, \dots, m_2\}$ для совмещения с X^1 задается переменными параметрами $p' = (p'_1, \dots, p'_6)$:

$$y_i^2 = (y_{i1}^2, y_{i2}^2) = (x_{i1}^2 - \bar{x}_{i1}^2, x_{i2}^2 - \bar{x}_{i2}^2) \begin{pmatrix} p'_1 & p'_2 \\ p'_3 & p'_4 \end{pmatrix} + (p'_5, p'_6),$$

где $\bar{x}_{i1}^2 = (1/m_2) \sum_{i=1}^{m_2} x_{i1}^2$, $\bar{x}_{i2}^2 = (1/m_2) \sum_{i=1}^{m_2} x_{i2}^2$. Оптимальные значения параметров преобразований находятся как решения следующих оптимизационных задач:

$$\Delta_H(Y^1(p), X^2) \rightarrow \min_{p \in \Pi}, \quad \Delta_H(Y^2(p'), X^1) \rightarrow \min_{p' \in \Pi}.$$

Эти задачи являются задачами негладкой глобальной оптимизации на множестве

$$\Pi = \{p \in \mathbb{R}^6 : p_1 \in [0, 2]; -1 \leq p_2, p_3 \leq 1; p_4 \in [0, 2]; p_5, p_6 \in [0, 1]\}.$$

В данной работе они решались генетическим алгоритмом и методом последовательного сглаживания [4]. В качестве меры сходства цифр-фигур X^1 и X^2 используется величина

$$D_H(X^1, X^2) = \max \left\{ \min_{p \in \Pi} \Delta_H(Y^1(p), X^2), \min_{p \in \Pi} \Delta_H(Y^2(p), X^1) \right\}.$$

Вместо отклонения Хаусдорфа Δ_H могут использоваться его разнообразные робастные аналоги. Решение о совпадении цифр-фигур X^1 и X^2 принимается на основании значения меры сходства $D_H(X^1, X^2)$. Например, решение задачи классификации по методу ближайшего соседа, т.е. решение о принадлежности цифр-фигуры

X^* к классу фигур F принималось, если расстояние фигуры X^* до класса фигур F , $\min_{X \in F} D_H(X^*, X)$, было минимальным по сравнению с расстояниями до других классов. Пример оптимального преобразования и совмещения цифр-фигур показан на рис. 1, 2.

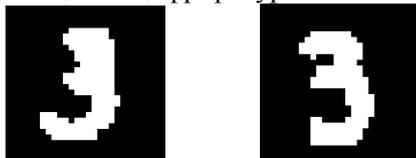


РИС. 1. Два варианта написания цифры 3 в черно-белом пиксельном формате.

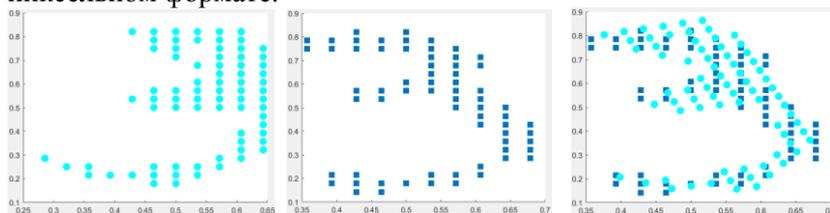


РИС. 2. Представление цифр в векторном формате и результат их трансформации и совмещения.

Подяка. Роботу виконано в рамках проекту Національного фонду досліджень України № 2020.02/0121 “Analytical methods and machine learning in control theory and decision-making in conditions of conflict and uncertainty”.

Литература.

1. Rucklidge W. Efficient visual recognition using the Hausdorff distance. *Lecture notes in computer science ; Vol. 1173*. Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 1996. 178 p.
2. Ушаков В.Н., Лебедев П.Д. Итерационные методы минимизации хаусдорфова расстояния между подвижными многоугольниками. *Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки*. 2017. **27**, Вып. 1. С. 86-97. <https://doi.org/10.20537/vm170108>
3. Kumar K.S., Manigandan T., Chitra D., Murali L. Object recognition using Hausdorff distance for multimedia applications. *Multimed Tools Appl.* 2020. **79**. P.4099-4114. <https://doi.org/10.1007/s11042-019-07774-z>

Norkin V.I. A stochastic smoothing method for nonsmooth global optimization. *Cybernetics and Computer Technologies*. 2020, Issue 1, P. 5-14. <https://doi.org/10.34229/2707-451X.20.1.1>

ПРО ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ СТОХАСТИЧНОГО КІНЦЕВО-РІЗНИЦЕВОГО МЕТОДУ ОПТИМІЗАЦІЇ

В.І. НОРКІН, А.Ю. КОЗИРЕВ

Національний технічний університет України

«КПІ ім. І. Сикорського»

vladimir.norkin@gmail.com

Анотація. Досліджена швидкість збіжності стохастичного кінцево-різницевого методу оптимізації опуклих ліпшицевих функцій на опуклій обмеженій множині. В методі використовуються стохастичні центральні кінцеві-різницеві оцінки градієнтів згладжених функцій. Показано, що оцінки швидкості збіжності всередньому обернено пропорційні квадратному корню із числа ітерацій.

Ключові слова: опукла оптимізація, метод згладжування, стохастичний кінцево-різницевий метод, швидкість збіжності.

Для розв'язання негладкої оптимізаційної задачі $[\min_{x \in X} F(x)]$ розглянемо так звані згладжені (або усереднені) функції наступного вигляду [1 - 3]:

$$F_h(x) = \frac{1}{v_n h^n} \int_{B_h(x)} F(y) dy, \quad B_h(x) = \{y \in \mathbb{R}^n \mid \|y - x\|_2 \leq h\},$$

де $\|\cdot\|_2$ – евклідова норма в просторі \mathbb{R}^n ; V_n та S_n – одинична куля та її поверхня у \mathbb{R}^n ; s_n та $v_n = n s_n$ – площа поверхні та об'єм одиничної кулі у \mathbb{R}^n ; $N(y)$ – зовнішня одинична нормаль до одиничної кулі у \mathbb{R}^n в точці y ; $h > 0$ – параметр згладжування.

Якщо функція $F(\cdot)$ ліпшицева з субдифференціалом $\partial F(\cdot)$, то її градієнт можна представити у вигляді

$$\nabla F_h(x) = \frac{1}{v_n h^n} \int_{B_h(x)} \partial F(y) dy.$$

Градієнт $F_h(x)$ обчислюється поверхневими інтегралами

$$\begin{aligned}\nabla F_h(x) &= \frac{n}{hs_n} \int_{S_n} (F(x+y) - F(x)) N(y) dS = \\ &= \frac{n}{2hs_n} \int_{S_n} (F(x+hy) - F(x-hy)) N(y) dS.\end{aligned}$$

Якщо позначити \tilde{y} випадковий вектор, рівномірно розподілений на одиничній сфері $S_1(0) = \{y \in \mathbb{R}^n : \|y\| = 1\}$, то градієнт $\nabla F_h(x)$ можна представити у вигляді математичних очікувань [1 - 3]:

$$\begin{aligned}\nabla F_h(x) &= n \cdot E_{\tilde{y}} \frac{1}{h} (F(x+h \cdot \tilde{y}) - F(x)) \cdot \tilde{y} = \\ &= n \cdot E_{\tilde{y}} \frac{1}{2h} (F(x+h \cdot \tilde{y}) - F(x-h \cdot \tilde{y})) \cdot \tilde{y}.\end{aligned}$$

В роботі [1] на основі подання градієнтів згладжених функцій у вигляді математичних очікувань центральних і симетричних різниць значень функції за випадковими напрямками побудовані і обґрунтовані стохастичні методи оптимізації негладких ліпшицевих функцій.

Теорема 1 [1]. Нехай $F(x)$ - ліпшицева функція в околі кулі $\{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq r\}$ з субградієнтними множинами Кларка $\partial F(x)$; множина $F^* = \{x : \|x\| \leq r, 0 \in \partial F(x)\}$ ніде не щільна, наприклад, скінчена; відома точка \bar{x}_0 , $\|\bar{x}_0\| < r$, така, що $F(\bar{x}_0) < \min_{\|x\|=r} F(x)$. Розглянемо ітераційний процес:

$$x_{k+1} = \begin{cases} x_k - \rho_k \eta_k, & \|x_k\| \leq r, \\ x_0, & \|x_k\| > r; \end{cases} \quad x_0 = \bar{x}_0, \quad k = 0, 1, \dots,$$

де $\eta_k = \frac{1}{2h_k} (F(x_k + h_k \tilde{y}_k) - F(x_k - h_k \tilde{y}_k))$; випадкові вектори $\{\tilde{y}_k\}$ незалежні і рівномірно розподілені на поверхні одиничної сфери з центром у початку координат.

Нехай виконані умови: $\rho_k > 0$, $h_k \geq h_{k+1} > 0$;

$$\lim_k h_k = \lim_k \rho_k / h_k = \lim_k (h_k - h_{k+1}) / \rho_k = 0;$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \rho_k^2 < \infty, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \rho_k = +\infty.$$

Тоді всі граничні точки випадкової послідовності $\{x_k\}$ майже напевно належать множині $X^* = \{x : \|x\| \leq r, 0 \in \partial F(x)\}$ і числова послідовність $\{F(x_k)\}$ майже напевно має границю.

Має місце наступний результат про швидкість збіжності стохастичного кінцево-різницевого методу з усередненням траєкторії на опуклих функціях.

Теорема 2. Припустимо, що функція $F(\cdot)$ опукла і ліпшицева з деякою константою L (в евклідовій нормі) на опуклій обмеженій множині $X \subseteq \mathbb{R}^n$ і справедлива оцінка $\|X\| = \sup_{x \in X} \|x\| \leq D$;

послідовність $\{x_t\}$ будується рекурентно за наступним правилом:

$$x_{t+1} = \pi_X(x_t - \rho_t \cdot \eta_t), \quad x_0 \in X, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$\eta_t = \frac{1}{2h_t} (F(x_t + h_t \tilde{y}_t) - F(x_t - h_t \tilde{y}_t)) \tilde{y}_t,$$

де ρ_t – детерміновані крокові множники; h_t – параметри згладжування; випадкові вектори $\{\tilde{y}_t\}$ незалежні і рівномірно розподілені на поверхні одиничної сфери; π_X – оператор проектування на опуклу множину X .

Тоді при постійному кроці $\rho_t = \rho = D/(L\sqrt{T})$ і фіксованому параметрі згладжування h точка $\bar{x}_T = (1/T) \sum_{t=1}^T x_t$ задовольняє співвідношенню:

$$E[F_h(\bar{x}_T) - \min_{x \in X} F_h(x)] \leq nLD/\sqrt{T},$$

і якщо $h \leq nD/\sqrt{T}$, то

$$E[F(\bar{x}_T) - \min_{x \in X} F(x)] \leq 3nLD/\sqrt{T}.$$

При змінному кроці $\rho_t = D/(L\sqrt{t})$ і постійному h для будь-якого $t \leq T$ і $\bar{x}_t = (1/t) \sum_{k=1}^t x_k$ виконано:

$$EF_h(\bar{x}_t) - F_h(x^*) \leq \frac{nLD}{2} \times \frac{1 + \ln t}{\sqrt{t} - 1}.$$

Зауваження. Більш детальний аналіз [3] для алгоритму:

$$x_{t+1} = \pi_X(x_t - \rho \cdot \eta_t), \quad x_0 \in X, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$\eta_t = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{2h} (F(x_t + h \cdot \tilde{y}_t^k) - F(x_t - h \cdot \tilde{y}_t^k)) \cdot \tilde{y}_t^k,$$

$$\rho = D/(L\sqrt{nT}), \quad h = D\sqrt{n/T},$$

де $\{\tilde{y}_t^k\}$ - незалежні і рівномірно розподілені на поверхні одиничної сфери дає для $\bar{x}_T = (1/T) \sum_{t=1}^T x_t$ наступний результат:

$$E[F(\bar{x}_T) - \min_{x \in X} F(x)] \leq \text{Const} \frac{LD}{\sqrt{T}} \left(1 + \sqrt{\frac{n}{K}} \right)$$

з деякою абсолютною числовою константою Const .

Подяка. Роботу виконано у рамках проекту Національного фонду досліджень України № 2020.02/0121 “Analytical methods and machine learning in control theory and decision-making in conditions of conflict and uncertainty”.

Література.

1. Норкин В.И. Два алгоритма случайного поиска для минимизации недифференцируемых функций. Математические методы исследования операций и теории надежности. Ред. Ю.М. Ермольев, И.Н. Коваленко. – Киев: Институт кибернетики, 1978. – С. 36-40.
2. Duchi J., Jordan M., Wainwright M., Wibisono A. Optimal rates for zero-order optimization: the power of two function evaluations // IEEE Transactions on Information Theory. – 2015. – Vol. 61(5). – P. 2788-2806.
3. Shamir O. An Optimal Algorithm for Bandit and Zero-Order Convex Optimization with Two-Point Feedback // J. of Machine Learning Research, 18 (2017), 1-11.

РОЗРОБКА СПЕЦІАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ БАГАТОФАКТОРНОЇ АВТЕНТИФІКАЦІЇ КОРИСТУВАЧІВ

М.І. ОГУРЦОВ,
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН
України, Київ, Україна
neizvestny@gmail.com

***Анотація.** Актуальність захисту інформації з обмеженим доступом (ІЗОД) зростає впродовж останніх десятиріч і продовжуватиме зростати. Для підвищення рівня захисту ІЗОД виконано розробку спеціального алгоритму багатофакторної автентифікації користувачів із застосуванням технології комунікації ближнього поля – Near Field Communication. На її основі пропонується створити канал передачі секретних автентифікаційних даних для роботи алгоритмів захисту ІЗОД.*

***Ключові слова:** захист інформації, автентифікація, комунікація ближнього поля, інформація з обмеженим доступом.*

Постановка проблеми. Актуальність захисту інформації з обмеженим доступом (ІЗОД) зростає впродовж останніх десятиріч і продовжуватиме зростати в майбутньому, оскільки постійно зростає вартість ІЗОД (як державної, так і приватної) та обсяги втрат, що можуть бути викликані її розголошенням, спотворенням або знищенням [1].

Аналіз останніх публікацій. На сьогоднішній день захист ІЗОД забезпечується криптографічними засобами для шифрування та забезпечення контролю доступу [1-5], стеганографічними – для приховування факту передачі інформації [6-7]. Але засоби багатофакторної автентифікації користувача при спробі отримання ним доступу до ІЗОД залишаються недостатньо [8].

Метою роботи стала розробка спеціального алгоритму багатофакторної автентифікації користувачів та захисту інформації при доступі до неї із застосуванням технології комунікації ближнього поля – Near Field Communication для підвищення рівня захисту ІЗОД.

Архітектуру системи ЗІ (СЗІ) на основі багатофакторної автентифікації користувачів пропонується реалізовувати із застосуванням технології комунікації ближнього поля – Near Field Communication (NFC) [9]. На її основі пропонується створити канал передачі секретних автентифікаційних даних для роботи алгоритмів ЗІ від НсД.

Розглянемо, як можна підвищити рівень захисту ІзОД на основі використання NFC. Для цього пропонується застосувати метод неперервного контролю користувачів, для якого кожен користувач повинен мати NFC пристрій для автентифікації. Відповідно до **розробленого алгоритму неперервного контролю користувачів**, NFC-пристрої, що кожен користувач має з собою, будуть постійно використовуватись для відстеження наявності та місцезнаходження користувачів, визначаючи при цьому його рівень повноважень (рисунок 1).

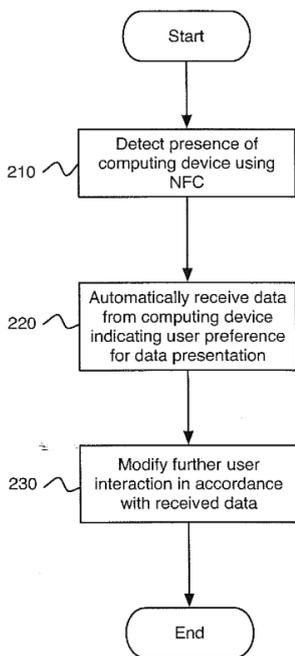


Рисунок 1 – Схема алгоритму неперервного контролю користувачів

Порядок роботи алгоритму:

1. При початку роботи з ІЗОД (першому запиті користувача) він вводить пароль.

2. Під час перевірки пароля NFC-зчитувачем автоматично перевіряється наявність в зоні зчитування NFC-автентифікатора, що відповідає даному паролю.

3. Якщо пароль вірний, але NFC-автентифікатор відсутній – в доступі відмовлено.

4. При подальшій роботі з ІЗОД NFC-автентифікатор регулярно (не рідше ніж раз на декілька секунд) сканується на наявність.

5. У випадку, якщо при скануванні NFC-автентифікатор не виявлений, доступ до ІЗОД блокується і крок 1 має бути повторений.

6. Якщо користувач переміщується (виходив на перерву, переходить на інше робоче місце і т.д.) – крок 1 має бути повторений.

В результаті реалізації цього алгоритму користувачі будуть вводити пароль лише приходячи на роботу, та повертаючись з перерви, а далі їм досить буде мати NFC-автентифікатор при собі, щоб отримувати доступ до ІЗОД в рамках своїх повноважень. При цьому крадіжка NFC-автентифікатора нічого не дасть, оскільки для отримання доступу до ІЗОД потрібно додатково вводити пароль, що відомий лише легітимному користувачеві. При цьому СЗІ в режимі реального часу відстежує присутність, місцезнаходження та дії кожного користувача, перевіряючи за необхідності його права доступу в автоматичному режимі.

Побудова СЗІ на основі запропонованого алгоритму дозволить захиститись від найбільш небезпечних загроз, спростить розгортання, модифікацію та масштабування СЗІ та підвищить надійність захисту ІЗОД. Застосування NFC-пристрою дозволить забезпечити ефективну та прозору для користувачів багатофакторну автентифікацію.

Розроблений алгоритм багатофакторної автентифікації користувачів, що базуються на технології NFC, при застосуванні дозволить легке та гнучке розгортання, масштабування та оновлення СЗІ. Відповідно до алгоритму пропонується, щоб місцезнаходження та дії користувачів постійно відстежувались СЗІ в автоматичному режимі. В якості засобу автентифікації пропонується застосовувати NFC-пристрій, що дозволить реалізувати цей метод та забезпечить багатофакторну аутентифікацію.

Разом з тим вимагають подальших досліджень наступні питання:

- які конкретно програмно-апаратні засоби слід застосовувати для побудови СЗІ кожного конкретного об'єкту;
- економічне обґрунтування доцільності застосування NFC-автентифікатора.

Література.

1. Коц Д. В. Сучасний стан розвитку системи захисту інформації з обмеженим доступом в Україні // Порівняльно-аналітичне право. – 2020. – №. 1. – С. 343-346.
2. Прокопович Л. В., Лопаків О. С., Солодкий Д. М. Шляхи підвищення захисту персональних даних користувачів соціальних мереж // The Scientific Heritage. – 2021. – №. 65-1. – С. 32-37.
3. Миколайко О. О. Кібербезпека критичних інформаційно-телекомунікаційних систем. – 2021.
4. Maksym Ogurtsov Three-Keys Cryptographic Algorithm for UAV Network Communication // Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання; матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції, м. Івано-Франківськ, 5-10 липня 2021 року. – Івано-Франківськ: п. Голіней О.М., 2021. – с. 118-119.
5. Огурцов М.І. Засоби підвищення рівня захисту даних, що циркулюють між БПЛА та оператором // Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту – ISDMCI'2020: матеріали міжнар. наук. конф. (25-29 травня 2020 р., с. Залізний Порт). – Херсон: Видавництво ФОП Вишемирський В. С., 2020. 170 с. – с. 126-127.
6. Kuznetsov A. A., Kononchenko G. V. Стеганографічні методи в векторній графіці // Radiotekhnika. – 2021. – №. 205. – С. 32-41.
7. Корольов В.Ю., Ходзінський О.М. JPEG стеганографія на базі теоретико-чисельних перетворень // Вісник Хмельницького національного університету. – №1(209). – 2014. – С.61-69.
8. Reese K. et al. A usability study of five two-factor authentication methods // Fifteenth Symposium on Usable Privacy and Security ({SOUPS} 2019). – 2019. – С. 357-370.
9. Tiruvilwamalai Venkatraman Raman Personalized access using near field communication. Google Inc. US20120311019 / EP 2530664 A1 <http://www.google.com/patents/EP2530664A1>

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЕМ С ДРОБНЫМ ВИНЕРОВСКИМ ПРОЦЕССОМ

ПЕПЕЛЯЕВА Т.В.,
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова
НАН Украины, Киев, Украина
pepelaev@yahoo.com

ШПИГА С.П.,
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова
НАН Украины, Киев, Украина
shpyga@meta.ua

***Аннотация.** Рассматривается задача оптимального управления для стохастического дифференциального уравнения с дробным винеровским процессом. Доказана теорема существования оптимального управления процессом, который является решением соответствующего стохастического дифференциального уравнения с коэффициентом диффузии.*

***Ключевые слова:** стохастическое дифференциальное уравнение, дробный винеровский процесс, оптимальное управление процессом.*

Пусть (Ω, \mathcal{F}, P) – вероятностное пространство, $(\Phi_t), t \in [0,1]$ – семейство σ -подалгебр \mathcal{F} , причем $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t$, если $s \leq t$.

Пусть B_t^H – дробный винеровский процесс с параметром Харста $H \in (\frac{1}{2}, 1)$, то есть B_t^H – непрерывный гауссовский процесс, такой что $B_0^H = 0$, $EB_t^H = 0$, $t \geq 0$, и его ковариационная функция задается следующим образом

$$E(B_t^H, B_s^H) = \frac{1}{2} (t^{2H} + s^{2H} - |t-s|^{2H}), s \geq 0, t \geq 0$$

Пусть (C, \mathfrak{R}) – измеримое пространство непрерывных на $[0,1]$ функций с потоком σ -алгебр $\mathfrak{R}_t = \sigma\{f(s), s \leq t\}$, $t \in [0,1]$.

Рассмотрим уравнение

$$\xi(t) = \xi_0 + \int_0^t a(x, \xi, u) dx + \int_0^t b(x) dB_x^H, \quad t \in [0, 1] \quad (1)$$

где a – \mathfrak{R}_t -измеримый функционал, $u: [0, 1] \rightarrow \tilde{U}$ – управление, которое не зависит от будущего, b – непрерывная ограниченная неотрицательная функция, (\tilde{U}, \square) – метрический компакт. Пусть U – класс всех управлений, для которых существует слабое решение уравнения (1). A – σ -алгебра открытых подмножеств из $[0, 1]$, A_U – σ -алгебра борелевских подмножеств из \tilde{U} .

Пусть функционал $a(t, \xi, u(t, \xi))$ удовлетворяет таким условиям:

- 1) $a(t, \xi, u)$ есть $A \times B \times A_U$ -измеримой функцией;
- 2) $\forall t \in [0, 1]$ функция $a(t, \xi, u)$ есть $B \times A_U$ -измеримой;
- 3) $\forall t \in [0, 1]$, $x \in C$ функция $a(t, \xi, u)$ – непрерывна на \tilde{U} ;
- 4) $\forall t \in [0, 1]$, $x \in C$ множество $a(t, \xi, U) = \{a(t, \xi, u), u \in \tilde{U}\}$ выпукло и замкнуто;
- 5) $\exists L > 0$ такое, что $|a(t, x, u)|^2 \leq L(1 + |x|^2)$
- 6) $\exists M > 0$ такое, что

$$\left| K^{-1} \left(\int_0^t a(s, x, u) ds \right) (t) \right|^2 \leq M (1 + |x(t)|^2)$$

- 7) Коэффициенты a и $g = \frac{1}{b}$ удовлетворяют условию

$$E_\lambda = E \exp \left\{ \lambda \int_0^T \left(s^{-\alpha} |h_u(s)| + \alpha s \int_0^s \frac{|s^{-\alpha} h_u(s) - r^{-\alpha} h_u(r)|}{(s-r)^{\alpha+1}} dr \right)^2 ds \right\} < \infty$$

для любого λ , где $h_u(s) = g(s) a \left(s, X_0 + \int_0^s b(t) dB_t^H, u_s \right)$.

Вопросы существования слабого решения уравнения (1) были исследованные в работе [1], где был получен следующий результат.

Теорема 1. Пусть выполненное условие 7) на функционал $a(t, x, u)$ и b . Тогда уравнение (1) имеет слабое решение.

Определим стоимость управления таким образом:

$$F(u) = E \int_0^1 f(t, \xi^u(t), u(t, \xi^u(t))) dt,$$

где $f(t, \xi, u)$ – непрерывная неотрицательная функция, $(t, \xi, u) \in [0, 1] \times C \times \tilde{U}$, $\xi^u(t)$ – слабое решение уравнения (1), которое соответствует управлению $u = u(t, \xi^u(t))$. Задача оптимизации управления решением уравнения (1) состоит в том, чтобы минимизировать стоимость управления F (то есть, найти управление u^* в классе допустимых управлений, которое бы минимизировало стоимость управления F).

Следующая теорема дает условия существования оптимального управления решением уравнения (1).

Теорема 2. Пусть выполняются приведенные выше условия 1)-7) на функционал $a(x, t, u)$ и $b(t)$. Тогда существует управление $u^* \in U$, такое что $F(u^*) = \inf_{u \in U} F(u)$

Доказательство основывается на результатах, полученных в [2] с использованием теоремы Гирсанова [3].

Полученный результат может быть использован при решении задач управления стохастическими системами в финансовой математике, гидрологии, биологии и многих других областях, в частности позволяет строить оптимальные торговые стратегии на финансовых рынках.

Литература.

1. Mishura Y. Stochastic calculus for fractional Brownian motion and related processes. Springer 2008, 393p.
2. Пепеляева Т.В. Об одной задаче управления стохастической системой на финансовом рынке // Теория оптимальных решений – 2004. – №3. – С. 133-141
3. Nualart D., Oukline Yo. Stochastic differential equations with additive fractal noise locally unbounded drift//Barcelona. – Math. Prepr. Ser.; – N 316. – 2002. –14 p.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ВІРУСНОЇ ХВОРОБИ В ПОПУЛЯЦІЯХ З ПРИХОВАНИМИ НОСІЯМИ

О.С. САМОСЬОНОК,
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН
України, Київ, Україна
samosyonok@gmail.com

Анотація. Приводиться алгоритм оцінювання невідомих параметрів моделі розповсюдження вірусної хвороби, що побудована на основі інструментарію марковських полів за допомогою методу максимальної вірогідності. Сама модель побудована на основі припущення, що стан популяції є певною конфігурацією скінченного марковського випадкового поля.

Ключові слова: марковські випадкові поля, гіббсовський розподіл, метод максимальної вірогідності..

Нехай $X = (X_1, \dots, X_{|S|})$ – багатовимірна випадкова величина, де кожна компонента X_i є одновимірною випадковою величиною, що приймає значення зі скінченної множини станів A певної особи в популяції, S – множина індексів. Конкретна реалізація $x = (x_1, \dots, x_{|S|})$ випадкової величини X представляє собою спільну появу всіх подій $(X_1 = x_1, \dots, X_{|S|} = x_{|S|})$ і фактично характеризує загальну епідеміологічну ситуацію X над певною популяцією. Спільний розподіл станів елементів поля може бути виражено безпосередньо через умовні розподіли:

$$P(x) = P(x_n | x_1, \dots, x_{n-1}) P(x_1, \dots, x_{n-1}).$$

У випадку одновимірного випадкового поля – ланцюга Маркова останній множник можна обчислити по умовним розподілам:

$$P(x) = P(x_0) \prod_{i=1}^{n-1} P(x_i | x_{i-1}),$$

за умови, що відомо розподіл ймовірностей станів деякого крайнього елемента X_0 і всі умовні розподіли. Властивість марковості дозволяє спростити проблему дослідження взаємодії великої (або навіть нескінченної) кількості елементів в моделі завдяки цілком природному припущенню про те, що стан деякого елемента системи залежить лише від станів скінченної кількості сусідніх елементів.

Вводячи поняття сусідства запишемо спільний розподіл ймовірностей станів елементів марковського випадкового поля X по простору його конфігурацій x як

$$P(x) = \frac{\prod_{\chi \in S} F_{\chi}(x_{\chi})}{\sum_{x' \in X} \prod_{\chi \in S} F_{\chi}(x'_{\chi})}$$

де $F_{\chi}(x_{\chi}, v)$ - додатньовизначена функція, відмінна від константи. \mathcal{X} - кліка, множина елементів випадкового поля, яка відповідає повнзв'язному підграфу графа сусідства.

Записавши згадані функції в експоненціальній формі

$$F_{\chi}(x_{\chi}, v) = e^{-H(x_{\chi}, v)}$$

спільний розподіл ймовірностей прийме вигляд:

$$P(x) = Z(v)^{-1} \exp\left(-\sum_{j=1}^{|\mathcal{C}|} \sum_{\chi \subset S} H_{\chi}(x_{\chi}, v^j)\right), \quad v = (v^j)_{j=1}^l,$$

де Z - нормуючий множник.

Розглядаючи послідовність незалежних спостережень $\{x^1, \dots, x^n\}$ за станами особин популяції виникає задача оцінювання істинного значення параметра v^* за результатами спостережень $x \in \Lambda$.

Для розв'язку задачі використовується метод максимальної вірогідності. В контексті нашої задачі функція максимальної вірогідності приймає вигляд

$$L_n(x, v) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^{|\mathcal{C}|} \sum_{\chi \subset S} H_{\chi}(x_{\chi}^i, v^j) \right) + n \ln Z(v)$$

Для чисельного пошуку оцінки гіббсовського розподілу методом максимальної вірогідності розглянемо алгоритм, побудований на

основі стохастичного квазіградієнтного методу розв'язку задач опуклого стохастичного програмування [2]. Цей метод є розвитком процедур випадкового пошуку і може розглядатися як узагальнення алгоритмів стохастичної апроксимації на багатовимірні негладкі задачі.

Згідно з [1] практичний алгоритм пошуку оцінки невідомих параметрів можна подати в наступному вигляді:

1. З ймовірністю $\frac{1}{n}$ на k -ому кроці ($v = v_k$) обирається одне з чисел $i = 1, \dots, n$, де n – кількість спостережень. Позначимо обране число через i_{fix} .
2. Для поточного значення параметру v_k за допомогою алгоритму породження марковських ланцюгів методом Метрополіса або Гіббса генерується скінченна вибірка $\{\bar{x}(v_k)\}$ конфігурацій гіббсовського поля довжини p .
3. Розраховується стохастичний квазіградієнт γ^k в точці v_k :

$$\gamma^k = \tilde{\nabla} L_n(x, v_k) = \left(\sum_{\chi \in S} \frac{\partial H_\chi(x_{\chi}^{i_{fix}}, v_k^j)}{\partial v_k^j} - \frac{1}{p} \sum_{q=1}^p \left(\sum_{\chi \in S} \frac{\partial H_\chi(\bar{x}_\chi^q, v_k^j)}{\partial v_k^j} \right) \right)_{j=1}^l$$

якщо функції $H_\chi(x, v)$ є диференційованими.

$$v_{k+1} = \pi_\theta \left(v_k - \frac{1}{k} \gamma^k \right)$$

4. Знаходимо точку v_{k+1} . В загальному вигляді для цього необхідно розв'язати оптимізаційну задачу

$$v_{k+1} = \arg \min_{v \in \Theta} \left\| v_k - \rho_k \gamma^k - v \right\|^2,$$

проте якщо параметрична множина \cup компактна, то

$$v_{k+1} = v_k - \frac{1}{k} \gamma^k$$

5. Перевіряємо один вибраний критерій зупинки: $|v_{k+1} - v_k| < \varepsilon$, $|L_n(x, v_{k+1}) - L_n(x, v_k)| < \varepsilon$ або $|\nabla L_n(x, v_{k+1})| < \varepsilon$. Якщо він виконується то вважаємо, що істинне значення параметра $v^* = v_{k+1}$, інакше $k = k + 1$ і повертаємося до кроку 1.

Суттєвим недоліком запропонованого алгоритму є висока обчислювальна складність, тому що для кожної ітерації необхідно здійснювати процес породження марковського ланцюга, тобто генерувати повноцінну вибірку тестових конфігурацій гіббсовського поля. У випадку наявності обмежень на обчислювальні ресурси для вирішення цієї проблеми пропонується модифікувати алгоритм, здійснюючи апроксимацію математичного сподівання

$$E\left(\sum_{x \in S} \frac{\partial H_\chi(x, v)}{\partial v}\right)$$

на кожній ітерації лише за однією згенерованою вибіркою або ж породжувати допоміжні конфігурації через певну кількість кроків. Звичайно, отримана таким чином оцінка найшвидшого напрямку спуску до глобального мінімуму не буде оптимальною і, відповідно, алгоритм буде потребувати додаткових ітерацій, та цей недолік буде компенсуватися значним зменшенням обчислювального часу на кожній ітерації.

Литература.

1. Кнопов П.С., Самосьюнок О.С., Біла Г.Д. Модель розповсюдження інфекційних захворювань з прихованими носіями. – Кібернетика та системний аналіз. 2021. Том 57, №4. С. 166-176.
2. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования / Ермольев Ю.М. — М.: Наука, 1976. — 240 с.

ОЦЕНКИ СЛОЖНОСТИ АЛГОРИТМОВ ЭКСТРАГРАДИЕНТНОГО ТИПА ДЛЯ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В.В. СЕМЕНОВ, С.В. ДЕНИСОВ

Киевский национальный университет имени
Тараса Шевченко, Киев, Украина

semenov.volodya@gmail.com

denisov.univ@gmail.com

***Аннотация.** Изучены три алгоритма экстраградиентного типа для решения вариационных неравенств. Два первых алгоритма – естественные модификации метода Tseng'a и метода экстраполяции из прошлого для задач в банаховых пространствах с использованием обобщенной проекции Альбера. Третий алгоритм, называемый методом операторной экстраполяции, является вариантом «forward-reflected-backward algorithm», где вместо метрической проекции на допустимое множество так же используется обобщенная проекция Альбера. Привлекательной чертой последнего алгоритма является всего одно вычисление на итерационном шаге значения оператора и обобщенной проекции на допустимое множество. Доказаны $O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$ оценки сложности в терминах функции зазора.*

***Ключевые слова:** вариационное неравенство, монотонный оператор, алгоритм, функция зазора, сложность, 2-равномерно выпуклое банахово пространство, равномерно гладкое пространство.*

Пусть E – 2-равномерно выпуклое и равномерно гладкое банахово пространство, C – непустое подмножество пространства E , A – оператор, действующий из E в E^* . Рассмотрим вариационное неравенство:

$$\text{найти } x \in C: \langle Ax, y - x \rangle \geq 0 \quad \forall y \in C, \quad (1)$$

множество решений которого обозначим S .

Предположим, что выполнены следующие условия: множество $C \subseteq E$ выпуклое и замкнутое; оператор $A: E \rightarrow E^*$ монотонный и липшицевый с константой $L > 0$ на C ; множество S не пусто.

Пусть E – гладкое банахово пространство. Рассмотрим введенный Я. Альбером [1] функционал

$$\phi(x, y) = \|x\|^2 - 2\langle Jy, x \rangle + \|y\|^2 \quad \forall x, y \in E.$$

Пусть K – непустое замкнутое и выпуклое подмножество рефлексивного, строго выпуклого и гладкого пространства E . Известно [1], что для каждого $x \in E$ существует единственная точка $z \in K$, такая, что $\phi(z, x) = \inf_{y \in K} \phi(y, x)$. Эту точку z обозначают $\Pi_K x$,

а соответствующий оператор $\Pi_K: E \rightarrow K$ называют обобщенной проекцией E на K (обобщенной проекцией Альбера) [1]. Вариационное неравенство (2) можно сформулировать в виде задачи поиска неподвижной точки:

$$x = \Pi_C J^{-1}(Jx - \lambda Ax),$$

где Π_C – оператор обобщенной проекции Альбера, J – нормализованное дуальное отображение E в E^* , $\lambda > 0$.

Задачей работы является оценка числа итераций алгоритмов, необходимого для получения приближенного решения заданного качества. Качество приближенного решения $x \in C$ вариационного неравенства (1) будем измерять при помощи неотрицательной функции зазора [2]

$$Gap(x) = \sup_{y \in C} \langle Ay, x - y \rangle. \quad (2)$$

Очевидно, что для корректности определения функции зазора (2) необходима ограниченность допустимого множества C . Если $x \in C$ – решение (1), то $Gap(x) = 0$. Обратно, если для $x \in C$ имеем $Gap(x) = 0$, то x – решение (1).

Рассмотрим следующие алгоритмы решения вариационного неравенства (2).

Алгоритм 1. Модифицированный метод P. Tseng.

Выбираем $x_1 \in E$, $\lambda_n > 0$. Полагаем $n = 1$.

1. Вычислить $y_n = \Pi_C J^{-1}(Jx_n - \lambda_n Ax_n)$.

2. Если $y_n = x_n$, то СТОП, иначе вычислить

$$x_{n+1} = J^{-1}(Jy_n - \lambda_n(Ay_n - Ax_n)),$$

положить $n := n + 1$ и перейти к 1.

Алгоритм 1 является модификацией «forward-backward-forward» метода Р. Tseng [3] для задач в банаховых пространствах с использованием обобщенной проекцией Альбера вместо метрической. Слабая сходимость алгоритма 1 в 2-равномерно выпуклом и равномерно гладком банаховом пространстве доказана в [4].

Алгоритм 2. Экстраполяция из прошлого.

Выбираем $x_1 = y_0 \in E$, $\lambda_n > 0$. Полагаем $n = 1$.

1. Вычислить $y_n = \Pi_C J^{-1}(Jx_n - \lambda_n Ay_{n-1})$.

2. Вычислить $x_{n+1} = \Pi_C J^{-1}(Jx_n - \lambda_n Ay_n)$,

если $x_{n+1} = y_n = x_n$, то СТОП, иначе положить $n := n + 1$ и перейти к 1.

Алгоритм 2 является модификацией алгоритма Л. Д. Попова [5] для задач в банаховых пространствах с использованием обобщенной проекцией Альбера вместо метрической. Сходимость алгоритма 2 в гильбертовом пространстве и в евклидовом пространстве с дивергенцией Брэгмана вместо евклидова расстояния доказана в [6, 7].

Алгоритм 3. Операторная экстраполяция.

Выбираем $x_0 = x_1 \in E$, $\lambda_n > 0$. Полагаем $n = 1$.

1. Вычислить $x_{n+1} = \Pi_C J^{-1}(Jx_n - \lambda_n Ax_n - \lambda_{n-1}(Ax_n - Ax_{n-1}))$.

2. Если $x_{n-1} = x_n = x_{n+1}$, то СТОП, иначе положить $n := n + 1$ и перейти к 1.

Алгоритм 3 является модификацией «forward-reflected-backward algorithm» [8] для вариационных неравенств в банаховых пространствах.

Алгоритм 3 можно представить в виде, похожем на запись алгоритма 1:

$$\begin{cases} x_n = \Pi_C J^{-1}(Jy_n - \lambda_{n-1} Ax_{n-1}), \\ y_{n+1} = J^{-1}(Jx_n - \lambda_{n-1}(Ax_n - Ax_{n-1})). \end{cases}$$

Показано, что каждому из алгоритмов необходимо сделать $O\left(\frac{LD}{\varepsilon}\right)$ итераций для получения допустимой точки $x \in C$ с $\text{Gap}(x) \leq \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, где $D = \sup_{a,b \in C} \phi(a,b) < +\infty$.

Литература

1. Y.I. Alber, Metric and generalized projection operators in Banach spaces: properties and applications. in: Theory and Applications of Nonlinear Operators of Accretive and Monotone Type, vol. 178, Dekker, New York, 1996, pp. 15–50.
2. A. Nemirovski, Prox-method with rate of convergence $O(1/T)$ for variational inequalities with Lipschitz continuous monotone operators and smooth convex-concave saddle point problems, *SIAM J. Optim.* 15 (2004) 229–251.
3. P. Tseng, A modified forward-backward splitting method for maximal monotone mappings, *SIAM Journal on Control and Optimization* 38 (2000) 431–446.
4. Y. Shehu, Single projection algorithm for variational inequalities in Banach spaces with application to contact problem, *Acta Math. Sci.* 40 (2020) 1045–1063.
5. L.D. Popov, A modification of the Arrow-Hurwicz method for search of saddle points, *Mathematical notes of the Academy of Sciences of the USSR.* 28 (1980) 845–848.
6. S.I. Lyashko, V.V. Semenov, A New Two-Step Proximal Algorithm of Solving the Problem of Equilibrium Programming, in: B. Goldengorin (Ed.), Optimization and Its Applications in Control and Data Sciences, volume 115 of Springer Optimization and Its Applications, Springer, Cham, 2016, pp. 315–325.
7. D.A. Nomirovskii, B.V. Rublyov, V.V. Semenov, Convergence of Two-Stage Method with Bregman Divergence for Solving Variational Inequalities, *Cybernetics and Systems Analysis* 55 (2019) 359–368.
8. Y. Malitsky, M. K. Tam, A Forward-Backward Splitting Method for Monotone Inclusions Without Cocoercivity, *SIAM Journal on Optimization* 30 (2020) 1451–1472.

ПОСТОПТИМАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧИ ЧАСТИЧНО-ЦЕЛОЧИСЛЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА БЕНДЕРСА

В.В. СЕМЕНОВ, Д.А. ЧАЙКА, И.М. ФАТЕЕВА

Институт кибернетики имени В.М.Глушкова

НАН Украины, Киев, Украина

semenov.jr@gmail.com, dariia.chaika@gmail.com, mbird@i.ua

Аннотация. На основе метода декомпозиции Бендерса для решения задачи частично-целочисленного программирования и генерации множества, содержащего k ее наилучших решений, проведен постоптимальный анализ этой задачи.

Ключевые слова: частично целочисленная задача, постоптимальный анализ, булевы переменные, метод декомпозиции Бендерса.

Как известно, большинство задач дискретной оптимизации относятся к *NP-трудным* и их решение в наихудшем случае может потребовать построения дерева поиска решений экспоненциального размера. Значительные сложности, возникающие при решении таких задач, также состоят в том, что исходные данные, как правило, задаются с некоторыми погрешностями, требуют уточнений в процессе решения и др. Двойственность, играющая ключевую роль в постоптимальном анализе в задачах линейного программирования, не имеет такого значения в задачах целочисленного программирования. Это приводит к необходимости исследования важных вопросов постоптимального анализа, разработки и усовершенствования реоптимизационных алгоритмов задач дискретного программирования при возможных изменениях, возмущениях в их исходных данных. Рассматривается задача частично-целочисленного программирования $P1$:

$$\min \{f(x, y) \mid Ax + F(y) \leq b, x \geq 0, y \in OS\}, x \in OR^n, y \in OZ^n \cap MR^n,$$

Z^n – пространство целочисленных векторов, $f(x, y) = \langle c, x \rangle + \langle d, y \rangle$.

Постоптимальный анализ оптимизационных задач предусматривает исследование зависимости оптимального решения задачи от определенных изменений значений ее входных данных, а также вопросов использования информации, полученной во время решения этой задачи. Следовательно, очень важно иметь определенный индикатор проверки чувствительности оптимального решения относительно изменений входных параметров. Здесь предлагается практический метод для проведения анализа постоптимальности в задачах частично-целочисленного программирования.

На этапе постоптимального анализа [1, 2] оптимизационных задач предполагается исследование таких вопросов: как изменится оптимальное решение конкретной задачи, если некоторым образом изменить значение ее входных данных; как использовать информацию, полученную при решении некоторой задачи тем или иным оптимизационным методом, для решения измененной задачи; какую минимальную дополнительную информацию необходимо накопить при решении исходной задачи с целью эффективного решения измененной задачи.

Проведем постоптимальный анализ задачи $P1$ частично-целочисленного программирования на основе построения множества k – наилучших решений. Этот подход впервые был применен в [3] и потом использовался для проведения постоптимального анализа булевых задач линейного программирования на основе методов Балаша и ветвей и границ.

Применим технику генерации множества K , содержащего k – наилучших решений для задач вида $P1$, которая использует декомпозиционный алгоритм, основанный на идеях метода Бендерса [4]. Для того, чтобы найти все элементы множества K , задача $P1$ решается точным или приближенным алгоритмом метода декомпозиции Бендерса. Для i -го шага алгоритма справедлива оценка оптимального значения целевой функции задачи $P1$:

$$z^i \text{ J } \min \{ f(x, y) \mid (x, y) \in X \} \text{ J } f(x^r, y^r),$$

$$f(x^r, y^r) = \min_{\text{J}} \text{ J } i \left(\langle c, x^j \rangle + f(y^j) \right).$$

Начиная с первого шага алгоритма нужно сохранять значение нижней z^i и верхней $f(x^r, y^r)$ границ целевой функции задачи этой задачи. Когда множество K заполнено, его элементы замещаются, если найдены новые кандидаты на допустимые решения, которые преобладают над $f(x^r, y^r)$, а значения z^i и $f(x^r, y^r)$ соответственно обновляются. Очевидно, что найденные k решений из множества K могут быть хорошими кандидатами для оптимального или приближенного решения модифицированной входной задачи. Интерес представляет максимально допустимое изменение входных данных задачи, при которых оптимальное решение будет находиться во множестве k – наилучших решений. Если интервал неопределенности относительно большой для исходных данных модели, но диапазоны устойчивости малы, существует большая вероятность того, что наилучшее решение измененной задачи не будет принадлежать множеству K . Разработаны правила определения диапазона изменения параметра, в рамках которого элемент множества K остается оптимальным. Установлено и исследовано достаточное условие для проведения постоптимального анализа. Результаты постоптимального анализа [3] для задачи вида $P1$ могут быть получены из множества K ее k – наилучших допустимых решений, при которых значения целевой функции находятся в пределах заданного допустимого отклонения ε от оптимального значения целевой функции. Приведем элементарные соображения, позволяющие определить, какие изменения в начальных данных не нарушают оптимальности (x^*, y^*) для модифицированной задачи $P1$.

Определение. [1] Задачу $P(u')$ назовем сужением задачи $P(u)$, если допустимая область $X(u')$ задачи $P(u')$ содержится в допустимой области $X(u)$ задачи $P(u)$ и в каждой допустимой точке $(x, y) \in X(u')$ выполняется неравенство $f'(x, y) \geq f(x, y)$. Задача $P(u)$ в этом случае будет релаксацией задачи $P(u')$.

Таким образом, оптимальное значение (x^*, y^*) целевой функции является верхней (нижней) границей оптимального значения любой своей релаксации (сужения).

Утверждение 1. Если оптимальное решение (x^*, y^*) задачи $P(u)$ – допустимое решение ее сужения $P(u')$ и $f'(x^*, y^*) = f(x^*, y^*)$, то (x^*, y^*) – оптимальное решение $P(u')$.

Утверждение 2. Если (x^0, y^0) – допустимое решение задачи $P(u)$ и $f(x^0, y^0)$ совпадает с оптимальным значением целевой функции задачи релаксации $P(u')$ исходной задачи, то (x^0, y^0) – оптимальное решение задачи $P(u')$.

Приведенные результаты полезны с точки зрения вычислительной практики. Предложен следующий общий метод построения интервалов изменения входных данных u задачи $P(u)$, которые сохраняют оптимальность решения (x^*, y^*) .

1. Опираясь на известное решение (x^*, y^*) строим некоторую плотную релаксацию $P(u')$ задачи $P(u)$ (под плотной релаксацией понимаем такую релаксацию, для которой оптимальное значение ее целевой функции равно $f(x^*, y^*)$).

2. Определяем интервалы изменения исходных данных задачи $P(u)$, для которых (x^*, y^*) – допустимое решение модифицированной задачи со значением целевой функции, равным значению целевой функции модифицированной задачи $P(u')$. Согласно утверждению 2 (x^*, y^*) – оптимальное решение задачи $P(u)$.

Полученные результаты могут служить основой для дальнейшего исследования разных аспектов разработки методов дискретной оптимизации, проведения постоптимального анализа новых классов задач дискретного программирования, в частности многокритериальных задач с булевыми и комбинаторными переменными, а также расширяют вычислительные возможности в дискретной оптимизации.

Литература

1. Geoffrion A.M., Nauss K. Parametric and Postoptimality Analysis in Integer Linear Programming. *Management Science*. 1977. Vol. 24, N 5. P. 453–466.
2. Сергиенко И.В., Козерацкая Л.Н., Лебедева Т.Т. Исследование устойчивости и параметрический анализ дискретных оптимизационных задач. Киев: Наукова думка, 1995. 170 с.
3. Piper, C.J., Zoltners, A. Some Easy Postoptimality Analysis for Zero-One Programming. *Management Science*. 1976. V. 22, N 3, P.759–765.
4. Benders J.F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*. 1962. N 4. P. 238–252.

ЛЕКСИКОГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ВЫПУКЛОЙ ОПТИМИЗАЦИИ: МЕТОД ОТСЕКАЮЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

Н.В. СЕМЕНОВА, М.М. ЛОМАГА

Институт кибернетики имени В.М.Глушкова

НАН Украины, Киев, Украина

ДВНЗ “Ужгородский национальный университет”, Ужгород, Украина

nvsemenova@meta.ua, mariia.lomaha@uzhnu.edu.ua

Аннотация. На основе идей методов линеаризации и отсекающих плоскостей Келли построен и обоснован алгоритм нахождения лексикографически оптимальных решений выпуклых лексикографических задач.

Ключевые слова: лексикографическая оптимизация, векторный критерий, лексикографически оптимальные решения, метод отсекающих плоскостей Келли.

Рассмотрим задачу лексикографической оптимизации такого вида: $Z_L(F, X): \max^L \{F(x) | x \in X\}$, где $F(x) = (f_1(x), \dots, f_l(x))$, $l \geq 2$, $f_k(x) = \langle c_k, x \rangle$, $c_k \in R^n$, $k \in N_l = \{1, 2, \dots, l\}$, $X = \{x \in R^n | g^i(x) \leq 0, x \geq 0, i \in N_m\}$, $X \neq \emptyset$, $g^i(x), i \in N_m$ – выпуклые функции.

Поиск решений задачи $Z_L(F, X)$ можно свести к решению последовательности лексикографических задач линейного программирования $Z_L(F, X_p): \max^L \{F(x) | x \in X_p\}$, где

$$X_p = \left\{ x \in R^n \mid \left\langle \nabla g^i(x^j), x - x^j \right\rangle + g^i(x^j) \leq 0, x \geq 0, i \in N_m \right\},$$

$$j = 0, 1, \dots, p, \quad x^j \in R_+^n, \quad R_+^n = \left\{ x \in R^n \mid x_i \geq 0, i \in N_n \right\}, \quad X_p -$$

многогранное множество, содержащее допустимую область X исходной задачи [1–3].

Утверждение 1. Справедливо включение $X \subset X_p$.

Теорема 1. [4, с.190]. Если векторная функция F достигает на множестве X_p лексикографического максимума, то среди точек этого максимума есть крайняя точка множества X_p .

Из теоремы 4 следует, что для решения задачи $Z_L(F, X_p)$ можно использовать симплексный алгоритм как алгоритм направленного перебора крайних точек множества X_p .

Нахождение лексикографически оптимальных решений задачи $Z_L(F, X_p)$ будем осуществлять прямым (лексикографическим) поиском [4], который сводится к решению задач максимизации $Z(f_s, X_p): \max \{f_s(x) | x \in X_p\}$, $s \in N_\ell$, в каждой из которых максимизируется соответствующая функция лексикографически упорядоченного векторного критерия. Основная идея предложенного метода [2,3,5] состоит в следующем. Если оптимальное решение задачи $Z(f_s, X_p)$ недопустимо в задаче $Z_L(F, X)$, то оно исключается из последующего рассмотрения добавлением нового линейного ограничения к ограничениям задачи $Z(f_s, X_p)$. Таким образом, это ограничение отсекает недопустимое решение, а также часть недопустимой области задачи $Z_L(F, X)$ из всех последующих рассмотрений. Все добавленные ограничения являются правильными отсекающими плоскостями, то есть такими, которые не отсекают никакую часть допустимой области выпуклой задачи $Z_L(F, X)$. Если оптимальное решение задачи $Z(f_s, X_p)$ принадлежит множеству X , и оно единственное оптимальное решение на этом множестве, то найденное решение является лексикографически оптимальным для задачи $Z_L(F, X)$.

Нахождение лексикографически оптимальных решений задачи $Z_L(F, X_p)$ будем осуществлять прямым (лексикографическим) поиском [4], который сводится к решению задач максимизации $Z(f_s, X_p): \max \{f_s(x) | x \in X_p\}$, $s \in N_l$, в каждой из которых

максимизируется соответствующая функция лексикографически упорядоченного векторного критерия.

Алгоритм решения задачи $Z_L(F, X)$

0-й шаг. Пусть $s = 1$, $k = 0$. Выбираем произвольную точку $x^k \in FrG$. Строим многогранник

$$X_k = \left\{ x \in R^n \mid \langle \nabla g^i(x^k), x - x^k \rangle + g^i(x^k) \leq 0, x \geq 0, i \in N_m \right\}.$$

1. Решаем задачу

$$\max \{ f_s(x) \mid x \in X_k \}. \quad (1)$$

двойственным симплекс алгоритмом [4]. Пусть $x^{k+1} = \arg \max \{ f_s(x) \mid x \in X_k \}$. Если $x^{k+1} \in X$ и x^{k+1} – единственное оптимальное решение на допустимом множестве X , то $x^{k+1} = \arg \max^L \{ F(x) \mid x \in X \}$, поскольку $X \subseteq X_k$. Задача $Z_L(F, X)$ решена.

2. Если $x^{k+1} \in X$ и x^{k+1} – неединственное оптимальное решение на допустимом множестве X , полагаем $\bar{f}_s = f_s(x^{k+1})$, $s = s + 1$, $X_{k+1} = \{ x \in X_k \mid f_i(x) = \bar{f}_i, i = 1, 2, \dots, s - 1 \}$ и переходим к пункту 1. Если $x^{k+1} \notin X$ переходим к пункту 3.

3. Определяем множество $I_{k+1} = \{ i \mid g^i(x^{k+1}) > 0 \}$ индексов ограничений задачи $Z_L(F, X)$, которые нарушаются в точке x^{k+1} . Строим многогранник X_{k+1} , добавляя к ограничениям, описывающим множество X_k неравенство

$$\langle \nabla g^i(x^{k+1}), x - x^{k+1} \rangle + g^i(x^{k+1}) \leq 0, \\ i \in N_{k+1} = \left\{ j \in I_{k+1} \mid g^j(x^{k+1}) = \max_{i \in I_{k+1}} g^i(x^{k+1}) \right\}.$$

Получаем новое многогранное множество

$$X_{k+1} = \left\{ x \in X_k \mid \langle \nabla g^i(x^{k+1}), x - x^{k+1} \rangle + g^i(x^{k+1}) \leq 0, i \in N_{k+1} \right\},$$

и переходим к пункту 1, полагая $k = k + 1$.

Для решения вспомогательных задач линейной оптимизации вида (1) целесообразно применять двойственный симплекс-метод [4], который позволяет использовать полученное на предыдущем шаге решение как базисное для обновленной допустимой области.

Сходимость алгоритма устанавливает следующая теорема.

Теорема 2. Если функции $g^i(x), i \in N_m$ – выпуклые, непрерывно дифференцируемые и задача $Z_L(F, X)$ имеет конечное оптимальное решение, то последовательность точек, порождаемая данным алгоритмом, сходится к лексикографически оптимальному решению задачи $Z_L(F, X)$.

Построение последовательности $\{x^k\}$ в предложенном алгоритме осуществляется таким образом, что каждая из точек x^k – недопустима для исходной задачи. Поэтому процесс вычисления нельзя останавливать даже при довольно больших значениях s , это возможно лишь когда получим допустимую точку. Сходимость к лексикографически оптимальному решению гарантируется в том случае, когда допустимое множество X выпуклое.

Литература

1. Семенова Н.В., Ломага М.М. Про існування і оптимальність розв'язків векторної задачі лексикографічної опуклої оптимізації з лінійними функціями критеріїв. *Науковий вісник Ужгородського університету*. Сер. матем. і інформ. 2020. вип. 37, №2. С. 168-175.
2. Семенова Н.В., Ломага М. М., Семенов В.В. Існування розв'язків та метод розв'язання лексикографічної задачі опуклої оптимізації з лінійними функціями критеріїв. *Доповіді НАН України*. 2020. № 12. С 19–27.
3. Семенова Н.В., Ломага М.М., Семенов В.В. Лексикографические задачи выпуклой оптимизации: условия разрешимости и оптимальности, метод отсекающих плоскостей. *Проблемы управления и информатики*. 2021. №1. С. 30–40.
4. Червак Ю.Ю. Оптимізація. Непокращуваний вибір. Ужгород: Ужгородський національний університет, 2002. 312 с.
5. Kelley I.E. The cutting plane method for solving convex programs. *SIAM J* 1960. 8. P. 703–712.

СТІЙКІСТЬ ФУНКЦІЇ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ ВУЗЛІВ В ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ

Д.І. СИМОНОВ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова
НАН України, м. Київ, Україна
denys.symonov@gmail.com

Анотація. Розглядається метод визначення стійкості функції пропускної здатності вузлів в ланцюгах постачання. Метод передбачає декомпозицію функції сумарного потоку, що визначає максимальну можливість обробки потоку вузлом на компоненти та подальше визначення обмежень загальної системи постачання в межах певного ланцюга постачання.

Ключові слова: потік, ланцюг постачання, функція замовлення, функція попиту.

Пропускна здатність ланцюгів постачання залежить від мінімальної сумарної пропускної здатності вузлів певного етапу постачання, які не можна масштабувати, тобто перерозподілити потік на інші вузли без значного погіршення показників цільової функції процесу постачання.

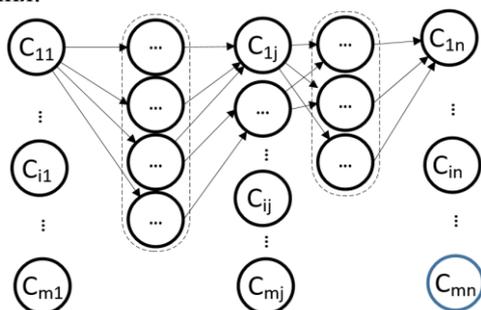


Рис. 1 – Приклад схеми ланцюга постачання

Максимальна пропускна здатність потоку в ланцюзі постачань можливо визначити за формулою:

$$C_i = \min_{j \in J} \left\{ \min_{i \in I} \left\{ \sum_{i=1}^m C_{ij} \right\} \right\}; \quad (1)$$

C_{ji} – пропускна здатність вузла або вузлів, об'єднаних в кластер, для постачання по певній ланці ланцюга постачання.

Систему постачань в ланцюзі постачань можна представити у вигляді гамільтонової або більш узагальненої пфаффової системи, тобто окремих випадок динамічної системи, для якої не характерна наявність дисипації, а в якості енергії представимо потік.

Систему постачання партій до вузла чи кластеру можна уявити, як систему координат з координатами $x \in \overline{x_1, x_{2m-2}}$, при цьому необхідно виконувати умову: $x_i \leq C_{ij}$. Координати в системі рівноваги визначаються як постійний перехід до нових координатах:

$$x_i = \bar{x}_i + \varphi_i(t), \quad i = \overline{1, 2m}; \quad (2)$$

де періодичні функції $\varphi_i(t)$ періоду τ відображають координати в певному періоду постачання.

Рівень вивільнення виробничої потужності з прийому партій постачань можна представити функцією замовлення, що безпосередньо впливає на рівень обслуговування та час виконання замовлення наступного вузла в ланцюгу постачання. На кожному приймаючому вузлі або кластері необхідно застосовувати політику управління запасами. Середній розмір партії замовлення з урахуванням функції затрат може бути виражений як [1]:

$$F(\bar{x}_i) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i D_i}{\bar{x}_i} + \frac{h_i \bar{x}_i}{2} \right); \quad (3)$$

за обмежень:

$$\sum_{i=1}^n a_i \bar{x}_i \leq C_{ij};$$

$$\bar{x}_i > 0, \quad i = \overline{1, n}$$

де D_i – функція попиту; K_i – вартість розміщення нового замовлення; h_i – фінансові витрати, пов'язані з зберіганням партії на певному вузлі; \bar{x}_i – розмір партії; a_i – організаційні обмеження, пов'язані з умовами розміщення та зберігання партії.

Для точки узагальненої рівноваги вузла або кластера існує система періодичного руху партій (відхилень), якому притаманна варіабельність, та він не є прямим наслідком дій, пов'язаних із

замовленням, це свого роду стохастичний шум в процесі постачання. Ця складова є індивідуальною для кожного вузла або кластера. Виникнення подібного явища може бути обумовлено низкою факторів: система управління на об'єкті, наявність кваліфікованого персоналу і устаткування, накладення різних процесів в одиницю часу та багато іншого.

Визначимо описане явище як функцію $f(x_1 + \varphi_1, \dots, x_{2m} + \varphi_{2m})$, тобто координати в первинному просторі є x_1, x_2, \dots, x_{2m} . Оскільки можливо обрати кутову змінну ϑ , що зростає на кожному циклі на 2π , та дорівнює $\vartheta = x_{2m-1}$, то розглядати систему доцільно в навколишньому до неї просторі. Відповідно координати простору, що розглядалися, а саме $x_1, x_2, \dots, x_{2m-2}$, можливо перетворити в 0. Як результат, отримаємо варіаційну форму [2]:

$$\int_{t_0}^{t_1} [\sum_{j=1}^{2m-2} x_j x_j' + x_{2m-1}] d\vartheta = 0; \quad (4)$$

Таким чином, система постачань певному вузлу або кластеру є системою з двох компонентів: функції замовлення, яка є функцією пропускної здатності вузла в певний період часу, та періодичної функції змінної, яка обумовлює варіаційну складову системи поставок в певний вузол або кластер.

Література.

1. HAMDY A. ТАНА. (2017) Operations Research: An Introduction. 10th Ed. NJ: Pearson Education Inc.
2. Биркгоф Д. Динамические системы. – Ижевск : «Удмуртский университет, 1999. – 408 с.

МНОГОЭТАПНЫЕ ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ И ЛОГИСТИКИ ГРУЗОВЫХ ПОТОКОВ

Д.И. СОЛОМОН,
АТИК, ИМИ АНМ,
atic@mtc.md
dumitru.solomon@math.md

***Анотация.** В работе рассматриваются многоэтапные транспортные задачи определения объемов перевозке сырья, полуфабрикатов и конечной продукции, а также определения объемов производства полуфабрикатов и конечной продукции. Приводятся схема последовательного решения транспортных задач и общая задача линейного программирования.*

***Ключевые слова.** Транспортные задачи, распределительные задачи, производственно-транспортные задачи, логистика грузовых потоков*

Рассматриваются логистические процессы перевозки, обработки и хранения сырья, производства и перевозки полуфабрикатов и конечной продукции, которые образуют различные грузовые потоки полученные в результате решения различных транспортных и распределительных задач.

Пусть имеется однородный продукт, который формирует первоначальные сырьевые ресурсы, в результате обработки которого получают различные полуфабрикаты и продукты для конечного потребления. В производственном процессе хранения и обработки сырья и полуфабрикатов формируются различные грузовые потоки которых необходимо перемещать между пунктами погрузки и разгрузки в различные периоды времени.

Предполагается что имеются 4 группы пунктов погрузки и разгрузки (истоки и стоки грузовых потоков), между которыми формируются различные грузовые потоки:

- 1) пункты погрузки исходных сырьевых ресурсов;

- 2) пункты разгрузки сырья, производства и погрузки полуфабрикатов;
- 3) пункты разгрузки сырья и полуфабрикатов, производства и погрузки конечной продукции;
- 4) пункты разгрузки сырья, полуфабрикатов и продукции для конечного потребления.

Между этими пунктами погрузки и разгрузки формируются 6 грузовых потоков перевозки сырья, полуфабрикатов и конечной продукции (рис. 1):

- 1) перевозка сырья до пунктов конечного потребления;
- 2) перевозка сырья до пунктов производства полуфабрикатов;
- 3) перевозка сырья до пунктов производства конечной продукции;
- 4) перевозка полуфабрикатов до пунктов производства конечной продукции;
- 5) перевозка полуфабрикатов до пунктов конечного потребления;
- 6) перевозка конечной продукции до пунктов потребления.

Рассматриваются различные задачи транспорта и логистики грузовых потоков, которые состоят в распределении, хранении и перевозке исходных сырьевых ресурсов для производства полуфабрикатов и конечной продукции с целью минимизации затрат на хранение и перевозку грузов.

Схема грузовых потоков (рис. 1) содержит m пунктов наличия исходного сырья в объемах a_i , $i = \overline{1, m}$, из которых сырье необходимо перевести в n пунктов конечного потребления сырья в заданных объемах b_j^1 , $j = \overline{1, n}$ (поток 1 – $\{x_{ij}\}$), а также в k пунктов производства полуфабрикатов в неизвестных объемах u_r^2 , $r = \overline{1, k}$ (поток 2 – $\{y_{ir}\}$) и соответственно в p пунктов производства конечной продукции в неизвестных объемах v_s^2 , $s = \overline{1, p}$ (поток 3 – $\{z_{is}\}$). Одновременно с перевозкой сырья необходимо перевести полуфабрикаты из k пунктов производства в неизвестных объемах u_r^2 , $r = \overline{1, k}$ в p пунктов производства конечной продукции в неизвестных объемах v_s^3 , $s = \overline{1, p}$ (поток 4 – $\{u_{rs}\}$) и соответственно

в n пунктов конечного потребления полуфабрикатов в заданных объемах b_j^2 , $j = \overline{1, n}$ (поток 5 – $\{v_{rj}\}$). Одновременно с перевозками сырья и полуфабрикатов необходимо перевезти конечную продукцию из p пунктов производства продукции в неизвестных объемах v_s^3 , $s = \overline{1, p}$ в n пунктов конечного потребления в заданных объемах b_j^3 , $j = \overline{1, n}$ (поток 6 – $\{w_{sj}\}$).

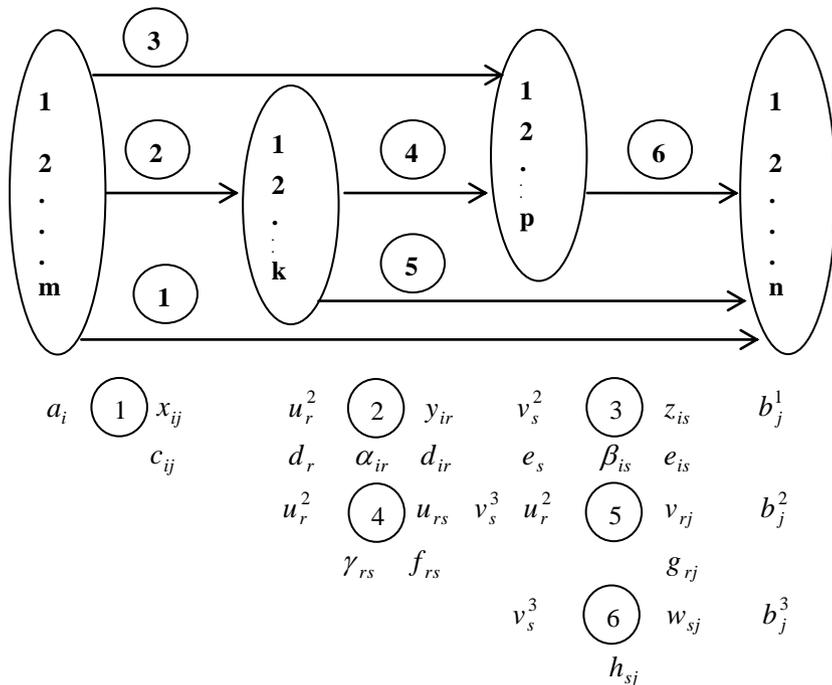


Рис. 1. Схема грузовых потоков между пунктами погрузки и разгрузки

В результате получаются многоступенчатые транспортные задачи перевозки и распределения сырья, полуфабрикатов и конечной продукции, производства полуфабрикатов и конечной продукции которые формируют 6 грузовых потоков. Для определения соответствующих грузовых потоков необходимо решать 6

транспортных, производственно-транспортных и распределительных задач с целью минимизации затрат на хранение и перевозку грузов, производство полуфабрикатов и конечной продукции.

Предполагается, что в таких задачах известны первоначальные объемы сырьевых ресурсов a_i , $i = \overline{1, m}$ и фиксированы объемы конечного потребления сырья, полуфабрикатов и конечной продукции b_j^1, b_j^2, b_j^3 , $j = \overline{1, n}$. Неизвестными являются объемы производства полуфабрикатов u_r^2 , $r = \overline{1, k}$ из исходного сырья и соответственно объемы производства конечной продукции из исходного сырья v_s^2 , $s = \overline{1, p}$ и из полуфабрикатов v_s^3 , $s = \overline{1, p}$, для которых задаются только возможные нижние и верхние пределы их значения.

Требуется определить планы распределения и перевозки сырья, полуфабрикатов и конечной продукции между соответствующими пунктами погрузки и разгрузки, а также определить объемы производства полуфабрикатов и конечной продукции с целью минимизации общих затрат на производство, хранение и перевозку грузов. Такие задачи относятся к процессам перевозки и логистики грузовых потоков, определения объемов и сроков доставки грузов.

Рассматриваются отдельные транспортные задачи перевозки грузов, производства полуфабрикатов и конечной продукции.

Задача 1. Транспортные задачи перевозки сырья для конечного потребления (поток 1 – $\{x_{ij}\}$). Рассматривается модель транспортной задачи

$$F_1(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j^1, \quad j = \overline{1, n}; \quad (1.3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}, \quad (1.4)$$

в которой x_{ij} - объемы перевозки исходного сырья, c_{ij} - затраты на перевозку исходного сырья, a_i - первоначальные объемы сырьевых ресурсов, b_j^1 - объемы конечного потребления исходного сырья.

Задача 2. Транспортные задачи перевозки сырья и определения объемов производства полуфабрикатов (поток 2 – $\{y_{ir}\}$). Рассматривается модель производственно-транспортной задачи

$$F_2(Y, u) = \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^k d_{ir} y_{ir} + \sum_{r=1}^k d_r u_r^2 \rightarrow \min \quad (2.1)$$

$$\sum_{r=1}^k y_{ir} \leq a_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{ir} y_{ir} = u_r^2, \quad r = \overline{1, k}; \quad (2.3)$$

$$y_{ir} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad r = \overline{1, k}, \quad (2.4)$$

$$\psi_r^2 \leq u_r^2 \leq \varphi_r^2, \quad r = \overline{1, k}, \quad (2.5)$$

в которой y_{ir} - объемы перевозки исходного сырья, d_{ir} - затраты на перевозку исходного сырья, a_i - первоначальные объемы сырьевых ресурсов, u_r^2 - объемы производства полуфабрикатов из исходного сырья, d_r - затраты на производство и хранение полуфабрикатов из исходного сырья, α_{ir} - технология производства полуфабрикатов из исходного сырья, ψ_r^2 и φ_r^2 - нижние и верхние пределы объемов производства полуфабрикатов из исходного сырья.

Задача 3. Транспортные задачи перевозки сырья и определения объемов производства конечной продукции (поток 3 – $\{z_{is}\}$). Рассматривается модель производственно-транспортной задачи

$$F_3(Z, v) = \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^p e_{is} z_{is} + \sum_{s=1}^p e_s v_s^2 \rightarrow \min \quad (3.1)$$

$$\sum_{s=1}^p z_{is} \leq a_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^m \beta_{is} z_{is} = v_s^2, \quad s = \overline{1, p}; \quad (3.3)$$

$$z_{is} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad s = \overline{1, p}, \quad (3.4)$$

$$\mu_s^2 \leq v_s^2 \leq \eta_s^2, \quad s = \overline{1, p}, \quad (3.5)$$

в которой z_{is} - объемы перевозки исходного сырья, e_{is} - затраты на перевозку исходного сырья, a_i - первоначальные объемы сырьевых ресурсов, v_s^2 - объемы производства конечной продукции из исходного сырья, e_s - затраты на производство и хранение конечной продукции из исходного сырья, β_{is} - технология производства конечной продукции из исходного сырья, μ_s^2 и η_s^2 - нижние и верхние пределы объемов производства конечной продукции из исходного сырья.

Задача 4. Транспортные задачи перевозки полуфабрикатов и определения объемов производства конечной продукции (поток 4 – $\{u_{rs}\}$). Рассматривается модель производственно-транспортной задачи

$$F_4(U, u, v) = \sum_{r=1}^k \sum_{s=1}^p f_{rs} u_{rs} + \sum_{s=1}^p f_s v_s^3 \rightarrow \min \quad (4.1)$$

$$\sum_{s=1}^p u_{rs} \leq u_r^2, \quad r = \overline{1, k}; \quad (4.2)$$

$$\sum_{r=1}^k \gamma_{rs} u_{rs} = v_s^3, \quad s = \overline{1, p}; \quad (4.3)$$

$$u_{rs} \geq 0, \quad r = \overline{1, k}; \quad s = \overline{1, p}, \quad (4.4)$$

$$\psi_r^2 \leq u_r^2 \leq \varphi_r^2, \quad r = \overline{1, k}, \quad (4.5)$$

$$\mu_s^3 \leq v_s^3 \leq \eta_s^3, \quad s = \overline{1, p}, \quad (4.6)$$

в которой u_{rs} - объемы перевозки полуфабрикатов, f_{rs} - затраты на перевозку полуфабрикатов, u_r^2 - неизвестные объемы производства полуфабрикатов из исходного сырья, v_s^3 - неизвестные объемы производства конечной продукции из полуфабрикатов, f_s - затраты

на производство и хранение конечной продукции из полуфабрикатов, γ_{rs} - технология производства конечной продукции из полуфабрикатов, ψ_r^2 и φ_r^2 - нижние и верхние пределы объемов производства полуфабрикатов из исходного сырья, μ_s^3 и η_s^3 - нижние и верхние пределы производства конечной продукции из полуфабрикатов.

Задача 5. Транспортные задачи перевозки полуфабрикатов для конечного потребления (поток 5 – $\{v_{rj}\}$). Рассматривается модель транспортной задачи

$$F_5(V, u) = \sum_{r=1}^k \sum_{j=1}^n g_{rj} v_{rj} \rightarrow \min \quad (5.1)$$

$$\sum_{j=1}^n v_{rj} \leq u_r^2, \quad r = \overline{1, k}; \quad (5.2)$$

$$\sum_{r=1}^k v_{rj} = b_j^2, \quad j = \overline{1, n}; \quad (5.3)$$

$$v_{rj} \geq 0, \quad r = \overline{1, k}; \quad j = \overline{1, n}, \quad (5.4)$$

$$\psi_r^2 \leq u_r^2 \leq \varphi_r^2, \quad r = \overline{1, k}, \quad (5.5)$$

в которой v_{rj} - объемы перевозки полуфабрикатов для конечного потребления, g_{rj} - затраты на перевозку полуфабрикатов для конечного потребления, u_r^2 - неизвестные объемы производства полуфабрикатов из исходного сырья для конечного потребления, b_j^2 - объемы конечного потребления полуфабрикатов, ψ_r^2 и φ_r^2 - нижние и верхние пределы производства полуфабрикатов из исходного сырья.

Задача 6. Транспортные задачи перевозки конечной продукции для конечного потребления (поток 6 – $\{w_{sj}\}$). Рассматривается модель транспортной задачи

$$F_6(W, v) = \sum_{s=1}^p \sum_{j=1}^n h_{sj} w_{sj} \rightarrow \min \quad (6.1)$$

$$\sum_{j=1}^n w_{sj} \leq v_s^3, \quad s = \overline{1, p}; \quad (6.2)$$

$$\sum_{s=1}^p w_{sj} = b_j^3, \quad j = \overline{1, n}; \quad (6.3)$$

$$w_{sj} \geq 0, \quad s = \overline{1, p}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (6.4)$$

$$\mu_s^3 \leq v_s^3 \leq \eta_s^3, \quad s = \overline{1, p}, \quad (6.5)$$

в которой w_{sj} - объемы перевозки конечной продукции, h_{sj} - затраты на перевозку конечной продукции, v_s^3 - неизвестные объемы производства конечной продукции, b_j^3 - объемы потребления конечной продукции, μ_s^3 и η_s^3 - нижние и верхние пределы объемов производства конечной продукции из полуфабрикатов.

Приведенные выше математические модели транспортных и производственно-транспортных задач могут быть решены в отдельности в определенном порядке с целью распределения исходных сырьевых ресурсов, определения объемов производства полуфабрикатов и конечной продукции и нахождения грузовых потоков передвижения сырья, полуфабрикатов и конечной продукции.

Основная проблема в таком процессе последовательного решения задач 1 – 6 состоит в правильном распределении первоначальных объемов сырьевых ресурсов a_i $i = \overline{1, m}$ для конечного потребления, производства полуфабрикатов и конечной продукции (определение максимальных объемах использования исходного сырья $a_i^1, a_i^2, a_i^3, i = \overline{1, m}$), а также определения объемов производства полуфабрикатов $u_r^2, r = \overline{1, k}$ и конечной продукции $v_s^2, s = \overline{1, p}$ из исходного сырья и $v_s^3, s = \overline{1, p}$ из полуфабрикатов и исходного сырья.

Одной из возможных схем последовательного решения транспортных задач 1 – 6 может быть следующей:

1) первоначально решается транспортная задача 1, в которой фиксируются значения конечного потребления исходных сырьевых

ресурсов b_j^1 и находится план перевозки x_{ij}^1 с помощью которого

определяются остатки сырьевых ресурсов $a_i^2 = a_i - \sum_{j=1}^n x_{ij}^1 \quad i = \overline{1, m}$;

2) при фиксированных остатках сырьевых ресурсов $a_i^2 \quad i = \overline{1, m}$ и объемах производства полуфабрикатов $\bar{u}_r = (\psi_r^2 + \varphi_r^2)/2, \quad r = \overline{1, k}$ решается производственно-транспортная задача 2 и находится план перевозки сырья y_{ir}^2 с помощью которого определяются остатки сырьевых ресурсов $a_i^3 = a_i^2 - \sum_{r=1}^k y_{ir}^2 \quad i = \overline{1, m}$ и объемы производства полуфабрикатов из исходного сырья $u_r^2 = \sum_{i=1}^m \alpha_{ir} y_{ir}^2, \quad r = \overline{1, k}$;

3) при фиксированных остатках сырьевых ресурсов $a_i^3 \quad i = \overline{1, m}$ и объемах производства конечной продукции $\bar{v}_s = (\mu_s^2 + \eta_s^2)/2, \quad s = \overline{1, p}$ решается производственно-транспортная задача 3 и находится план перевозки сырья z_{is}^3 с помощью которого определяются остатки сырьевых ресурсов $a_i^3 = a_i^2 - \sum_{s=1}^p z_{is}^3 \quad i = \overline{1, m}$ и объемы производства конечной продукции $v_s^3 = \sum_{i=1}^m \beta_{is} z_{is}^3, \quad s = \overline{1, p}$;

4) при фиксированных объемах производства полуфабрикатов $u_r^2 \quad r = \overline{1, k}$ и объемах производства конечной продукции $v_s^3, \quad s = \overline{1, p}$ решается производственно-транспортная задача 4 и находится план перевозки полуфабрикатов u_{rs}^4 с помощью которого определяются объемы использованных полуфабрикатов $u_r^4 = \sum_{s=1}^p u_{rs}^4, \quad r = \overline{1, k}$ и объемы производства конечной продукции из полуфабрикатов $v_s^4 = \sum_{r=1}^k \gamma_{rs} u_{rs}^4, \quad s = \overline{1, p}$;

4) при фиксированных объемах производства полуфабрикатов $u_r^2 \quad r = \overline{1, k}$ и объемах производства конечной продукции $v_s^3, \quad s = \overline{1, p}$ решается производственно-транспортная задача 4 и находится план перевозки полуфабрикатов u_{rs}^4 с помощью которого определяются

объемы использованных полуфабрикатов $u_r^4 = \sum_{s=1}^p u_{rs}^4, \quad r = \overline{1, k}$ и

объемы производства конечной продукции из полуфабрикатов

$v_s^4 = \sum_{r=1}^k \gamma_{rs} u_{rs}^4, \quad s = \overline{1, p}$;

5) при фиксированных объемах конечного потребления полуфабрикатов b_j^2 и объемах производства полуфабрикатов для конечного потребления u_r^4 , $r = \overline{1, k}$ решается транспортная задача 5 и находится план перевозки полуфабрикатов v_{rj}^5 с помощью которого определяются объемы полуфабрикатов для конечного потребления

$$u_r^5 = \sum_{j=1}^n u_{rj}^5, \quad r = \overline{1, k};$$

6) при фиксированных объемах конечного потребления продукции b_j^3 и объемах производства конечной продукции для потребления v_s^3 , $s = \overline{1, p}$ решается транспортная задача 6 и находится план перевозки конечной продукции w_{sj}^6 с помощью которого

$$\text{определяются остатки полуфабрикатов } v_s^6 = \sum_{r=1}^k w_{sj}^6, \quad s = \overline{1, p}.$$

Последовательное решение транспортных задач 1 – 6 по приведенной выше схеме зависит от фиксированных объемах конечного потребления сырья, полуфабрикатов и конечной продукции b_j^1 , b_j^2 , b_j^3 , $j = \overline{1, n}$ и от выбранных значениях для объемов производства полуфабрикатов u_r^2 , $r = \overline{1, k}$ и объемов производства конечной продукции v_s^2 и v_s^3 , $s = \overline{1, p}$.

Другой способ решения задач транспорта и логистики грузовых потоков может быть реализован с помощью задачи линейного программирования. Общая математическая модель задачи определения объемов производства полуфабрикатов и конечной продукции и планов перевозки сырья, полуфабрикатов и конечной продукции может быть построена путем объединения всех шести моделей транспортных задач в одну общую задачу

$$\Phi(X, Y, V, Z, U, W, u, v) =$$

$$= F_1(X) + F_2(Y, u) + F_3(Z, v) + F_4(U, u, v) + F_5(V, u) + F_6(W, v) \rightarrow \min$$

при ограничениям

$$(1.2) - (1.4); (2.2) - (2.5); (3.2) - (3.5);$$

$$(4.2) - (4.6); (5.2) - (5.5); (6.2) - (6.5).$$

Данная задача является задачей линейного программирования, полученная путем объединения всех рассмотренных выше шести транспортных задач, в которой требуется минимизировать общий линейный функционал

$$\Phi(X, Y, V, Z, U, W, u, v) =$$

$$= F_1(X) + F_2(Y, u) + F_3(Z, v) + F_4(U, u, v) + F_5(V, u) + F_6(W, v) \quad (7.1)$$

при следующих группах ограничений:

1) распределение и перевозка исходного сырья для конечного потребления, производства полуфабрикатов и конечной продукции

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{r=1}^k y_{ir} + \sum_{s=1}^p z_{is} \leq a_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (7.2)$$

2) перевозка исходного сырья для конечного потребления

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j^1, \quad j = \overline{1, n} \quad (7.3)$$

3) перевозка исходного сырья и определение объемов производства полуфабрикатов

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{ir} y_{ir} - u_r^2 = 0, \quad r = \overline{1, k} \quad (7.4)$$

4) определение объемов производства конечной продукции из исходного сырья и их перевозка для конечного потребления

$$\sum_{i=1}^m \beta_{is} z_{is} - v_s^2 = 0, \quad s = \overline{1, p} \quad (7.5)$$

5) распределение и перевозка полуфабрикатов для производства конечной продукции и для конечного потребления

$$\sum_{s=1}^p u_{rs} + \sum_{j=1}^n v_{rj} - u_r^2 = 0, \quad r = \overline{1, k} \quad (7.6)$$

6) определение объемов производства конечной продукции из исходного сырья и полуфабрикатов, их перевозка для конечного потребления

$$\sum_{r=1}^k \gamma_{rs} u_{rs} + \sum_{j=1}^n w_{sj} - v_s^3 = 0, \quad s = \overline{1, p} \quad (7.7)$$

7) перевозка полуфабрикатов для конечного потребления

$$\sum_{r=1}^k v_{rj} = b_j^2, \quad j = \overline{1, n} \quad (7.8)$$

8) перевозка и обеспечение объемов конечного потребления исходного сырья, полуфабрикатов и конечной продукции

$$\sum_{s=1}^p w_{sj} = b_j^3, \quad j = \overline{1, n} \quad (7.9)$$

9) обеспечение объемов производства конечной продукции и полуфабрикатов в заданных пределах

$$u_r \leq \varphi_r, \quad r = \overline{1, k} \quad (7.10)$$

$$u_r \geq \psi_r, \quad r = \overline{1, k} \quad (7.11)$$

$$v_s \leq \eta_s, \quad s = \overline{1, p} \quad (7.12)$$

$$v_s \geq \mu_s, \quad s = \overline{1, p} \quad (7.13)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}, \quad (7.14)$$

$$y_{ir} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad r = \overline{1, k}, \quad (7.15)$$

$$z_{is} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad s = \overline{1, p}, \quad (7.16)$$

$$u_{rs} \geq 0, \quad r = \overline{1, k}; \quad s = \overline{1, p}, \quad (7.17)$$

$$v_{rj} \geq 0, \quad r = \overline{1, k}; \quad j = \overline{1, n}, \quad (7.18)$$

$$w_{sj} \geq 0, \quad s = \overline{1, p}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (7.19)$$

Задача линейного программирования (7.1) – (7.19) имеет блочно-диагональную структуру со связующими ограничениями (7.2), (7.6) и (7.7) и связующими переменными u_r^2 , v_s^2 и v_s^3 . Также ограничения задачи (7.1) – (7.19) имеют транспортную и производственно-транспортную структуру. Если для ее решения использовать декомпозиционный метод Корнаи-Липтака распределения исходных сырьевых ресурсов a_i и схем декомпозиции по переменным u_r^2 , v_s^2 и v_s^3 с применением субградиентных методах, то на каждой итерации решаются соответствующие транспортные и производственно-транспортные задачи 1 – 6 при заданных объемах a_i^1 , a_i^2 , a_i^3 , $i = \overline{1, m}$ и фиксированных переменных u_r^2 , v_s^2 и v_s^3 .

НОВАЯ МОДЕЛЬ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ КОММИВОВАЖЕРА

П.И. СТЕЦЮК,
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова
НАН Украины, Киев, Украина,
stetsyuk@gmail.com

У.Г. НУРИЕВ,
Еге (Ege) университет, Измир, Турция,
urfat.nuriyev@ege.edu.tr

Ф.У. НУРИЕВА,
Институт систем управления НАН Азербайджана,
Докуз Эйлюль (Dokuz Eylül) университет,
Измир, Турция
nurivevafidan@gmail.com

*Построена новая модель целочисленного линейного программирования для нахождения маршрута коммивояжера (кратчайшего гамильтонова цикла в графе). Она использует ограничения для задачи о потоке и ограничения С. Миллера, А. Таккера и Р. Землина. Описаны результаты вычислительных экспериментов, которые показывают, что найти точное решение задачи коммивояжера для графов с сотней вершин можно за несколько минут с помощью современных программ *gurobi* и *cplex*.*

Ключевые слова: задача коммивояжера, линейное и целочисленное программирование, *gurobi*, *cplex*.

Введение. Задача коммивояжера заключается в нахождении в полном графе $D_{n,n}$ кратчайшего гамильтонова цикла, который проходит через n вершин, расстояние между которыми – $d_{ij} \geq 0$, $i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$. Для нее известны две формулировки в форме моделей (задач) целочисленного линейного программирования с полиномиальным количеством ограничений [1, с. 46, 2, с. 65]. Они

различными способами обеспечивают связность искомого цикла. Первая формулировка использует идею моделирования задачи о потоке [3], а вторая использует ограничения, которые построены С. Миллером, А. Таккером и Р. Землиным в статье [4].

В данной статье для задачи коммивояжера рассматривается новая формулировка задачи целочисленного линейного программирования, которая включает ограничения из обеих обсуждаемых выше моделей. Она позволяет объединить вычислительные преимущества каждой из отдельных моделей, что мы продемонстрируем для нескольких задач из библиотеки TSPLIB. Материал статьи изложен в трех разделах: в разделе 1 описаны две известные модели, в разделе 2 описана новая модель, а в разделе 3 описаны вычислительные эксперименты для тестовых задач с использованием современных версий **gurobi** и **cplex**.

1. Две известные модели. Первой модели для нахождения кратчайшего гамильтонова цикла в графе $D_{n,n}$ соответствует задача смешанного булевого линейного программирования: найти

$$d_1^* = \min_{x_{ij}, z_{ij}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1, \quad \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ji} = 1, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$z_{ij} - (n-1)x_{ij} \leq 0, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (3)$$

$$\sum_{j=2}^n z_{1j} = n-1, \quad \sum_{j=2}^n z_{j1} = 0, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n z_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^n z_{ji} = -1, \quad i = 2, \dots, n, \quad (5)$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1, \quad z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j. \quad (6)$$

Здесь булева переменная x_{ij} равна единице, если цикл содержит дугу ij , и равна нулю в противном случае. Неотрицательная переменная z_{ij} задает величину потока некоторого условного продукта от вершины i к вершине j .

Минимизация целевой линейной функции (1) отвечает поиску в графе $D_{n,n}$ гамильтонового цикла минимальной длины d_1^* . Ограничения (2) описывают одноразовый вход и одноразовый выход для каждой из вершин. Ограничения (3), (4) и (5) гарантируют связность цикла. Ограничения (3) обеспечивают перевозку продукта между вершинами i и j только в том случае, если $x_{ij}=1$. Ограничения (4), (5) означают, что из первой вершины необходимо вывезти k единиц продукта, оставляя в каждой из вершин цикла только одну единицу продукта.

Задача (1)–(5) содержит $N_1 = 2n(n-1)$ переменных, из которых $n(n-1)$ – булевы, а $n(n-1)$ – непрерывные, и $M_1 = (n+1)^2$ ограничений, в том числе $(3n+1)$ – линейные равенства, а $n(n-1)$ – линейные неравенства.

Второй модели для нахождения кратчайшего гамильтонова цикла в графе $D_{n,n}$ соответствует задача целочисленного линейного программирования: найти

$$d_2^* = \min_{x_{ij}, u_i} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij} x_{ij} \quad (7)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1, \quad \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ji} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 1, \quad i, j = 2, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (9)$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j \quad (10)$$

$$u_i - \text{целые числа}, 1 \leq u_i \leq (n-1), \quad i = 2, \dots, n. \quad (11)$$

Здесь минимизация целевой линейной функции (7) отвечает за поиск в графе $D_{n,n}$ гамильтонового цикла минимальной длины d_2^* . Ограничения (8) описывают одноразовый вход и одноразовый выход для каждой из вершин. За связность цикла отвечают ограничения (9), где значения целочисленных переменных u_i отвечают номеру шага, на котором посещается вершина i . Поскольку первую вершину посещать не требуется, то количество переменных u_i будет равным $(n-1)$.

Задача (7)–(11) содержит $N_2 = n^2 - 1$ переменных, из которых $n(n-1)$ – булевые, а $(n-1)$ – целочисленные, и $M_2 = n^2 - n + 2$ ограничений, в том числе $2n$ – линейные равенства, а $(n-1)(n-2)$ – линейные неравенства.

2. Новая модель. Новой модели для нахождения кратчайшего гамильтонова цикла в графе $D_{n,n}$ отвечает задача смешанного целочисленного линейного программирования: найти:

$$d_3^* = \min_{x_{ij}, z_{ij}, u_i} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij} x_{ij} \quad (12)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1, \quad \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ji} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (13)$$

$$z_{ij} - (n-1)x_{ij} \leq 0, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j \quad (14)$$

$$\sum_{j=2}^n z_{1j} = n-1, \quad \sum_{j=2}^n z_{j1} = 0, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n z_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^n z_{ji} = -1, \quad i = 2, \dots, n \quad (16)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n-1, \quad i, j = 2, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (17)$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1, \quad z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j \quad (18)$$

$$u_i - \text{целые числа}, 1 \leq u_i \leq (n-1), \quad i = 2, \dots, n. \quad (19)$$

Минимизация целевой линейной функции (12) обеспечивает нахождение в графе $D_{n,n}$ гамильтонова цикла минимальной длины d_3^* . Ограничения (13) описывают одноразовый вход и одноразовый выход для каждой из n вершин. За связность гамильтонового цикла одновременно отвечают ограничения (14)–(16), которые входят в первую модель как ограничения (3)–(5), и ограничения (17), которые входят во вторую модель как ограничения (9).

Задача (12)–(19) содержит $N_3 = (2n+1)(n-1)$ переменных, из которых $n(n-1)$ – булевые, $n(n-1)$ – непрерывные, а $(n-1)$ – целочисленные, и $M_3 = 2n^2 - n + 3$ ограничений, в том числе $(3n+1)$ – линейные равенства, а $2(n-1)^2$ – линейные неравенства.

Следует отметить, что формулировки задач (1)–(6), (7)–(11) и (12)–(19) могут быть применены и для нахождения маршрута коммивояжера в неполном графе, для чего последний достаточно дополнить недостающими дугами и значения длин для них установить равными сумме длин всех дуг неполного графа.

3. Вычислительные эксперименты. Если $n = 100$, то для задач (1)–(6), (7)–(11) и (12)–(19) количества переменных и ограничений (1)–(5) измеряются десятками тысяч. Задачи таких размеров можно решать с помощью современных программ Gurobi 9.1.1 та CPLEX 20.1.0.0 с NEOS-сервера [5]. Наша цель оценить время нахождения оптимального маршрута коммивояжера при $n = 100$ посредством решения всех трех задач с помощью указанных программ.

Для этого на языке моделирования AMPL [6] разработано описание математических моделей (1)–(6), (7)–(11) и (12)–(19). Модели настроены на работу с графами формата *.tsp, где вершины задаются координатами точек на плоскости, а расстояния между каждой парой вершин определяются как округленные к целым числам евклидовы расстояния между соответствующими этим парам точками плоскости.

Результаты вычислительных экспериментов для Gurobi 9.1.1 и CPLEX 20.1.0.0 приведены в таблицах 1 и 2, соответственно. Здесь названия задач (графов) приведены в первой колонке таблиц, а в последующих колонках приведены d_1^* , d_2^* , d_3^* – найденные оптимальные значения целевых функций для всех трех моделей, t_1 , t_2 , t_3 – затраченное на их решение время, в секундах.

Таблица 1.

Результаты gurobi для решения тестовых задач

Задача	d_1^*	t_1	d_2^*	t_2	d_3^*	t_3
st70.tsp	675	34.17	675	10470.3	675	47.78
eil76.tsp	538	23.89	538	7.00	538	25.77
kroA100.tsp	21282	81.51	21282	1141.34	21282	177.17
kroE100.tsp	22068	188.21	22068	1742.59	22068	241.86
eil101.tsp	629	63.39	629	64.79	629	58.83

Таблица 2.

Результаты cplex для решения тестовых задач

Задача	d_1^*	t_1	d_2^*	t_2	d_3^*	t_3
st70.tsp	675	452.86	675	25754.7	675	129.14
eil76.tsp	538	90.80	538	71.09	538	48.52
kroA100.tsp	21282	1749.79	21282	33087.6	21282	169.34
kroE100.tsp	22068	1494.85	22068	43017.0	22068	146.34
eil101.tsp	629	306.75	629	151.96	629	71.85

Из табл. 1 и 2 видим, что время, затраченное программами Gurobi 9.1.1 и CPLEX 20.1.0.0 на поиск оптимального маршрута коммивояжера, существенно зависит от того, какая форма задачи используется. В таблице 3 приведены количества переменных и ограничений для используемого в задачах числа вершин.

Таблица 3.

Размеры моделей (задач) для $n \in \{70, 76, 100, 101\}$

n	Задача (1)–(6)		Задача (7)–(11)		Задача (12)–(19)	
	N_1	M_1	N_2	M_2	N_3	M_3
70	9660	5041	4899	4832	9729	9733
76	11400	5929	5775	5702	11475	11479
100	19800	10201	9999	9902	19899	19903
101	20200	10404	10200	10102	20300	20304

Наименьшее время для каждой из задач в табл. 1 и 2 выделено жирным шрифтом и для выбранных графов максимальное из них составляет чуть больше трех минут (**gurobi**, задача kroE100.tsp).

Заключение. На теперешних ПЭВМ задачи коммивояжера для 100-вершинных графов можно успешно решать за несколько минут с помощью использования моделей (1)–(6), (7)–(11), (12)–(19) и современных версий программ **gurobi** и **cplex**.

Литература

1. Алексеева Е.В. Построение математических моделей целочисленного линейного программирования. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск, 2012. – 131 с.
2. Гамецкий А.Ф., Соломон Д.И. Исследование операций. Том II. – Кишинэу, Эврика, 2008. – 592 с.
3. Gavish B., Graves S.C. The travelling salesman problem and related problems. – Working Paper OR-078-78, 1978. – Operations Research Center, MIT, Cambridge, MA.
4. Miller C.E., Tucker A.W., Zemlin R.A. Integer programming formulation of travelling salesman problem. – J. ACM, 1960, 3, P. 326-329.
5. NEOS Server. <https://neos-server.org/>
6. Fourer R., Gay D., Kernighan B. AMPL, A Modeling Language for Mathematical Programming. Belmont: Duxbury Press, 2003. 517 p.

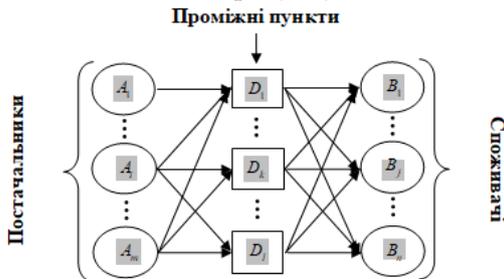
ПРО ДВОЕТАПНУ ТРАНСПОРТНУ ЗАДАЧУ¹

П.І. СТЕЦЮК, В.О. СТОВБА,
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова
НАН України, Київ, Україна
stetsvukp@gmail.com, vik.stovba@gmail.com

Анотація. Розглядаються математична модель класичної двоетапної транспортної задачі та дві її модифікації для обмежених пропускних спроможностей проміжних пунктів та можливістю вибору їх фіксованої кількості. Математичні моделі представлені задачами лінійного та булевого лінійного програмування.

Ключові слова: двоетапна транспортна задача, лінійне програмування, задача булевого лінійного програмування.

Вступ. При формулюванні класичної двоетапної транспортної задачі [1, 2] мається на увазі, що вантаж перевозиться від постачальників до споживачів тільки через проміжні пункти. Схема функціонування перевезень вантажу «постачальники – проміжні пункти – споживачі» наведена на рисунку.



В якості проміжних пунктів можуть виступати посередницькі фірми та різного роду сховища (склади).

¹ Робота підтримана CRDF Global (грант G-202102-68020)

Нижче описана класична двоетапна транспортна задача для знаходження найекономічнішого плану перевезення однорідної продукції від постачальників до споживачів та дві її модифікації.

Формулювання задачі [3]. Нехай в m пунктах постачання $A_1, \dots, A_m \in a_1, \dots, a_m$ одиниць продукції, яку потрібно перевезти до n споживачів B_1, \dots, B_n , задовольнивши їх потреби b_1, \dots, b_n . Для транспортування продукції від постачальників до споживачів можна задіяти l проміжних пунктів D_1, \dots, D_l . Потрібно знайти оптимальний план транспортування продукції, де c_{ik} – витрати на перевезення одиниці продукції від постачальника A_i до проміжного пункту D_k , а c_{kj} – витрати на перевезення одиниці продукції від проміжного пункту D_k до споживача B_j .

Нехай $x = \{x_{ik}\}_{i=1, \dots, m}^{k=1, \dots, l}$, де x_{ik} – кількість одиниць продукції, яка перевозиться від постачальника A_i до пункту D_k ; $y = \{y_{kj}\}_{k=1, \dots, l}^{j=1, \dots, n}$, де y_{kj} – кількість продукції від пункту D_k до споживача B_j .

Класична двоетапна транспортна задача, яка визначає найекономічніший план перевезення продукції від постачальників до споживачів, має такий вигляд: знайти

$$f_{xy}^* = f_{xy}(x^*, y^*) = \min_{x, y} \left\{ f(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l c_{ik} x_{ik} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n c_{kj} y_{kj} \right\} \quad (1)$$

за наступних обмежень

$$\sum_{k=1}^l x_{ik} = a_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^l y_{kj} = b_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ik} - \sum_{j=1}^n y_{kj} = 0, \quad k = 1, \dots, l, \quad (4)$$

$$x_{ik} \geq 0, y_{kj} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, l, j = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Задача (1)–(5) є задачею лінійного програмування, яка містить $(m+n) \times l$ неперервних змінних x та y , $m+n+l$ лінійних обмежень. Цільова функція (1) задає сумарні витрати на транспортування

продукції від постачальників до споживачів. Обмеження (2) означають транспортування a_1, \dots, a_m одиниць продукції із пунктів постачання до проміжних пунктів, а обмеження (3) – що споживачам потрібно доставити необхідні об'єми b_1, \dots, b_n одиниць продукції з проміжних пунктів. Обмеження (4) задають умови на те, щоб уся продукція, яка приходить від постачальників до кожного проміжного пункту, була обов'язково відправлена споживачам.

Дві модифікації задачі (1)–(5). Двоетапна транспортна задача з обмеженнями на пропускі спроможності проміжних пунктів має такий вигляд: знайти

$$f_{xy}^* = f_{xy}(x^*, y^*) = \min_{x,y} \left\{ f(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l c_{ik} x_{ik} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n c_{kj} y_{kj} \right\} \quad (1')$$

за обмежень (2)–(5) та лінійних двосторонніх обмежень

$$d_k^{low} \leq \sum_{i=1}^m x_{ik} \leq d_k^{up}, \quad k = 1, \dots, l, \quad (6)$$

де $d_1^{low}, \dots, d_l^{low}$ мінімальні, а $d_1^{up}, \dots, d_l^{up}$ – максимальні пропускі спроможності проміжних пунктів D_1, \dots, D_l .

Задача (1)–(5) є задачею лінійного програмування та містить $(m+n) \times l$ змінних x, y , $m+n+3l$ лінійних обмежень. Обмеження (6) задають нижні та верхні межі на пропускі спроможності проміжних пунктів. Їх також можна записати так:

$$d_k^{low} \leq \sum_{j=1}^n y_{kj} \leq d_k^{up}, \quad k = 1, \dots, l. \quad (6')$$

Двоетапна транспортна задача з заданою кількістю проміжних пунктів [4] формулюється так: знайти

$$f_{xyz}^* = f_{xyz}(x^*, y^*) = \min_{x,y,z} \left\{ f(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l c_{ik} x_{ik} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n c_{kj} y_{kj} \right\} \quad (7)$$

за обмежень (2)–(5) та таких обмежень:

$$d_k^{low} z_k \leq \sum_{i=1}^m x_{ik} \leq d_k^{up} z_k, \quad k = 1, \dots, l, \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^l z_k = D, \quad (9)$$

$$z_k = 0 \vee 1, \quad k = 1, \dots, l, \quad (10)$$

де булеві змінні $z = \{z_k\}_{k=1, \dots, l}$, z_k рівна одиниці, якщо проміжний пункт D_k використовується, та нулю в протилежному випадку.

Задача (7), (2)–(5), (8)–(10) є задачею булевого лінійного програмування: $(m+n) \times l$ неперервних змінних x , y та l булевих змінних z . Задача містить $m+n+3l+1$ обмежень. Обмеження (9) означає, що задіяно рівно D проміжних пунктів, а обмеження (8) задають для них нижні та верхні межі на пропускі спроможності. Зауважимо, що обмеження (8) можна записати інакше:

$$d_k^{low} z_k \leq \sum_{j=1}^n y_{kj} \leq d_k^{up} z_k, \quad k = 1, \dots, l. \quad (8')$$

Висновок. Запропоновано дві модифікації класичної двоетапної транспортної задачі за умови, що кількість проміжних пунктів є заданою та їх пропускі спроможності є обмеженими знизу та зверху. Першу модифікацію можна застосовувати при розподіленні та доставці вирощеної продукції для продажу або переробки на власних потужностях агропідприємств. Друга модифікація є актуальною для пошуку раціонального розташування заданої кількості складів з урахуванням визначеного положення постачальників та отримувачів матеріально-технічних засобів. Вона може бути використана для визначення відповідних місць розташування в ОЕС України накопичувачів електричної енергії та їх енергоємностей.

Література.

1. Карагодова О.О., Кігель В.Р., Рожок В.Д. Дослідження операцій: Навч. посіб. К.: Центр учбової літератури, 2007. 256 с.
2. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: Навч. посіб. К.: КНЕУ, 2003. 452 с.
3. Стецюк П.І., Ляшко В.І., Мазютинець Г.В. Двоетапна транспортна задача та її AMPL-реалізація // Наукові записки НаУКМА. Комп'ютерні науки. 2018. Т. 1. С. 14–20.
4. Стецюк П.І., Бисага О.П., Трегубенко С.С. Двоетапна транспортна задача з обмеженням на кількість проміжних пунктів // Комп'ютерна математика. 2018. № 2. С. 119–128.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ГЕОМЕТРИЧНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ШТУЧНИХ КЕРНІВ

Ю.Г. СТОЯН, Т.Є. РОМАНОВА,
О.В. КРАВЧЕНКО, А.М. ЧУГАЙ,
Інститут проблем машинобудування
НАН України, tarom27@yahoo.com

З.А. ДУРЯГІНА,
Національний університет «Львівська
політехніка», zduriagina@ukr.net

Анотація. Розглядається нестандартна задача компонування тривимірних об'єктів для формування вихідної бази даних при виготовленні штучних кернів із заздалегідь заданою будовою та фільтраційно-ємнісними характеристиками. Для розробки математичної моделі застосовується метод ρ -функцій. Для пошуку локальних екстремумів запропоновано методологію, яка базується на стратегії мультистарту, оригінальних методах побудови допустимих стартових точок та алгоритмах декомпозиції.

Ключові слова: геометричне проектування, метод ρ -функцій, математичне моделювання, нелінійна оптимізація, пористість, штучний керн

Оптимізаційні задачі геометричного проектування (зокрема задачі компонування) належать до класу NP-складних. Побудова математичних моделей цих задач є предметом досліджень обчислювальної геометрії, в той час як методи їх розв'язання – теорії дослідження операцій.

У даній роботі розглядається нестандартна задача компонування тривимірних об'єктів у циліндричному контейнері мінімального об'єму. Об'єкти мають сферичну та несферичну просторову форму (еліпсоїди, багатогранники, сфероциліндри, сферокубоїди), змінні

метричні характеристики та параметри розміщення (вектори трансляції та кути обертання). Допускаються афінні перетворення руху, розтягування та стиснення об'єктів. Задані статистичні вірогідності появи об'єктів кожної просторової форми та розміру. Для аналітичного опису умов розміщення (неперетин об'єктів та включення об'єктів у контейнер) застосовується метод ϕ -функцій (див., наприклад, [1-3]). Будується математична модель у вигляді неперервної задачі нелінійного програмування. Для пошуку локальних екстремумів оптимізаційної задачі компоновання тривимірних об'єктів запропоновано методологію, яка базується на стратегії мультістарту, оригінальних методах побудови допустимих стартових точок (з застосуванням гомотетичних перетворень об'єктів) та алгоритмах декомпозиції, які дозволяють звести задачу великої розмірності до послідовності задач значно меншої розмірності.

Одним з прикладів актуального використання запропонованої методології є створення, так званого, "цифрового керну" гірської породи продуктивного горизонту нафти або газу. Впровадження нових комплексних термобарохімічних технологій інтенсифікації видобутку вуглеводнів, визначення найбільш ефективних режимів їх використання в залежності від геолого-фізичних характеристик продуктивного пласту та з'ясування причин зниження дебіту, практично неможливо без проведення експериментальних досліджень з використанням природних або штучних кернів гірської породи [4]. Природні керни продуктивних пластів коштовні та дефіцитні, оскільки їх можна вилучити тільки на етапі буріння або розвідки свердловин. Тому альтернативою використання в дослідженнях є їх аналоги – штучні керни, які спеціально виготовляються в лабораторних умовах на основі попередньо проведеного моделювання.

Застосування запропонованої математичної моделі пористого середовища дозволить враховувати дисперсність, форму та питому кількість часток окремих мінералогічних фракцій. Уніфікація створеної моделі полягатиме в розширенні експериментальної бази даних за рахунок оцінки структурно-геометричних параметрів мікроструктури досліджуваних порід, проведенні порометрії, гранулометричного, рентгено-люмінесцентного та рентгеноструктурного фазового аналізу [5].

Отже запропонований підхід може бути використано для формування вихідної бази даних при виготовленні штучних кернів із заздалегідь заданою будовою та фільтраційно-ємнісними характеристиками.

Литература

1. Romanova T., Bennell J., Stoyan Y., Pankratov A. Packing of concave polyhedra with continuous rotations using nonlinear optimization. *European Journal of Operational Research*. 2018. Vol. 268. Is. 1. P. 37–53.
2. Romanova, T., Litvinchev, I., Pankratov, A. (2020). Packing ellipsoids in an optimized cylinder, *European Journal of Operational Research*, 285(2), 429–443.
3. Stoyan Y., Romanova T., Pankratov A., Chugay A. Optimized object packings using quasi-phi-functions. *Optimized Packings with Applications*. G. Fasano, J. Pintér (eds). SOIA. Springer, 2015. Vol 105. P. 265–293.
4. Kravchenko O., Veligotskyi D., Bashtovyi A., Veligotska Yu. Improving the controllability and effectiveness of the chemical-technological process of the technology for hydrogen thermobaric chemical stimulation of hydrocarbon recovery. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. –Vol. 6.– № 12 (102), P.P. 57–86.
5. Duriagina Z.A., Lemishka I.A., Trostianchyn A.M., Kulyk V.V., Shvachko S.G., Tepla T.L., Pleshakov E.I., Kovbasyuk T.M. The Effect of Morphology and Particle-Size Distribution of VT20 Titanium Alloy Powders on the Mechanical Properties of Deposited Coatings // *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*. – 2019. – 57, № 11-12. – P. 697–702.

ПРО ВЛАСТИВОСТІ ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНИХ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

С.-Б. СУЛЕЙМАНОВ,

Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України

Київ, Україна

sbsuleimanov@gmail.com

***Анотація.** При моделюванні механізмів економічного зростання складної системи є проблема недостатнього інвестування у місцеву інфраструктуру, що відбиває ключову агентську проблему між центральним і місцевими урядами, яка мотивує центральний уряд до встановлення економічного змагання серед регіональних керівників.*

***Ключові слова:** виробнича функція, рівняння Беллмана, функція корисності, бюджетне обмеження.*

Нехай виробнича функція визначається

$$f(k) = y = k^\alpha$$

для рівня k капіталу на душу населення, α – параметр виробничої функції. Якщо β – параметр функції корисності, n – параметр зростання населення (темп приросту населення), то співвідношенням Парето-неефективності рівноваги стійкого стану конкурентної економіки для параметра часових переваг функції корисності репрезентативного споживача, темпу зростання населення та параметра виробничої функції є нерівність

$$\frac{\alpha}{1 - \alpha} < \frac{n(1 - \beta)}{1 + n}$$

при функції корисності

$$U(x^1, x^2) = \beta \log(x^1) + (1 - \beta) \log(x^2),$$

де x^1, x^2 - рівень споживання товару споживачем покоління у свій перший та другий періоди відповідно. Задоволенню цієї нерівності сприяють менше значення параметра α залежності випуску від капіталоозброєності праці, більше значення параметра n зростання населення, менше значення параметра β споживання у періоді 1 для функції корисності.

При загальному споживанні на душу населення обох поколінь

$$x^1 + (1+n)^{-1}x^2 = f(k) - nk$$

має місце Золоте правило для поколінь, що перетинаються.

Твердження 1. Максимізація загального споживання на душу населення передбачає правило $f'(k^*) = n$ для оптимального значення капіталу k^* на одиницю праці.

Нехай кожне домогосподарство, що існує протягом двох деяких послідовних періодів t , $(t+1)$, має логарифмічну функцію корисності

$$U = \ln(C_{it}^t) + \beta \ln(C_{it+1}^t)$$

від C_{it}^t та C_{it+1}^t – вибраних цим домогосподарством (індивідуумом) споживання у період t та $(t+1)$ відповідно, $\beta \in (0,1)$ – ставка часового дисконту для споживання наступного періоду.

Нехай місцевий уряд за бюджетного обмеження розв'язує певне рівняння Беллмана

$$V(G_{it}, A_{it}) = \max_{G_{it+1}} E_t [\rho \ln(C_{it}^t) + \gamma \ln(W_{it} - G_{it+1}) + \beta V(G_{it+1}, A_{it+1})]$$

при $\rho \in [0,1]$ та $\gamma > 0$ – вагових коефіцієнтах, які місцевий уряд призначає споживанню домогосподарств та урядових працівників відповідно, E_t – оператор умовного сподівання у поточний період t після спостереження змінних стану продуктивності A_{it} і випуску Y_{it} під час цього періоду, $V(\cdot)$ – функція вартості, яка охоплює добробут домогосподарств та урядових працівників, починаючи з періоду t , $i = 1, \dots, M$ – регіони, з яких складається економіка.

Бюджетним обмеженням є

$$W_{it} = G_{it+1} + E_{it}^G$$

для агрегованого доходу E_{it}^G урядових працівників і рівня G_{it+1} інфраструктури у періоді $(t+1)$.

Твердження 2. У кожному періоді місцевий уряд виділяє на місцеву інфраструктуру частку бюджету, рівну $1 - \frac{(1-\beta)\gamma}{\gamma + \beta\rho}$.

Коли місцевий уряд в рівності Беллмана дає більшу вагу ρ споживанню домогосподарств, то виділяє більшу частку бюджету на інфраструктуру; коли ж місцевий уряд дає більшу вагу γ споживанню

урядових працівників, то виділяє меншу частку бюджету на інфраструктуру.

Відомі застосування результатів для моделювання децентралізованої економічної системи. Чисельне моделювання потребує регіональних даних про виробничі активи. Агентство економічного планування Японії (АЕПЯ), поставивши амбіційну мету побудови багаторегіональної економетричної моделі, у 1960-х роках створило необхідну базу основних економічних даних. Центр міжнародного розвитку Японії скористався базою даних АЕПЯ для всіх 46 префектур, серед яких були оцінки приватного і соціального капіталу за кількома категоріями. Аналіз цих даних, опублікованих у 1967 р., містить надзвичайно важливі результати, які до певної міри відповідають на питання економіки агломерації. Державна служба статистики України почала оприлюднювати подібні дані у 2016 р., які докладно аналізувалися [2, 3].

Змагальність між елементами децентралізованої системи, може вести місцеві уряди до поведінки, орієнтованої на швидкоплинні здобутки, за рахунок досягнення стратегічних цілей. Подібні проблеми були притаманні колишньому СРСР, а Загальнодержавна автоматизована система (ЗДАС) обліку й обробки інформації, запропонована академіком В.М.Глушковым, не знаходила належної підтримки.

При вивченні конкуренції на світових ринках [4] має місце

Твердження 3. Сумарні фіскальні надходження країн при зростанні частки α (на інтервалі від 0 до 0,5) власних фіскальних надходжень, переданих від однієї країни до іншої (до вигіднішої юрисдикції) збільшуються:

$$t_1(\alpha)\tilde{\pi}_1(\alpha) - t_2(\alpha)\tilde{\pi}_2(\alpha) = \frac{2\delta\varepsilon(1-\alpha)^2}{(1-2\alpha)(3-2\alpha)} > 0$$

при сумарному звітному прибутку $\tilde{\pi}_i$ країни i , $t_i \in [0,1]$ – податкова ставка країни i , $t_i(\alpha)\tilde{\pi}_i(\alpha)$ – фіскальні надходження країни $i = 1,2$, δ – додатний параметр податкової конкуренції, $\varepsilon \in (0,1)$ – параметр розміру ринку, $\alpha \in [0,0.5]$ – частка власних фіскальних надходжень країни i , яку вона віддає країні [5].

Міжнародна податкова конкуренція поєднується з міжнародною податковою кооперацією за світові корпорації, які мають можливості зсуву звітних прибутків серед різних країн.

Твердження 4. Ймовірність виграшу у конкурсі як функцію числа конкурсантів, зусиль конкурсантів і цінностей виграшу для кожного конкурсанта дорівнює

$$p_i = \frac{1}{n} \left(1 - \sum_{j=1}^n \frac{G_j}{V_j} + \frac{G_i}{V_i} \sum_{j=1}^n V_j \right)$$

для ймовірності p_i виграшу, $G_i \in R_+$ - зусилля конкурсанта i , V_i - цінність призу для конкурсанта $i = 1..n$. Відображення $p_i(G_1, \dots, G_n)$ зусиль усіх конкурсантів у ймовірність отримання призу (частку загального призу) для конкурсанта i також називається функцією успіху конкурсу (contest success function, CSF) [6].

Загальні властивості децентралізованих систем визначаються збудованими механізмами зворотного зв'язку (feedbacks).

Література

1. Gorbachuk V., Dunaievskiy M., Suleimanov S.-B. Modeling of agency problems in complex decentralized systems under information asymmetry. IEEE Conference on Advanced Trends in Information Theory (December 18–20, Kyiv, Ukraine). Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2019. P. 449–454.
2. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Моделі аналізу охоплення нестандартних даних. *Компьютерная математика*. 2017. № 1. С. 63–72.
3. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Оптимізаційні питання оцінювання щільності на реальних даних. *Штучний інтелект*. 2017. № 3-4. С. 101–110.
4. Горбачук В.М., Шулінок Г.О., Сулейманов С.-Б. Моделювання взаємозв'язків на світовому ринку продовольства. *Теорія оптимальних рішень*. 2018. С. 99–106.
5. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Податкова конкуренція і кооперація за світові корпорації. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. № 3 (66). Т. 1. С. 45–54.
6. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Теорія організації конкурсів. *Компьютерная математика*. 2019. № 1. С. 38–48.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ РАЗРЕЖЕННОЙ И ПЛОТНОЙ КОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

А.Н. ТРОФИМЧУК, В.А. ВАСЯНИН, Л.П. УШАКОВА,
Институт телекоммуникаций и глобального
информационного пространства НАН Украины, Киев, Украина,
itgis@nas.gov.ua, archukr@meta.ua, archukr@i.ua

Аннотация. Приводится анализ решения задачи оптимизации иерархической трехуровневой структуры многопродуктовой коммуникационной сети с дискретными потоками и параметрами при изменении ее плотности (отношения количества дуг сети к максимально возможному количеству дуг для заданного числа узлов в сети). Основной задачей исследования является установить, как изменяется структура коммуникационной сети, схема обработки и распределения потоков и технико-экономические показатели функционирования сети для различной степени ее плотности.

Ключевые слова: иерархические коммуникационные сети, дискретные потоки и параметры, задачи оптимизации, компьютерное моделирование

В сети выделено три уровня иерархии – магистральный, зональный и внутренний и четыре типа узлов – первого, второго и третьего типа, образующие магистральный и зональный уровни сети и узлы четвертого типа, подчиненные каждому магистральному узлу и образующие внутренние уровни сети [1]. Типы узлов отличаются друг от друга функциональными возможностями. Приведены принципы сортировки и распределения потоков в иерархической сети и ее математическая модель. Сформулирована математическая модель задачи оптимизации структуры магистральной сети и схемы сортировки и распределения потоков. Алгоритмы решения задачи основаны на дискретном аналоге метода локального спуска, когда окрестности метрического пространства возможных решений выбираются из эвристических соображений с учетом особенностей решаемой задачи [2]. Проведено компьютерное моделирование задачи на сети, содержащей 100 узлов при изменении степени узлов

от 2 до 99. Моделирование проводилось на примере автотранспортной сети перевозки грузов с помощью компьютерной программы [3]. Экспериментальное исследование решения задачи показало, что наилучшие технико-экономические и эксплуатационные показатели ее функционирования достигаются при степени узлов сети от 9 до 14, когда обеспечивается высокая связность сети и значительно сокращается среднее и максимальное время доставки грузов получателям. Предложенная компьютерная технология решения задачи при изменении плотности сети позволяет проектировщику в интерактивном режиме моделировать различные варианты сети, изменяя топологию, иерархическую структуру, потоки, параметры и ограничения модели, и из семейства полученных результатов выбирать наилучший вариант с учетом выбранной функции цели и принятых ограничений; рассчитывать предварительные технико-экономические показатели функционирования сети, оценивать стоимость дополнительных ресурсов и планировать величину потребных инвестиций на модернизацию и строительство ее структурных элементов, что в конечном итоге дает возможность повысить эффективность функционирования сети за счет оптимизации использования ее ресурсов и снижения эксплуатационных затрат на обработку и транспортировку потоков.

Литература

1. Трофимчук А.Н., Васянин В.А., Ушакова Л.П. Исследование задачи оптимизации иерархической структуры разреженной и плотной коммуникационной сети // Проблемы управления и информатики. — 2021. — № 1. — С. 5-21.
2. Trofymchuk O.M., Vasyanin V.A., Kuzmenko V.N. Optimization Algorithms for Packing of Small-Lot Correspondence in Communication Networks. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2016. **52(2)**. P. 258-268. DOI: [10.1007/s10559-016-9822-5](https://doi.org/10.1007/s10559-016-9822-5).
3. Трофимчук А.Н., Васянин В.А. Компьютерное моделирование иерархической структуры коммуникационной сети с дискретными многопродуктовыми потоками. *УСУМ*. 2016. № 2. С. 48-57. DOI: <https://doi.org/10.15407/usim.2016.02.048>

МЕРЫ ВАРИАБЕЛЬНОСТИ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧАХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПО ИНТЕРВАЛЬНЫМ ДАННЫМ

С.П. ШАРЫЙ,
ФИЦ ИВТ и НГУ,
Новосибирск, Россия
shary@ict.nsc.ru

***Аннотация.** Представлены две возможные конструкции количественной меры вариабельности оценки параметров в задаче восстановления линейной зависимости по интервальным данным. Они показывают степень изменчивости и неоднозначности оценки, и необходимость их введения вызвана тем, что в условиях интервальных данных ответ к задаче, как правило, неединствен. Обсуждаются содержательные мотивации и смысл новых величин с точки зрения других известных характеристик данных. Применение предложенных мер вариабельности иллюстрируется на конкретных примерах.*

***Ключевые слова:** задача восстановления зависимостей, интервальная неопределённость данных, метод максимума совместности, мера вариабельности.*

Цель нашей работы — представить две возможные конструкции количественной меры вариабельности для оценки параметров функциональной зависимости в интервальном анализе данных. Это сравнительно молодая ветвь современной науки об обработке данных, которая не опирается на аппарат теории вероятностей, но широко использует методы интервального анализа (см., к примеру, [1, 2, 3]).

Термином «вариабельность» мы называем степень изменчивости и неоднозначности оценки, и необходимость её введения диктуется тем обстоятельством, что в задачах обработки интервальных данных ответ, как правило, неединствен. Обычно мы получаем целое множество различных оценок, одинаково пригодных в качестве ответов к задаче и согласующихся с её данными. То, насколько мало

или обширно это множество, как раз так характеризуется термином «вариабельность».

Мы рассматриваем задачу восстановления линейной зависимости вида

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n, \quad (1)$$

в которой x_1, x_2, \dots, x_n – независимые переменные (называемые также *входными* или *предикторными* переменными), y – зависимая переменная (называемая также *выходной* или *критериальной* переменной), а $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ – некоторые коэффициенты. Эти неизвестные коэффициенты должны быть определены на основе ряда измерений значений x_1, x_2, \dots, x_n и y . Результаты измерений неточны, и мы предполагаем, что они являются некоторыми интервалами, которые дают двусторонние границы точных значений измеренных величин. Будем считать, что в результате i -го измерения получаются такие интервалы $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}, y_i$, что истинное значение x_1 лежит в x_{i1} , истинное значение x_2 лежит в x_{i2} и т. д. вплоть до y , истинное значение которого лежит в y_i . Иными словами, мы рассматриваем интервальные данные

$$\begin{array}{l} x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}, y_1, \\ x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}, y_2, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn}, y_m, \end{array} \quad (2)$$

а также построенные из них матрицу $X = (x_{ij})$ и вектор $y = (y_i)$.

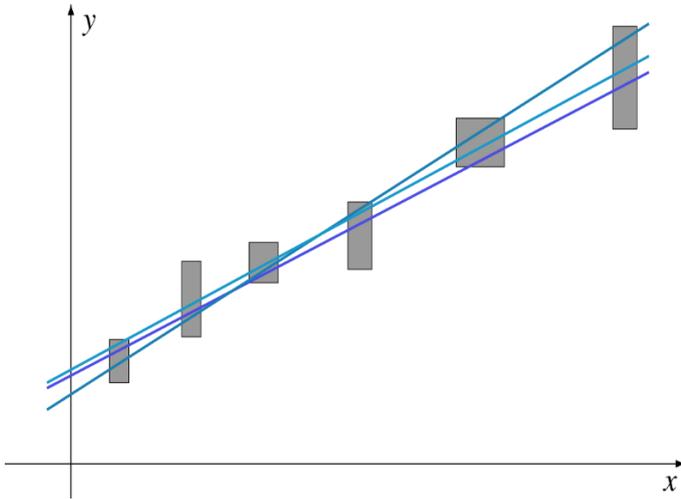
Нам необходимо найти или оценить коэффициенты β_j , $j = 1, 2, \dots, n$, для которых линейная функция (1) «наилучшим образом» приближает данные (2) (см. рисунок).

На сегодняшний день разработано немало методов решения поставленной задачи, но мы будем работать с методом максимума совместности [4], который является, по-видимому, наиболее универсальным и хорошо разработанным. В этом методе оценка $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_n)$ для параметров линейной зависимости (1) берётся как аргумент максимума специального «распознающего функционала», некоторой функции $Tol: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, с помощью

которой определяется количественная мера совместности интервальной системы уравнений, построенной по данным задачи:

$$\text{Tol}(\beta, X, y) = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \text{rad } y_i - \left| \text{mid } y_i - \sum_{j=1}^n x_{ij} \beta_j \right| \right\},$$

где $\text{rad } y_i$ и $\text{mid } y_i$ — радиус и середина интервала y_i .



В качестве величины, характеризующей чувствительность и вариабельность оценки вектора параметров $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_n)$ линейной зависимости (1), которая получена методом максимума согласования по данным (3), мы предлагаем величины

$$\text{IVE}(X, y) = \sqrt{n} \max_{\mathbb{R}^n} \text{Tol} \cdot (\min_{X \in X} \text{cond}_2 X) \cdot \frac{\|\arg \max_{\mathbb{R}^n} \text{Tol}\|}{\|\hat{y}\|}$$

и

$$\text{IDE}(X, y) = \sqrt{n} \max_{\mathbb{R}^n} \text{Tol} \cdot \text{cond}_2 X \cdot \frac{\|\arg \max_{\mathbb{R}^n} \text{Tol}\|}{\|\hat{y}\|}.$$

В выписанных формулах переменные и величины имеют следующий смысл:

n – размерность вектора параметров восстанавливаемой функции;

$\| \cdot \|$ – евклидова норма векторов (2-норма), определяемая для векторов $y \in \mathbb{R}^n$ как

$$\| y \| = \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 \right)^{1/2};$$

$\text{cond}_2 X$ — спектральное число обусловленности матрицы X , определяемое как

$$\text{cond}_2 X = \sigma_{\max}(X) / \sigma_{\min}(X),$$

т.е. как отношение максимального и минимального сингулярных чисел матрицы X ; $\text{cond}_2 X$ является распространением на прямоугольный случай известного в вычислительной линейной алгебре понятия числа обусловленности квадратной матрицы;

\mathcal{X} – специальная точечная матрица, называемая *матрицей комбинаций концов* для интервальной матрицы X , имеющая размеры $N \times n$, где $N \leq m \cdot 2^n$, и составленная из концов интервальных элементов вдоль каждой строки матрицы X ;

\hat{y} – это «наиболее представительная» точка интервального вектора данных y , определяемая как

$$\hat{y} = \frac{1}{2} (| \text{mid } y + \text{rad } y | + | \text{mid } y - \text{rad } y |),$$

где операции «mid» и «rad» применяются покомпонентно. Мы показываем, что в случае неотрицательного maxTol величины IVE и IDE дают, фактически, оценки размеров множества решений задачи.

Литература

1. «Интервальный анализ и его приложения» — тематический веб-сайт <http://www.nsc.ru/interval/>
2. Moore R.E., Kearfott R.B., Cloud M.J. Introduction to interval analysis. – SIAM: Philadelphia, 2009.
3. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. – ИВТ СО РАН: Новосибирск, 2003-2021. – Электронная книга, см. <http://www.nsc.ru/interval/?page=Library/InteBooks>
4. Shary S.P Weak and strong compatibility in data fitting problems under interval uncertainty // Advances in Data Science and Adaptive Analysis. – 2020. – Vol. 12, No. 1. – 2050002.
5. Shary S.P. A variability measure for estimates of parameters in interval data fitting. 20 p. Deposited in arXiv as document [arXiv:2003.05126](https://arxiv.org/abs/2003.05126)

МЕТОД ЕЛІПСОЇДІВ ДЛЯ ГІПЕРКУЛІ МІНІМАЛЬНОГО РАДІУСА²

О.М. ХОМ'ЯК,
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова
НАН України, Київ, Україна
khomiak.olha@gmail.com

О.О. ДАВИДОВ,
Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, Київ, Україна
davydov0508@gmail.com

***Анотація.** Розглядається застосування методу еліпсоїдів для розв'язання задачі опуклого програмування, яка є еквівалентною задачі знаходження гіперкулі мінімального радіуса, яка охоплює скінченний набір точок. Наведена теорема про швидкість збіжності відповідного алгоритму знаходження центра гіперкулі мінімального радіуса.*

***Ключові слова:** гіперкуля, задача опуклого програмування, метод еліпсоїдів.*

Задача. В n -вимірному евклідовому просторі R^n задана множина точок $A_m = \{a_1^j, \dots, a_n^j, j = 1, \dots, m\}$. Потрібно побудувати гіперкулю мінімального радіуса, яка охоплює всі точки множини A_m . Для R^2 таку задачу вперше сформулював англійський математик Джеймс Джозеф Сільвестр в 1857 році.

Ця задача може бути сформульована як наступна задача опуклого програмування: знайти

$$f^* = f(x^*) = \min_{x \in R^n} \left\{ f(x) = \max_{j=1, \dots, m} \|x - a_j\|^2 \right\}, \quad (1)$$

за обмежень

$$\|x - x_0\| \leq r_0, \quad (2)$$

² Робота підтримана VolkswagenFoundation (грант № 97775)

де $x \in R^n$ – n -вимірний вектор невідомих координат центру гіперкулі, $x_0 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_j$ – центр кулі радіуса $r_0 = \sqrt{\max_{j=1, \dots, m} \|x_0 - a_j\|^2}$, в якій локалізовано x^* – розв'язок задачі (1) – (2). Оптимальне значення $f^* = f(x^*)$ визначає мінімальний радіус гіперкулі, яка охоплює всі точки множини A_m , він буде рівним $\sqrt{f^*}$.

Для розв'язання задачі (1) – (2) може бути застосований класичний метод еліпсоїдів [1, 2]. Його реалізація алгоритмом **emshor** для задачі мінімізації опуклої функції, мінімум якої знаходиться всередині кулі заданого радіуса, описана в [2]. Нижче наведемо застосування алгоритму **emshor** для задачі мінімізації функції $f(x)$ при умові (2), яка гарантує локалізацію екстремуму у n -вимірній кулі радіуса $r_0 = \max_{j=1, \dots, m} \|x_0 - a_j\|$.

Алгоритм знаходження x^* . Вхідним параметром є величина $\varepsilon_f > 0$ – точність, з якою необхідно знайти $f^* = f(x^*)$.

Ініціалізація. Розглянемо $n \times n$ -матрицю B і покладемо $B_0 := I_n$, де I_n – одинична $n \times n$ -матриця. Перейдемо до першої ітерації зі значеннями x_0 , r_0 і B_0 .

Нехай на k -й ітерації знайдені значення $x_k \in R^n$, r_k , B_k . Перехід до $(k+1)$ -ї ітерації полягає у такій послідовності дій.

Крок 1. Обчислимо $f(x_k)$ та субградієнт $g_f(x_k)$ в точці x_k за формулою $g_f(x_k) = 2(x - a_{j^*})$, де j^* таке, що $\|x_k - a_{j^*}\|^2 = f(x_k)$. Якщо $r_k \|B_k^T g_f(x_k)\| \leq \varepsilon_f$, то "Зупинка: $k^* = k$ і $x^* = x_k$ ". Інакше переходимо до кроку 2.

Крок 2. Покладемо $\xi_k := \frac{B_k^T g_f(x_k)}{\|B_k^T g_f(x_k)\|}$.

Крок 3. Обчислимо чергову точку

$$x_{k+1} := x_k - h_k B_k \xi_k, \quad \text{де} \quad h_k = \frac{1}{n+1} r_k.$$

Крок 4. Обчислимо

$$B_{k+1} := B_k + \left(\sqrt{\frac{n-1}{n+1}} - 1 \right) (B_k \xi_k) \xi_k^T \quad \text{і} \quad r_{k+1} := r_k \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Крок 5. Переходимо до $(k+1)$ -ї ітерації зі значеннями x_{k+1} , r_{k+1} , B_{k+1} .

Збіжність алгоритму забезпечує наступна теорема.

Теорема. Послідовність точок $\{x_k\}_{k=0}^{k^*}$ задовільняє нерівностям

$$\|B_k^{-1}(x_k - x^*)\| \leq r_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, k^*.$$

На кожній ітерації $k > 0$ величина зменшення об'єму еліпсоїда $E_k = \left\{ x \in R^n : \|B_k^{-1}(x_k - x)\| \leq r_k \right\}$, локалізуючого x^* , є величиною сталою і рівною

$$q = \frac{\text{vol}(E_k)}{\text{vol}(E_{k-1})} = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)^n < \exp \left\{ -\frac{1}{2n} \right\} < 1.$$

Висновок. Алгоритм знаходження x^* можна успішно застосовувати для випадку, коли $n = 2 \div 10$. Для зменшення в 10 разів об'єму еліпсоїда, в якому локалізовано точку x^* , потрібно зробити K ітерацій, де $K = -\frac{\ln 10}{\ln q} \approx (2 \ln 10)n \approx 4.6n$, тобто, щоб на порядок покращити відхилення знайденого рекордного значення функції $f(x)$ від її оптимального значення f^* потрібно зробити $4.6n^2$ ітерацій.

Література.

5. Шор Н.З. Метод отсечения с растяжением пространства для решения задач выпуклого программирования. Кибернетика. – 1977. – № 1. – С. 94–95.
6. Stetsyuk P., Fischer A., Khomyak O. (2020) The Generalized Ellipsoid Method and Its Implementation. In: Jadimovid M., Khachay M., Malkova V., Posypkin M. (eds) *Optimization and Applications. OPTIMA 2019. Communications in Computer and Information Science*, vol 1145. Springer, Cham, pp. 355–370

Formatul hârtiei 60x84 1/16

Hârtie ofset. Tipar ofset.
Tirajul 150 ex. Coli de tipar 21,2.
Comanda nr. 69/22.

Centrul Editorial-Poligrafic al USM
str. Al. Mateevici, 60, Chișinău, MD-2009
e-mail: cep1usm@mail.ru; usmcep@mail.ru