МНОГОЭТАПНЫЕ ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ И ЛОГИСТИКИ ГРУЗОВЫХ ПОТОКОВ

Д.И. СОЛОМОН,
АТИК, ИМИ АНМ,
atic@mtc.md
dumitru.solomon@math.md

Анотация. *В работе рассматриваются многоэтапные транспортные задачи определения объемов перевозке сырья, полуфабрикатов и конечной продукции, а также определения объемов производства полуфабрикатов и конечной продукции. Приводятся схема последовательного решения транспортных задач и общая задача линейного программирования.*

Ключевые слова. *Транспортные здачи, распределительные здачи, производственно-транспортные задачи, логистика грузовых потоков*

Рассматриваются логистические процессы перевозки, обработки и хранения сырья, производства и перевозки полуфабрикатов и конечной продукции, которые образуют различные грузовые потоки полученные в результате решения различных транспортных и распределительных задач.

Пусть имеется однородный продукт, который формирует первоначальные сырьевые ресурсы, в результате обработки которого получаются различные полуфабрикаты и продукты для конечного потребления. В производственном процессе хранения и обработки сырья и полуфабрикатов формируются различные грузовые потоки которых необходимо перемещать между пунктами погрузки и разгрузки в различные периоды времени.

Предпологается что имеются 4 группы пунктов погрузки и разгрузки (истоки и стоки грузовых потоков), между которыми формируются различные грузовые потоки:

1) пункты погрузки исходных сырьевых ресурсов;

2) пункты разгрузки сырья, производства и погрузки полуфабрикатов;
3) пункты разгрузки сырья и полуфабрикатов, производства и погрузки конечной продукции;
4) пункты разгрузки сырья, полуфабрикатов и продукции для конечного потребления.

Между этими пунктами погрузки и разгрузки формируются 6 грузовых потоков перевозки сырья, полуфабрикатов и конечной продукции (рис. 1):

1) перевозка сырья до пунктов конечного потребления;
2) перевозка сырья до пунктов производства полуфабрикатов;
3) перевозка сырья до пунктов производства конечной продукции;
4) перевозка полуфабрикатов до пунктов производства конечной продукции;
5) перевозка полуфабрикатов до пунктов конечного потребления;
6) перевозка конечной продукции до пунктов потребления.

Рассматриваются различные задачи транспорта и логистики грузовых потоков, которые состоят в распределение, хранение и перевозке исходных сырьевых ресурсов для производства полуфабрикатов и конечной продукции с целью минимизации затрат на хранение и перевозку грузов.

Схема грузовых потоков (рис. 1) содержит m пунктов наличия исходного сырья в объемах a_i, $i=\overline{1,m}$, из которых сырье необходимо перевести в n пунктов конечного потребления сырья в заданных объемах b_j^1, $j=\overline{1,n}$ (поток 1 – $\{x_{ij}\}$), а также в k пунктов производства полуфабрикатов в неизвестных объемах u_r^2, $r=\overline{1,k}$ (поток 2 – $\{y_{ir}\}$) и соответственно в p пунктов производства конечной продукции в неизвестных объемах v_s^2, $s=\overline{1,p}$ (поток 3 – $\{z_{is}\}$). Одновременно с перевозкой сырья необходимо перевести полуфабрикаты из k пунктов производства в неизвестных объемах u_r^2, $r=\overline{1,k}$ в p пунктов производства конечной продукции в неизвестных объемах v_s^3, $s=\overline{1,p}$ (поток 4 – $\{u_{rs}\}$) и соответственно в n пунктов конечного потребления полуфабрикатов в заданных объемах b_j^2, $j=\overline{1,n}$ (поток 5 – { v_{rj} }). Одновременно с перевозками сырья и полуфабрикатов необходимо перевезти конечную продукцию из p пунктов производства продукции в неизвестных объемах v_s^3, $s=\overline{1,p}$ в n пунктов конечного потребления в заданных объемах b_j^3, $j=\overline{1,n}$ (поток 6 – { w_{sj} }).

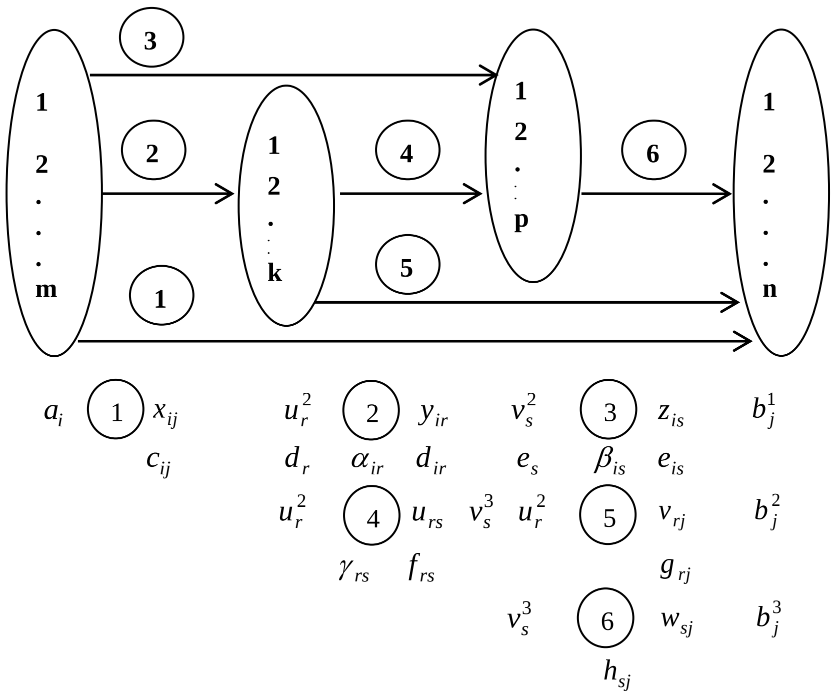

Рис. 1. Схема грузовых потоков между пунктами погрузки и разгрузки

В результате получаются многоэтапные транспортные задачи перевозки и распределения сырья, полуфабрикатов и конечной продукции, производства полуфабрикатов и конечной продукции которые формируют 6 грузовых потоков. Для определения соответствующих грузовых потоков необходимо решать 6 транспортных, производствено-транспортных и распределительных задач с целью минимизации затрат на хранение и перевозку грузов, производство полуфабрикатов и конечной продукции.

Предпологается, что в таких задачах известны первоначальные обьемы сырьевых ресурсов a_i, $i=\overline{1,m}$ и фиксированы обьемы конечного потребления сырья, полуфабрикатов и конечной продукции b_j^1, b_j^2, b_j^3, $j=\overline{1,n}$. Неизвестными являются объемы производства полуфабрикатов u_r^2, $r=\overline{1,k}$ из исходного сырья и соответственно объемы производства конечной продукции из исходного сырья v_s^2, $s=\overline{1,p}$ и из полуфабрикатов v_s^3, $s=\overline{1,p}$, для которых задаются только возможные нижние и верхние пределы их значения.

Требуется определить планы распределения и перевозки сырья, полуфабрикатов и конечной продукции между соответствующими пунктами погрузки и разгрузки, а также определить объемы производства полуфабрикатов и конечной продукции с целью минимизации общих затрат на производство, хранение и перевозку грузов. Такие задачи относятся к процессам перевозки и логистики грузовых потоков, определения объемов и сроков доставке грузов.

Рассматриваются отдельные транспортные задачи перевозки грузов, производства полуфабрикатов и конечной продукции.

Задача 1. Транспортные задачи перевозки сырья для конечного потребления (поток 1 – {x_{ij}}). Рассматривается модель транспортной задачи

$$F_1(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to min \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \quad i=\overline{1,m}; \tag{1.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j^1, \quad j=\overline{1,n}; \tag{1.3}$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad i=\overline{1,m}; \; j=\overline{1,n}, \tag{1.4}$$

в которой x_{ij} - объемы перевозки исходного сырья, c_{ij} - затраты на перевозку исходного сырья, a_i - первоначальные обьемы сырьевых ресурсов, b_j^1 - объемы конечного потребления исходного сырья.

Задача 2. Транспортные задачи перевозки сырья и определения объемов производства полуфабрикатов (поток 2 – {y_{ir}}). Рассматривается модель производственно-транспортной задачи

$$F_2(Y,u) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{k} d_{ir} y_{ir} + \sum_{r=1}^{k} d_r u_r^2 \rightarrow min \tag{2.1}$$

$$\sum_{r=1}^{k} y_{ir} \le a_i \,, \quad i = \overline{1,m}\,; \tag{2.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_{ir} y_{ir} = u_r^2 \,, \quad r = \overline{1,k}\,; \tag{2.3}$$

$$y_{ir} \ge 0, \quad i = \overline{1,m}\,; \; r = \overline{1,k}\,, \tag{2.4}$$

$$\psi_r^2 \le u_r^2 \le \varphi_r^2, \quad r = \overline{1,k}\,, \tag{2.5}$$

в которой y_{ir} - объемы перевозки исходного сырья, d_{ir} - затраты на перевозку исходного сырья, a_i - первоначальные обьемы сырьевых ресурсов, u_r^2 - объемы производства полуфабрикатов из исходного сырья, d_r - затраты на производство и хранение полуфабрикатов из исходного сырья, α_{ir} - технология производства полуфабрикатов из исходного сырья, ψ_r^2 и φ_r^2 - нижние и верхние пределы объемов производства полуфабрикатов из исходного сырья.

Задача 3. Транспортные задачи перевозки сырья и определения объемов производства конечной продукции (поток 3 – {z_{is}}). Рассматривается модель производственно-транспортной задачи

$$F_3(Z,v) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{s=1}^{p} e_{is} z_{is} + \sum_{s=1}^{p} e_s v_s^2 \rightarrow min \tag{3.1}$$

$$\sum_{s=1}^{p} z_{is} \le a_i \,, \quad i = \overline{1,m}\,; \tag{3.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_{is} z_{is} = v_s^2, \quad s = \overline{1, p}; \tag{3.3}$$

$$z_{is} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; \; s = \overline{1, p}, \tag{3.4}$$

$$\mu_s^2 \leq v_s^2 \leq \eta_s^2, \quad s = \overline{1, p}, \tag{3.5}$$

в которой z_{is} - объемы перевозки исходного сырья, e_{is} - затраты на перевозку исходного сырья, a_i - первоначальные обьемы сырьевых ресурсов, v_s^2 - объемы производства конечной продукции из исходного сырья, e_s - затраты на производство и хранение конечной продукции из исходного сырья, β_{is} - технология производства конечной продукции из исходного сырья, μ_s^2 и η_s^2 - нижние и верхние пределы объемов производства конечной продукции из исходного сырья.

Задача 4. Транспортные задачи перевозки полуфабрикатов и определения объемов производства конечной продукции (поток 4 – $\{u_{rs}\}$). Рассматривается модель производственно-транспортной задачи

$$F_4(U, u, v) = \sum_{r=1}^{k} \sum_{s=1}^{p} f_{rs} u_{rs} + \sum_{s=1}^{p} f_s v_s^3 \rightarrow min \tag{4.1}$$

$$\sum_{s=1}^{p} u_{rs} \leq u_r^2, \quad r = \overline{1, k}; \tag{4.2}$$

$$\sum_{r=1}^{k} \gamma_{rs} u_{rs} = v_s^3, \quad s = \overline{1, p}; \tag{4.3}$$

$$u_{rs} \geq 0, \quad r = \overline{1, k}; \; s = \overline{1, p}, \tag{4.4}$$

$$\psi_r^2 \leq u_r^2 \leq \varphi_r^2, \quad r = \overline{1, k}, \tag{4.5}$$

$$\mu_s^3 \leq v_s^3 \leq \eta_s^3, \quad s = \overline{1, p}, \tag{4.6}$$

в которой u_{rs} - объемы перевозки полуфабрикатов, f_{rs} - затраты на перевозку полуфабрикатов, u_r^2 - неизвестные объемы производства полуфабрикатов из исходного сырья, v_s^3 - неизвестные объемы производства конечной продукции из полуфабрикатов, f_s - затраты на производство и хранение конечной продукции из полуфабрикатов, γ_{rs} - технология производства конечной продукции из полуфабрикатов, ψ_r^2 и φ_r^2 - нижние и верхние пределы объемов производства полуфабрикатов из исходного сырья, μ_s^3 и η_s^3 - нижние и верхние пределы производства конечной продукции из полуфабрикатов.

Задача 5. Транспортные задачи перевозки полуфабрикатов для конечного потребления (поток 5 – $\{v_{rj}\}$). Рассматривается модель транспортной задачи

$$F_5(V,u)=\sum_{r=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} g_{rj}v_{rj} \to min \tag{5.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} v_{rj} \le u_r^2, \quad r=\overline{1,k}; \tag{5.2}$$

$$\sum_{r=1}^{k} v_{rj} = b_j^2, \quad j=\overline{1,n}; \tag{5.3}$$

$$v_{rj} \ge 0, \quad r=\overline{1,k}; \; j=\overline{1,n}, \tag{5.4}$$

$$\psi_r^2 \le u_r^2 \le \varphi_r^2, \quad r=\overline{1,k}, \tag{5.5}$$

в которой v_{rj} - объемы перевозки полуфабрикатов для конечного потребления, g_{rj} - затраты на перевозку полуфабрикатов для конечного потребления, u_r^2 - неизвестные объемы производства полуфабрикатов из исходного сырья для конечного потребления, b_j^2 - объемы конечного потребления полуфабрикатов, ψ_r^2 и φ_r^2 - нижние и верхние пределы производства полуфабрикатов из исходного сырья.

Задача 6. Транспортные задачи перевозки конечной продукции для конечного потребления (поток 6 – $\{w_{sj}\}$). Рассматривается модель транспортной задачи

$$F_6(W,v)=\sum_{s=1}^{p}\sum_{j=1}^{n} h_{sj}w_{sj} \to min \tag{6.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_{sj} \le v_s^3, \quad s = \overline{1, p}\,; \tag{6.2}$$

$$\sum_{s=1}^{p} w_{sj} = b_j^3, \quad j = \overline{1, n}\,; \tag{6.3}$$

$$w_{sj} \ge 0, \quad s = \overline{1, p}\,; \; j = \overline{1, n}\,. \tag{6.4}$$

$$\mu_s^3 \le v_s^3 \le \eta_s^3, \quad s = \overline{1, p}\,, \tag{6.5}$$

в которой w_{sj} - объемы перевозки конечной продукции, h_{sj} - затраты на перевозку конечной продукции, v_s^3 - неизвестные объемы производства конечной продукции, b_j^3 - объемы потребления конечной продукции, μ_s^3 и η_s^3 - нижние и верхние пределы объемов производства конечной продукции из полуфабрикатов.

Приведенные выше математические модели транспортных и производственно-транспортных задач могут быть решены в отдельности в определенном порядке с целью распределения исходных сырьевых ресурсов, определения объемов производства полуфабрикатов и конечной продукции и нахождения грузовых потоков передвижения сырья, полуфабрикатов и конечной продукции.

Основная проблема в таком процессе последовательного решения задач 1 – 6 состоит в правельном распределение первоначальных обьемов сырьевых ресурсов a_i $i = \overline{1, m}$ для конечного потребления, производства полуфабрикатов и конечной продукции (определение максимальных объемах исползования исходного сырья a_i^1, a_i^2, a_i^3, $i = \overline{1, m}$), а также определения объемов производства полуфабрикатов u_r^2, $r = \overline{1, k}$ и конечной продукции v_s^2, $s = \overline{1, p}$ из исходного сырья и v_s^3, $s = \overline{1, p}$ из полуфабрикатов и исходного сырья.

Одной из возможных схем последовательного решения транспортных задач 1 – 6 может быть следующей:

1) первоначально решается транспортная задача 1, в которой фиксируются значения конечного потребления исходных сырьевых

ресурсов b_j^1 и находится план перевозки x_{ij}^1 с помощью которого определяются остатки сырьевых ресурсов $a_i^2 = a_i - \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^1 \quad i = \overline{1,m}$;

2) при фиксированных остатках сырьевых ресурсов $a_i^2 \quad i = \overline{1,m}$ и объемах производства полуфабрикатов $\bar{u}_r = (\psi_r^2 + \varphi_r^2)/2$, $\quad r = \overline{1,k}$ решается производственно-транспортная задача 2 и находится план перевозки сырья y_{ir}^2 с помощью которого определяются остатки сырьевых ресурсов $a_i^3 = a_i^2 - \sum_{r=1}^{k} y_{ir}^2 \quad i = \overline{1,m}$ и объемы производства полуфабрикатов из исходного сырья $u_r^2 = \sum_{i=1}^{m} \alpha_{ir} y_{ir}^2$, $r = \overline{1,k}$;

3) при фиксированных остатках сырьевых ресурсов $a_i^3 \quad i = \overline{1,m}$ и объемах производства конечной продукции $\bar{v}_s = (\mu_s^2 + \eta_s^2)/2$, $s = \overline{1,p}$ решается производственно-транспортная задача 3 и находится план перевозки сырья z_{is}^3 с помощью которого определяются остатки сырьевых ресурсов $a_i^3 = a_i^2 - \sum_{s=1}^{p} z_{is}^3 \quad i = \overline{1,m}$ и объемы производства конечной продукции $v_s^3 = \sum_{i=1}^{m} \beta_{ir} z_{is}^3$, $s = \overline{1,p}$;

4) при фиксированных объемах производства полуфабрикатов $u_r^2 \quad r = \overline{1,k}$ и объемах производства конечной продукции v_s^3, $s = \overline{1,p}$ решается производственно-транспортная задача 4 и находится план перевозки полуфабрикатов u_{rs}^4 с помощью которого определяются объемы использованных полуфабрикатов $u_r^4 = \sum_{s=1}^{p} u_{rs}^4$, $\quad r = \overline{1,k}$ и объемы производства конечной продукции из полуфабрикатов $v_s^4 = \sum_{r=1}^{k} \gamma_{rs} u_{rs}^4$, $\quad s = \overline{1,p}$;

5) при фиксированных объемах конечного потребления полуфабрикатов b_j^2 и объемах производства полуфабрикатов для конечного потребления u_r^4 $r=\overline{1,k}$ решается транспортная задача 5 и находится план перевозки полуфабрикатов v_{rj}^5 с помощью которого определяются объемы полуфабрикатов для конечного потребления $u_r^5 = \sum_{j=1}^{n} u_{rj}^5$, $r=\overline{1,k}$;

6) при фиксированных объемах конечного потребления продукции b_j^3 и объемах производства конечной продукции для потребления v_s^3, $s=\overline{1,p}$ решается транспортная задача 6 и находится план перевозки конечной продукции w_{sj}^6 с помощью которого определяются остатки полуфабрикатов $v_s^6 = \sum_{r=1}^{k} w_{sj}^6$, $s=\overline{1,p}$.

Последовательное решение транспортных задач 1 – 6 по приведенной выше схеме зависит от фиксированных обьемах конечного потребления сырья, полуфабрикатов и конечной продукции b_j^1, b_j^2, b_j^3, $j=\overline{1,n}$ и от выбранных значениях для объемов производства полуфабрикатов u_r^2, $r=\overline{1,k}$ и объемов производства конечной продукции v_s^2 и v_s^3, $s=\overline{1,p}$.

Другой способ решения задач транспорта и логистики грузовых потоков может быть реализован с помощью задачи линейного программирования. Общая математическая модель задачи определения объемов производства полуфабрикатов и конечной продукции и планов перевозки сырья, полуфабрикатов и конечной продукции может быть построена путем объединения всех шести моделей транспортных задач в одну общюю задачу

$$\Phi(X,Y,V,Z,U,W,u,v) =$$
$$= F_1(X) + F_2(Y,u) + F_3(Z,v) + F_4(U,u,v) + F_5(V,u) + F_6(W,v) \to min$$

при ограничениям

(1.2) – (1.4); (2.2) – (2.5); (3.2) – (3.5);
(4.2) – (4.6); (5.2) – (5.5); (6.2) – (6.5).

Данная задача является задачей линейного программирования, полученная путем объединения всех рассмотренных выше шести транспортных задач, в которой требуется минимизировать общий линейный функционал

$$\Phi(X,Y,V,Z,U,W,u,v)=$$

$$=F_1(X)+F_2(Y,u)+F_3(Z,v)+F_4(U,u,v)+F_5(V,u)+F_6(W,v) \qquad (7.1)$$

при следующих группах ограничений:

1) распределение и перевозка исходного сырья для конечного потребления, производства полуфабрикатов и конечной продукции

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{r=1}^{k} y_{ir} + \sum_{s=1}^{p} z_{is} \le a_i\,,\ i=\overline{1,m} \qquad (7.2)$$

2) перевозка исходного сырья для конечного потребления

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j^1\,,\ j=\overline{1,n} \qquad (7.3)$$

3) перевозка исходного сырья и определение объемов производства полуфабрикатов

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_{ir} y_{ir} - u_r^2 = 0,\ r=\overline{1,k} \qquad (7.4)$$

4) определение объемов производства конечной продукции из исходного сырья и их перевозка для конечного потребления

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_{is} z_{is} - v_s^2 = 0,\ s=\overline{1,p} \qquad (7.5)$$

5) распределение и перевозка полуфабрикатов для производства конечной продукции и для конечного потребления

$$\sum_{s=1}^{p} u_{rs} + \sum_{j=1}^{n} v_{rj} - u_r^2 = 0,\ r=\overline{1,k} \qquad (7.6)$$

6) определение объемов производства конечной продукции из исходного сырья и полуфабрикатов, их перевозка для конечного потребления

$$\sum_{r=1}^{k} \gamma_{rs} u_{rs} + \sum_{j=1}^{n} w_{sj} - v_s^3 = 0,\ s=\overline{1,p} \qquad (7.7)$$

7) перевозка полуфабрикатов для конечного потребления

$$\sum_{r=1}^{k} v_{rj} = b_j^2, \ j = \overline{1,n} \tag{7.8}$$

8) перевозка и обеспечение объемов конечного потребления исходного сырья, полуфабрикатов и конечной продукции

$$\sum_{s=1}^{p} w_{sj} = b_j^3, \ j = \overline{1,n} \tag{7.9}$$

9) обеспечение объемов производства конечной продукции и полуфабрикатов в заданных пределах

$$u_r \le \varphi_r, \ r = \overline{1,k} \tag{7.10}$$

$$u_r \ge \psi_r, \ r = \overline{1,k} \tag{7.11}$$

$$v_s \le \eta_s, \ s = \overline{1,p} \tag{7.12}$$

$$v_s \ge \mu_s, \ s = \overline{1,p} \tag{7.13}$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad i = \overline{1,m}; \ j = \overline{1,n}, \tag{7.14}$$

$$y_{ir} \ge 0, \quad i = \overline{1,m}; \ r = \overline{1,k}, \tag{7.15}$$

$$z_{is} \ge 0, \quad i = \overline{1,m}; \ s = \overline{1,p}, \tag{7.16}$$

$$u_{rs} \ge 0, \quad r = \overline{1,k}; \ s = \overline{1,p}, \tag{7.17}$$

$$v_{rj} \ge 0, \quad r = \overline{1,k}; \ j = \overline{1,n}, \tag{7.18}$$

$$w_{sj} \ge 0, \quad s = \overline{1,p}; \ j = \overline{1,n}. \tag{7.19}$$

Задача линейного программирования (7.1) – (7.19) имеет блочно-диагональную структуру со связующими ограничениями (7.2), (7.6) и (7.7) и связующими переменными u_r^2, v_s^2 и v_s^3. Также ограничения задачи (7.1) – (7.19) имеют транспортную и производственно-транспортную структуру. Если для ее решения использовать декомпозиционный метод Корнаи-Липтака распределения исходных сырьевых ресурсов a_i и схем декомпозиции по переменным u_r^2, v_s^2 и v_s^3 с применением субгадиентных методах, то на каждой итерации решаются соответствующие транспортные и производственно-транспортные задачи 1 – 6 при заданных объемах a_i^1, a_i^2, a_i^3, $i = \overline{1,m}$ и фиксированных переменных u_r^2, v_s^2 и v_s^3.