ПРАКТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДА EQR ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А.И. КОСОЛАП,
Украинский государственный химико-технологический университет,
Днепр, Украина
anivkos@ua.fm

Аннотация. *Приводятся результаты многочисленных сравнительных численных экспериментов по решению мультимодальных задач. Эти эксперименты показывают большую практическую эффективность метода EQR.*
Ключевые слова: *мультимодальные задачи, метод точной квадратичной регуляризации.*

Оптимизационные модели практических задач можно разбить на четыре класса по своей сложности. Это линейные задачи, выпуклые, дискретные и мультимодальные. Существуют и другие более частные классы оптимизационных задач. Дискретные модели можно легко преобразовать к мультимодальным. Таким образом, большинство практических задач являются мультимодальными. Для каждого из перечисленных классов задач разработано достаточно большое число методов. Возникает проблема практической эффективности этих методов. Были проведены значительные исследования по полиномиальной сложности методов. Однако, не всегда полиномиальный метод лучше неполиномиального метода при решении практических задач. Это установлено для симплекс-метода, который является неполиномиальным, но при решении практических линейных задач значительно превосходит полиномиальный эллипсоидный метод. Поэтому в последние годы проверку эффективности методов осуществляют посредством решения тестовых и практических задач. Особенно практическая эффективность актуальна для мультимодальных задач, так как построить полиномиальный алгоритм для решения этого класса задач практически невозможно, учитывая большое разнообразие таких задач. Поэтому разработано множество тестовых и практических задач мультимодальной условной и безусловной оптимизации.

Мультимодальные задачи безусловной оптимизации преимущественно тестовые. Достаточно полный их перечень (175 задач) представлен в работе [1]. Мультимодальные задачи условной оптимизации, преимущественно практического содержания, представлены в двух базах Globallib Model Statistics и Minlplib Model Statistics (всего 668 задач), которые легко найти в Internet. Если не учитывать задачи малой размерности (число переменных меньше 10 и большой размерности – число переменных больше 500), то останется 277 задач (113 задач первой базы и 164 задачи второй базы). Первая база содержит задачи с непрерывными переменными, а вторая – с непрерывными и дискретными переменными (булевыми и целочисленными). Эти базы были созданы в 2001 году и вот уже 20 лет на задачах из этих баз проверяется практическая эффективность новых методов и программ глобальной оптимизации. Для большинства задач из этих баз приведены лучшие найденные на сегодняшний день решения. Если для большинства тестовых задач безусловной оптимизации точные решения известны, то для задач условной оптимизации решения неизвестны.

При проверке практической эффективности методов глобальной оптимизации возникают проблемы, которые приводятся в статье [2]. Мы также ставим под сомнение эффективность такой проверки по следующим соображениям. Существующие методы глобальной оптимизации, как правило, содержат множество настраиваемых параметров. Если решение задачи известно, то всегда можно настроить параметры метода так, чтобы он позволил найти известное решение. Поэтому база тестовых задач безусловной глобальной оптимизации требует обновления. Необходимо построить несепарабельные тестовые задачи произвольной размерности с неизвестными решениями. Сегодня такими являются только функции Rana и Egg Holder. Много полиномиальных тестовых функций произвольной размерности с неизвестными решениями было предложено в работе [3]. Автор обобщил некоторые известные тестовые функции, а также предложил новые несепарабельные с неизвестными решениями. Проверка эффективности методов для таких функций будет значимой, так как лучшее найденное решение будет свидетельствовать о лучшем методе. Возникают вопросы эффективности методов при решении задач условной оптимизации.

Решение таких задач зависит от точности выполнения ограничений. Можно учитывать худшую или среднюю погрешность выполнения ограничений и от этого результат решения может быть различным. Поэтому проверка эффективности метода на задачах условной оптимизации не является информативной. По мнению автора, проверку эффективности методов глобальной оптимизации необходимо производить на задачах безусловной оптимизации с неизвестными решениями.

Автор разработал метод точной квадратичной регуляризации (EQR) для решения мультимодальных задач, который показал высокую практическую эффективность при решении тестовых задач условной и безусловной оптимизации из приведенных баз [4]. Квадратичная регуляризация использовалась автором для преобразования общей мультимодальной задачи к задаче максимума нормы вектора в евклидовом пространстве на выпуклом множестве. Решение последней задачи, как оказалось, значительно проще. Преобразованная задача содержит два параметра, которые должны удовлетворять заданным условиям и две новых переменных. Значение одной из этих переменных находим методом дихотомии, решая на каждой итерации преобразованную задачу какой-либо программой локальной оптимизации, лучше, реализующей прямо-двойственный метод внутренней точки. Далее, мы приведем результаты численных экспериментов. Метод EQR позволил найти лучшие решения для всех решенных тестовых задач с известными решениями. Для тестовых функций Rana и Egg Holder были найдены значительно лучшие решения, чем найдены другими методами (результаты см. в табл. 1). Также лучшие решения были получены для тестовых полиномиальных функций J. Nie. Для 7 таких функций из 15 получены лучшие решения. Для прикладных задач условной оптимизации из базы Globallib Model Statistics методом EQR было решено более 100 задач. Для задач с совпадающей верхней и нижней оценкой целевой функции метод EQR позволил найти это значение функции, а для задач с несовпадающими оценками были получены лучшие решения. Также для задач второй базы с несовпадающими оценками методом EQR были получены лучшие решения. Некоторые из этих решений приведены в табл. 1 и это при том, что данные задачи решаются уже 20 лет различными методами.

Таблица 1.

Результаты численных экспериментов

№ п/п	Задача	*n*	*m*	Решение, полученное методом EQR	Лучшее решение, полученное другими методами
1	Egg Holder	100	0	**-89948,532**	-89938
2	Rana	100	0	**-50865,131**	-41047,18
3	Ex5_4_2	8	6	**6683,320376**	7512,230145
4	Chain50	102	51	**0,09259**	5,07226
5	Prob7	14	35	**154990,229**	155153,544
6	Ex3	32	31	**60,5531381**	68,0097
7	Ex8_3_8	126	93	**-10,00001**	-3,256
8	btest14	135	93	**-10938,246**	-59,81738781
9	water	32	25	**904,902143**	906,3519
10	Ex8_2_4b	62	88	**-1644,23**	-1197,13
11	pump	24	34	**16139,84**	128893,74
12	Ex8_3_7	126	92	**-7,18881**	-1,2326
13	minlphi	65	47	**568,9207**	582,2361
14	Ex8_3_11	116	76	**-10**	-0,7921
15	waterz	195	138	**906,998**	907,017
16	waterx	70	55	**891,8463569**	909,0278626
17	korcge	95	77	**-521,1160511**	-339,213
18	deb10	183	130	**39,99998**	90

Для некоторых задач из табл.1 точки минимума приведены в книге [4] в которой приведены 352 мультимодальные задачи с решениями.

Литература

1. Jamil, M, Yang, XS. A literature survey of benchmark functions for global optimization problems // Int. J. Math. Model Numer. Optim. – 2013. – Vol. 4, no. 2. – P. 150–194.
2. Beiranvand V., Hare W., Lucet Y. Best practices for comparing optimization algorithms // Optimization and Engineering. – 2017. – Vol. 18. – P. 815–848.
3. Nie J., Wang L. Regularization methods for SDP relaxations in large-scale polynomial optimization // SIAM Journal on Optimization. – 2012. – Vol. 22. – P. 408–428.
4. Kosolap A. Practical Global optimization. – Dnipro: Publisher Bila K.O., 2020. – 192 p.