МНОГОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

КНОПОВ П.С., ПЕПЕЛЯЕВА Т.В.,
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова
НАН Украины, Киев, Украина
knopov1@yahoo.com

Аннотация. *Предложены методы и алгоритмы нахождения оптимальных стратегий для ряда многомерных марковских моделей теории запсов.Используется аппарат управляемых случайных процессов. Аналогичные результаты могут быть получены и для полумарковских моделей теории запасов.*

Ключевые слова: *стратегия, критерий, управление, оптимальность,случайный процесс*

Рассмотрим модель управления системой с многомерными фазовым пространством и пространством принятия решений.

Пусть пространство состояний является декартовым произведением m множеств, т.е. $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_m$. Пространство принимаемых решений $A = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_m$.

Для каждой пары $x_i \in X_i$, $a_i \in A_i$ обозначим $r_i(x_i, a_i)$ – ожидаемые издержки (затраты) за один период, если i-я подсистема находится в состоянии x_i в начале периода, и принимается решение $a_i \in A_i$.

Пусть ожидаемые издержки всей системы за один период $r(x,a)$, где $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$, $a = (a_1, a_2, \ldots, a_m)$ является сепарабельной, т.е. имеет вид $r(x,a) = \sum_{i=1}^{m} r_i(x_i, a_i)$.

Далее будем считать, что пространства X_i, A_i, $i = 1,\ldots,m$ и функции $r_i(x_i, a_i)$ удовлетворяют соответствующим условиям, приведенных выше для $r(x,a)$ общего вида.

Тогда критерий φ оптимальности данной стратегии запишем следующим образом:

$$\varphi(x,\delta)=$$

$$\lim_{n\to\infty}\sup\frac{1}{n+1}E_x^{\delta}\sum_{k=0}^{n} r(X_k,D_k)=\lim_{n\to\infty}\sup\frac{1}{n+1}E_x^{\delta}\sum_{k=0}^{n}\sum_{i=1}^{m} r_i(x_i^k,d_i^k),$$

где $X_k=(x_1^k,x_2^k,...,x_m^k)$ – состояние системы в момент времени k, $D_k=(a_1^k,a_2^k,...,a_m^k)$ – выбранное управление в момент времени k.

Обозначим $\Xi_1(X)$ – банахово пространство ограниченных измеримых по Борелю функций на X с нормой $v(x)=\sum_{i=1}^{m}\sup_{x_i\in X_i}|v_i(x_i)|$.

Доказано следующее утверждение.

Теорема. Пусть A – компактное пространство и отображение $A:X\to 2^A$ полунепрерывно сверху, пусть существует $\mu_i(X_i)>0$ на $(X,\aleph)$, $i=\overline{1,m}$:

$$\mu_i(X_i)\le Q_i(B_i/x_i,a_i),\ \ B_i\in\aleph,\ \ i=\overline{1,m}.$$

Пусть также выполнены следующие условия:

1) функции $r_i(x_i,a_i)$ полунепрерывны снизу на (x_i,a_i);

2) переходные вероятности $Q_i(B_i/x_i,a_i)$ слабо непрерывны на (x_i,a_i).

Тогда в классе стационарных марковских детерминированных стратегий существует оптимальная стратегия с минимальной стоимостью

$$W=\int V(x)\mu(dx)\text{, где } V=\inf_{a\in A}\left\{r(x,a)+\int_X V(y)Q'(dy/x,a)\right\}=$$

$$=\sum_{i=1}^{m}\inf_{a_i\in A_i}\{r_i(x_i,a_i)+\int_{X_i}V_i(y_i)[Q_i(dy_i/x_i,a_i)-\mu_i(dy_i)\prod_{j=1,j\ne i}^{m}\mu_j(x_j)]\}.$$