

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ ПАНДЕМИ НА ПРОДОВОЛЬСТВЕННУЮ БЕЗОПАСНОСТЬ

К.Л. АТОЕВ,
Институт кибернетики НАН
Украины, Киев, Украина
konstantin_atoiev@yahoo.com

***Аннотация.** Предложена математическая модель для исследования взаимосвязи производства продовольствия, его транспортировки и медицинских последствий эпидемий. Определены условия, при которых она сводится к модели метастабильного хаоса Лоренца. Особенностью модели является суперпозиция квазистохастических аттракторов и возмущений, описываемых винеровскими процессами.*

***Ключевые слова:** стохастические процессы, оптимальное управление, экономико-математические модели, модель Лоренца, продовольственная безопасность*

Как показала пандемия COVID-19, противоэпидемические мероприятия становятся тяжелым бременем для экономики, так как затрагивают целый комплекс экологических, экономических и социальных процессов, влияющих на благосостояние общества, экономическую активность и продовольственную безопасность. Борьба с пандемией становится невозможной без исследования ее влияния на экономику, позволяющее с помощью математических моделей определить эффективные стратегии минимизации количества жертв и экономического ущерба при различных сценариях развития эпидемии.

Противоречивость данных о природе вируса и путях его распространения создает дополнительную проблему, поскольку неполнота выборки и стохастическая природа эпидемической системы снижают эффективность традиционных статистических методов. Поэтому особую актуальность приобретает разработка стохастических моделей, позволяющих учесть влияние случайных возмущений, которые становятся дополнительными факторами увеличения уровня нестабильности.

Вводимые при пандемии локдауны, транскордонные и внутренние ограничения передвижения, приводят к снижению качества и количества рабочих мест в цепочках поставок продовольствия, замедляют функционирование этих цепочек, ограничивают доступ к продовольствию. Сокращается как спрос, так и предложение вследствие снижения экономической активности и роста безработицы. Поэтому модель для изучения влияния пандемии на продовольственную безопасность должна включать наряду с блоком, описывающим эпидемическую часть проблемы, блоки производства и доставки продовольственных ресурсов. Модель должна учитывать стохастическую природу распространения вируса, и позволять рассчитывать динамику спроса и предложения, количества рабочих мест и количество производимой продукции. В качестве такой модели будет использована три секторальная модель Лоренца, которая в [1-3] применялась для исследования взаимосвязи продовольственных, водных и энергетических ресурсов.

Рассмотрим три производственные системы (ПС), которые имеют отношение к производству продовольствия, его доставке и медицинской инфраструктуре. В условиях конкуренции между ними за рабочую силу, рост производства в одной отрасли будет тормозить создание рабочих мест в других. Изменчивость урожайности сельскохозяйственных культур, колебания цен на энергоносители, изменения баланса водных ресурсов, вызванных погодными условиями, введение новых технологий, которые значительно меняют производительность рабочих мест, и глобальные пандемии инфекционных заболеваний - все это провоцирует случайные возмущения, которые становятся дополнительными факторами увеличения уровня структурных нарушений в ПС. Стохастическая три секторальная модель Лоренца имеет следующий вид:

$$\varepsilon_i \frac{dx_i}{dt} = \sigma_i (y_i - x_i) + \delta_i \dot{w}_{i1}, \quad \varepsilon_i \frac{dy_i}{dt} = r_i x_i F_i(x_1, x_2, x_3) - y_i + \delta_i \dot{w}_{i2},$$

$$\varepsilon_i \frac{dz_i}{dt} = x_i y_i - b_i z_i + \delta_i \dot{w}_{i3},$$

где x_i , y_i , z_i – соответственно безразмерные переменные, которые зависят от уровней производственной функции, количества рабочих

мест и нарушений ($i = 1, 2, 3$ – соответственно для ПС производства продовольствия ресурсов, их транспортирования и медицинской инфраструктуры), адаптационных возможностей, числа нарушений, спросов и предложений на увеличение числа рабочих мест и продукцию i -ой ПС; $w_{i,j}(t)$ – независимые стандартные винеровские процессы с параметрами $E(w_{ij}(t)-w_{ij}(s))=0$, $E(w_{ij}(t)-w_{ij}(s))^2=|t-s|$, δ_j – интенсивности возмущений ($j = 1, 2, 3$). Процессы в различных ПС могут протекать с различными скоростями, масштабирование времени по секторам осуществляется с помощью параметров ε_i .

Определены условия возникновения детерминированного хаоса в данной модели. Рассмотрена задача оптимального управления с целью минимизации нарушений. Для численного решения задачи использовался модифицированный метод случайного поиска - метод стохастического градиента. Как следует из результатов моделирования, минимизация числа структурных нарушений достигается при одновременном выполнении следующих условий: 1) снижении соотношения удельных предложений на продукцию ПС и рабочих мест в ней; 2) снижении соотношения удельных спросов и предложений: а) на продукцию ПС, б) на количество рабочих мест в ПС; 3) увеличении, а затем уменьшении удельного предложения рабочих мест в ПС.

Отличительной особенностью предложенной модели является суперпозиция квазистохастических странных аттракторов Лоренца и случайных возмущений, описываемых винеровскими процессами. Рассмотрено влияние случайных возмущений на стохастическую деформацию детерминированных аттракторов модели Лоренца. Показано, что траектории стохастической системы при случайных возмущениях покидают детерминированный аттрактор и образуют вокруг него некоторый пучок с соответствующим вероятностным распределением.

Уровень продовольственной безопасности определяется с помощью метода гладких функций, с помощью индикаторов, являющихся функциями переменных рассмотренной модели. Он зависит от степени приближения их значений к бифуркационным значениям, по достижении которых нарушается сбалансированность системы, и она переходит в своем развитии из одного устойчивого состояния в другое.

Рассмотрена возможность дальнейшего усложнения модели за счет учета других секторов экономики с помощью модели Лоренца в комплексной форме. Задача исследования n секторов экономики сводится в этом случае к рассмотрению поведения ансамбля n связанных осцилляторов, генерирующих колебания с частотами ω_n соответственно. Коллективная синхронизация данных осцилляторов может быть исследована с помощью модели Курамото. Задача управления социально-экономическим развитием в условиях возникновения хаотических режимов сводится для комплексной модели к управлению частотой поля с ненулевым средним, которое генерируется связанными осцилляторами.

Литература.

1. Atoev K., Knopov P., Pepeliaev V. et al. The mathematical problems of complex systems investigation under uncertainties //Recent advanced in information technologies / Ed. W.Wojcik & Jan Sikora – London: Taylor & Francis Group, 2018. – P. 135 – 171.
2. Food, energy and water nexus: methodology of modeling and risk management / Atoev K.L., Golodnikov A.N., Gorbachuk V.M., Ermolieva T.Yu., Ermoliev Yu.M., Kiriljuk V.S., Knopov P.S., Pepeljaeva T.V. // FEW Nexus for Sustainable Development: Integrated Modeling & Robust Management/ Eds by Zagorodny A.G., Ermoliev Yu.M., Bogdanov V.L., Ermolieva T.Yu. et al. – Kyiv: Akadempriodyka, 2020. –P. 250–302.
3. Атоев К.Л., Вовк Л.Б., Шпига С.П. Исследование взаимосвязи продовольственных, энергетических и водных ресурсов с помощью трехсекторальной модели Лоренца // Проблемы управления и информатики. – 2021. –№ 3. – С. 141–152.