

SECTORUL BANCAR: UNELE MODELE DECIZIONALE ÎN CONTEXTUL STĂRII DE INCERTITUDINE

LILIAN GOLBAN, ASEM, Republica Moldova
golban.lilian@gmail.com

Rezumat. Banca comercială, ca agent economic, își desfășoară activitățile, urmărind ca scop îmbunătățirea potențialului financiar, în condiții de maximă atenție a reacției celor 2 medii de bază cu care se confruntă: creditorii și debitorii. La rândul său, oricare agent economic, deponentul sau solicitantul de credite tinde să obțină o rată a dobânzii cât mai mare și, respectiv, invers. Lucrarea de față propune o analiză a optimizării modelului bancar, în viziunea acestei abordări din perspectivele Wald și Savage, considerând că volumul ofertei de mijloace bănești de la deponenți reprezintă o funcție liniară, în creștere în raport cu ratele dobânzilor la depozite, pe când volumul ofertei de mijloace bănești pentru creditare reprezintă o parte din volumul cererii la această sumă.

Abstract. The commercial bank, as an economic player, carries out its activities, aiming to improve financial potential, in conditions of maximum attention to the reaction of the 2 basic environments they face: creditors and debtors. In turn, each economic agent, the depositor, or the loan applicant tends to obtain an interest rate as high as possible and vice versa. This paper proposes an analysis of the optimization of the banking model, in view of the approach from the perspective of Wald and Savage criteria, considering that the volume of the money supply from depositors represents a linear function, increasing in relation to interest rates on deposits, while the volume of supply of funds for lending is a part of the volume of demand for this amount.

Cuvinte cheie: model bancar, politici bancare, proces decizional, incertitudine.

Fie că se consideră că cele două operațiuni de bază ale unei bănci comerciale, prin care se poate majora profiturile proprii, sunt:

- depozitelor bănești - cantitatea acestor oferte (depozite) fiind de $\varphi(\alpha)$ unități monetare la o rată a dobânzii de $\alpha \cdot 100$;

- creditelor bănești - o parte din mijloacele bănești disponibile vor fi orientate către activitatea de creditare, unde $\phi(\beta)$ reprezintă cererea la bani din partea debitorilor, cu o rată a dobânzii la creditele de $\beta \cdot 100$.

În particular, se admite că $\varphi(\alpha)$ (funcția pentru depunerile de depozite) și $\phi(\beta)$ (funcția cererii la credite) sunt liniare, diferențiabile și descrise, după cum urmează:

$$\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1, \quad 0 < \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha} < 1;$$

$$\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2, \quad 0 < \underline{\beta} \leq \beta \leq \bar{\beta} < 1;$$

Se consideră τ - rata de satisfacere a cererii la credite, stabilite prin $\phi(\beta)$.

Din considerente economice, se stabilește că volumul creditelor nu poate depăși valoarea monetară rămasă din diferența sumei totale a depozitelor $\varphi(\alpha)$ și a unor rezerve bancare (numite și "volum strategic") - $\varphi_0 \geq 0$.

Apriori, φ_0 poate fi indicat expres sau determinat ca o parte anumită din $\varphi(\alpha)$. Astfel, $\tau\phi(\beta) \leq \varphi(\alpha) - \varphi_0$. Comportamentul economic al unei bănci comerciale determină ca, pentru asigurarea unui venit comercial > 0 , să fie considerată doar relația $\alpha < \beta$.

Se presupun următoarele:

- funcția $\varphi(\alpha)$ se postulează de a fi pozitivă și strict crescătoare pe intervalul $[\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$. Se constată elementar că $\alpha\varphi(\alpha)$ este convexă pe $[\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$.

- funcția $\phi(\beta)$ este pozitivă și strict descrescătoare pe intervalul $[\underline{\beta}, \bar{\beta}]$. De asemenea, se poate demonstra că $\beta\phi(\beta)$ este concavă pe $[\underline{\beta}, \bar{\beta}]$.

Venitul băncii, condiționat de operațiunea de atragere a depozitelor și cea de creditare, dar și de alegerea parametrului τ , se va nota cu $R(\alpha, \beta, \tau)$. Astfel, $R(\alpha, \beta, \tau) = \tau(1 + \beta)\phi(\beta) - (1 + \alpha)\varphi(\alpha)$.

Modelul matematic obținut este:

$$R(\alpha, \beta, \tau) \rightarrow \max_{(\alpha, \beta, \tau)}$$

$$\tau\phi(\beta) \leq \varphi(\alpha) - \varphi_0$$

$$\Psi = \tau\phi(\beta) - \varphi(\alpha) + \varphi_0 =$$

$$= \tau \cdot (-a_2 \cdot \beta + b_2) - (a_1 \cdot \alpha + b_1) + \varphi_0 =$$

$$= -a_2 \cdot \beta \cdot \tau + b_2 \cdot \tau - a_1 \cdot \alpha - b_1 + \varphi_0$$

$$(\alpha, \beta, \tau) \in D = \{(\alpha; \beta) : \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}; \underline{\beta} \leq \beta \leq \bar{\beta}; 0 \leq \tau \leq 1\}$$

Se poate constata că funcția $R(\alpha, \beta, \tau)$ este concavă pe mulțimea D în raport cu (α, β, τ) .

Reieșind din linearitatea funcțiilor $\varphi(\alpha)$ și $\phi(\beta)$, inclusiv și modalitatea de definire a funcției $R(\alpha, \beta, \tau)$, se deduce în [Godonoagă A., 2013]

că $R(\alpha, \beta, \tau) = \tau[-a_2\beta^2 + (b_2 - a_2)\beta + b_2] + [-a_1\alpha^2 - (a_1 + b_1)\alpha - b_1]$, ceea ce confirmă concavitățile funcției $R(\alpha, \beta, \tau)$ în raport cu (α, β, τ) .

Criteriul WALD. Considerând incerte valorile coeficienților a_i , b_i , dar admitând cunoscute intervalele posibile de variație a acestora $[\underline{a_i}, \bar{a_i}]$; $[\underline{b_i}, \bar{b_i}]$, politicile băncii comerciale ar putea fi elaborate în diverse viziuni (criterii). În particular, aplicând criteriul Wald, varianta optimă (setul optim) de decizie $(\alpha_w^*(a_i, b_i), \beta_w^*(a_i, b_i), \tau_w^*(a_i, b_i))$ se determină din condiția:

$$R_w(\alpha_w^*(a_i, b_i), \beta_w^*(a_i, b_i), \tau_w^*(a_i, b_i)) = \max_{(\alpha, \beta, \tau)} \min_{(a_i, b_i)} R(\alpha, \beta, \tau)$$

$$\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1$$

$$\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2$$

$$\Psi(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i) = -a_2 \cdot \beta \cdot \tau + b_2 \cdot \tau - a_1 \cdot \alpha - b_1 + \varphi_0$$

$$(\alpha, \beta, \tau) \in D = \{(\alpha, \beta, \tau) : \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}; \underline{\beta} \leq \beta \leq \bar{\beta}; \underline{\tau} \leq \tau \leq \bar{\tau}\}$$

Pentru comoditate, se poate considera o notație mai comodă și echivalentă pentru $R_W(\alpha_W^*(a_i, b_i), \beta_W^*(a_i, b_i), \tau_W^*(a_i, b_i))$ și anume $R_W(\alpha_W^*, \beta_W^*, \tau_W^*)$.

Conform unei modificări a metodei gradientului generalizat [Godonoagă A., 2011], urmează a se construi un algoritm care va soluționa problema de maximizare a funcției $R_W(\alpha_W^*, \beta_W^*, \tau_W^*)$ pe D.

Inițial, se va considera că $i=1, 2$, iar funcțiile, care descriu comportamentul depunerii de depozite și a solicitării creditelor vor fi $\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1$ și, respectiv, $\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2$.

Urmează să se realizeze un calcul iterativ, pentru fiecare $k=0, 1, 2, \dots$, în raport cu funcțiile $R(\alpha, \beta, \tau)$ și $\Psi(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i)$, unde se generează independent 2 seturi aleatorii (a_i^R, b_i^R) și (a_i^Ψ, b_i^Ψ) respectiv, în corespundere cu o oarecare lege de repartiție (în particular - repartiție uniformă), din intervalele $[\underline{a_i}, \bar{a_i}]$ și $[\underline{b_i}, \bar{b_i}]$.

Criteriul SAVAGE. Conform lui Savage [SAVAGE L. J., 1951], dacă venitul garantat este reprezentat de valoarea maximă a funcției $r(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i) = R(\alpha, \beta, \tau)$, care s-ar obține pentru varianta de decizie $r(\alpha^*(a_i, b_i), \beta^*(a_i, b_i), \tau^*(a_i, b_i))$ notat cu $\max_{(\alpha, \beta, \tau)} r(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i)$, se definește funcția

$$\bar{r}(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i) = r(\alpha^*(a_i, b_i), \beta^*(a_i, b_i), \tau^*(a_i, b_i)) - r(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i)$$

- numită și funcția regretelor.

Deci, problema minimizării funcției scop Savage se va descrie în forma:

$$R_S(\alpha_S, \beta_S, \tau_S) = \max_{(a_i, b_i)} [\bar{r}(\alpha, \beta, \tau, a_i, b_i)] \rightarrow \min_{(\alpha, \beta, \tau) \in D}.$$

De asemenea, se menționează că $R_S(\alpha_S, \beta_S, \tau_S)$ este o funcție convexă în raport cu setul $(\alpha_S, \beta_S, \tau_S)$ pe domeniul D.

Pentru soluționarea modelului propus, se va considera următoarea schemă:

1) În conformitatea cu o oarecare lege de distribuție (în particular - uniformă) pe domeniul D, se generează un set de elemente (fiind și vectori aleatorii independenți)

$(a_i, b_i, \tau)^1, (a_i, b_i, \tau)^2, \dots, (a_i, b_i, \tau)^l, \dots, (a_i, b_i, \tau)^L$. Orice set $(a_i, b_i, \tau)^l$, $l = \overline{1, L}$, poate fi privit ca un eșantion din mulțimea D. Dacă $i = 1, 2$, atunci orice set $(a_i, b_i, \tau)^l$ va avea componentele $(a_1, b_1, a_2, b_2, \tau)^l \equiv (a_1^l, b_1^l, a_2^l, b_2^l, \tau^l)$.

2) Se vor considera L probleme de optimizare, numite și "probleme interne". Cu $R^l(\alpha^l, \beta^l, \tau^l)$ se notează $r^l(\alpha^l, \beta^l, \tau^l, a_i^l, b_i^l) \rightarrow \max_{(\alpha, \beta, \tau)}$, $l = \overline{1, L}$.

$$r^l(\alpha^l, \beta^l, \tau^l, a_i^l, b_i^l) = \tau^l(1 + \beta^l)\phi(\beta^l) - (1 + \alpha^l)\phi(\alpha^l)$$

Fie că $(\alpha^{*l}(a_i^l, b_i^l), \beta^{*l}(a_i^l, b_i^l), \tau^{*l}(a_i^l, b_i^l))$ este soluția optimă a problemei $l = \overline{1, L}$ și $r^{*l} = \max_{(\alpha, \beta, \tau)} r^l(\alpha^l, \beta^l, \tau^l, a_i^l, b_i^l)$, $l = \overline{1, L}$.

3) Se consideră că "problema externă" reprezintă o aproximare stocastică a criteriului Savage, cu forma:

$$R_S^{L+1}(a_i, b_i, \tau) = \max_{1 \leq l \leq L} [r^{*l} - r^l] \rightarrow \min_{(\alpha, \beta, \tau)}.$$

4) Se construiesc L șiruri de forma $(a_i^{kl}, b_i^{kl}, \tau^{kl})$ și un șir (a_i^k, b_i^k, τ^k) , $l = \overline{1, L}$, $k = 0, 1, \dots$, unde $(a_i^{0l}, b_i^{0l}, \tau^{0l})$ și (a_i^0, b_i^0, τ^0) sunt seturi de start, generate aleatoriu din mulțimea D.

5) Se construiesc două șiruri h_k și δ_k , similar criteriului Wald.

6) Fiind deja determinate punctele $(a_i^{kl}, b_i^{kl}, \tau^{kl}), l = \overline{1, L}$, și $(a_i^k, b_i^k, \tau^k), k = 0, 1, \dots$, se vor calcula elementele $(a_i^{(k+1)l}, b_i^{(k+1)l}, \tau^{(k+1)l})$ și $(a_i^{k+1}, b_i^{k+1}, \tau^{k+1})$.

CONCLUZIE.

În această lucrare se descriu aspectele teoretice ale aplicabilității criteriilor WALD și SAVAGE, ajustate la problema de maximizare a profitului unei bănci comerciale cu utilizarea directă a tehnicii gradientului generalizat. Algoritmul descris pentru criteriul pesimist, este caracterizat prin oferirea unei soluții care, fiind ulterior aplicată, va garanta, pentru instituția bancară, un anumit profit, în pofda realizării chiar și celei mai nefavorabile stări ale naturii. Evident că, pentru situațiile când se tinde să se obțină un profit maxim, dar cuantumul regretului să fie minim, este recomandabil să fie aplicat criteriul SAVAGE. Există certitudinea că implementarea acestor algoritmi, în activitatea practică a unei instituții bancare, ar putea oferi rezultate efective pentru scopul definit și, de asemenea, ar reprezenta un suport temeinic în procesul de luare a deciziilor atât la etapa de creditare, cât și cea de atragere a deponenților.

BIBLIOGRAFIE.

1. GODONOAGĂ A., GURGHÎȘ M. A dynamic model for bank portfolio management. In: Mathematics & Information Technologies: Research and Education (MITRE -2013)” : conf. intern., 18-22 august 2013. Chișinău, 2013. pp. 47-48;
2. GODONOAGĂ A., BARACTARI A., Modele economice nediferențiabile. Aspecte decizionale. Editura ASEM, Chișinău – 2011, pp. 52-100;
3. SAVAGE L. J., The theory of statistical decision. J. Amer. Statist. Assoc., 1951, vol. 46, No 1, pp. 55-67.