

UN ALGORITM DE CLASIFICARE A GRAFURILOR NEORIENTATE PENTRU SOLUȚIONAREA PROBLEMEI DE ACOPERIRE CU MULȚIMI d -CONVEXE

Radu BUZATU,
Universitatea de Stat din Moldova,
Chișinău, Moldova
radubuzatu@gmail.com

Se propune un algoritm eficient de clasificare a grafurilor neorientate. Algoritmul elaborat are complexitatea polinomială și poate fi folosit la soluționarea problemei de acoperire a grafurilor cu mulțimi d -convexe.

Cuvinte cheie: *acoperire d -convexă, algoritm.*

An efficient algorithm for graph classification is proposed. The developed algorithm has a polynomial complexity and it can be used for solving convex covering problem of graphs.

Keywords: *convex cover, algorithm*

Vom nota prin $G = (X, U)$ un graf neorientat cu mulțimea de vârfuri X și mulțimea de muchii U . Vom nota prin $x \sim y$ două vârfuri adiacente $x, y \in X$. Vecinătatea vârfului x o vom nota prin $\Gamma(x)$.

Reamintim două noțiuni fundamentale de care vom avea nevoie în continuare [1]:

- a) *Segment metric* $\langle x, y \rangle$ – mulțimea vârfurilor ce aparțin tuturor lanțurilor de lungime minimă cu extremitățile în $x, y \in X$.
- b) *Mulțimea d -convexă* – mulțimea $S \subseteq X$ cu proprietatea: $\langle x, y \rangle \subseteq S$ pentru orice două vârfuri $x, y \in S$.

Conform lucrării [2], vom spune că familia de mulțimi $\mathcal{P}(G)$ este o acoperire d -convexă a grafului $G = (X, U)$ dacă sunt satisfăcute următoarele condiții:

- 1) orice mulțime din $\mathcal{P}(G)$ este d -convexă în G ;

$$2) X = \bigcup_{Y \in \mathcal{P}(G)} Y;$$

$$3) Y \not\subseteq \bigcup_{Z \in \mathcal{P}(G), Z \neq Y} Z \text{ pentru orice } Y \in \mathcal{P}(G).$$

Este cunoscut faptul că problema generală de acoperire a grafului neorientat cu mulțimi d -convexe este NP-completă [2,3]. În rezultatul studierii problemei în cauză au fost identificate o serie de clase speciale de grafuri pentru care în timp polinomial poate fi stabilit dacă ele pot fi acoperite cu mulțimi d -convexe. Printre aceste clase de grafuri pot fi menționate: $\mathcal{C}$, $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}'$ și $\mathcal{A}''$. De exemplu, clasei $\mathcal{C}$ îi corespund toate grafurile $G = (X, U)$ care satisfac două condiții:

$$1) X = \{a, b_1, b_2, x_1, x_2, \dots, x_k\}, k \geq 1;$$

$$2) U = \{(a, b_1), (a, b_2)\} \cup \{(x_i, x_j) : 1 \leq i, j \leq k; i \neq j\} \cup \{(b_1, x_i), (b_2, x_i) : 1 \leq i \leq k\}.$$

Pentru determinarea apartenenței unui graf G la clasa $\mathcal{C}$ se propune următorul algoritm:

Algoritm 1.

Input: Graf conex neorientat $G = (X, U)$, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

Output: *True* dacă G aparține clasei $\mathcal{C}$, *False* în caz contrar.

```

1: if  $0 \leq |X| \leq 3$  then return False
2: if  $|X| = 4$  then
3:   if  $G = C_4$  then return True
4:   else return False
5: flag  $\leftarrow 0$ ,  $v \leftarrow x_1$ 
6: for each  $x \in X$  do
7:   if  $|\Gamma(x)| = 2$  then
8:     flag  $\leftarrow$  flag + 1,  $v \leftarrow x$ 
9: if flag  $\neq 1$  then return False
10: if  $y \sim z$  then return False: unde  $\Gamma(v) = \{y, z\}$ 
11: for each  $S \in \{X \setminus \{v, z\}, X \setminus \{v, y\}\}$  do
12:   for each  $v, u \in S$ ,  $v \neq u$  do
13:     if  $v \sim u$  then return False
14: return True

```

Teorema 1. *Algoritmul 1 determină în timp $O(n^2)$ dacă G face parte din clasa $\mathcal{C}$.*

Pentru celelalte clase speciale la fel sunt dezvoltăți algoritmi de recunoaștere, care împreună cu Algoritmul 1 constituie un algoritm de clasificare a grafurilor neorientate.

Bibliografie

1. БОЛТЯНСКИЙ В.Г., СОЛТАН П.С. *Комбинаторная геометрия различных классов выпуклых множеств*. Кишинёв, Штиинца, 1978.
2. BUZATU, R., CATARANCIUC, S. *Convex graph covers*. Computer Science Journal of Moldova, 2015, Vol. 23, Nr. 3 (69), p. 251 – 269.
3. BUZATU, R. *On the computational complexity of optimization convex covering problems of graphs*. Computer Science Journal of Moldova, 2020, Vol. 28, Nr. 2 (83), p. 187 – 200.