

ВІДГУК
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Кашпур Олени Федорівни
«Інтерполяція операторів в гільбертових та евклідових просторах»,
подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних
наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та
обчислювальні методи

Актуальність теми дисертації. Проблема апроксимації нелінійних операторів у гільбертових просторах є важливою при чисельному розв'язуванні прикладних задач. Одним із методів наближення операторів є поліноміальна інтерполяція. Дослідження в цьому напрямку здійснювали такі вчені, як С. Ю. Ульм, В. В. Полль, У. Портер, П. М. Прентер, П.І.Соболевський, В. Л. Рвачов, О. М. Литвин, Р. Kergin, L. Fillipson, С.А.Мічеллі, І. І. Демків, А. П. Худяков та інші. Найбільш завершені результати теорії операторного інтерполювання отримано у працях В. Л. Макарова, В.В.Хлобистова та Л. А. Яновича.

Важливими питаннями поліноміальної інтерполяції є конструктивна побудова інтерполяційних поліномів, отримання умов існування інтерполянта, аналіз збіжності та оцінка похибки інтерполяційних процесів. Відзначимо, що розв'язок задачі інтерполювання є неєдиним навіть у разі виконанні класичних співвідношень між степенем інтерполянта та кількістю вузлів. Звичайно, дослідження в цій області чисельного аналізу пов'язані із певними труднощами, що призводить до невеликої кількості публікацій.

На практиці у більшості випадків виникає ситуація, коли вихідні дані є збуреними. Для цього випадку В. В. Хлобистовим у гільбертовому просторі проведено аналіз точності інтерполяційних формул Ерміта. Для інтерполяційної задачі типу Лагранжа, тобто коли оператор заданий лише своїми значеннями у вузлах, таких оцінок точності не було одержано. Для отримання оцінок точності інтерполювання та теорем про збіжність інтерполяційних процесів у разі збільшення кількості вузлів використовують інтерполянти, що мають властивість збереження поліномів відповідного степеня. Зазначимо, що для обчислення інтегралів за мірою при побудові квадратурних формул також використовують інтерполянти з цією властивістю.

Для існування єдиного розв'язку задачі в скінченновимірному просторі необхідно виконання певних співвідношень між кількістю вузлів інтерполяції та розмірністю простору поліномів, на якому шукаємо розв'язок. Але на практиці забезпечити виконання цих умов достатньо складно. Одним із варіантів постановки такої задачі, коли не вистачає інформації про досліджуваний об'єкт, є проблема розв'язання інтерполяційних задач Лагранжа та Ерміта в умовах недовизначеності.

Дисертаційна робота Кашпур О. Ф. присвячена дослідженню питань збіжності інтерполяційних процесів, дослідження аналізу точності інтерполяційних формул у разі збурених вихідних даних в гільбертовому просторі, побудові інтерполянтів, що є гранично інваріантними відносно поліномів та розв'язанню задачі інтерполяції Лагранжа, та Ерміта в умовах недовизначеності в скінченновимірному евклідовому просторі.

Зважаючи на вищевикладене, тематика представленої роботи є актуальною і перспективною для теоретичних досліджень і подальшого застосування одержаних результатів при чисельному розв'язуванні прикладних задач.

Дисертаційна робота виконана відповідно до планів наукової діяльності Київського національного університету імені Тараса Шевченка і є частиною досліджень в рамках науково-дослідних робіт «Теорія інтерполяції нелінійних операторів в гільбертових просторах» (№ 97059, номер державної реєстрації 0197U003075), «Теорія і методи розробки інтелектуальних інформаційних технологій та систем» (№ 16КФ015-02, номер державної реєстрації 0116U006378), «Обчислювальні алгоритми і оптимізація для штучного інтелекту, медицини та оборони» (б/т № 022БФ015-03, номер державної реєстрації 0122U002026).

Наукова новизна, обґрунтованість та достовірність отриманих результатів. Основні результати та висновки дисертаційної роботи є новими. У роботі вперше доведено, що в гільбертовому просторі відсутня збіжність інтерполяційного процесу Лагранжа, проте показано, що похибка інтерполювання може бути зроблена як завгодно малою величиною. На послідовності вузлів, що обрана певним чином у сепарабельному гільбертовому просторі з мірою, доведено, що інтерполяційний процес є збіжним. Для одержання оцінок точності використано інтерполяційний поліном, що є гранично інваріантним відносно поліномів відповідного степеня, при цьому показано, що він тотожно співпадає з інтерполянтом мінімальної норми, що породжена гаусовою мірою, у випадку фіксованих інтерполяційних умов. У разі збуреної вихідної інформації про оператор одержано оцінки точності інтерполяційних формул для поліноміальних та цілих операторів, а також знайдено кількість вузлів, перевищення якої не покращує точності інтерполяції. Проведено аналіз точності для функціоналів, що визначені на просторах $L_2(0,1)$ та $W_2^1(0,\pi)$, з врахуванням, що скалярні добутки в цих просторах при чисельному розв'язуванні прикладних задач обчислюються наближено. У роботі розв'язано екстремальні задачі про інтерполяційний поліном мінімальної норми типу Ерміта, Ерміт-Біркхофа на множині відповідних інтерполяційних поліномів та показано, що розв'язки є єдиними, визначено інтерполяційні умови Ерміта та Ерміт-Біркхофа на підставі яких конструктивно побудовано інтерполянти Ерміта та Ерміт-

Біркхофа, що є гранично інваріантними відносно многочленів відповідного степеня.

В лінійному топологічному просторі для операторного інтерполяційного поліному інтегрального вигляду визначено умови існування континуальних вузлів. Інтерполянти, що побудовані за континуальною множиною вузлів, є важливими при розв'язанні прикладних задач.

В скінченновимірному просторі розв'язано інтерполяційні задачі Лагранжа та Ерміта в умовах недовизначеності, тобто у випадку, коли кількість інтерполяційних умов є меншою за розмірність простору поліномів. При цьому розглянуто інтерполяційні умови Ерміта, в яких напрямки диференціалів Гауса є різними. Знайдено умови інваріантної розв'язуваності задачі та показано, що розв'язок є єдиним, досліджено точність інтерполяційних поліномів на многочленах відповідного степеня в предгільбертовому просторі. Показано, що інтерполянти мінімальної норми містять фундаментальні поліноми.

В евклідовому просторі знайдено нові критерії сумісності системи лінійних рівнянь та нерівностей, які є еквівалентними відомим теоремам.

Обґрунтованість та достовірність наукових результатів, що одержані у дисертації, забезпечується строгими теоретичними викладками доведених тверджень.

Матеріали кандидатської дисертації авторки в докторській дисертації не використовувались.

Практичне значення результатів дисертації. Результати, що одержані у дисертації, можуть бути використані при чисельному розв'язуванні широкого класу прикладних задач, що пов'язані із нелінійними або поліноміальними системами. Такі системи знаходять застосування у задачах розпізнавання образів, екології, економіки, медицини, балістики, тощо. Інтерполянти, що побудовані на континуальній множині вузлів, а також інтерполяційні поліноми, що є гранично інваріантними відносно поліномів знаходять застосування для побудови квадратурних формул при обчисленні континуальних інтегралів.

Результати дисертаційного дослідження використовуються у викладанні навчальних дисциплін: «Ідентифікація систем при детермінованих впливах», «Технології чисельного моделювання», «Методи негладкої оптимізації» на факультеті комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, а також можуть бути підґрунтям для проведення майбутніх наукових досліджень, рекомендовані до використання в навчальному процесі при викладанні дисциплін з математичного

модельовання та чисельних методів для бакалаврів і магістрів у інших закладах вищої освіти.

Повнота викладу результатів дисертації в опублікованих працях. За результатами дисертаційних досліджень опубліковано 36 наукових праць (статей к фахових виданнях України – 13, статей, що індексуються міжнародними наукометричними базами Scopus та Web of Science Core Collection – 10, матеріалів тез і доповідей на наукових конференціях - 13).

Відповідність дисертаційної роботи спеціальності. Стиль дисертації відповідає вимогам, які висуваються до наукових праць такого рівня, а також відзначається логічністю, структурованістю та обґрунтованістю. Структура дисертації цілком узгоджується з її темою, метою і завданнями дослідження. Зміст та результати роботи повністю відповідають спеціальності 01.05.02 – математичне модельовання та обчислювальні методи, зокрема пунктам: «дослідження класів математичних моделей (дискретних, неперервних, динамічних, ...)», «... в умовах недостовірних, неповних даних, дослідження існування розв'язків, визначення їх стійкості, збіжності ...».

Відповідність змісту автореферату основним положенням дисертації. Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації і достатньо повно відображає її основні положення.

Зауваження до дисертаційної роботи. У дисертаційній роботі «Інтерполяція операторів в гільбертових та евклідових просторах» Кашпур Олени Федорівни отримано достатні за обсягом та науковою цінністю результати, наведено їх доведення та обґрунтування. Разом з тим, до дисертації є деякі зауваження:

1. При розв'язанні інтерполяційної задачі Ерміта в скінченновимірному евклідовому просторі розглянуто умови, які містять диференціали Гато до першого та до другого порядку включно. Бажано провести дослідження для інтерполяційних умов з диференціалами Гато довільного порядку та отримати умови інваріантної розв'язуваності поставленої задачі.

2. Дисертаційна робота має чітко окреслене теоретичне спрямування, проте практичним застосуванням приділено набагато менше уваги. Наприклад, розв'язання задачі оберненої інтерполяції для лінійних операторів можуть знайти широке застосування при дослідженні задач математичної фізики, що містять диференційні рівняння в частинних похідних.

3. Бажано було б більш детально відобразити в авторефераті питання щодо визначення інтерполяційних умов для побудови інтерполянтів, що є асимптотично точними на поліномах відповідного степеня.

Зазначу, що зроблені зауваження не є принциповими і не зменшують цінність одержаних наукових результатів.

Висновки

1. Дисертаційна робота Кашпур Олени Федорівни «Інтерполяція операторів в гільбертових та евклідових просторах» є завершеним науковим дослідженням, що відповідає спеціальності 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи, яка містить розв'язання та дослідження актуального наукового завдання, сутність якого полягає в проведенні аналізу точності інтерполяції та дослідженні збіжності інтерполяційних процесів для операторів у випадку збуреної вихідної інформації, розв'язанні інтерполяційних задач Ерміта та Лагранжа в умовах недовизначеності в скінченновимірному евклідовому просторі, побудові інтерполяційних поліномів, що є асимптотично точними на многочленах відповідного степеня в гільбертовому просторі.

2. Стиль викладу матеріалів послідовний та відповідає вимогам до наукових праць. Висновки до розділів стисло, але повною мірою характеризують отримані результати. Публікації автора повністю висвітлюють наукові положення роботи та одержані результати. Обсяг апробацій та публікацій відповідає чинним вимогам.

3. Дисертаційна робота за змістом відповідає вимогам паспорту спеціальності 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи.

4. Зміст автореферату повністю відображає основні результати дисертаційної роботи.

5. Вважаю, що дисертаційна робота Кашпур Олени Федорівни «Інтерполяція операторів в гільбертових та евклідових просторах» за обсягом та рівнем проведених наукових досліджень, їх актуальністю та новизною, кількістю публікацій за темою дисертації відповідає вимогам, що встановлені п. 9, п. 10, п. 11, п. 12, та п. 13 «Порядку присудження наукових ступенів» затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 року № 567 зі змінами, внесеними згідно з Постановою КМУ №656 від 19.08.2015, Постановою КМУ №1159 від 30.12.2015, Постановою КМУ № 567 від 27.07.2016, Постановою КМУ № 943 від 20.11.2019 та Постановою КМУ № 607 від 15.07.2020; "Вимогам до опублікування результатів дисертацій на здобуття наукових ступенів

доктора і кандидата наук", затверджених наказом МОНмолодьспорту України від 17.10.2012 року № 1112 зі змінами, внесеними згідно з наказом МОНмолодьспорту України № 1380 від 03.12.2012 та наказом МОНмолодьспорту України №365 від 21.03.2013; вимогам що встановлені "Паспортом спеціальності 01.05.02 - математичне моделювання та обчислювальні методи", затвердженого постановою президії ВАК України 13.12.2000 року № 25-07/10, які висуваються до докторських дисертацій, а її автор Кашпур Олена Федорівна заслуговує на присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи.

Офіційний опонент

завідувач кафедри обчислювальної математики

Львівського національного університету

імені Івана Франка,

доктор фізико-математичних наук,

професор



Роман ХАПКО

«12» червня 2023 року

Підпис проф. Р. Хапка стверджую

Вчений секретар ЛНУ ім. Івана Франка,
доцент



О. Грабовецька