

Національна академія наук України  
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

СУЛЕЙМАНОВ СЕЇТ-БЕКІР СІНАВЕР ОГЛИ

УДК 519.8

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ КООРДИНАЦІЇ ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНИХ РІШЕНЬ**

113 – «Прикладна математика»

Галузь знань 11 – «Математика та статистика»

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії.

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ Сулейманов С.-Б.С.

Науковий керівник

Горбачук

Василь Михайлович

доктор фізико-математичних наук

старший науковий співробітник

Київ – 2023

## АНОТАЦІЯ

*Сулейманов С.-Б. С. Моделі та методи координації децентралізованих рішень. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.*

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика. – Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова Національної академії наук України, Київ. – 2023.

**Зміст дисертації.** У **вступі** викладені обґрунтування вибору теми дослідження, мета і завдання дослідження, методи дослідження, а також розкрита наукова новизна отриманих результатів.

У **розділі 1** розглянуто моделювання децентралізованої економічної системи. Отримано співвідношення Парето-неефективності рівноваги стійкого стану конкурентної економіки для параметра часових переваг функції корисності репрезентативного споживача, темпу зростання населення та параметра виробничої функції. Показано, що зростання економіки за так званим Золотим правилом є радше винятком, ніж нормою. Обґрунтовано так зване Золоте правило для поколінь, що перетинаються. Доведено твердження про частку бюджету, яку місцевий уряд виділяє на місцеву інфраструктуру. Цю частку визначають параметр часових переваг функції корисності, а також вагові коефіцієнти у функції Беллмана, які місцевий уряд призначає споживанню домогосподарств та рядових працівників. Також досліджено питання застосування отриманих результатів.

Проаналізовано роботи таких вітчизняних та закордонних вчених: Бідюка П.І., Горбачука В.М., Горбуліна В.П., Донця Г.А., Єрмольєва Ю.М., Заславського В.А., Згуровського М.З., Кнопова П.С., Коваленка І.М., Кривоноса Ю.Г., Лук'яненко І.Г., Макаренко О.С., Носової О.В., Палагіна О.В., Пепеляєва В.А., Семенової Н.В., Сергієнко І.В., Стецюка П.І., Черняка О.І., Auerbach A., Baldwin R., Barro R., Cooper W., Farrell M., Seiford L., Debreu G., Rousseau J.

У **розділі 2** досліджені світові ринки як децентралізовані системи. Доведено твердження про збільшення сумарних фіскальних надходжень країн

при зростанні частки (на інтервалі від 0 до 0,5) власних фіскальних надходжень, переданих від однієї країни до іншої (до вигіднішої юрисдикції). Доведено твердження про ймовірність виграшу у конкурсі як функцію числа конкурсантів, зусиль конкурсантів і цінностей виграшу для кожного конкурсанта. Доведено твердження про рівноважні за Нешем стратегії кожної країни на світовому ринку продовольства. На прикладі найпростішої моделі взаємозв'язків на світовому ринку продовольчих і непродовольчих продуктів показано, що некооперативна рівновага досягається при максимальних обсягах експорту продовольства.

**Розділ 3** присвячено моделям обробки даних у децентралізованих системах для подальшого застосування їх на реальних даних. Викладено аналіз охоплення даних для пошуку найефективніших одиниць прийняття рішень. Досліджено моделі охоплення нестандартних даних, які зводяться, зокрема, до задач змішаного цілочисельного програмування. Викладено особливості прийняття рішень людиною в реальних ситуаціях і різні властивості моделей охоплення даних. На реальних даних басейну р. Дунай запропоновано й обчислено показники щільності водних шляхів для всіх країн цього басейну, а також запропоновано децентралізовану модель водних ресурсів.

У **розділі 4** одержано оцінки економічної ефективності у територіально-адміністративних одиницях України. Запропоновано розрахунки фінансових показників [1] експорту України та сусідніх держав за групами агропромислових товарів [2]. Показано важливість науково-освітньої інфраструктури для досягнення економічної ефективності [3].

Запропоновано алгоритм обчислення оптимальної експортної спеціалізації регіону. Цей алгоритм застосовано до Одещини та до Закарпаття. На даних 2017–2018 рр. проведено оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту для Запоріжчини, Одещини, Миколаївщини та для м. Києва. Ідентифіковано стабільні кластери порівняно ефективних районів цих регіонів. Показано відносну стабільність індексів виявленої порівняльної переваги за групами товарів для Луганщини на даних 2011–2016 рр.

**Ключові слова:** агентська проблема, конкуренція, кооперація, корпорація, асиметрія, гетерогенність, лінійне програмування, одинична й розподільча інформація, охоплення даних, цільова структура, прийняття рішення.

## ABSTRACT

Suleimanov S.-B. Models and methods of coordination of decentralized decisions. - Qualifying scientific work as a manuscript.

Dissertation for a Doctor of Philosophy Degree by specialty 113 Applied mathematics. – V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the National Academy of Science of Ukraine. – Kyiv, 2023.

**Dissertation content.** The **introduction** presents the rationale for choosing the research topic, the purpose and objectives of the study, research methods, as well as the scientific novelty of the results.

**Section 1** discusses the modeling of a decentralized economic system. The ratio of Pareto-inefficiency of the equilibrium of the stable state of a competitive economy was obtained for the parameter of time advantages of the utility function of a representative consumer, population growth rate and the parameter of the production function. It is shown that economic growth under the so-called Golden Rule is the exception rather than the norm. The so-called Golden Rule for overlapping generations is substantiated. Statement about the share of the budget allocated by the local government to local infrastructure is proved. This share is determined by the parameter of time advantages of the utility function, as well as the weights in the Bellman function, which the local government assigns to the consumption of households and ordinary workers. The issue of application of the obtained results was also investigated.

The works of the following domestic and foreign scientists are analyzed: Bidyuk P.I., Gorbachuk V.M., Gorbulin V.P., Donets G.A., Ermoliev Y.M., Zaslavsky V.A., Zgurovsky M.Z., Knopova P.S., Kovalenko I.M., Krivonosa Y.G., Lukyanenko I.G., Makarenko O.S., Nosova O.V., Palagina O.V., Pepelyaeva V.A., Semenova N.V., Sergienko I.V., Stetsyuka P.I., Chernyaka O.I., Auerbach A., Baldwin R., Barro R., Cooper W., Farrell M., Seiford L., Debreu G., Rousseau J.

**Section 2** examines global markets as decentralized systems. Statement about the increase in the total fiscal revenues of countries with increasing share (in the range from 0 to 0.5) of own fiscal revenues transferred from one country to another (to a more favorable jurisdiction) is proved. Statement about the probability of winning the

competition as a function of the number of contestants, the efforts of contestants and the value of winning for each contestant is proved. Statement of Nash's equilibrium strategies for each country in the global food market is proved. The simplest model of the relationship in the world market of food and non-food products shows that non-cooperative equilibrium is achieved at the maximum volume of food exports.

**Section 3** discusses data processing models in decentralized systems for further application to real data. Data coverage analysis for finding the most effective decision-making units is outlined. The models of non-standard data coverage, which are reduced, in particular, to the problems of mixed integer programming, have been studying. The features of human decision-making in real situations and the various properties of data coverage models are described. On the basis of the real data of the Danube River basin, indicators of the density of waterways for all countries of this basin are proposed and calculated, as well as a decentralized model of water resources is proposed.

**Section 4** considers the evaluation of economic efficiency in the territorial-administrative units of Ukraine. Calculations of financial indicators [1] of exports of Ukraine and neighboring countries by groups of agro-industrial goods [2] are offered. The importance of scientific and educational infrastructure for achieving economic efficiency is shown [3].

An algorithm for calculating the optimal export specialization of the region is proposed. This algorithm is applied to Odesa region and Transcarpathia. Based on the data of 2017–2018, an assessment the economic efficiency and the target structure of exports was carried out for Zaporizhzhia, Odesa, Mykolayiv region and for Kyiv. Stable clusters of relatively efficient areas of these regions have been identified. The relative stability of the indices of the identified comparative advantage by groups of goods for Luhansk region is shown on the data of 2011–2016.

**Keywords:** agency problem, competition, cooperation, corporation, asymmetry, heterogeneity, linear programming, unit and distributive information, data coverage, target structure, decision making.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

### Статті у періодичних наукових виданнях, проіндексованих у базах даних **Web of Science Core Collection** та/або **Scopus**

1. Gorbachuk V., Dunaievskiy M., Suleimanov S.-B. Modeling of agency problems in complex decentralized systems under information asymmetry. *IEEE Conference on Advanced Trends in Information Theory* (December 18–20, Kyiv, Ukraine). Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2019. P. 449–454. DOI: 10.1109/ATIT49449.2019.9030498
2. Gorbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Syrku A.A., Suleimanov S.-B. Substantiating the diffusion model of innovation implementation and its application to vaccine propagation. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2022, January. Vol. 58. No. 1. P. 84–94. DOI: 10.1007/s10559-022-00438-1

### Статті у наукових виданнях, включених на дату опублікування до переліку наукових фахових видань України за спеціальністю 113

3. Gaivoronski A., Gorbachuk V., Dunaievskiy M., Suleimanov S.-B. Digital platforms to close the information asymmetry gaps. *Problems of Control and Informatics*. 2022. № 6. P. 67–82. DOI: 10.34229/1028-0979-2022-6-6
4. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О., Симонов Д.І. Моделі прийняття рішень на ринку хмарних послуг. *Кібернетика та комп'ютерні технології*. 2021. № 3. С. 53–64. DOI: 10.34229/2707-451X.21.3.5
5. Горбачук В.М., Голоцуков Г.В., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Теоретико-ігрові та оптимізаційні моделі і методи підвищення безпеки кіберінфраструктур. *Проблеми керування та інформатики*. 2022. № 2. С. 92–105. DOI: 10.34229/2786-6505-2022-2-6
6. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Прогнозування ефективності багатокомпонентних обчислювальних систем. *Фізико-*

- математичне моделювання та інформаційні технології*. 2021. 32. С. 96–100.  
DOI: 10.15407/fmmit2021.32.096
7. Горбачук В.М., Шулінок Г.О., Сулейманов С.-Б. Моделювання взаємозв'язків на світовому ринку продовольства. *Теорія оптимальних рішень*. 2018. С. 99–106.  
<http://dspace.nbuiv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/144978/15-Gorbachuk.pdf?sequence=1>
8. Горбачук В., Дунаєвський М., Сулейманов С.-Б. Підхід до обчислення рівноважних потоків продукції конкурентних фірм через мережі ланцюгів постачання при ресурсних обмеженнях і ризикованих умовах. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2023. № 36. С. 58–62.  
DOI:10.15407/10.15407/fmmit2023.36.058
9. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Моделі аналізу охоплення нестандартних даних. *Комп'ютерна математика*. 2017. № 1. С. 63–72.  
[http://nbuv.gov.ua/UJRN/Кoma\\_2017\\_1\\_10](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Кoma_2017_1_10)
10. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Вартості досконалої інформації та стохастичного рішення. *Комп'ютерна математика*. 2017. № 2. С. 108–117.  
<http://dspace.nbuiv.gov.ua/handle/123456789/168462>
11. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Оптимізаційні питання оцінювання щільності на реальних даних. *Штучний інтелект*. 2017. № 3-4. С. 101–110.  
<http://dspace.nbuiv.gov.ua/handle/123456789/162345>
12. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Податкова конкуренція і кооперація за світові корпорації. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. № 3 (66). Т. 1. С. 45–54.
13. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Моделювання розширення енергопотужностей за невідомого попиту. *Комп'ютерна математика*. 2018. № 1. С. 17–26.  
<http://dspace.nbuiv.gov.ua/handle/123456789/161845>

14. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Теорія організації конкурсів. *Компьютерная математика*. 2019. № 1. С. 38–48.

<http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/161931>

15. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Обґрунтування дифузійної моделі впровадження інновацій та її застосування до поширення вакцинацій. *Кібернетика та системний аналіз*. 2022. Т. 58. № 1. С. 98–109.

#### **Розділи у монографіях, виданих у державах ЄС**

16. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Управління та адміністрування в сфері послуг охорони здоров'я. *Management and administration in the field of services: selected examples*. Т. Pokusa, Т. Nestorenko (eds.) Opole: Academy of Management and Administration, 2020. P. 268–279.

17. Горбачук В.М., Лупей М.І., Дунаєвський М.С. Підходи до резильєнтності критичних інфраструктур. *Science and education for sustainable development*. A. Ostenda, V. Smachylo (eds.) Katowice, Poland: University of Technology, Katowice, 2022. P. 87–95.

18. Gorbachuk V., Lupey M., Suleimanov S.-B. Global decentralized mechanisms of data management. *Digitalization and information society. Selected issues*. A. Ostenda, T. Nestorenko (eds.) Katowice, Poland: University of Technology, Katowice, 2022. P. 373–385.

19. Gorbachuk V., Dunaievskiy M., Suleimanov S.-B. An interdisciplinary approach to the security of modern energy. *Modern approaches to ensuring sustainable development*. V. Smachylo, O. Nestorenko (eds.) Katowice, Poland: University of Technology, Katowice, 2023. P. 142–149.

#### **Статті у наукових виданнях, включених на дату опублікування до переліку наукових фахових видань України за іншими спеціальностями**

20. Горбачук В.М., Лупей М.І., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О., Симонов Д.І. До системної інженерії великих даних. *Збірник наукових праць університету кораблебудування імені адмірала Макарова*. 2022. № 2 (489). С. 66–75.

21. Горбачук В.М., Лупей М.І., Ніколенко Д.І., Дунаєвський М.С.,

- Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Процеси генерації цифрових даних та їх застосування. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І.Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2022. Т. 33 (72). № 5. С. 64–72.
22. Gorbachuk V.M., Suleimanov S.-B., Batih L.O. Integrated resilient strategies of renewable power generation and distribution. *Наука і техніка сьогодні*. 2022. № 4 (4). Р. 113–125.
23. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Засади і становлення системної інженерії. *Наука і техніка сьогодні*. 2022. № 8 (8). С. 75–88.
24. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Основи аналізу охоплення даних. *Вісник Одеського національного університету. Економіка*. 2017. Т. 22. Вип. 1 (54). С. 178–182.
25. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Ірраціональність і раціональність у прийнятті рішень. *Економічний вісник Запорізької державної інженерної академії*. 2017. Вип. 2 (08). Ч. 2. С. 132–136
26. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. До динамічного розрахунку цільової структури товарного експорту України та її регіонів. *Інфраструктура ринку*. 2018. Вип. 16. С. 206–215.
27. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Обчислення цільової досяжної структури товарного експорту Закарпаття. *Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Міжнародні економічні відносини та світове господарство*. 2018. Вип. 18. Ч. 1. С. 113–124.
28. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Поквартальне оцінювання економічної ефективності та цільової структури експорту Закарпаття у 2017–2018 рр. *Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Міжнародні економічні відносини та світове господарство*. 2018. Вип. 22. Ч. 1. С. 61–69.
29. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Організація забезпечення громадських і клубних продуктів для рекреації та охорони здоров'я. *Приазовський економічний вісник*. 2018. Вип. 2. С. 156–162.
30. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Поквартальне

оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Запоріжчини у 2017–2018 рр. *Приазовський економічний вісник*. 2018. Вип. 4. С. 165–175.

31. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Одещини у 2017–2018 рр. *Інфраструктура ринку*. 2018. Вип. 22. С. 269–281.

32. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Поквартальне оцінювання економічної ефективності й структури експорту Миколаївщини у 2017–2018 рр. *Інфраструктура ринку*. 2018. Вип. 25. С. 897–909.

33. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Блокчейнові застосування у фінансах. *Інфраструктура ринку*. 2019. Вип. 35. С. 493–499.

34. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Модель зростання децентралізованої економіки з виробничими функціями Кобба–Дугласа. *Східна Європа: економіка, бізнес та управління*. 2019. Вип. 6 (23). С. 738–746.

35. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Інституційні питання розвитку внутрішніх водних шляхів України та сусідніх держав через басейн Дунаю. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Економіка і управління*. 2019. 30 (69). № 6. Ч. 2. С. 121–127.

36. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Аналіз невтлених активів на недосконалих ринках. *Приазовський економічний вісник*. 2020. Вип. 4 (21). С. 110–117.

37. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Механізми прогнозування цін сучасних енергоринків. *Економічний простір*. 2020. № 159. С. 171–177.

38. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. До економічної теорії міжнародних конфліктів. *Економіка та суспільство*. 2022. 38. <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2022-38-1>

39. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Моделювання самопідтримуваних стратегій для урядової фінансової системи, державної банківської системи та інвестиційної системи відновлюваної енергогенерації. *Економічний простір*. 2022. № 179. С. 146–152.

40. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Економічне моделювання міжнародних конфліктів. *Економіка та суспільство*. 2022. 41.

<https://doi.org/10.32782/2524-0072/2022-41-40>

#### **Тези наукових доповідей на конференціях**

41. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Богданов О.В. Двосекторна модель торгівлі мобільним фактором. *Інформаційні технології та взаємодії* (8–10 листопада 2016 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2016. С. 261–262.

42. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б. Цілі й задачі сталого розвитку до 2030 року. *Глобальні соціально-економічні трансформації в XXI столітті* (13 жовтня 2016 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2016.

43. Горбачук В.М., Кнопов П.С., Сулейманов С.-Б., Богданов О.В. Предмети з математичної кібернетики на факультеті математики Массачусетського інституту технологій. *Глушковські читання* (24 листопада 2016 р., Київ). Київ: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2016. С. 59–61.

44. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Економіка кібербезпеки. *Інформаційні технології та взаємодії* (8–10 листопада 2017 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2017. С. 207–208.

45. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Аллахвердієв А. Динаміка індексів виявленої порівняльної переваги Луганщини за групами товарів у 2011–2016 роках. *Глобальні виміри захисту економічної конкуренції*. (27 жовтня 2017 р., Київ). Київ: Центр комплексних досліджень з питань антимонопольної політики, 2017. С. 27–30.

46. Горбачук В.М., Кулик В.В., Пілявський А.І., Сулейманов С.-Б. Комп'ютерний аналіз ефективності виробництва товарів і послуг у районах столиці України за 2016 р. *Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи)* (16–18 травня 2017 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2017. С. 26–29.

47. Горбачук В.М., Макаренко О.С., Самородов Є.Л., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. До інтегрованих систем візуалізації, аналізу та застосування часово-просторових даних. *Глушковські читання* (13 грудня

- 2017 р., Київ). Київ: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2017. С. 35–37.
48. Горбачук В.М., Макаренко О.С., Дунаєвський М.С., Новодережкін В.І., Сулейманов С.-Б. Вимірювання економічної ефективності регіонів України за перші квартали 2017 р. *Сучасна інформатика: проблеми, досягнення та перспективи розвитку* (13–15 грудня 2017 р., Київ). Київ: Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України, 2017. С. 258–260.
49. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б. Динамічне оцінювання економічної ефективності у територіально-адміністративних одиницях. *Продуктивна спроможність націй: приклад України* (29 червня 2017 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2017. С. 64–65.
50. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Математичне моделювання міжнародної конкуренції. *Матеріали ХІХ міжнародної конференції з математичного моделювання, присвяченої 250-річчю з дня народження Жана Батиста Жозефа Фур'є* (17–21 вересня 2018 р., Херсон). Херсон: Херсонський національний технічний університет, 2018. С. 10.
51. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Обчислення оптимальної спеціалізованої експортної структури регіону. *Інформаційно-комп'ютерні технології – 2018* (20 квітня 2018 р., Житомир). Житомир: Житомирський державний технологічний університет, 2018. С. 61–62.
52. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Особливості державних оборонних замовлень. *Глобальні виміри захисту економічної конкуренції* (28 лютого 2018 р., Київ). Київ: Центр комплексних досліджень з питань антимонопольної політики, 2018. С. 36–39.
53. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Алгоритми охоплення даних для підвищення економічної ефективності й експорту держави та її регіонів. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання* (14–19 травня 2018 р., Івано-Франківськ). Івано-Франківськ: Прикарпатський національний університет імені В.Стефаника, 2018. С. 109–112.
54. Gorbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B. The Golden rule for overlapping generations. *Nonlinear analysis and applications* (April 12, 2018,

Kyiv). Kyiv: NTUU «KPI», 2018. P. 24.

55. Dunaievskiy M. Suleimanov S.-B. The target function for economic-ecological system at high risk *Modern Stochastics: Theory and Applications V* (June 1–4, 2021, Kyiv). Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2021. P. 66.

56. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Алгоритми збільшення ефективності та експорту регіонів України. *Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем* (19–20 квітня 2018 р., Київ). Київ: Знання України, 2018. С. 40–44.

57. Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B. Dynamic assessment of economic efficiency in territorial-administrative units. *Modelare matematica, optimizare si tehnologii informationale* (November 12–16, 2018, Chisinau, Moldova). Chisinau, Moldova: Academia de transporturi, informatica si comunicatii, 2018.

58. Горбачук В.М., Єрмоленко Л.І., Сулейманов С.-Б., Кирилов І.М. Показники соціального капіталу для чисельного міжрегіонального аналізу. *Глушковські читання* (21 листопада 2018 р., Київ). Київ: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2018. С. 37–39.

59. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. До розв'язання проблеми ефективності й рівності. *Контроль і управління в складних системах* (15–17 жовтня 2018 р., Вінниця). Вінниця: ВНТУ, 2018. С. 61.

60. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. До розробки сучасних конкурсів. *Теорія прийняття рішень* (15–20 квітня 2019 р., Ужгород). Ужгород: УжНУ, 2019. С. 15–16.

61. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. До ефективності торгівлі високотехнологічною продукцією. *Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем* (11–12 квітня 2019 р., Київ). Київ: НаУКМА, 2019. С. 22–24.

62. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Аналіз ланцюгів вартості на основі нових технологій енергонакопичення. *Удосконалювання енергоустановок методами математичного і фізичного моделювання* (8–10 жовтня 2019 р., Харків). Секція 3. Харків: Інститут проблем машинобудування

імені А.М.Підгорного НАН України, 2019. С. 20–21.

63. Горбачук В.М., Чумаков Б.М., Сулейманов С.-Б., Сирку А.А. Моделювання механізмів економічного зростання складної системи *Глушковські читання* (29 листопада 2019 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2019. С. 60–63.

64. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Критерії прийняття рішень в галузі охорони здоров'я. *Контроль і управління в складних системах* (8–10 жовтня 2020 р., Вінниця). Вінниця: ВНТУ, 2020. С. 149–151.

65. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Лідерство в сучасних фінансово-промислових групах. *Китайська цивілізація: традиція та сучасність* (5 листопада 2020 р., Київ). Київ: Інститут сходознавства імені А.Ю.Кримського НАН України, 2020. С. 325–329.

66. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Еволюція мовного середовища в цифрову еру, його розробка та застосування. *III–IV Конгрес сходознавців*. Київ: Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського, 2020. Ч. 2. С. 195–199.

67. Горбачук в.м., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Симонов Д.І., Батіг Л.О. Обчислення рівноважного внеску до мережевої громади. *Actual problems of fundamental science* (June 1–5, 2021, Lutsk). Lutsk: Lesya Ukrainka Volyn National University, 2021. P. 160–163.

68. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Поширення діяльності біржі Nasdaq на пост-радянський простір. *Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем* (21 жовтня 2021 р, Київ). Київ: Науково-навчальний центр «Інноваційна лабораторія» НаУКМА, 2021. С. 18–19.

69. Сулейманов С.-Б. Про властивості децентралізованих економічних систем. *Mathematical Modeling, Optimization and Information Technologies* (November 15–19, 2021, Chisinau (Moldova), Kyiv (Ukraine), Batumi (Georgia)). Chisinau: Moldova State University; Kyiv: V.M.Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine; Batumi: Batumi Shota Rustaveli State University, 2021. P. 329–332.

70. Gorbachuk V.M., Dunaievskyi M.S., Suleimanov S.-B., Batih L.O. To advanced technologies of modern conflict. *Nonlinear analysis and applications. applications* (April 4–6, 2022, Kyiv, Ukraine). Kyiv: NTUU «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», 2022. P. 23.
71. Горбачук В.М., Бардадим Т.О., Лупей М.І., Ніколенко Д.І., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. До застосування інфраструктурних технологій великих даних для безпечного використання ядерної енергії. *Наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України за підсумками 2021 року (26–30 вересня 2022 р., Київ, Україна)*. Київ: Інститут ядерних досліджень НАН України, 2022. С. 187–188.
72. Горбачук В.М., Бардадим Т.О., Лупей М.І., Ніколенко Д.І., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О., Симонов Д.І. Інноваційні технології великих даних для підвищення безпеки АЕС. *Перспективи впровадження інновацій у атомну енергетику (30 вересня 2022 р., Київ, Україна)*. Київ: Українське ядерне товариство, 2022. С. 15–16.
73. Gaivoronski A., Gorbachuk V., Dunaievskyi M., Suleimanov S.-B. Digital platforms to deal with the information asymmetry problem. *Information Technology and Implementation* (December 01, 2022, Kyiv, Ukraine). V.Snytyuk (ed.). Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2022. P. 44–45.
74. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Від Ялти до Кримської платформи. *Крим – це Україна: стратегія деокупації та реінтеграції (24 лютого 2023 р., Одеса)*. Одеса: Одеський державний університет внутрішніх справ; Юридика, 2023. С. 37–42.

## ЗМІСТ

ЗМІСТ	17
ВСТУП	19
Розділ 1. МОДЕЛЮВАННЯ ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ	25
1.1 Огляд літератури	25
1.2 Про рівноваги стійкого стану конкурентної економіки	28
1.3 Золоте правило для поколінь, що перетинаються	42
1.4 Модель зростання децентралізованої економіки з виробничими функціями Кобба–Дугласа	43
1.5 Показники соціального капіталу для чисельного міжрегіонального аналізу	55
Розділ 2. КОНКУРЕНЦІЯ НА СВІТОВИХ РИНКАХ	59
2.1 Податкова конкуренція і кооперація за світові корпорації	59
2.2 Теорія організації конкурсів	73
2.3 Моделювання взаємозв'язків на світовому ринку продовольства	85
Розділ 3. МОДЕЛІ ОХОПЛЕННЯ ДАНИХ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ	94
3.1 Основи аналізу охоплення даних	94
3.2 Моделі аналізу охоплення нестандартних даних	102
3.3 Ірраціональність і раціональність у прийнятті рішень	110
3.4 Вимірювання щільності внутрішніх водних шляхів і використання водних ресурсів України та сусідніх держав басейну Дунаю	118
3.5 Двосекторна модель торгівлі мобільним фактором	122
Розділ 4. ОЦІНЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ У ТЕРИТОРІАЛЬНО-АДМІНІСТРАТИВНИХ ОДИНИЦЯХ	125
4.1 Динамічне оцінювання економічної ефективності у територіально-адміністративних одиницях. Обчислення оптимальної спеціалізованої експортної структури регіону	125

4.2	До динамічного розрахунку цільової структури товарного експорту України та її регіонів	126
4.3	Обчислення цільової досяжної структури товарного експорту Закарпаття	131
4.4	Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Запоріжчини у 2017–2018 рр.	140
4.5	Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Одещини у 2017–2018 рр.	144
4.6	Поквартальне оцінювання економічної ефективності й структури експорту Миколаївщини у 2017–2018 рр.	150
4.7	Динаміка індексів виявленої порівняльної переваги Луганщини за групами товарів у 2011–2016 роках	154
4.8	Комп’ютерний аналіз ефективності виробництва товарів і послуг у районах столиці України за 2016 р.	155
4.9	До інтегрованих систем візуалізації, аналізу та застосування часово-просторових даних	157
	<b>ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ</b>	<b>160</b>
	<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b>	<b>162</b>
	<b>ДОДАТКИ</b>	<b>186</b>
	Додаток 1	186
	Додаток 2	198

## ВСТУП

Децентралізація – це процес перерозподілу або диспергування функцій, повноважень, людей або речей від центрального управління. Децентралізоване рішення має на увазі сукупність рішень обмеженої кількості агентів, що підвищує можливість прийняття несправедливого рішення. Тобто розділення відповідальності за кінцевий результат приводить до того, що кожний незалежний центр прийняття рішень керується виключно власними потребами та добробутом. При цьому до уваги не приймається поведінка інших учасників в належному ступені.

Існують класичні приклади, такі як приклад Пігу та парадокс Браеса, які відмінно розкривають сутність проблеми. Їх можна викласти за допомогою дорожньої мережі. Вони складаються з того, що вибір автомобілістами оптимального маршруту з однієї точки в іншу за умови, що рішення приймається кожним окремо, призводить до зменшення суспільного добробуту. Відбувається це тому, що рівновага Неша для такої системи не обов'язково є оптимальною. Подібну поведінку агентів прийнято називати егоїстичною.

**Актуальність теми.** Свідченням актуальності проблеми є те, що питаннями експорту України займається низка організацій: Рада експортерів та інвесторів при Міністерстві закордонних справ України ([rei.mfa.gov.ua](http://rei.mfa.gov.ua)), до складу якої входять десятки торговельних палат, спілок, ділових рад, бізнес-асоціацій і підприємств; Рада експортерів ([www.ukrexport.gov.ua](http://www.ukrexport.gov.ua)) і Рада (Офіс) з просування експорту (ExportPromotionOffice) ([epo.org.ua](http://epo.org.ua)) при Міністерстві економічного розвитку і торгівлі України; державні підприємства «Державний інформаційно-аналітичний центр моніторингу зовнішніх товарних ринків» («Держзовнішінформ», [dzi.gov.ua](http://dzi.gov.ua)) та «Укрпромзовнішекспертиза» ([www.expert.kiev.ua](http://www.expert.kiev.ua)); Асоціація експортерів і імпортерів «ЗЕД» ([zed.ua](http://zed.ua)); Рада з питань експорту продовольства ([www.ukrainian-food.org](http://www.ukrainian-food.org)). У свою чергу, члени Ради експортерів та інвесторів центри мають підтримки експорту

(експортерів). Офіс з розвитку експорту має Львівська обласна державна адміністрація (ОДА), а Раду з розвитку експорту – Дніпропетровська ОДА; Черкаська агенція регіонального розвитку має Офіс підтримки інвестицій та експорту.

Однією з необхідних умов регіональної спеціалізації є децентралізація з належною організацією загальнодержавних функцій. Фіскальний федералізм – це розподіл відповідальності за надходження та видатки серед різних рівнів уряду. У більшості країн є центральний (федеральний) уряд, обласні та районні уряди (адміністрації), міські ради, селищні та сільські ради (у порядку від вищого до нижчого рівня). Кожний рівень (уряду) має обмеження на податкові інструменти, які він може застосовувати, та видатки, які він може здійснювати. Разом ці рівні складають багаторівневий і частково дублюючий адміністративний апарат, що керує типовою розвиненою країною.

Продукт, який має деякий ступінь невибірковості, але допускає винятковість, називається клубним продуктом. Від клубного продукту вирає група споживачів, яка формує клуб для координації забезпечення цим продуктом; очевидно, що така група може не охоплювати всього населення. На практиці спостерігаються клуби, які формуються споживчими групами. Наприклад, тенісний клуб забезпечує кортами, які є не вибірковими та винятковими для користувачів у різний час. Такі міжнародні організації, як Організація Північноатлантичного договору (NorthAtlanticTreatyOrganization, NATO), можна інтерпретувати як клуби: NATO забезпечує оборону для всіх своїх членів, яка є частково не вибірковою і частково винятковою, беручи до уваги те, що існування NATO стримує агресію загалом, зокрема, агресію проти деяких держав, які не є повноправними членами NATO.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Частина досліджень, що представлені в дисертаційній роботі виконано в рамках 7 проектів НАН України:

проект «Розробка програмно-комп'ютерних засобів поквартального оцінювання економічної ефективності та цільової структури експорту регіонів України» (номер державної реєстрації 0118U001706) 2018 р.;

міжнародний проект Норвегії, України, Грузії, Молдови «Поглиблена спільна освітньо-наукова програма з управління ризиками в промисловості та сервісах в умовах глобальних економічних, технологічних та екологічних змін: розширена версія» СРЕА-LT-2016/10003 (номер державної реєстрації 0118U006686) з 2018 р.;

проект «Розробити методи трансформації документоорієнтованих інформаційних систем в хмарні сервіси» (номер державної реєстрації 0118U001111) у 2020–2022 рр.;

проект «Розроблення проектних рішень та плану заходів по їх реалізації щодо модернізації та розвитку АІС Президія з урахуванням сучасних та перспективних інформаційних технологій» (номер державної реєстрації 0121U112884) у 2021 р.;

проект Відділення цільової підготовки Київського національного університету імені Тараса Шевченка при НАН України «Розробка моделей і методів підтримки прийняття рішень для критичних інфраструктур» (номер державної реєстрації 0122U002465) з 2022 р.;

проект «Розробити математичні моделі архітектури цифровізованих інфраструктурних реєстрів у хмарному середовищі» (номер державної реєстрації 0123U100813) з 2023 р.;

проект «Розробити моделі підвищення корисності та самопідсилення для децентралізованих систем аналізу великих даних» (номер державної реєстрації 0123U103045) з 2023 р.;

Зокрема участь в конференції “Norwegian-Eurasian workshop on new resilience challenges in ecological–economic problems at the digital era” (Київ, вересень 23-25, 2019).

**Мета і завдання дослідження.** В даній роботі стоїть задача побудови та підбору моделі управління таким чином, щоби при децентралізованому

прийнятті рішення егоїстична поведінка окремих агентів призводила до соціально бажаного результату, тобто підвищувало суспільне благо.

**Предмет дослідження** – децентралізована економічна система, конкуренція на світових ринках, моделі охоплення даних.

**Об’єкт дослідження** – моделі та методи координації децентралізованих рішень.

**Методи дослідження** – для розв’язання зазначених задач застосовуються моделі аналізу нестандартних даних, модель зростання децентралізованої економіки з виробничими функціями Кобба–Дугласа.

**Наукова новизна отриманих результатів:** міжнародна податкова конкуренція поєднується з міжнародною податковою кооперацією за світові корпорації, які мають можливості зсуву звітних прибутків серед різних країн;

**Особистий внесок здобувача.** Автором самостійно отримано головні результати дисертаційного дослідження. У співавторстві випущено ряд статей, в яких розраховані цільові структури регіонів України, а саме Закарпаття, Запоріжчина, Луганщина, Миколаївщина, (Горбачук, Дунаєвський та Сулейманов, 2018).

**Апробація матеріалів дисертації.** Результати дисертації доповідались на багатьох всеукраїнських та міжнародних наукових конференціях:

«Глобальні соціально-економічні трансформації в ХХІ столітті» (13 жовтня 2016 р., Київ, Україна) [1];

«Інформаційні технології та взаємодії» (8–10 листопада 2016 р., Київ, Україна) [2];

«Глушковські читання» (24 листопада 2016 р., Київ, Україна) [3];

«Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи)» (16–18 травня 2017 р., Київ, Україна) [4];

«Продуктивна спроможність націй: приклад України» (29 червня 2017 р., Київ, Україна) [5];

«Штучний інтелект» (17–19 жовтня 2017 р., Київ, Україна) [6];

- «Глобальні виміри захисту економічної конкуренції» (27 жовтня 2017 р., Київ, Україна) [7];
- «Інформаційні технології та взаємодії» (8–10 листопада 2017 р., Київ, Україна) [8];
- «Глушковські читання» (13 грудня 2017 р., Київ, Україна) [9];
- «Сучасна інформатика: проблеми, досягнення та перспективи розвитку» (13–15 грудня 2017 р., Київ, Україна) [10];
- «Глобальні виміри захисту економічної конкуренції» (28 лютого 2018 р., Київ, Україна) [11];
- «Nonlinear analysis and applications» (April 12, 2018, Kyiv, Ukraine) [12];
- «Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем» (19–20 квітня 2018 р., Київ, Україна) [13];
- «Інформаційно-комп'ютерні технології – 2018» (20 квітня 2018 р., Житомир, Україна) [14];
- «Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання» (14–19 травня 2018 р., Івано-Франківськ, Україна) [15];
- «Міжнародна конференція з математичного моделювання, присвячена 250-річчю з дня народження Жана Батиста Жозефа Фур'є» (17–21 вересня 2018 р., Херсон, Україна) [16];
- «Контроль і управління в складних системах» (15–17 жовтня 2018 р., Вінниця, Україна) [17];
- «Modelare matematica, optimizare si tehnologii informationale» (November 12–16, 2018, Chisinau, Moldova) [18];
- «Глушковські читання» (21 листопада 2018 р., Київ, Україна) [19];
- «Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем» (11–12 квітня 2019 р., Київ, Україна) [20];
- «Теорія прийняття рішень» (15–20 квітня 2019 р., Ужгород, Україна) [21];
- «Удосконалювання енергоустановок методами математичного і фізичного моделювання» (8–10 жовтня 2019 р., Харків, Україна) [22];
- «Глушковські читання» (29 листопада 2019 р., Київ, Україна) [23];

«IEEE Conference on Advanced Trends in Information Theory» (December 18–20, 2019, Kyiv, Ukraine) [24];

«Контроль і управління в складних системах» (8–10 жовтня 2020 р., Вінниця, Україна) [25];

«Китайська цивілізація: традиція та сучасність» (5 листопада 2020 р., Київ, Україна) [26];

«III–IV Конгрес сходовознавців» (23–24 грудня 2020 р., Київ, Україна) [27];

«Modern Stochastics: Theory and Applications V» (June 1–4, 2021, Kyiv, Ukraine) [28];

«Actual problems of fundamental science» (June 1–5, 2021, Lutsk, Ukraine) [29];

«Питання оптимізації обчислень» (21 – 24 вересня 2021 р., Львів, Україна) [30];

«Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем» (21 жовтня 2021 р, Київ, Україна) [31];

«Mathematical Modeling, Optimization and Information Technologies» (November 15–19, 2021, Chisinau (Moldova), Kyiv (Ukraine), Batumi (Georgia)) [32];

«Nonlinear analysis and applications» (April 4–6, 2022, Kyiv, Ukraine) [33];

«Наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України за підсумками 2021 року» (26–30 вересня 2022 р., Київ, Україна) [34];

«Перспективи впровадження інновацій у атомну енергетику» (30 вересня 2022 р., Київ, Україна) [35];

«Information Technology and Implementation» (December 01, 2022, Kyiv, Ukraine) [36];

«Крим – це Україна: стратегія деокупації та реінтеграції» (24 лютого 2023 р., Одеса, Україна) [37].

**Структура та обсяг дисертації.** Робота складається з таких частин: вступ, чотири розділи з викладенням основного матеріалу, загальні висновки, список використаної літератури, додатки, що містять таблиці до розділу 4. Загальний обсяг дисертації складає 244 сторінки, з яких основний текст складає 160 сторінок. Додатки включають 59 таблиць.

# РОЗДІЛ 1. МОДЕЛЮВАННЯ ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ

## 1.1 Огляд літератури

Розробка моделей та методів управління, які підвищують суспільне благо при децентралізованому прийнятті рішення, є важливою задачею для багатьох галузей. В економічній теорії значна увага приділяється аналізу тісно пов'язаних проблем контрактів, що виникають при громадських і приватних закупівлях, при регулюванні та стимулюванні фірм, при організації та менеджменті. Досягнення стійких високих темпів зростання виробництва передбачає раціональне використання виробничих факторів, – насамперед, праці та капіталу (також вимірюваних у грошових одиницях). Таке використання має здійснюватися на всіх рівнях – кожного населеного пункту, міста, району, регіону та держави в цілому. Існують різні підходи до розв'язування оптимізаційних задач [4, 5]. Необхідно також враховувати все більшу цифровізацію економіки та вплив цього процесу на ефективність окремі галузі [6].

Наприкінці минулого тисячоліття економічна теорія почала визнавати, що при аналізі багатьох економічних проблем корисно розуміти природу обмеженої інформації, наявної в економічних учасників, і роль економічних інститутів для стимулювання бажаної стратегічної поведінки учасників. Серед таких можна виділити проблему стимулів між урядом та оборонними фірмами, які формують базові економічні характеристики оборонних закупівель [7]. Подібні моделі можуть використовуватись для контролю епідемічної захворюваності та боротьби з епідеміологічними ситуаціями [8-10].

Для дослідження важливим є вивчення конкуренції на світових ринках. Податкова конкуренція не включає фіскальну взаємодію серед урядів унаслідок зовнішніх ефектів громадського продукту, де резиденти однієї юрисдикції споживають громадські продукти, які забезпечують сусідні

юрисдикції. Наприклад, податок на капітал змушуватиме капітал шукати кращої віддачі в альтернативних юрисдикціях, а податок на дохід змушуватиме мобільних працівників змінювати юрисдикцію. Оскільки втрата податкової бази однією юрисдикцією означає вигреш інших юрисдикцій, то мобільність веде до зовнішніх ефектів серед юрисдикцій [11].

Глобалізація спонукає до створення транснаціональних фірм з підрозділами в різних країнах. В силу практики оподаткування за джерелом доходу, транснаціональна компанія (ТНК) має мотивацію зсувати прибуток і дохід між своїми територіальними підрозділами, щоб зменшувати свої загальні податкові зобов'язання [12–13]. Наслідком цього є податкова конкуренція між країнами, а також виклики для податкових служб по всьому світу [11; 14]. Коли країни вибирають свої податкові ставки неодноразово, то може існувати ефект податкового лідерства.

Країни, які користувалися своїм лідерством у встановленні високих податкових ставок на корпоративний прибуток, дедалі більше вимушені конкурувати з іншими юрисдикціями для залучення мобільних інвестицій і прибутків. Тому вважається, що менші країни, зіштовхуючись з більш еластичними податковими базами (еластичнішою пропозицією капіталу) порівняно з більшими країнами, мають сильніші стимули пропонувати низькі податкові ставки. Ці ставки також залежать від стратегічної поведінки та політичного впливу. Якщо у 1982 р. малі та великі країни мали середню податкову ставку 38.9% та 43.7% відповідно, то у 1999 р. малі та великі країни мали середню податкову ставку 31.1% та 33.8% відповідно [15]. Те, що при цьому в малих країнах ставка знизилася на 8.8%, а у великих – на 9.9%, є одним з наслідків зростаючої міжнародної податкової конкуренції, при якій великі країни користуються ринковою владою, встановлюючи вищі податкові ставки [16].

Якщо ТНК працює у двох державах (великій і малій), то кожна з держав конкурує з іншою, встановлюючи свій податок на корпоративний дохід на своїй території [17]. Тоді послідовна податкова рівновага (Штакельберга)

завжди є Парето-домінантною відносно одночасної податкової рівноваги (Неша), причому кожній державі бути податковим послідовником (встановлювати податок після отримання інформації про податок іншої держави) вигідніше, ніж бути податковим лідером.

Вимірювання ефективності стало предметом надзвичайного інтересу, коли організації почали приділяти увагу підвищенню продуктивності своєї діяльності та своєї конкурентоспроможності. Проблема вимірювання продуктивної ефективності галузі важлива як теоретично, так і практично для особи, яка приймає економічні рішення. Важливо емпірично перевіряти теоретичні висновки про відносну ефективність різних економічних систем, а також уміти проводити деякі фактичні вимірювання ефективності.

Епохальна робота [18] щодо вимірювання ефективності підрозділів прийняття рішень (decision making units, DMUs) дала поштовх іншим напрямкам сучасної потужної методології обробки даних – аналізу охоплення даних (data envelopment analysis, DEA). Крім численних конкретних застосувань ідей DEA у практичних ситуаціях, уваги заслуговують, насамперед, методологічні розробки DEA стосовно моделей вимірювання ефективності, підходів до поєднання обмежень на множники відповідних оптимізаційних задач, класифікації змінних і мінливості даних [19–20]. Важливим напрямком досліджень у даній галузі є прийняття рішень в умовах нечіткої інформації [21–22].

Спробам вирішити проблему вимірювання продуктивної ефективності не вдавалося поєднати вимірювання кількох факторів (входів) виробництва. До таких спроб належать формування середньої продуктивності єдиного фактора (праці, капіталу, технологічного рівня тощо) без урахування інших факторів виробництва та порівняння середньозваженого входу з виходом виробництва. Загальний підхід аналізу діяльності [23] для вирішення проблеми вимірювання продуктивної ефективності можна поширювати на будь-яку продуктивну організацію – від активності групи людей до роботи економіки в цілому [24].

Цей підхід дозволяє брати до уваги не лише кілька входів, але й кілька виходів виробництва [25–26].

Початкова ідея DEA полягала у пошуку методології, за допомогою якої серед порівнянних DMUs можна визначати найкращі та формувати межу їхньої ефективності. Ця методологія також дозволила вимірювати рівень ефективності DMUs нижче межі ефективності та визначати для них орієнтири [27].

## **1.2 Про рівноваги стійкого стану конкурентної економіки**

Запровадження програми соціального забезпечення (СЗ) веде до трансферта ресурсів до нинішнього покоління від наступних поколінь. Тому виникають питання соціальної підтримки такої програми, механізмів вибору якісних і кількісних рівнів забезпечення, питання переваги СЗ відносно приватного страхування.

Структура фінансування СЗ може мати важливі наслідки для економічного впливу програми СЗ, а також для її самопідтримуваності при демографічних змінах. Нехай економіка складається з людей різних поколінь, які перетинаються у часі, а в житті кожної людини (кожного споживача) виділяються два періоди – до виходу на пенсію (перший період) та після виходу на пенсію (другий період). У своєму першому періоді споживач пропонує послуги своєї праці. Нехай економіка має один капітальний товар, купівля якого дозволяє заощаджувати.

У повністю фінансованій системі кожний споживач у своєму першому періоді здійснює внески у СЗ через податок СЗ, які використовуються програмою СЗ для купівлі капіталу. Капітал економіки – це сума приватного капіталу та громадського капіталу програми СЗ. Загальний дохід споживачів у другому періоді – це сума внесків у програму СЗ (податків СЗ) та отриманих відсотків на капітал.

Повністю фінансована система СЗ (ПФССЗ) ефективно стимулює кожного споживача заощаджувати суму, не меншу податку СЗ. Якщо за відсутності СЗ всі споживачі заощаджують суму, більшу податку СЗ, то за інших однакових умов повністю фінансована система СЗ замінюватиме приватні заощадження на еквівалентні громадські заощадження, не змінюючи рівноважного результату. Якщо віддачі на приватні та громадські заощадження відрізняються, то ПФССЗ змінює рівноважний результат.

Припустимо, у період  $t$  народжується  $N_t$  ідентичних осіб (які можуть мати різні дати народження), які становлять покоління  $t$  – покоління працівників. Тоді покоління  $(t - 1)$  – це покоління пенсіонерів. На відміну від ПФССЗ, касова система СЗ (КССЗ) використовує не капітал, а трансферти від покоління  $t$  до покоління  $(t - 1)$ .

Оскільки у США програма СЗ мала капітал, достатній для фінансування пенсій не більше двох місяців, то цю програму СЗ можна вважати касовою [28]. Якщо КССЗ веде до перерозміщення ресурсів між поколіннями, то ПФССЗ – до перерозміщення ресурсів для кожного покоління. Тому ці системи мають різні наслідки для добробуту.

Система, що є проміжною між КССЗ і ПФССЗ, називається неповністю фінансованою (non-fully-funded) системою СЗ (НФССЗ). НФССЗ має деякий капітал, відсоток на який разом з податком СЗ (надходження НФССЗ) у даний час відрізняється від доходу споживачів в їхньому другому періоді. Додатність різниці надходжень НФССЗ і цього доходу означає інвестування в капітал, а від'ємність такої різниці – зношення капіталу.

Модель [29] (автор цієї моделі – Нобелівський лауреат 1970 р.) оптимальної програми СЗ має жорсткі припущення: пропозиція праці є повністю нееластичною, а суб'єктивні рішення про вихід на пенсію є фіксованими. Замість цих припущень можна використовувати менш жорсткі.

Оскільки конкурентна рівновага може бути неоптимальною в економіці з паралельними поколіннями (що перетинаються в часі), то запровадження СЗ у конкурентну економіку може підвищувати Парето-ефективність її рівноваги:

Парето-оптимальне рішення бере до уваги просту форму програми СЗ через трансферт одиниці товару від споживача покоління  $t$  до споживача покоління  $(t - 1)$ . Ряд таких трансфертів є рівносильним касовій програмі СЗ, підвищуючи добробут старшого покоління у період запровадження програми та не змінюючи добробуту наступних поколінь [30].

Економіка з поколіннями, що перетинаються в часі, може передбачати не лише обмін товарами (обсяг яких для кожного покоління споживачів є заданим для початкового періоду), але й виробництво товарів за допомогою капіталу і праці [31] (автор цієї роботи – Нобелівський лауреат 2010 р.). Модель Даймонда [31] дозволяє досліджувати ефективність співвідношення між обсягами виробничих факторів – капіталу і праці.

У моделі Даймонда кожний споживач до виходу на пенсію пропонує одиницю праці, створюючи нееластичну пропозицію та отримуючи (трудоий) дохід, а після виходу на пенсію споживає заощадження плюс відсоток на них. До виходу на пенсію дохід споживача – це заощадження плюс споживання. Усі споживачі, які мають однакову дату народження, утворюють когорту. Нехай темп зростання населення є постійним.

Припустимо, економіка виробляє єдиний агрегований товар для споживання. Запас цього товару плюс заощадження попереднього періоду становлять наявний капітал, який не зношується у ході виробництва. Існування капіталу як запасу вартості дозволяє кожному споживачу переносити купівельну спроможність від свого першого до свого другого періоду. Нехай виробнича функція виявляє постійну віддачу від масштабу, а вибраний рівень виробництва максимізує прибуток за досконалої конкуренції (на всіх ринках).

Припустимо, всі споживачі будь-якого покоління  $t$  мають ідентичні переваги, що виражаються функцією корисності

$$U = U(x_t^t, x_t^{t+1}) = U_1(x_t^t, x_t^{t+1}) + U_2(x_t^t, x_t^{t+1}), \quad (1.1)$$

де  $x_t^t$  – рівень споживання товару споживачем покоління  $t$  у (свій перший) період  $t$ , а  $x_t^{t+1}$  – рівень споживання товару цим споживачем покоління у (свій другий) період  $(t + 1)$ , причому праця споживача не знижує його корисності.

Для побудови бюджетного обмеження періоду  $t$  для типового споживача зазначимо, що номінальний трудовий дохід (зарплата, wage)  $W_t$  за одиницю праці складається із споживання обсягу  $x_t^t$  товару й обсягу  $s_t$  заощадженого товару (заощаджень, savings):

$$W_t = p_t(x_t^t + s_t), \quad (1.2)$$

де  $p_t$  – ціна споживчого товару. Вартість споживання обсягу  $x_t^{t+1}$  товару має дорівнювати вартості заощаджень:

$$p_t s_t = p_{t+1} x_t^{t+1}. \quad (1.3)$$

Використовуючи поняття відсоткової ставки на період  $(t + 1)$

$$r_{t+1} = \frac{p_t - p_{t+1}}{p_{t+1}} = \frac{p_t}{p_{t+1}} - 1, \quad (1.4)$$

з рівнянь (1.2) і (1.3) знаходимо реальну зарплату

$$w_t = \frac{W_t}{p_t} = x_t^t + s_t = x_t^t + x_t^{t+1} \frac{p_{t+1}}{p_t} = x_t^t + \frac{x_t^{t+1}}{1 + r_{t+1}}. \quad (1.5)$$

Зазначимо, що з рівнянь (1.3) і (1.4) маємо

$$x_t^{t+1} = \frac{p_t}{p_{t+1}} s_t = (1 + r_{t+1}) s_t.$$

Умови першого порядку максимізації функції (1.1) означають рівність міжчасового граничного рівня заміни між обсягами споживання  $x_t^t$ ,  $x_t^{t+1}$  та міжчасового граничного рівня трансформації:

$$\frac{\partial U_1(x_t^t, x_t^{t+1})}{\partial x_t^t} \left( \frac{\partial U_2(x_t^t, x_t^{t+1})}{\partial x_t^{t+1}} \right)^{-1} = 1 + r_{t+1}. \quad (1.6)$$

З рівняння (1.5) випливають залежності

$$x_t^t = x_t^t(w_t, r_{t+1}), \quad (1.7)$$

$$x_t^{t+1} = x_t^{t+1}(w_t, r_{t+1}). \quad (1.8)$$

Виробничий сектор економіки задає агрегована виробнича функція

$$Y_t = F(K_t, L_t),$$

де  $K_t$  та  $L_t$  – відповідно рівень капіталу та пропозиції праці у період  $t$ . Оскільки кожний споживач у своєму першому періоді надає нееластичну пропозицію одиниці праці, то  $L_t$  дорівнює чисельності  $H_t$  покоління  $t$ :

$$L_t = H_t. \quad (1.9)$$

Виробничу функцію можна інтерпретувати як технологію однієї фірми чи агреговану технологію множини ідентичних фірм. Оскільки капітал не зношується, то у будь-який період  $t$  споживання  $x_t^t$ ,  $x_{t-1}^t$  та заощадження  $s_t$  задовольняють рівності

$$Y_t + K_t = H_t x_t^t + H_{t-1} x_{t-1}^t + H_t s_t, \quad (1.10)$$

звідки випливає величина чистого випуску

$$Y_t = H_t x_t^t + H_{t-1} x_{t-1}^t + H_t s_t - K_t.$$

Якщо виробнича функція  $F(K_t, L_t)$  виявляє постійну віддачу від масштабу, то є однорідною ступеня 1:

$$F(v K_t, v L_t) = v F(K_t, L_t) \quad \forall v > 0. \quad (1.11)$$

Коли чисельність населення зростає з темпом  $n$ , то

$$H_t = (1+n)H_{t-1}, \quad (1.12)$$

що суттєво для випуску на душу населення. При  $v = \frac{1}{L_t}$  рівність (1.11) дає

$$y_t \equiv \frac{Y_t}{L_t} = \frac{1}{L_t} F(K_t, L_t) = F\left(\frac{1}{L_t} K_t, \frac{1}{L_t} L_t\right) = F\left(\frac{K_t}{L_t}, 1\right) = F(k_t, 1) \equiv f(k_t),$$

де  $k_t \equiv \frac{K_t}{L_t}$  означає капіталоозброєність праці.

Якщо ринок праці є конкурентним, то з максимізації по  $L_t$  чистого прибутку  $\pi_t = Y_t - L_t w_t = L_t f(k_t) - L_t w_t - K_t r_t$  випливає

$$0 = \frac{\partial \pi_t}{\partial L_t} = f(k_t) + L_t(k_t)' f'(k_t) - w_t = y_t - L_t \frac{K_t}{(L_t)^2} f'(k_t) - w_t,$$

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t). \quad (1.13)$$

Аналогічно з максимізації по  $K_t$  чистого прибутку впливає

$$0 = \frac{\partial \pi_t}{\partial K_t} = \frac{\partial [L_t f(k_t)]}{\partial K_t} - r_t = L_t \frac{\partial f[(L_t)^{-1} K_t]}{\partial K_t} - r_t = f'(k_t) - r_t,$$

$$r_t = f'(k_t). \quad (1.14)$$

У загальній рівновазі всі споживачі дістають максимальну корисність, репрезентативна фірма має максимальний прибуток, а попит дорівнює пропозиції. При цьому рівень  $K_{t+1}$  використаного у період  $(t + 1)$  капіталу дорівнює загальному рівню заощаджень у попередній період  $t$ :

$$K_{t+1} = H_t(w_t - x_t^t).$$

Звідси в силу рівностей (1.9) і (1.12) маємо умову рівноваги на ринку капіталу:

$$w_t - x_t^t = \frac{K_{t+1}}{L_t} = \frac{K_{t+1}}{(1+n)^{-1} L_{t+1}} = k_{t+1}(1+n). \quad (1.15)$$

Система рівнянь (1.5), (1.6), (1.13)–(1.15) задає рівноважну еволюцію економіки. Ці рівноважні рівняння можна використати, щоб пояснити еволюцію рівня  $k_t$  капіталу, яка, в свою чергу, пояснює часові залежності інших ендогенних змінних  $x_t^t$ ,  $x_t^{t+1}$ ,  $w_t$ ,  $r_t$ . Міжчасову рівновагу утворює послідовність  $x_t^t$ ,  $x_t^{t+1}$ ,  $k_t$ ,  $w_t$ ,  $r_t$ , яка досягає загальної рівноваги у кожний період  $t$ .

Нехай у період 1 економіка має певний рівень  $k_1$  капіталу, що належить усім споживачам. Тоді рівності (1.13), (1.14), (1.6) визначають значення  $w_1$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  відповідно. Значенню  $r_2$  відповідає значення  $k_2$  в силу рівності (1.14). У свою чергу, значенням  $w_1$  та  $k_2$  відповідає значення  $x_1^1$  в силу рівності (1.15). Нарешті, значенням  $w_1$ ,  $r_2$ ,  $x_1^1$  відповідає значення  $x_1^2$  в силу рівності (1.5). У період 2

подібний процес перерахунку можна повторити. Продовження подібного процесу генерує рівноважний шлях економіки для всіх періодів  $t = 1, 2, \dots$

Міжчасова поведінка економіки з поколіннями, що перетинаються в часі, є предметом плідних аналітичних досліджень. Важливим питанням є стійкий стан (steady state) такої економіки, коли значення всіх змінних є постійними, зокрема значення  $k_t$  капіталоозброєності праці. У такому стані споживачі всіх поколінь матимуть однаковий життєвий план споживання. Тому цей стан можна інтерпретувати як довгострокову рівновагу, в якій економіка сягає межі свого розвитку (при збіжності економіки до стійкого стану).

Оскільки у стійкому стані значення всіх змінних  $x_t^1, x_t^{t+1}, k_t, w_t, r_t$ , є постійними у будь-який період  $t$  часу, позначимо ці значення  $x^1, x^2, k, w, r$  відповідно. Тоді з рівнянь (1.5), (1.13), (1.14) випливає

$$f(k) - k f'(k) = w = x^1 + \frac{x^2}{1+r} = x^1 + \frac{x^2}{1+f'(k)}, \quad (1.16)$$

а з рівняння (1.15) –

$$f(k) - k f'(k) - x^1 = w - x^1 = k(1+n), \quad (1.17)$$

$$x^1 = f(k) - k f'(k) - k(1+n). \quad (1.18)$$

Рівняння (1.16) і (1.17) дають

$$\begin{aligned} w - \frac{x^2}{1+f'(k)} = x^1 = w - k(1+n), \\ x^2 = k(1+n)[1+f'(k)]. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Система рівнянь (1.18) і (1.19) визначає стійкий стан як пару  $\{x^1(k), x^2(k)\}$   $\forall k$ . Множину всіх допустимих пар  $\{x^1(k), x^2(k)\}$  називають межею можливостей споживання, яка вказує можливі споживчі плани стійкого стану для різних значень  $k$ .

Існують економічні міркування вважати, що залежність  $x^1(x^2)$  на межі можливостей споживання не є монотонною. При  $k = 0$  система (1.18), (1.19) дає  $x^1 = x^2 = 0$ , а при  $k > 0$  ця система дає  $x^1, x^2 > 0$ . При зростанні  $k$

значення  $x^1, x^2$  збільшуються. Оскільки з системи (1.18), (1.19) випливають рівності

$$(x^1)' = f'(k) - [f'(k) - k f''(k)] - (1+n) = k f''(k) - (1+n),$$

$$(x^2)' = (1+n)[1 + f'(k) + k f''(k)],$$

то при великих значеннях  $k$  величина  $x^1$  може почати спадати (коли  $(x^1)' < 0$ ) і досягати рівня  $x^1 = 0$ . Форма межі можливостей споживання залежить від залежності  $f''(k) = r'$ . Малі значення  $k$  не дозволяють виробляти (і споживати) багато товару, а великі значення  $k$  дозволяють виробляти (і споживати) багато товару. Високим значенням  $k$  відповідає менша віддача  $r$  на капітал, високі заощадження і низьке споживання.

Кожна точка  $\{x^1, x^2\}$  на межі можливостей споживання може бути рівновагою стійкого стану, якій відповідає певна величина  $k$ . Стійкий стан як конкурентна рівновага економіки визначається через взаємодію споживчих переваг і межі можливостей споживання. Тоді виникають питання про ефективність різних значень  $k$  та існування оптимального значення  $k$ .

Оптимальний вибір споживача – це точка торкання його кривої байдужості до лінії бюджетного обмеження (1.5), яка має найвищий рівень корисності. Ця лінія має градієнт  $\frac{dx^2}{dx^1} = -(1+r)$  у координатах  $x^2$  по вертикалі та  $x^1$  по горизонталі. Оскільки в рівновазі стійкого стану споживчий план  $\{x^1, x^2\}$  розташований на межі можливостей споживання, то таку рівновагу можна шукати, рухаючись по цій межі та досягаючи рівня  $k$ , якому відповідає рівність

$$\frac{dx^2}{dx^1} = -(1+r) = -[1 + f'(k)].$$

Останній рівності відповідають не обов'язково рівноважні рівні  $k$ .

Отже, функція корисності  $U$  та виробнича функція  $F$  визначають точку конкурентної рівноваги на межі можливостей споживання. Оскільки у стійкому стані кожний споживач кожного покоління має ідентичний життєвий споживчий план, то точки на межі можливостей споживання відрізняються не за їхнім перерозподілом добробуту, а за їхньою Парето-ефективністю. Коли конкурентна рівновага не є Парето-ефективною, то Перша теорема економіки добробуту не має місця для економіки з поколіннями, що перетинаються в часі. Можна довести існування Парето-оптимального значення  $k$ , яке відповідає найбільшій Парето-ефективності.

При побудові межі можливостей споживання зазначалося, що кожній парі рівнів  $\{x^1, x^2\}$  споживання відповідає свій рівень  $k$ . Тому дослідження ефективності альтернативних пар рівнів  $\{x^1, x^2\}$  споживання зводиться до дослідження альтернативних рівнів  $k$ . Оптимальний рівень  $k = k^*$  максимізує загальне споживання обох поколінь у кожний період  $t$ . Співвідношення (1.18) і (1.19) при  $k = k^*$  називають Золотим правилом, а значення  $k^*$  – рівнем Золотого правила. Подібні правила важливі для теорії економічного зростання [32].

Загальне споживання обох поколінь  $t$  та  $(t - 1)$  у період  $t$  становить

$$x_t^t H_t + x_{t-1}^t H_{t-1} = x_t^t H_t + x_{t-1}^t \frac{H_t}{1+n} = H_t \left( x_t^t + \frac{x_{t-1}^t}{1+n} \right), \quad (1.20)$$

враховуючи рівність (1.12). Таким чином, загальне споживання на особу покоління  $t$  дорівнює  $x_t^t + (1+n)^{-1} x_{t-1}^t$ . У стійкому стані таке споживання максимізується при  $k = k^*$ .

Беручи до уваги рівності

$$\begin{aligned} x_t^t H_t &= H_t f(k_t) - H_{t+1} k_{t+1} = H_t f(k_t) - (1+n) H_t k_{t+1}, \\ s_t &= k_{t+1}, & x_{t-1}^t H_{t-1} &= s_{t-1}^t H_t = H_t k_t, \end{aligned}$$

перепишемо співвідношення (1.20) як

$$H_t[x_t^t + (1+n)^{-1}x_{t-1}^t] = x_t^t H_t + x_{t-1}^t H_{t-1} = H_t[f(k_t) - (1+n)k_{t+1} + k_t],$$

$$x_t^t + (1+n)^{-1}x_{t-1}^t = f(k_t) - (1+n)k_{t+1} + k_t,$$

що для стійкого стану означає

$$x^1 + (1+n)^{-1}x^2 = f(k) - (1+n)k + k = f(k) - nk.$$

Отже, у стійкому стані максимізація по  $k$  загального споживання  $x_t^t + (1+n)^{-1}x_{t-1}^t$  на особу покоління  $t$  є рівносильною максимізації по  $k$  функції  $f(k) - nk$ . Звідси випливає Золоте правило

$$f'(k^*) = n. \quad (1.21)$$

Золоте правило не обов'язково визначає Парето-оптимальне рішення.

Якщо конкурентна економіка (для якої має місце умова (1.14)) досягає рівноваги стійкого стану при  $r = n$ , то ця рівновага задовольняє Золотому правилу (1.21). Отже, конкурентна економіка відповідає Золотому правилу  $k = k^*$ , коли відсоткова ставка дорівнює темпу зростання населення.

Загальне диференціювання рівнянь (1.18) і (1.19) дає

$$dx^1 = [f'(k) - f'(k) - f''(k) - (1+n)]dk = -[1+n+f''(k)]dk,$$

$$dx^2 = \{(1+n)[1+f'(k)] + k(1+n)f''(k)\}dk = (1+n)[1+f'(k) + kf''(k)]dk,$$

звідки випливає значення градієнта на межі можливостей споживання

$$\frac{dx^2}{dx^1} = -\frac{(1+n)[1+f'(k) + kf''(k)]}{1+n+f''(k)}.$$

Звідси при  $k = k^*$  в силу Золотого правила (1.21) маємо

$$\frac{dx^2}{dx^1} = -\frac{(1+n)[1+f'(k) + kf''(k)]}{1+n+f''(k)} = -\frac{(1+n)(1+n+k \times 0)}{1+n+0} = -(1+n).$$

Таким чином, при  $r = n$  градієнт бюджетного обмеження споживача дорівнює  $-(1+n)$  у точці  $(x^{1*}, x^{2*})$  Золотого правила, дотичній до межі можливостей споживання. Водночас при бюджетному обмеженні споживач обиратиме обсяги споживання  $x^{1*}$  та  $x^{2*}$ , щоб конкурента рівновага відповідала Золотому правилу: у точці  $(x^{1*}, x^{2*})$  крива байдужості споживача

торкатиметься бюджетного обмеження. Оскільки такий збіг вибору  $k = k^*$  відповідно до Золотого правила і вибору споживача відповідно до його переваг потребує малоімовірної комбінації технології та споживчих переваг, то споживач, напевне, обирає точку  $(x^1, x^2)$ , де конкурентна рівновага не відповідає Золотому правилу.

Якщо рівень  $k$  капіталоозброєності більший (менший) рівня  $k^*$  Золотого правила, то відповідна відсоткова ставка  $r$  менша (більша) темпу  $n$  зростання населення через увігнутість виробничої функції та прийняття рішень фірми.

Розглянемо спочатку випадок  $k > k^*$ , коли стійкий стан економіки має надлишковий капітал, але не максимальне споживання на душу населення. Покажемо, що цей стан не є Парето-ефективним, бо існує Парето-поліпшення цього стану економіки.

Зазначимо, що за припущенням в економіці існує єдиний товар, а капітал виражається обсягом заощадженого товару. Тому у будь-який час можна зменшувати рівень капіталу, збільшуючи споживання за рахунок капіталу. Отже, при  $k > k^*$  наявні споживачі можуть збільшувати своє споживання на  $(k - k^*)$ , зменшуючи рівень капіталу до  $k^*$ . Тоді збільшуватимуться добробут наявних поколінь (за рахунок збільшення поточного споживання без виробничих втрат) і добробут наступних поколінь (за рахунок виходу на шлях Золотого правила і максимізації їхнього споживання).

Коли споживання  $(k - k^*)$  надлишкового капіталу підвищує споживання наявних і майбутніх поколінь, то відбувається певне Парето-поліпшення, а стійкий стан при  $k > k^*$ ,  $r < n$  не є Парето-ефективним.

У стані при  $k \leq k^*$  подібного Парето-поліпшення не відбуватиметься, бо у цьому стані економіка не має достатньо капіталу для виходу на шлях Золотого правила. Для виходу на цей шлях економіці потрібен додатковий капітал за рахунок споживання принаймні одного покоління. Зниження споживання рівносильне зменшенню добробуту цього покоління, а вихід на

шлях Золотого правила збільшуватиме добробут майбутніх поколінь (від яких не потребуватиметься зниження споживання для збільшення рівня капіталу). Оскільки при цьому споживання принаймні одного покоління знижується, то не відбувається Парето-поліпшення: всі стани при  $k \leq k^*$  є Парето-ефективними.

Отже, будь-який стійкий стан при  $k > k^*$ ,  $r < n$  не є Парето-ефективним (є Парето-неефективним); усі такі стани називають динамічно неефективними. Стани при  $k \leq k^*$  є Парето-ефективними; всі такі стани називають динамічно ефективними. Те, що в даній моделі можуть існувати Парето-неефективні стійкі стани, незважаючи на задоволення стандартних поведінкових та інформаційних припущень конкурентної економіки, свідчить про неможливість поширення Першої теореми економіки добробуту на економіки з поколіннями, що перетинаються. Такі економіки показують, що конкуренція не завжди веде до ефективності за відсутності стандартних причин неефективності (скажімо, за монополізму) [33]. Цей фундаментальний висновок є підставою для вивчення численних форм політичного втручання в економіку.

Таким чином, рівновага стійкого стану при  $r < n$  є Парето-неефективною, незважаючи на задоволення всіх стандартних припущень конкурентної економіки. Покажемо, що стійкий стан при  $r < n$  виникає у звичайній економіці, де функція корисності репрезентативного споживача в кожному поколінні визначається

$$U(x^1, x^2) = \beta \log(x^1) + (1 - \beta) \log(x^2),$$

а виробнича функція задається  $f(k) = y = k^\alpha$ . Тоді в силу рівності (1.6) максимізація корисності означає

$$1 + r = \frac{\partial U_1}{\partial x^1} \left( \frac{\partial U_2}{\partial x^2} \right)^{-1} = \frac{\beta}{x^1} \left( \frac{1 - \beta}{x^2} \right)^{-1} = \frac{\beta x^2}{(1 - \beta) x^1}, \quad \frac{x^2}{x^1} = \frac{(1 + r)(1 - \beta)}{\beta}. \quad (1.22)$$

Враховуючи тут координати (18), (19) стійкого стану, знаходимо

$$\frac{(1+r)(1-\beta)}{\beta} = \frac{x^2}{x^1} = \frac{k(1+n)[1+f'(k)]}{f(k)-k f'(k)-k(1+n)},$$

звідки в силу умови (14) рівноваги ринку капіталу маємо

$$\frac{(1-\beta)}{\beta} = \frac{k(1+n)}{f(k)-k f'(k)-k(1+n)} = \frac{k(1+n)}{k^\alpha - k \alpha k^{\alpha-1} - k(1+n)} = \frac{1+n}{k^{\alpha-1}(1-\alpha) - (1+n)}$$

$$\beta(1+n) = (1-\beta)(1-\alpha)k^{\alpha-1} - (1-\beta)(1+n),$$

$$1+n = (1-\beta)(1-\alpha)k^{\alpha-1}, \quad k^{1-\alpha} = \frac{1+n}{(1-\beta)(1-\alpha)},$$

$$r = f'(k) = \alpha k^{\alpha-1} = \frac{\alpha(1+n)}{(1-\beta)(1-\alpha)}. \quad (1.23)$$

Тому Золоте правило (21) матиме місце лише при

$$n = r = \frac{\alpha(1+n)}{(1-\beta)(1-\alpha)}, \quad (1-\beta)(1-\alpha)n = \alpha + \alpha n,$$

$$n = \frac{\alpha}{(1-\beta)(1-\alpha) - \alpha}. \quad (1.24)$$

Оскільки параметр  $\beta$  функції корисності та параметр  $\alpha$  виробничої функції, як правило, не задовольнятимуть умові (1.24), то економіка не зростатиме шляхом Золотого правила: зростання економіки шляхом Золотого правила є радше винятком, ніж нормою [34]. В силу співвідношень (1.23) і (1.24) рівновага стійкого стану є Парето-неефективною за умови

$$\frac{\alpha(1+n)}{(1-\beta)(1-\alpha)} = r < n = \frac{\alpha}{(1-\beta)(1-\alpha) - \alpha},$$

$$\frac{1+n}{(1-\beta)(1-\alpha)} < \frac{1}{(1-\beta)(1-\alpha) - \alpha},$$

$$(1-\beta)(1-\alpha) < (1+n)[(1-\beta)(1-\alpha) - \alpha] = (1-\beta)(1-\alpha) - \alpha + n[(1-\beta)(1-\alpha) - \alpha],$$

$$\alpha(1+n) = \alpha + n\alpha < n(1-\beta)(1-\alpha),$$

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} < \frac{n(1-\beta)}{1+n}, \quad (1.25)$$

припускаючи задоволення нерівностей

$$1 > \beta > 0, \quad 1 > \alpha > 0,$$

$$\alpha < (1 - \beta)(1 - \alpha),$$

$$\frac{\alpha}{1 - \alpha} < 1 - \beta.$$

З останньої нерівності випливає умова (1.25).

Задоволенню умови (1.25) сприяють менше значення параметра  $\alpha$  залежності випуску від капіталоозброєності праці, більше значення параметра  $n$  зростання населення, менше значення параметра  $\beta$  споживання у періоді 1 для функції корисності.

Отже, Парето-ефективність рівноваги стійкого стану визначається рівнем капіталу  $k$  відносно його оптимального рівня  $k^*$ . Економіка може досягати рівноваги у динамічно неефективному стійкому стані, який не є Парето-ефективним. Можна досягати Парето-поліпшення цього стану, споживаючи деякий обсяг капіталу. Приклад виробничої функції Кобба–Дугласа ілюструє умову (1.25) динамічної неефективності.

Те, що конкурентна рівновага економіки з паралельними поколіннями не обов'язково є Парето-ефективною, потребує пояснення. Насамперед, слід з'ясувати поняття ефективності. Припустимо, у найпростішій економіці немає виробництва, а відтак немає капіталу. Нехай споживач покоління  $t$  володіє одиницею споживчого товару, а споживач покоління  $(t - 1)$  не володіє споживчим товаром. Очевидно, споживач покоління  $t$  бажає мати додатні обсяги споживання  $x_t^t > 0$ ,  $x_t^{t+1} > 0$  у кожний період, причому  $x_t^t + x_t^{t+1} = 1$ ; іншими словами, цей споживач бажає обміняти обсяг  $(1 - x_t^t)$  товару, спожитого у період  $t$ , на обсяг  $x_t^{t+1}$  цього товару, спожитого у період  $(t + 1)$ . Проте такий обмін неможливий, бо споживач покоління  $(t - 1)$  не володіє споживчим товаром. Тоді єдиною рівновагою економіки є відсутність обміну (автаркія), позаяк Парето-ефективне рішення передбачає обсяги споживання  $x_t^t > 0$ ,  $x_t^{t+1} > 0$  у періоди  $t$ ,  $(t + 1)$  відповідно. Тому ця рівновага є неефективною.

Неефективність рівноваги пояснюється не лише відсутністю передачі купівельної спроможності між поколіннями [35]. По-перше, ефективність у конкурентній економіці не є характеристикою структури економіки. По-друге, неефективність може мати місце за наявності передачі купівельної спроможності між поколіннями споживачів через їхні заощадження. Зазвичай неефективність виникає тоді, коли ринок дає хибні цінові сигнали, скажімо, при монополізмі та зовнішніх ефектах. Неефективність може бути наслідком хибного сигналу відсоткової ставки для інвестицій у виробництво.

Оскільки паралельні покоління економіки існують у будь-який період часу, то кількість споживачів економіки є необмеженою. Якщо вважати товар у даний період часу відмінним від товару в інший період часу, то кількість товарів економіки також є необмеженою. При скінченних кількостях споживачів і товарів конкурентна економіка є Парето-ефективною [36], а при нескінченних кількостях споживачів і товарів вона може бути неефективною. При скінченній кількості споживачів і нескінченній кількості товарів обсяг купівлі даним споживачем є малим відносно загального ринкового попиту, а така ідеалізована конкурентна економіка буде ефективною. Аналогічно конкурентна економіка буде ефективною при нескінченній кількості споживачів і скінченній кількості товарів.

### 1.3 Золоте правило для поколінь, що перетинаються

Чистий прибуток репрезентативної компанії дорівнює  $\pi_t = Y_t - L_t w_t = L_t f(k_t) - L_t w_t - K_t r_t$ , де:  $Y_t = F(K_t, L_t)$  є його вихідною функцією;  $K_t$  та  $L_t$  це рівень капіталу та пропозиції робочої сили, відповідно, у період  $t$ ;

$w_t = \frac{W_t}{p_t} = x_t^t + \frac{x_t^{t+1}}{1 + r_{t+1}}$  це реальна заробітна плата;  $W_t = p_t(x_t^t + s_t)$  це номінальна заробітна плата;  $p_t$  це ціна споживчого продукту;  $x_t^t$  та  $x_t^{t+1}$  рівень споживання поколінням  $t$  протягом його першого періоду  $t$  та протягом

другого періоду  $(t+1)$ , відповідно (кожне покоління має два періоди життя);

$r_{t+1} = \frac{p_t - p_{t+1}}{p_{t+1}} = \frac{p_t}{p_{t+1}} - 1$  це відсоткова ставка у період  $(t+1)$ ;  $k_t = \frac{K_t}{L_t}$ ;  $s_t = k_{t+1}$  це

рівень заощаджень поколінням  $t$ ;  $f(k_t) = \frac{Y_t}{L_t}$ . Якщо ринок праці є

конкурентним, тоді максимізація чистого прибутку відповідно до  $L_t$

передбачає  $w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$ , та максимізація чистого прибутку відповідно

до  $K_t$  передбачає  $r_t = f'(k_t)$ .

Нехай  $K_{t+1} = H_t(w_t - x_t^t)$ , де  $L_t = H_t = (1+n)H_{t-1}$  це кількість населення,

$n$  це темп приросту населення. Тоді у стійкому стані значення  $x_t^t$ ,  $x_t^{t+1}$ ,  $k_t$ ,  $w_t$ ,

$r_t$  є постійними у будь-який проміжок часу  $t$  та дорівнюють певним величинам

$x^1$ ,  $x^2$ ,  $k$ ,  $w$ ,  $r$ , відповідно:  $x^1 = f(k) - k f'(k) - k(1+n)$ ;

$x^2 = k(1+n)[1 + f'(k)]$ .

Загальне споживання обох поколінь, що перетинаються,  $t$  та  $(t-1)$  в

період  $t$  дорівнює то  $x_t^t H_t + x_{t-1}^t H_{t-1} = H_t \left( x_t^t + \frac{x_{t-1}^t}{1+n} \right)$ . Тоді економіка в стійкому

стані характеризується загальним споживанням на душу населення

$x^1 + (1+n)^{-1} x^2 = f(k) - nk$ .

**Твердження 1.1.** Максимізація загального споживання на душу

населення задовольняє Золотому правилу  $f'(k^*) = n$  для оптимального

значення капіталу  $k^*$  на одиницю праці.

#### 1.4 Модель зростання децентралізованої економіки з виробничими функціями Кобба–Дугласа

Економічна структура, в якій уряд відіграє головну роль, а ринок набуває більшої ваги [37–38], називається змішаною. Така структура може

бути вбудована у стандартну модель економічного зростання [39]. При цьому необхідно врахувати агентську проблему, яка виникає між урядами – центральним та місцевим. Орієнтація на короткострокові проекти допомагає пояснювати такі виклики для економіки, як тіньове банківництво чи ненадійна економічна статистика. Питання економічного зростання України почали досліджуватися до початку її фактичного економічного зростання [40–41]. Пізніше ці питання потребували розробки відповідних механізмів [14,16,42], включаючи механізми децентралізації [43–45].

Стандартна макроекономічна теорія потребує певного розширення на основі ролей урядів різних рівнів у відомих мікроекономічних механізмах [46]. На Київському міжнародному економічному форумі 8–9 листопада 2019 р. найбагатша людина Китаю Джек Ма, засновник Alibaba Group, провів певні паралелі між своїм власним досвідом, досвідом своєї батьківщини та досвідом України. Ма вважає, що Україні слід розвивати логістику (зокрема ланцюги постачання (supply chains)), покриття інтернетом, електронні платежі та підприємництво загалом.

Існують політичні моделі, в яких уряди на рівні регіону відіграють головну роль в економічному розвитку. На такі регіональні уряди може приходити лєвова частина фіскальних витрат, і такі уряди відповідають за розвиток інфраструктури в своєму регіоні (будівництво доріг, магістралей, аеропортів, тощо). При цьому керівництво регіонального уряду не обирається виборцями, а призначається центральним урядом.

Така система, в якій є таке розподілення бюджету та сфер відповідальності між центральним урядом та регіональними урядами, стимулює економічне зростання та надає можливість розвитку чиновникам. Але з іншого боку така система може спонукати місцевих чиновників до досягнення швидких результатів за рахунок, замість стратегічного планування.

Насамперед, незважаючи на наявність передових інформаційно-комунікаційних технологій, деяким федеративним утворенням не вистачає

надійної статистики про свою економіку. Загальний валовий внутрішній продукт (ВВП) країни може бути меншим, ніж сумарний ВВП суб'єктів цієї країни. Джерелом такої суттєвої розбіжності є не просто похибка вимірювання, а урядова бюрократія: будь-який регіональний уряд може впливати на бюро регіональної статистики, що надає звіт про регіональну економіку, який, в свою чергу, впливає на фіскальні трансферти від центрального уряду. Подібні проблеми приписок були притаманні колишньому СРСР [47] (автор цієї роботи – Нобелівський лауреат 2016 р.), а Загальнодержавна автоматизована система (ЗДАС) обліку й обробки інформації, запропонована академіком В.М. Глушковим, не знаходила підтримку радянської бюрократії, зокрема, Центрального статистичного управління СРСР. Тому стандартна модель економічного зростання потребує вдосконалення, яке могло б враховувати явище приписок: кар'єрні міркування мотивують регіонального керівника до завищення регіонального випуску. Це явище подібне до завищення корпоративних надходжень керівниками фірм, звіти яких є публічному доступі.

Оскільки місцевий уряд не поглинає споживання домогосподарств, то схильний інвестувати в місцеву інфраструктуру менше показника першого найкращого, за яким соціальний плановик приймає рішення про обсяг інфраструктурних інвестицій з метою максимізації соціального добробуту, що включає виграш як урядових, так і неурядових працівників. Ця проблема недостатнього інвестування у місцеву інфраструктуру відбиває ключову агентську проблему між центральним і місцевими урядами, яка мотивує центральний уряд до встановлення економічного змагання серед регіональних керівників.

За підсумками кожного періоду, центральний уряд використовує випуск усіх регіонів для того, щоб оцінювати спроможність і визначати кар'єрне зростання всіх регіональних керівників. Оскільки більші інвестиції в інфраструктуру поліпшують регіональний випуск, то змагання генерує неявний стимул для кожного керівника інвестувати в інфраструктуру через

механізм приглушеного сигналу (signal-jamming mechanism) [48], де центральний уряд не може повністю розрізнити внесок спроможності керівника та інфраструктурну інвестицію в регіональний випуск.

Змагання серед регіональних керівників також допомагає пояснювати підвищення боргового важеля у регіонах: кожний регіональний уряд може використовувати боргове фінансування для розширення свого фіскального бюджету. При цьому регіональний керівник зіштовхується з міжчасовою проблемою фінансування інфраструктурних інвестицій за рахунок боргу. З одного боку, при високих темпах зростання регіональної продуктивності, борг сприяє доходам домогосподарств та особистій кар'єрі керівника, тобто пояснюється соціальним і приватним мотивами. З іншого боку, борг вимагає вищих боргових платежів у наступному періоді. Хоча певний рівень боргу дає суспільний виграш при достатньо високих темпах зростання місцевої продуктивності, кар'єрні міркування керівників можуть вести до зайвих інвестицій з використанням надлишкового боргового важеля. Крім того, надлишковий важіль одного регіону має зовнішній ефект на інші регіони. За припущення раціональних очікувань, центральний уряд є здатним повністю передбачати таку поведінку кожного регіонального уряду, орієнтовану на швидкоплинні здобутки, як завищення випуску і надлишкове використання боргового важеля, а відтак забезпечувати порівняльне оцінювання решти керівників від подібної поведінки. За реалістичнішого припущення про те, що центральний уряд може виявляти подібну поведінку місцевих урядів лише згодом, подібна поведінка одного керівника несприятливо впливатиме на порівняльне оцінювання решти керівників, спричинюючи невинуватого гонитву керівників за боргами.

Професор Принстонського університету запропонував модель [49] з двома ключовими рисами економіки країни: 1) уряд відіграє головну роль у керуванні економікою шляхом своїх активних інвестицій в інфраструктуру, тобто шляхом заходів і стратегій стимулювання економічного розвитку (шляхом так званого дирижизму); 2) проблема агентства для урядової системи

може вести до багатьох різних явищ – позитивних (економічного зростання завдяки змаганню серед регіональних керівників) і негативних (поведінки регіональних керівників, орієнтованої на швидкоплинні здобутки, яка дається взнаки безпосередньо на фінансово-економічній стійкості держави).

Можна показати на реальних даних національного аудиту боргових важелів регіональних урядів деяких країн Азії, що існує позитивна кореляція між завищенням регіонального ВВП (валового регіонального продукту, ВРП) і борговим важелем регіонального уряду. Ця кореляція означає, що одна й та сама рушійна сила може вести до двох типів поведінки регіональних керівників, орієнтованої на швидкоплинні здобутки, – завищення ВРП і завищення боргового важеля.

Конкуренція серед місцевих урядів за мобільні виробничі фактори (працю і капітал) та за виділені центральним урядом ресурси (які не є кар'єрними стимулами місцевих чиновників) сприяє балансуванню бюджетних обмежень місцевих урядів. Змагальна конкуренція є ефективною для мотивації місцевих чиновників [50] (перший автор цієї роботи – Нобелівський лауреат 2007 р.). Знайдено багато емпіричних доказів того, що зростання ВРП істотно корелюється з кар'єрними стимулами місцевих чиновників. У моделі [49] кар'єрні стимули місцевих керівників вбудовані у загальні макроекономічні процеси, враховуючи у макроекономічному моделюванні поведінку, орієнтовану на швидкоплинні здобутки і спричинену такими стимулами [51].

Трансакційні витрати у фінансах (фінасові фрикції) можуть змушувати банки надавати перевагу державним компаніям за рахунок ефективніших приватних компаній, наслідком чого є парадокс втечі капіталу з країни, яка має високі темпи економічного зростання. Модель загальної рівноваги показує, як державним компаніям вдається досягати більших прибутків, ніж ефективніші приватні компанії, за рахунок монополізації добувних (протичечійних, *upstream*) галузей і присвоєння ренти від конкурентніших переробних (течійних, *downstream*) галузей. Нехай економіка складається з  $M$

регіонів, а регіон  $i = 1, \dots, M$  у період  $t = 0, 1, 2, \dots$  має інфраструктуру  $G_{it}$  як громадський продукт, створений місцевим урядом і застосований для збільшення місцевої продуктивності. Цим продуктом можна вважати електроенергетику, мости, порти і магістралі. У ширшому сенсі можна інтерпретувати  $G_{it}$  як заходи і стратегії, вжиті урядом для підтримування і стимулювання місцевих ринку й економіки. Можна показати, що фірма вибирає капітал і працю, виходячи з рівня місцевої інфраструктури. Тому  $G_{it}$  служить прямим каналом для впливу урядових інвестицій на економіку. Враховуючи рішення фірм щодо використання праці та капіталу, регіональна економіка виявляє постійний рівень віддачі відносно  $G_{it}$ , що відповідає моделі ендогенного економічного зростання, за яку Пол Ромер (Paul Romer) удостоєний Нобелівської премії 2018 р.

У стандартній постановці місцевий випуск регіону  $i$  визначається виробничою функцією репрезентативної фірми

$$Y_{it} = A_{it} (K_{it})^\alpha (L_{it} G_{it})^{1-\alpha}, \quad (1.26)$$

де  $A_{it}$  – місцева продуктивність,  $K_{it}$  – обсяг використаного для виробництва капіталу,  $L_{it}$  – місцеві витрати праці,  $\alpha \in (0, 1)$  – частка капіталу у випуску,  $(1 - \alpha)$  – частка праці у випуску. Можна припустити, що місцева продуктивність  $A_{it}$  є однаково і незалежно розподіленою в часі. Ця продуктивність може мати певну міжрегіональну структуру, наприклад, структуру, залежну від здібностей місцевого керівництва, залежних, у свою чергу, від кар'єрних стимулів, а також від спільного для всіх регіонів шоку продуктивності.

У кожному періоді  $t = 0, 1, 2, \dots$  репрезентативна фірма регіону  $i = 1, \dots, M$  спочатку спостерігає поточну продуктивність  $A_{it}$ , а потім обирає такі обсяги  $K_{it}$ ,  $L_{it}$ , які максимізують її прибуток [14]

$$Y_{it} - \Phi_{it} L_{it} - R K_{it}, \quad (1.27)$$

де  $\Phi_{it}$  – конкурентна зарплата, а  $R$  – орендна ставка капіталу, рівна відсотковій ставці. Вважаємо, що кожний регіон – це мала відкрита економіка, де будь-яка фірма може орендувати певний обсяг капіталу з глобального ринку капіталу при екзогенно заданій відсотковій ставці  $R$ . Припустимо, що праця не є мобільною, а кожний регіон має фіксовану пропозицію праці

$$L_{it} = 1. \quad (1.28)$$

Застосовуючи умови першого порядку максимізації функції (1.2) і враховуючи рівності (1.26), (1.28), отримуємо:

$$0 = \frac{\partial Y_{it}}{\partial L_{it}} = (1 - \alpha) A_{it} (K_{it})^\alpha (L_{it})^{-\alpha} (G_{it})^{1-\alpha} - \Phi_{it},$$

$$\Phi_{it} = (1 - \alpha) A_{it} (K_{it})^\alpha (G_{it})^{1-\alpha}; \quad (1.29)$$

$$0 = \frac{\partial Y_{it}}{\partial K_{it}} = \alpha A_{it} (K_{it})^{\alpha-1} (L_{it} G_{it})^{1-\alpha} - R, \quad L_{it} = 1 \quad K_{it} = \left( \frac{\alpha A_{it}}{R} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} G_{it}. \quad (1.30)$$

Підставляючи отримане значення  $K_{it}$  у функцію (1.27) та враховуючи рівності (1.26), (1.28), дістаємо оптимальний обсяг випуску фірми

$$Y_{it} = A_{it} (K_{it})^\alpha (L_{it} G_{it})^{1-\alpha} =$$

$$= A_{it} \left( \frac{\alpha A_{it}}{R} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (G_{it})^\alpha (1 \times G_{it})^{1-\alpha} = G_{it} (A_{it})^{\frac{1}{1-\alpha}} \left( \frac{\alpha}{R} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \quad (1.31)$$

який є прямо пропорційним обсягу  $G_{it}$ ; в силу рівняння (1.30) оптимальний обсяг капіталу є прямо пропорційним обсягу  $G_{it}$ , а в силу рівняння (1.29) оптимальний обсяг зарплати теж є пропорційним  $G_{it}$ :

$$\Phi_{it} = (1 - \alpha) A_{it} \left( \frac{\alpha A_{it}}{R} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (G_{it})^\alpha (G_{it})^{1-\alpha} = (1 - \alpha) \left( \frac{\alpha}{R} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} G_{it} (A_{it})^{\frac{1}{1-\alpha}} = (1 - \alpha) Y_{it}.$$

Якщо праця є мобільною між регіонами, то обсяг зарплати підвищуватиметься внаслідок міграції трудових ресурсів до регіонів з вищими показниками  $G_{it}$ , а також внаслідок змагання між керівниками регіонів. Крім того,  $A_{it}$  залежить від  $G_{it}$ . У кожному регіоні покоління домогосподарств перетинаються в часі [31] (автор цієї роботи – Нобелівський лауреат 2010 р.).

Нехай кожне домогосподарство існує протягом двох деяких послідовних періодів  $t$ ,  $(t + 1)$  і має логарифмічну функцію корисності (utility)

$$U = \ln(C_{it}^t) + \beta \ln(C_{it+1}^t), \quad (1.32)$$

де  $C_{it}^t$  та  $C_{it+1}^t$  – вибране цим домогосподарством (індивідуумом) споживання (consumption) у період  $t$  та  $(t + 1)$  відповідно,  $\beta \in (0,1)$  – ставка часового дисконту для споживання наступного періоду.

Дане домогосподарство у період  $t$  постачає одиницю праці  $L_{it}=1$  за конкурентною ціною  $\Phi_{it}$  (що задається рівнянням (1.29)), заробляючи дохід  $(1-\tau)\Phi_{it}L_{it}$  після сплати податків за єдиною (для праці й капіталу) податковою ставкою  $\tau \in (0,1)$ . Домогосподарство розподіляє цей дохід на споживання  $C_{it}^t$  та заощадження (savings)  $S_{it}^t$ :

$$C_{it}^t + S_{it}^t \leq (1-\tau)\Phi_{it}L_{it}. \quad (1.33)$$

Заощадження, інвестовані в ринок капіталу при постійній валовій відсотковій ставці  $R > 1$ , дають споживання наступного періоду

$$C_{it+1}^t = (1-\tau)RS_{it}^t = (1-\tau)R[(1-\tau)\Phi_{it}L_{it} - C_{it}^t]. \quad (1.34)$$

Тоді з максимізації функції (1.32)

$$U = \ln(C_{it}^t) + \beta \ln(C_{it+1}^t),$$

беручи до уваги рівності (1.33) і (1.34), впливає

$$0 = \frac{\partial U}{\partial C_{it}^t} = \frac{1}{C_{it}^t} + \frac{\beta}{C_{it+1}^t} \frac{\partial C_{it+1}^t}{\partial C_{it}^t} = \frac{1}{C_{it}^t} - \frac{\beta(1-\tau)R}{C_{it+1}^t},$$

$$\beta(1-\tau)RC_{it}^t = C_{it+1}^t = (1-\tau)R[(1-\tau)\Phi_{it}L_{it} - C_{it}^t], \quad C_{it}^t(\beta+1) = (1-\tau)\Phi_{it},$$

$$C_{it}^t = \frac{(1-\tau)\Phi_{it}L_{it}}{1+\beta} = \frac{(1-\tau)(1-\alpha)}{1+\beta} \left(\frac{\alpha}{R}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (A_{it})^{\frac{1}{1-\alpha}} G_{it}, \quad (1.35)$$

$$C_{it+1}^t = \beta(1-\tau)RC_{it}^t = \frac{(1-\tau)^2\beta R(1-\alpha)}{1+\beta} \left(\frac{\alpha}{R}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (A_{it})^{\frac{1}{1-\alpha}} G_{it}. \quad (1.36)$$

За фіскального федералізму місцевий уряд кожного регіону збирає податки і використовує податкові надходження для розвитку місцевої

інфраструктури та фінансування свого власного споживання. Для простоти нехтуватимемо фіскальними витратами центрального уряду, а також іншими втручаннями центрального уряду в економіку.

За єдиної податкової ставки  $\tau$  на працю й капітал, податкові надходження місцевого уряду у період  $t$  становлять  $\tau(\Phi_{it}L_{it} + RK_{it}) = \tau Y_{it}$ , беручи до уваги співвідношення (1.27) і припущення конкурентності ринку. Тоді наприкінці періоду  $t$  місцевий уряд має багатство (wealth)

$$W_{it} = \tau Y_{it} + (1 - \delta_G)G_{it}, \quad (1.37)$$

де  $\delta_G \in [0,1]$  – ставка амортизації інфраструктури,  $(1 - \delta_G)G_{it}$  – рівень інфраструктури після амортизації. Рівняння (1.37) називають бюджетним обмеженням. Оскільки в уряді працює багато найманих працівників, то певний обсяг  $E_{it}^G$  бюджету (1.37) має йти на споживання урядовими працівниками:

$$W_{it} = G_{it+1} + E_{it}^G, \quad (1.38)$$

нехтуючи іншими типами урядових витрат для простоти записів. Зазначимо, що  $E_{it}^G$  є агрегованим доходом урядових працівників (включаючи доходи, отримані шляхом зловживань), а не безпосереднім виграшем домогосподарств. Інфраструктура  $G_{it+1}$  служить добробуту як урядових, так і неурядових працівників, сприяючи продуктивності місцевої економіки. Розподіл бюджету місцевого уряду між інфраструктурними інвестиціями та споживанням урядових працівників стає ключовою агентською проблемою. При виборі зусиль місцевим урядом постає його агентська проблема, а також агентська проблема між центральним урядом і місцевими урядами. Постановка агентської проблеми через розподіл бюджету (1.38) дозволяє вводити борговий важіль як ще одну стратегію місцевого уряду.

Нехай місцевий уряд за бюджетного обмеження (1.38) розв'язує певне рівняння Беллмана (Bellman)

$$V(G_{it}, A_{it}) = \max_{G_{it+1}} E_t \{ \rho \ln(C_{it}^t) + \gamma \ln(W_{it} - G_{it+1}) + \beta V(G_{it+1}, A_{it+1}) \}, \quad (1.39)$$

де  $\rho \in [0,1]$  та  $\gamma > 0$  – вагові коефіцієнти, які місцевий уряд призначає споживанню домогосподарств та урядових працівників відповідно,  $E_t$  – оператор умовного сподівання (expectation) у поточний період  $t$  після спостереження змінних стану продуктивності  $A_{it}$  і випуску  $Y_{it}$  під час цього періоду,  $V(\cdot)$  – функція вартості, яка охоплює добробут домогосподарств та урядових працівників, починаючи з періоду  $t$ . Нехай уряд використовує ставку  $\beta$  часового дисконту, введenu для функції корисності (1.32) домогосподарства. Вибираючи споживання  $E_{it}^G$  поточного періоду, місцевий уряд зіштовхується з динамічним взаємообміном між підвищенням значення  $E_{it}^G$  і зниженням значення  $G_{it+1}$ : менше значення  $G_{it+1}$  означає менший випуск  $Y_{it+1}$  у наступний період  $(t + 1)$ . Якщо домогосподарство існує два періоди, то уряд існує нескінченну кількість періодів: бюрократія максимізує добробут урядових працівників, а не суспільний добробут.

Тут виходимо з таких припущень: а) уряд не може брати чи давати позики, а відтак має витратити свій бюджет протягом кожного періоду або на інфраструктурні інвестиції, або на урядове споживання; б) урядове інвестиційне рішення у період  $t$  визначає рівень інфраструктури у наступний період  $(t + 1)$  (розбудова інфраструктури потребує часу); в) місцевий уряд зіштовхується з жорстким бюджетним обмеженням, не може лобіювати додатковий бюджет або звертатися по фінансову допомогу до центрального уряду (фіскальна конкуренція серед місцевих урядів за мобільності факторів може сприяти балансуванню бюджетних обмежень цих урядів [38]); г) джерелом потенційних викривлень є агентська проблема між принаймні двома ієрархічними щаблями (багаторівневій основаній на змагальності організації властиві викривлення з посиленням цілей економічного зростання за рівнями юрисдикцій); д) місцевий уряд може здійснювати свої інфраструктурні інвестиції без підприємств у державній власності.

За припущення а), керівник зіштовхується з міжчасовим взаємообміном при виділенні бюджету поточного періоду на інфраструктурні інвестиції чи на

урядове споживання. Якщо керівник виділяє більше бюджету на інфраструктурні інвестиції  $G_{it+1}$ , то сприяє більшим місцевому випуску і податковим надходженням наступного періоду за рахунок меншого урядового споживання поточного періоду. Цей динамічний взаємообмін служить ключовим механізмом кар'єрних стимулів і поведінки, орієнтованої на швидкоплинні здобутки, для місцевого уряду.

**Твердження 1.2.** За вищенаведених припущень, у кожному періоді місцевий уряд виділяє на місцеву інфраструктуру частку бюджету, рівну

$$1 - \frac{(1-\beta)\gamma}{\gamma + \beta\rho}.$$

Оптимальне інвестиційне правило місцевого керівника є наслідком безпосереднього розв'язання рівняння Беллмана (1.39), де, враховуючи рівності (1.31), (1.35)–(1.37), аргументом оператора  $E_t$  є

$$\rho \ln \left( \zeta (A_{it})^{\frac{1}{1-\alpha}} G_{it} \right) + \gamma (\tau Y_{it} + (1 - \delta_G) G_{it} - G_{it+1}) + \beta V(G_{it+1}, A_{it+1}),$$

$$\text{де } \zeta = \frac{(1-\alpha)(1-\tau)}{1+\beta} \left( \frac{\alpha}{R} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}.$$

Коли шукати функцію  $V(\cdot)$  у вигляді

$$V(G_{it}, A_{it}) = k_G \ln(G_{it}) + v(A_{it}) + k_0, \quad (1.40)$$

то правою частиною рівняння (1.39) є

$$\begin{aligned} & \max_{G_{it+1}} \left\{ \rho \ln \zeta + \frac{\rho \ln(A_{it})}{1-\alpha} + \rho \ln(G_{it}) + \beta k_0 + \right. \\ & \left. + \gamma \ln(u(A_{it})G_{it} - G_{it+1}) + \beta k_G \ln(G_{it+1}) + \beta E_t[v(A_{it+1})] \right\}, \end{aligned}$$

$$\text{де } u(A_{it}) = \tau \left( \frac{\alpha}{R} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (A_{it})^{\frac{1}{1-\alpha}} + 1 - \delta_G.$$

Умовами першого порядку максимізації по  $G_{it+1}$  є

$$0 = \frac{\beta k_G}{G_{it+1}} - \frac{\gamma}{u(A_{it})G_{it} - G_{it+1}}, \quad (\gamma + \beta k_G)G_{it+1} = \beta k_G u(A_{it})G_{it},$$

$$G_{it+1}(A_{it}, G_{it}) = \frac{\beta k_G u(A_{it}) G_{it}}{\gamma + \beta k_G}, \quad (1.41)$$

звідки права частина рівняння (1.39) набуває вигляду

$$\begin{aligned} & \rho \ln \zeta + \frac{\rho \ln(A_{it})}{1-\alpha} + \rho \ln(G_{it}) + \beta k_0 + \\ & + \gamma \ln(u(A_{it}) G_{it} - G_{it+1}(A_{it}, G_{it})) + \beta k_G \ln(G_{it+1}(A_{it}, G_{it})) + \beta E_t[v(A_{it+1})] = \\ & = \rho \ln \zeta + \frac{\rho \ln(A_{it})}{1-\alpha} + \rho \ln(G_{it}) + \beta k_0 + \beta E_t[v(A_{it+1})] + \\ & + \gamma \ln\left(G_{it} u(A_{it}) \left(1 - \frac{\beta k_G}{\gamma + \beta k_G}\right)\right) + \beta k_G \ln\left(\frac{\beta k_G u(A_{it}) G_{it}}{\gamma + \beta k_G}\right) = \\ & = (\rho + \gamma + \beta k_G) \ln(G_{it}) + \frac{\rho \ln(A_{it})}{1-\alpha} + \gamma \ln\left(\frac{\gamma u(A_{it})}{\gamma + \beta k_G}\right) + \beta k_G \ln\left(\frac{\beta k_G u(A_{it})}{\gamma + \beta k_G}\right) + \\ & + \rho \ln \zeta + \beta k_0 + \beta E_t[v(A_{it+1})]. \end{aligned}$$

Звідси, беручи до уваги співвідношення (1.40), неважко дістати  $k_G$ ,  $v(A_{it})$ ,  $k_0$ :

$$k_G = \rho + \gamma + \beta k_G, \quad k_G = \frac{\gamma + \rho}{1 - \beta}.$$

Тоді, враховуючи  $W_{it} = u(A_{it}) G_{it}$  з рівності (1.37), рівняння (1.41) дає

$$G_{it+1}(A_{it}, G_{it}) = \frac{\beta k_G u(A_{it}) G_{it}}{\gamma + \beta k_G} = \frac{\beta(\gamma + \rho) W_{it}}{\gamma(1 - \beta) + \beta(\gamma + \rho)} = \frac{\beta(\gamma + \rho) W_{it}}{\gamma + \beta \rho},$$

що доводить твердження 1:

$$1 - \frac{(1 - \beta)\gamma}{\gamma + \beta \rho} = \frac{\gamma + \beta \rho - \gamma + \beta \gamma}{\gamma + \beta \rho} = \frac{\beta(\gamma + \rho)}{\gamma + \beta \rho}.$$

Ця проста постановка охоплює змішану економічну структуру, де місцевий уряд керує регіональною економікою через розбудову місцевої інфраструктури, а місцеві фірми реагують на урядові інфраструктурні інвестиції через вибір обсягів праці й капіталу. Отже, більшим інвестуванням у місцеву інфраструктуру місцевий уряд може стимулювати більші інвестиції від місцевих фірм. При цьому розподіляються інвестиційні ризики, фактично

формуючи публічно-приватне партнерство. Можна розуміти інфраструктуру у широкому сенсі, включаючи до неї не лише фізичні об'єкти (дороги, порти, канали зв'язку тощо), але й нематеріальну інфраструктуру (стратегії, системи, правила тощо), яку місцевий уряд розвиває для поліпшення місцевого ділового й економічного середовища. Твердження 1 висвітлює деякі противаги у розвитку інфраструктури: частка  $x = \frac{\beta(\gamma + \rho)}{\gamma + \beta\rho}$  бюджету місцевого уряду, яку

він виділяє на інфраструктуру, зростає з ростом  $\rho$ , але спадає з ростом  $\gamma$ :

$$\frac{\partial x}{\partial \rho} = \frac{\beta(\gamma + \beta\rho) - \beta^2(\gamma + \rho)}{(\gamma + \beta\rho)^2} = \frac{\beta(\gamma + \beta\rho - \beta\gamma - \beta\rho)}{(\gamma + \beta\rho)^2} = \frac{\beta\gamma(1 - \beta)}{(\gamma + \beta\rho)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial x}{\partial \gamma} = \frac{\beta(\gamma + \beta\rho) - 1 \times \beta(\gamma + \rho)}{(\gamma + \beta\rho)^2} = \frac{\beta\gamma + \beta^2\rho - \beta\gamma - \beta\rho}{(\gamma + \beta\rho)^2} = \frac{\beta\rho(\beta - 1)}{(\gamma + \beta\rho)^2} < 0.$$

Дійсно, коли місцевий уряд в рівності (1.39) дає більшу вагу  $\rho$  споживанню домогосподарств, то виділяє більшу частку бюджету на інфраструктуру; коли ж місцевий уряд дає більшу вагу  $\gamma$  споживанню урядових працівників, то виділяє меншу частку бюджету на інфраструктуру.

Створюючи більшу інфраструктуру регіону, місцевий уряд може сприяти продуктивності місцевої фірми. Тому інфраструктурні інвестиції служать ключовим каналом прямого стимулювання місцевої економіки від місцевого уряду. Проте місцевий уряд зіштовхується з питанням розподілу свого фіскального бюджету між інвестиціями (у місцеву інфраструктуру) та споживанням (урядових працівників).

### **1.5 Показники соціального капіталу для чисельного міжрегіонального аналізу**

У кожній державі великої уваги надають питанням нерівності економічного зростання і доходу між регіонами даної держави [1]. Столичний регіон завжди характеризується значно вищим доходом на душу населення відносно середнього по країні, а також вищими темпами зростання населення

і виробничих активів порівняно з більшістю інших регіонів. Хоча економісти пояснюють це явище поняттям агломерації чи урбанізації, є небагато досліджень економіки агломерації. За відсутності кількісних моделей економіки агломерації важко відповідати на актуальні питання осіб, які приймають рішення, про вплив інфраструктурних інвестицій у бідніший регіон на рівень його доходу та рівень доходу держави в цілому (валовий національний продукт). Дослідження на подібні питання підтримували Адміністрація економічного розвитку (Economic Development Administration) Міністерства торгівлі США (U.S. Department of Commerce) через проект для Східноазійського дослідного центру (East Asian Research Center) Гарвардського університету і Світовий банк.

Чисельне моделювання потребує регіональних даних про виробничі активи. Агентство економічного планування Японії (АЕПЯ), поставивши амбіційну мету побудови багаторегіональної економетричної моделі, у 1960-х роках створило необхідну базу основних економічних даних. У 2001 р. АЕПЯ увійшло до складу Міністерства економіки, торгівлі та промисловості Японії на місці відомого Міністерства міжнародної торгівлі і промисловості.

Серед цих даних є оцінки соціального капіталу – капіталу, вкладеного в соціальну інфраструктуру (social overhead capital) через громадські та деякі приватні інвестиції. Тоді виробничі функції можна оцінювати, виходячи з трьох виробничих факторів – праці, приватного капіталу і соціального капіталу.

Крім того, оцінки соціального капіталу є корисними для відповіді на важливі стратегічні питання пропорції приватного і соціального капіталу при ефективному виробництві, продуктивності соціального капіталу, замінюваності приватного капіталу соціальним, залежності виробничої ефективності від просторового розподілу виробничих факторів.

Центр міжнародного розвитку (International Development Center) Японії скористався базою даних АЕПЯ для всіх 46 префектур, серед яких були оцінки приватного і соціального капіталу за кількома категоріями. Аналіз цих даних,

опублікованих у 1967 р., містить надзвичайно важливі результати, які до певної міри відповідають на питання економіки агломерації. Державна служба статистики України почала оприлюднювати подібні дані у 2016 р. АЕПЯ приділяло головну увагу побудові операційної всебічної міжрегіональної економетричної моделі, а не оцінюванню виробничих функцій.

Збиралися базові дані (додана вартість, робоча сила, приватні капітальні фонди) за 10-річний період 1954–1963 рр. щорічно для первинного, вторинного і третинного секторів. Первинний сектор складається із сільського і лісового господарства, мисливства, рибальства і морського промислу. Вторинний сектор складається з добувної галузі, будівництва і промисловості. Третинний сектор складається з решти галузей – оптової і роздрібною торгівлі, фінансів, страхування, операцій з нерухомістю, транспорту, зв'язку, комунальних, приватних і громадських послуг. Крім того, щороку збиралися додаткові дані про соціальні капітальні фонди за чотирма групами. Група 1 включає водоохорону, землеохорону, захист від повеней, зрошення та інші заходи, що забезпечуються урядом для первинного сектора. Група 2 включає соціальний капітал для вторинного сектора – берегоукріплення, промислове водопостачання, обладнання для професійного навчання, громадське устаткування для енергоживлення і газопостачання. Соціальний капітал для третинного сектора входить до групи 3 (засоби транспорту і зв'язку) і групи 4 (охорона здоров'я, освітні установи, об'єкти загального соціального забезпечення, включаючи громадське житло). Соціальний капітал включає капіталовкладення, здійснені на всіх рівнях урядів, і ту частку приватних капітальних фондів, яка має певні соціальні наслідки для залізниць, автошляхів, лікарень, освітніх і наукових установ.

Дані префектур агрегувалися у 9 регіонів Японії: Хоккайдо (1 префектура (П), найбільше місто (НМ) – Саппоро), Тохоку (7 П, НМ – Сендай), Канто (9 П, НМ – Токіо), Токай (4 П, НМ – Нагоя), Хокіруку (3 П, НМ – Каназава), Кінкі (6 П, НМ – Осака), Чугоку (5 П, НМ – Хіросима), Шікоку (4 П, НМ – Мацуяма), Кюшу (7 П, НМ – Фукуока). Деякі префектури включають

великі мегаполіси, вплив яких поширюється за межі відповідної префектури: наприклад, Токіо впливає на принаймні 4 сусідні префектури, а також ще на 4 префектури свого регіону. Для кожної префектури вимірювалися такі змінні: земельна площа (км<sup>2</sup>), площа культивованої землі (км<sup>2</sup>), зайнятість у первинному секторі (тисяч осіб (ТО)), зайнятість у вторинному секторі (ТО), зайнятість у третинному секторі (ТО), приватні капітальні фонди у первинному секторі (мільярдів єн у постійних цінах 1960 р. (МЄ60)), приватні капітальні фонди у вторинному секторі (МЄ60), приватні капітальні фонди у третинному секторі (МЄ60), соціальні капітальні фонди у первинному секторі (МЄ60), соціальні капітальні фонди у вторинному секторі (МЄ60), соціальні капітальні фонди у транспорті і зв'язку (МЄ60), соціальні капітальні фонди у загальному соціальному забезпеченні (МЄ60), вироблений дохід у первинному секторі (МЄ60), вироблений дохід у вторинному секторі (МЄ60), вироблений дохід у третинному секторі (МЄ60). Також обчислюються питомі значення згаданих змінних в розрахунку на км<sup>2</sup>. Оцінюються валові капітальні фонди. Більша частина соціальних капітальних фондів оцінювалася шляхом застосування питомих витрат заміни за типом будівельного матеріалу, розташування і дати пуску в експлуатацію. Велика частина соціальних капітальних фондів для первинного сектора оцінювалася шляхом накопичення громадських інвестицій протягом 50 років із урахуванням інфляції чи дефляції.

## РОЗДІЛ 2. КОНКУРЕНЦІЯ НА СВІТОВИХ РИНКАХ

### 2.1 Податкова конкуренція і кооперація за світові корпорації

Замість мобільного капіталу можна досліджувати мобільний прибуток для двох країн різних ринкових обсягів (нехай країна 1 є великою, а країна 2 – малою) і двох ТНК (позначимо їх  $a$  та  $b$ ) з підрозділами в кожній країні. Податкове лідерство великої держави є ризик-домінантним відносно податкового лідерства малої держави, що відрізняється від відомих результатів з неявним припущенням щодо еластичності податкового відгуку.

Нехай обернений попит на однорідний продукт у країнах  $i = 1, 2$  задається лінійною функцією

$$p_i(q_i) = \gamma_i - \beta q_i, \quad (2.1)$$

де  $q_i$  – обсяг купівлі даного продукту в країні  $i$ ,  $p_i$  – ціна продукту в країні  $i$ ,  $\gamma_i$  та  $\beta$  – деякі додатні коефіцієнти. Нерівність  $\gamma_1 > \gamma_2$  означає, що у великій країні 1 вища готовність платити за продукт, ніж у малій країні 2 (цього можна очікувати, коли велика країна має вищий дохід на душу населення). Нехай підрозділи ТНК  $a$  та  $b$  конкурують за Курно у кожній країні 1, 2. Якщо питомі виробничі та транспортні витрати однакові й дорівнюють нулю, то прибуток ТНК  $j = a, b$  у країні  $i = 1, 2$  становить

$$\pi_i^j = p_i(q_i^a + q_i^b) \times q_i^j, \quad (2.2)$$

де  $q_i^j$  – обсяг продажу продукту фірмою  $j$  в країні  $i$ . Тоді сумарний реалізований прибуток фірми  $j$  в обох країнах становить  $\pi_1^j + \pi_2^j$ . Він має дорівнювати сумарному звітному прибутку фірми  $j$ :

$$\tilde{\pi}_1^j + \tilde{\pi}_2^j = q_1^j p_1(q_1^a + q_1^b) + q_2^j p_2(q_2^a + q_2^b), \quad (2.3)$$

де  $\tilde{\pi}_i^j$  – звітний прибуток фірми  $j$  в країні  $i$ . Якщо реалізований прибуток залежить від споживачів, то звітний прибуток залежить від рішення фірми.

Коли реалізований прибуток відрізняється від звітного, тоді фірма зазнає витрат:

$$C(\pi_j^i, \tilde{\pi}_j^i) = 2\delta(\pi_j^i - \tilde{\pi}_j^i)^2, \quad (2.4)$$

де  $\delta$  – додатний параметр податкової конкуренції (вартість зсуву прибутку) [52]. Мінімізуючи свої загальні податкові зобов'язання, фірма бере до уваги ці витрати на зсув прибутку між країнами 1, 2. Ці витрати не залежать від напряму зсуву між країнами, не впливають на значення власне звітних прибутків, але включають витрати на експертів з бухгалтерського обліку, сподівані штрафи з боку країн, сподівані ринкові санкції за неточності даних.

Уряд країни  $i$  встановлює податкову ставку  $t_i \in [0,1]$  для звітного прибутку ТНК на території (в межах юрисдикції) даної країни. Оскільки сумарний звітний прибуток у країні  $i$  становить  $\tilde{\pi}_i = \tilde{\pi}_i^a + \tilde{\pi}_i^b$ , то податкові надходження країни  $i$  дорівнюють  $R_i = t_i \tilde{\pi}_i = t_i(\tilde{\pi}_i^a + \tilde{\pi}_i^b)$ . Уряд намагається максимізувати ці надходження [53]. Оскільки зсув прибутку не впливає споживчий надлишок, то цей надлишок можна не брати до уваги в цільовій функції уряду країни. Нехай уряди вибирають свої податкові ставки, максимізуючи свої податкові надходження, після чого ТНК (фірми) конкурують за Курно на ринку кожної країни, обираючи обсяг  $q_i^j$  продажу (виробництва) в кожній країні та частку відповідного прибутку для зсуву в юрисдикцію з нижчим податком. Мета дослідження полягає в з'ясуванні наслідків податкової конкуренції і кооперації країн за світові корпорації.

Фірма  $j = a, b$  максимізує свій виграш (після податків):

$$\begin{aligned} f^j &= (1 - t_1)\tilde{\pi}_1^j + (1 - t_2)\tilde{\pi}_2^j - C(\pi_1^j, \tilde{\pi}_1^j) = \\ &= (1 - t_1)\tilde{\pi}_1^j + (1 - t_2)(\pi_1^j + \pi_2^j - \tilde{\pi}_1^j) - C(\pi_1^j, \tilde{\pi}_1^j) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Фірма  $a$  при умовах (2.1)–(2.5) максимізує по  $q_1^a, q_2^a, \tilde{\pi}_1^a$  свій виграш:

$$\begin{aligned} f^a &= (1 - t_1)\tilde{\pi}_1^a + (1 - t_2)(\pi_1^a + \pi_2^a - \tilde{\pi}_1^a) - C(\pi_1^a, \tilde{\pi}_1^a) = (1 - t_1)\tilde{\pi}_1^a + \\ &+ (1 - t_2)[q_1^a p_1(q_1^a + q_1^b) + q_2^a p_2(q_2^a + q_2^b) - \tilde{\pi}_1^a] - 2\delta(\pi_1^a - \tilde{\pi}_1^a)^2 = \\ &= (1 - t_1)\tilde{\pi}_1^a + (1 - t_2)\{q_1^a[\gamma_1 - \beta(q_1^a + q_1^b)] + q_2^a[\gamma_2 - \beta(q_2^a + q_2^b)] - \tilde{\pi}_1^a\} - \end{aligned}$$

$$-2\delta\{q_1^a[\gamma_1 - \beta(q_1^a + q_1^b)] - \tilde{\pi}_1^a\}^2,$$

звідки випливають необхідні умови першого порядку максимізації:

$$0 = \frac{\partial f^a}{\partial \tilde{\pi}_1^a} = 1 - t_1 - (1 - t_2) + 4\delta\{q_1^a[\gamma_1 - \beta(q_1^a + q_1^b)] - \tilde{\pi}_1^a\}, \quad (2.6)$$

$$\tilde{\pi}_1^a = q_1^a[\gamma_1 - \beta(q_1^a + q_1^b)] - \frac{t_1 - t_2}{4\delta} = \pi_1^a - \frac{t_1 - t_2}{4\delta}, \quad (2.7)$$

тобто у країні 1 фірми *a* звітний прибуток дорівнює фактичному мінус певне додатне (від'ємне) значення для  $t_1 > t_2$  ( $t_1 < t_2$ ), яке спадає з ростом  $\delta$ . Крім того, враховуючи отриману рівність (2.6), знаходимо функцію реакції фірми *a* на фірму *b* для ринку 1:

$$\begin{aligned} 0 = \frac{\partial f^a}{\partial q_1^a} &= (1 - t_2)(\gamma_1 - 2\beta q_1^a - \beta q_1^b) - 4\delta\{q_1^a[\gamma_1 - \beta(q_1^a + q_1^b)] - \tilde{\pi}_1^a\}(\gamma_1 - \\ &\quad - 2\beta q_1^a - \beta q_1^b) = (1 - t_2)(\gamma_1 - 2\beta q_1^a - \beta q_1^b) - \\ &\quad - (t_1 - t_2)(\gamma_1 - 2\beta q_1^a - \beta q_1^b) = (1 - t_2 - t_1 + t_2)(\gamma_1 - 2\beta q_1^a - \beta q_1^b), \\ q_1^a &= \frac{\gamma_1 - \beta q_1^b}{2\beta}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Нарешті, функцію реакції фірми *a* на фірму *b* для ринку 2 визначає рівняння:

$$\begin{aligned} 0 = \frac{\partial f^b}{\partial q_2^a} &= (1 - t_2)(\gamma_2 - 2\beta q_2^a - \beta q_2^b), \\ q_2^a &= \frac{\gamma_2 - \beta q_2^b}{2\beta}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

В силу симетрії, фірма *b* має функції реакції, аналогічні функціям (2.8) і (2.9):

$$q_1^b = \frac{\gamma_1 - \beta q_1^a}{2\beta}, \quad q_2^b = \frac{\gamma_2 - \beta q_2^a}{2\beta},$$

звідки в силу рівнянь (2.8) і (2.9) отримуємо рівноважні за Курно обсяги продажу:

$$2\beta q_1^b = \gamma_1 - \beta q_1^a = \gamma_1 - \frac{\beta(\gamma_1 - \beta q_1^b)}{2\beta} = \gamma_1 - \frac{\gamma_1}{2} + \frac{\beta q_1^b}{2\beta}, \quad 4\beta q_1^b = \gamma_1 + \beta q_1^b,$$

$$q_1^b = \frac{\gamma_1}{3\beta} = q_1^a, \quad q_2^b = \frac{\gamma_2}{3\beta} = q_2^a.$$

Звідси в силу рівняння (2.1) випливають рівноважні ціни на ринках:

$$p_1 = \gamma_1 - \beta(q_1^a + q_1^b) = \gamma_1 - \beta\left(\frac{\gamma_1}{3\beta} + \frac{\gamma_1}{3\beta}\right) = \frac{\gamma_1}{3}, \quad p_2 = \frac{\gamma_2}{3},$$

а в силу рівняння (2.2) випливають рівноважні прибутки фірм:

$$\pi_i^j = p_i(q_i^a + q_i^b) \times q_i^j = \frac{\gamma_i}{3} \times \frac{\gamma_i}{3\beta} = \frac{(\gamma_i)^2}{9\beta}, \quad i = 1, 2, j = a, b. \quad (2.10)$$

Знайдені значення  $q_i^j$ ,  $p_i$  не залежать від  $t_i$ , тому що не впливають на величини  $\tilde{\pi}_i^j$ ,  $i = 1, 2, j = a, b$ . В силу рівняння (2.7) та симетрії маємо:

$$\tilde{\pi}_1^a = \pi_1^a - \frac{t_1 - t_2}{4\delta} = \frac{(\gamma_1)^2}{9\beta} - \frac{t_1 - t_2}{4\delta} = \tilde{\pi}_1^b, \quad (2.11)$$

звідки

$$\tilde{\pi}_2^a = \pi_1^a + \pi_2^a - \tilde{\pi}_1^a = \frac{(\gamma_1)^2}{9\beta} + \frac{(\gamma_2)^2}{9\beta} - \frac{(\gamma_1)^2}{9\beta} + \frac{t_1 - t_2}{4\delta} = \frac{(\gamma_2)^2}{9\beta} - \frac{t_2 - t_1}{4\delta} = \tilde{\pi}_2^b. \quad (2.12)$$

Для нормалізації величин  $\pi_i^j$  припустимо, що  $\gamma_1 = \frac{3}{2}\sqrt{\beta(1+\varepsilon)} > \frac{3}{2}\sqrt{\beta(1-\varepsilon)} = \gamma_2$ , де  $\varepsilon \in (0, 1)$  є параметром розміру ринку. Звідси в силу рівностей (2.10) випливає:

$$\pi_1^a = \pi_1^b = \frac{(\gamma_1)^2}{9\beta} = \frac{9\beta(1+\varepsilon)}{4 \times 9\beta} = \frac{1+\varepsilon}{4}, \quad \pi_1 = \pi_1^a + \pi_1^b = \frac{1+\varepsilon}{2},$$

$$\pi_2^a = \pi_2^b = \frac{(\gamma_2)^2}{9\beta} = \frac{9\beta(1-\varepsilon)}{4 \times 9\beta} = \frac{1-\varepsilon}{4}, \quad \pi_2 = \pi_2^a + \pi_2^b = \frac{1-\varepsilon}{2}.$$

Тоді рівності (2.11), (2.12) дають

$$\tilde{\pi}_1^b = \tilde{\pi}_1^a = \pi_1^a - \frac{t_1 - t_2}{4\delta} = \frac{1+\varepsilon}{4} - \frac{t_1 - t_2}{4\delta}, \quad \tilde{\pi}_1 = \frac{1+\varepsilon}{2} - \frac{t_1 - t_2}{2\delta},$$

$$\tilde{\pi}_2^b = \tilde{\pi}_2^a = \frac{(\gamma_2)^2}{9\beta} - \frac{t_2 - t_1}{4\delta} = \frac{1-\varepsilon}{4} - \frac{t_2 - t_1}{4}, \quad \tilde{\pi}_2 = \frac{1-\varepsilon}{2} - \frac{t_2 - t_1}{2\delta}.$$

Оскільки сумарний звітний прибуток в обох країнах  $\tilde{\pi}_1 + \tilde{\pi}_2 = 1$  не залежить від  $t_1, t_2$ , то вибір податкових ставок країнами зводиться до гри з нульовою сумою. При  $t_1 = t_2$  сумарний звітний прибуток у країні 1  $\tilde{\pi}_1 = \frac{1+\varepsilon}{2}$  чи країні 2  $\tilde{\pi}_2 = \frac{1-\varepsilon}{2}$  повністю визначається параметром  $\varepsilon$  розміру ринку. У випадку кооперації країн вони максимізуватимуть по  $t_1, t_2 \in [0,1]$  функцію спільних фіскальних надходжень:

$$R(t_1, t_2) = t_1 \tilde{\pi}_1 + t_2 \tilde{\pi}_2 = t_1 \left( \frac{1+\varepsilon}{2} - \frac{t_1 - t_2}{2\delta} \right) + t_2 \left( \frac{1-\varepsilon}{2} - \frac{t_2 - t_1}{2\delta} \right),$$

$$R(1,1) = 1 = \tilde{\pi}_1 + \tilde{\pi}_2.$$

Припустимо, що країни не кооперуються та не ділять між собою сумарні фіскальні надходження. Уряд країни  $i$  вибирає рівень  $t_i$ , що максимізує фіскальні надходження на її території  $R_i(t_1, t_2) = t_i \tilde{\pi}_i$ , звідки впливають функції реакції  $t_i(t_j)$ :

$$0 = \frac{\partial R_1}{\partial t_1} = \frac{1+\varepsilon}{2} - \frac{t_1 - t_2}{2\delta} - \frac{t_1}{2\delta} = \frac{(1+\varepsilon)\delta - t_1 + t_2 - t_1}{2\delta}, \quad t_1(t_2) = \frac{(1+\varepsilon)\delta + t_2}{2}, \quad (2.13)$$

$$0 = \frac{\partial R_2}{\partial t_2} = \frac{1-\varepsilon}{2} - \frac{t_2 - t_1}{2\delta} - \frac{t_2}{2\delta} = \frac{(1-\varepsilon)\delta - t_2 + t_1 - t_2}{2\delta},$$

$$t_2(t_1) = \frac{(1-\varepsilon)\delta + t_1}{2} = \frac{(1-\varepsilon)\delta + 0.5(1+\varepsilon)\delta + 0.5t_2}{2} = \frac{2(1-\varepsilon)\delta + (1+\varepsilon)\delta + t_2}{4}. \quad (2.14)$$

Оскільки  $\frac{\partial^2 R_i}{\partial (t_i)^2} = -\frac{1}{\delta} < 0$ , то функція  $R_i(t_1, t_2)$  увігнута по  $t_i$ . Система

рівнянь (2.13), (2.14) дає рівноважні за Нешем податкові ставки:

$$4t_2 - t_2 = 2\delta - 2\varepsilon\delta + \delta + \varepsilon\delta = 3\delta - \varepsilon\delta, \quad t_2 = \delta \left( 1 - \frac{\varepsilon}{3} \right), \quad (2.15)$$

$$2t_1 = (1+\varepsilon)\delta + t_2 = (1+\varepsilon)\delta + \delta \left( 1 - \frac{\varepsilon}{3} \right) = 2\delta + \frac{2\varepsilon\delta}{3}, \quad t_1 = \delta \left( 1 + \frac{\varepsilon}{3} \right). \quad (2.16)$$

Таким чином, гетерогенність країн спонукає фірми до більшого рівноважного податку в (більшій) країні 1 (до податкової асиметрії), а відтак до звітування більшого прибутку в (меншій) країні 2 [53]. Якщо країна 1 підвищує свою податкову ставку  $t_1$ , то збільшує податкову базу країни 2 і стимул країни 2 до підвищення своєї податкової ставки  $t_2$ , і навпаки: податки країн 1 і 2 є стратегічними доповнювачами. Оскільки  $0 \leq t_2 < t_1 \leq 1$ , то

$$0 \leq \delta \left(1 - \frac{\varepsilon}{3}\right) < \delta \left(1 + \frac{\varepsilon}{3}\right) \leq 1, \quad 0 \leq 3\delta - \varepsilon\delta < 3\delta + \varepsilon\delta \leq 3, \\ \frac{\varepsilon\delta}{3} \leq \delta \leq \frac{3}{3+\varepsilon} < 1. \quad (2.17)$$

що означає обмеження для податкової ставки і звітного прибутку. Податкова конкуренція веде до втрати податкової бази (більшої) країни 1. З рівностей (2.15), (2.16) маємо величину виграшу країни 2 за ставкою:

$$t_1 - t_2 = \delta \left(1 + \frac{\varepsilon}{3}\right) - \delta \left(1 - \frac{\varepsilon}{3}\right) = \frac{2\varepsilon\delta}{3} \leq 2\delta, \quad (2.18)$$

який мотивує обидві фірми зсувати звітний прибуток від більшої до меншої країни. При цьому

$$\tilde{\pi}_1 = \frac{1+\varepsilon}{2} - \frac{t_1-t_2}{2\delta} = \frac{1+\varepsilon}{2} - \frac{2\varepsilon\delta}{3 \times 2\delta} = \frac{1+\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{3} = \frac{1}{2} + \frac{3\varepsilon-2\varepsilon}{6} = \frac{3+\varepsilon}{6}, \\ \tilde{\pi}_2 = \frac{1-\varepsilon}{2} - \frac{t_2-t_1}{2\delta} = \frac{1-\varepsilon}{2} - \frac{-2\varepsilon\delta}{3 \times 2\delta} = \frac{1-\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{3} = \frac{1}{2} - \frac{3\varepsilon-2\varepsilon}{6} = \frac{3-\varepsilon}{6},$$

тобто (сумарний) звітний прибуток у (більшій) країні 1 перевищує звітний прибуток у (меншій) країні 2.

Тому фіскальні надходження у країні 1 перевищують фіскальні надходження у країні 2:

$$R_1 = t_1 \tilde{\pi}_1 = \frac{\delta(3+\varepsilon) \times (3+\varepsilon)}{3 \times 6} > \frac{\delta(3-\varepsilon) \times (3-\varepsilon)}{3 \times 6} = t_2 \tilde{\pi}_2 = R_2.$$

Менше значення параметра  $\delta$  в силу співвідношень (2.15), (2.16), (2.18) означає нижчі податкові ставки в країнах, меншу різницю між ними і вищу податкову конкуренцію, менші спільні фіскальні надходження

$$R_1 + R_2 = \frac{\delta[(3+\varepsilon)^2 + (3-\varepsilon)^2]}{18} = \frac{\delta(9+6\varepsilon+\varepsilon^2+9-6\varepsilon+\varepsilon^2)}{18} = \frac{\delta(9+\varepsilon^2)}{9},$$

які, очевидно, менші за  $R(1,1)$ . Це створює стимули до кооперації (фіскальної гармонізації) держав. Тоді, за відсутності трансфертів між країнами, виникає питання про достатність цих стимулів, або про порогове значення  $\delta$ , при якому  $R_i(t_1, t_2) \leq R_i(1,1)$ ,

$$0 \leq R_1(1,1) - R_1(t_1, t_2) = \frac{1+\varepsilon}{2} - \frac{\delta(3+\varepsilon)^2}{18} \quad \text{для} \quad \delta \leq \frac{9(1+\varepsilon)}{(3+\varepsilon)^2} = \delta_1,$$

$$0 \leq R_2(1,1) - R_2(t_1, t_2) = \frac{1-\varepsilon}{2} - \frac{\delta(3-\varepsilon)^2}{18} \quad \text{для} \quad \delta \leq \frac{9(1-\varepsilon)}{(3-\varepsilon)^2} = \delta_2.$$

Зазначимо, що з умови (2.17) випливають нерівності  $\delta \leq \delta_i$ , а також нерівність:

$$0 \geq \delta_2 - \delta_1 = \frac{9(1-\varepsilon)}{(3-\varepsilon)^2} - \frac{9(1+\varepsilon)}{(3+\varepsilon)^2} = \frac{9[(1-\varepsilon)(3+\varepsilon)^2 - (1+\varepsilon)(3-\varepsilon)^2]}{(3-\varepsilon)^2(3+\varepsilon)^2},$$

$$\begin{aligned} 0 &\geq (3+\varepsilon)^2 - \varepsilon(3+\varepsilon)^2 - (3-\varepsilon)^2 - \varepsilon(3-\varepsilon)^2 = \\ &= (3+\varepsilon-3+\varepsilon)(3+\varepsilon+3-\varepsilon) - \varepsilon(9+6\varepsilon+\varepsilon^2+9-6\varepsilon+\varepsilon^2) = \\ &= 12\varepsilon - \varepsilon(18+2\varepsilon^2) = 2\varepsilon(6-9-\varepsilon^2) = -2\varepsilon(3+\varepsilon^2). \end{aligned}$$

Тоді при  $\delta \in (\delta_2, \delta_1]$  країна 1 має стимул до кооперації, а країна 2 – ні.

Потенційна перевага меншої країни 2 полягає у нижчій рівноважній податковій ставці  $t_2 < t_1$ , яка дозволяє збільшувати звітний прибуток на своїй території (свою податкову базу) на  $\frac{\varepsilon}{3}$  за рахунок країни 1. Оскільки кооперація усуває цю перевагу, то при  $\delta > \delta_2$  країна 2 більше схильна до податкової конкуренції, ніж до кооперації. На міжнародних ринках капіталу менша країна має нижчу ринкову владу, а тому вступає у податкову конкуренцію, встановлюючи нижчу податкову ставку для капіталу на своїй території: при конкуренції вигреш країни 2 більший, ніж країни 1, а при кооперації вигреші країн 1 і 2 однакові [54–55].

Отже, податкова конкуренція веде до заниження податків, при якому у більшій країні фіскальні надходження вищі, ніж у меншій країні. Оскільки

податкова кооперація не завжди вигідна меншій країні, то виникає питання розподілу фіскальних надходжень за правилом:

$$R_i(\alpha) = (1 - \alpha)t_i\tilde{\pi}_i + \alpha t_j\tilde{\pi}_j, j \neq i, i, j = 1, 2,$$

$$R_1(\alpha) = (1 - \alpha)t_1\tilde{\pi}_1 + \alpha t_2\tilde{\pi}_2 = (1 - \alpha)t_1\left(\frac{1 + \varepsilon}{2} - \frac{t_1 - t_2}{2\delta}\right) + \alpha t_2\left(\frac{1 - \varepsilon}{2} - \frac{t_2 - t_1}{2\delta}\right),$$

$$R_2(\alpha) = \alpha t_1\tilde{\pi}_1 + (1 - \alpha)t_2\tilde{\pi}_2 = \alpha t_1\left(\frac{1 + \varepsilon}{2} - \frac{t_1 - t_2}{2\delta}\right) + (1 - \alpha)t_2\left(\frac{1 - \varepsilon}{2} - \frac{t_2 - t_1}{2\delta}\right),$$

$$R_1(\alpha) + R_2(\alpha) = t_1\tilde{\pi}_1 + t_2\tilde{\pi}_2 = R(t_1, t_2) = R(\alpha), \quad (2.19)$$

де  $\alpha \in [0, 0.5)$  – частка (менша половини) власних фіскальних надходжень країни  $i$ , яку вона віддає країні  $j$ . Уряд країни  $i$  вибирає рівень  $t_i$ , що максимізує фіскальні надходження на її території  $R_i(\alpha)$ , звідки впливають функції реакції  $t_i(t_j)$ :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial R_1(\alpha)}{\partial t_1} = (1 - \alpha)\frac{1 + \varepsilon}{2} - (1 - \alpha)\frac{t_1 - t_2}{2\delta} - (1 - \alpha)\frac{t_1}{2\delta} + \alpha\frac{t_2}{2\delta} = \\ &= \frac{(1 - \alpha)(1 + \varepsilon)\delta - (1 - \alpha)(t_1 - t_2) - (1 - \alpha)t_1 + \alpha t_2}{2\delta} = \\ &= \frac{(1 - \alpha)(1 + \varepsilon)\delta - 2(1 - \alpha)t_1 + (1 - \alpha)t_2 + \alpha t_2}{2\delta}, \end{aligned}$$

$$t_1(t_2, \alpha) = \frac{(1 + \varepsilon)\delta}{2} + \frac{t_2}{2(1 - \alpha)}, \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial R_2(\alpha)}{\partial t_2} = (1 - \alpha)\frac{1 - \varepsilon}{2} - (1 - \alpha)\frac{t_2 - t_1}{2\delta} - (1 - \alpha)\frac{t_2}{2\delta} + \alpha\frac{t_1}{2\delta} = \\ &= \frac{(1 - \alpha)(1 - \varepsilon)\delta - (1 - \alpha)(t_2 - t_1) - (1 - \alpha)t_2 + \alpha t_1}{2\delta} = \\ &= \frac{(1 - \alpha)(1 - \varepsilon)\delta - 2(1 - \alpha)t_2 + (1 - \alpha)t_1 + \alpha t_1}{2\delta}, \end{aligned}$$

$$t_2(t_1, \alpha) = \frac{(1 - \varepsilon)\delta}{2} + \frac{t_1}{2(1 - \alpha)}. \quad (2.21)$$

Оскільки  $\frac{\partial^2 R_i(\alpha)}{\partial(t_i)^2} = -\frac{1-\alpha}{\delta} < 0$ , то функція  $R_i(\alpha)$  увігнута по  $t_i$ . В силу

рівнянь (2.20) і (2.21) нахил функції відгуку менший, ніж 1, але більший, ніж

$$0.5: \frac{\partial t_1(t_2, \alpha)}{\partial t_2} = \frac{1}{2(1-\alpha)} = \frac{\partial t_2(t_1, \alpha)}{\partial t_1} < 1 \text{ для } \alpha \in [0, 0.5).$$

Податки країн 1 і 2 є стратегічними доповнювачами:

$$0 < \frac{1}{2(1-\alpha)} = \frac{\partial t_1(t_1, \alpha)}{\partial t_2} = -\left(\frac{\partial^2 R_1(\alpha)}{\partial t_1 \partial t_2}\right) \left(\frac{\partial^2 R_1(\alpha)}{\partial(t_1)^2}\right)^{-1} = -\left(\frac{1}{2\delta}\right) \left(\frac{1-\alpha}{\delta}\right)^{-1}.$$

Система рівнянь (20), (21) дає рівноважні за Нешем податкові ставки:

$$2(1-\alpha)t_2 = (1-\alpha)(1-\varepsilon)\delta + t_1 = (1-\alpha)(1-\varepsilon)\delta + \frac{(1+\varepsilon)\delta}{2} + \frac{t_2}{2(1-\alpha)},$$

$$4(1-\alpha)^2 t_2 = 2(1-\alpha)^2(1-\varepsilon)\delta + (1-\alpha)(1+\varepsilon)\delta + t_2,$$

$$t_2(1-2\alpha)(3-2\alpha) = t_2(2-2\alpha-1)(2-2\alpha+1) = t_2[2^2(1-\alpha)^2 - 1] =$$

$$= (1-\alpha)\delta[2(1-\alpha)(1-\varepsilon) + 1 + \varepsilon] = (1-\alpha)\delta(2-2\varepsilon-2\alpha+2\alpha\varepsilon+1+ \\ +\varepsilon) = (1-\alpha)\delta(3-2\alpha-\varepsilon+2\alpha\varepsilon),$$

$$t_2(\alpha) = \frac{(1-\alpha)\delta[3-2\alpha-\varepsilon(1-2\alpha)]}{(1-2\alpha)(3-2\alpha)} = \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right); \quad (2.22)$$

$$t_1(\alpha) = \frac{(1+\varepsilon)\delta}{2} + \frac{t_2}{2(1-\alpha)} = \frac{(1+\varepsilon)\delta}{2} + \frac{\delta[3-2\alpha-\varepsilon(1-2\alpha)]}{2(1-2\alpha)(3-2\alpha)} =$$

$$= \frac{\delta[(1+\varepsilon)(1-2\alpha)(3-2\alpha) + 3-2\alpha-\varepsilon(1-2\alpha)]}{2(1-2\alpha)(3-2\alpha)} =$$

$$= \frac{\delta[\varepsilon(1-2\alpha)(3-2\alpha-1) + (3-2\alpha)(1-2\alpha+1)]}{2(1-2\alpha)(3-2\alpha)} =$$

$$= \frac{2\delta(1-\alpha)[\varepsilon(1-2\alpha)+3-2\alpha]}{2(1-2\alpha)(3-2\alpha)} = \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} + \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) > t_2(\alpha). \quad (2.23)$$

Умова  $t_2(\alpha) \geq 0$  передбачає нерівність:

$$\varepsilon \leq \frac{3-2\alpha}{1-2\alpha} = 1 + \frac{2}{1-2\alpha} \in (3, \infty), \quad (2.24)$$

що є наслідком лівої нерівності (2.17). Умова  $t_2(\alpha) \leq 1$  передбачає нерівність

$$\delta(1-\alpha)[\varepsilon(1-2\alpha) + 3-2\alpha] \leq (1-2\alpha)(3-2\alpha),$$

$$\delta \leq \frac{(1-2\alpha)(3-2\alpha)}{(1-\alpha)[\varepsilon(1-2\alpha)+3-2\alpha]} = \delta(\alpha),$$

яка збігається з правою нерівністю (2.17) при  $\alpha = 0$ . Нерівність (2.23) відповідає висновкам [55–56] (один з авторів цієї роботи – Нобелівський лауреат 2008 р.). Слід дослідити вплив збільшення  $\alpha$  на  $R_1(\alpha)$ ,  $R_2(\alpha)$ ,  $R(\alpha)$ , а також на фіскальний дисбаланс (чи вирівнювання)  $\frac{R_1(\alpha)}{R_2(\alpha)}$ . Рівності (2.22) і

(2.23) дають:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_1(\alpha)}{\partial \alpha} &= -\delta \left( \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} + \frac{1}{1-2\alpha} \right) + \delta(1-\alpha) \left( \frac{2}{(1-2\alpha)^2} + \frac{2\varepsilon}{(3-2\alpha)^2} \right) = \\ &= \delta \left( -\frac{\varepsilon}{3-2\alpha} - \frac{1}{1-2\alpha} - \frac{2(1-\alpha)}{(1-2\alpha)^2} - \frac{2\varepsilon(1-\alpha)}{(3-2\alpha)^2} \right) = \\ &= \delta \left( \frac{2\varepsilon(1-\alpha) - \varepsilon(3-2\alpha)}{(3-2\alpha)^2} + \frac{-2(1-\alpha) + 1 - 2\alpha}{(1-2\alpha)^2} \right) = \\ &= \delta \left( \frac{1}{(1-2\alpha)^2} - \frac{\varepsilon}{(3-2\alpha)^2} \right) > 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

для  $\frac{1}{(1-2\alpha)^2} > \frac{\varepsilon}{(3-2\alpha)^2}$ ,  $\varepsilon < \frac{(3-2\alpha)^2}{(1-2\alpha)^2}$ , що має місце за умови (2.24);

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_2(\alpha)}{\partial \alpha} &= -\delta \left( -\frac{\varepsilon}{3-2\alpha} + \frac{1}{1-2\alpha} \right) + \delta(1-\alpha) \left( \frac{2}{(1-2\alpha)^2} - \frac{2\varepsilon}{(3-2\alpha)^2} \right) = \\ &= \delta \left( \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} - \frac{1}{1-2\alpha} + \frac{2(1-\alpha)}{(1-2\alpha)^2} - \frac{2\varepsilon(1-\alpha)}{(3-2\alpha)^2} \right) = \\ &= \delta \left( \frac{-2\varepsilon(1-\alpha) + \varepsilon(3-2\alpha)}{(3-2\alpha)^2} + \frac{2(1-\alpha) - (1-2\alpha)}{(1-2\alpha)^2} \right) = \\ &= \delta \left( \frac{1}{(1-2\alpha)^2} + \frac{\varepsilon}{(3-2\alpha)^2} \right) > \frac{\partial t_1(\alpha)}{\partial \alpha} > 0. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Наслідком посиленої стратегічної доповнюваності податків країн 1 і 2 є нерівності (2.25) і (2.26), тобто зростання податкових ставок в обох країнах. Аналогічно до податкової конкуренції на міжнародному ринку капіталу, в силу рівності (2.19) зниження рівня  $R_i(\alpha)$  веде до збільшення рівня  $R_j(\alpha)$  та

мотивації встановлення вищої ставки  $t_j$ ,  $i \neq j$ . Міжнародна ціна капіталу вибирає частину вищої податкової ставки країни з ринковою владою. У більшій країні податкова база менш еластична до своєї власної податкової ставки, що підвищує рівноважні податкові ставки. Ліва нерівність (2.26) свідчить про більший вплив підвищення  $\alpha$  для країни 2, ніж для країни 1, а також про звуження різниці  $(t_1 - t_2)$ . Це зсуває податкову базу (звітний прибуток) від країни 2 до країни 1. Оскільки величина зсуву (звітний) прибутку від країни 2 до країни 1 пропорційна різниці  $(t_1 - t_2)$ , то звуження цієї різниці мотивує фірми до зменшення такого зсуву. Зважаючи на вартість зсуву прибутку відповідно до залежності (2.4), поділ фіскальних надходжень має ту перевагу, що не потребує ресурсів фірм для такого зсуву. При поділі фіскальних надходжень звітний прибуток країни 1 становить:

$$\begin{aligned}\tilde{\pi}_1(\alpha) &= \frac{1 + \varepsilon}{2} - \frac{t_1(\alpha) - t_2(\alpha)}{2\delta} = \frac{1 + \varepsilon}{2} - \frac{2\delta(1 - \alpha)\varepsilon}{2\delta(3 - 2\alpha)} = \frac{1 + \varepsilon}{2} - \frac{(1 - \alpha)\varepsilon}{3 - 2\alpha} = \\ &= \frac{(1 + \varepsilon)(3 - 2\alpha) - 2\varepsilon(1 - \alpha)}{2(3 - 2\alpha)} = \frac{3 - 2\alpha + 3\varepsilon - 2\alpha\varepsilon - 2\varepsilon + 2\alpha\varepsilon}{2(3 - 2\alpha)} = \\ &= \frac{3 - 2\alpha + \varepsilon}{2(3 - 2\alpha)} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{3 - 2\alpha} \right) > 0,\end{aligned}\quad (2.27)$$

$$\text{де } t_1(\alpha) = \delta(1 - \alpha) \left( \frac{1}{1 - 2\alpha} + \frac{\varepsilon}{3 - 2\alpha} \right), \quad t_2(\alpha) = \delta(1 - \alpha) \left( \frac{1}{1 - 2\alpha} - \frac{\varepsilon}{3 - 2\alpha} \right),$$

$$t_1(\alpha) - t_2(\alpha) = \frac{2\delta(1 - \alpha)\varepsilon}{3 - 2\alpha}; \quad \frac{\partial \tilde{\pi}_1(\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\varepsilon}{(3 - 2\alpha)^2} > 0. \quad (2.28)$$

Аналогічно при цьому звітний прибуток країни 2 дорівнює:

$$\begin{aligned}\tilde{\pi}_2(\alpha) &= \frac{1 - \varepsilon}{2} - \frac{t_2(\alpha) - t_1(\alpha)}{2\delta} = \frac{1 - \varepsilon}{2} + \frac{2\delta(1 - \alpha)\varepsilon}{2\delta(3 - 2\alpha)} = \frac{1 - \varepsilon}{2} + \frac{(1 - \alpha)\varepsilon}{3 - 2\alpha} = \\ &= \frac{(1 - \varepsilon)(3 - 2\alpha) + 2\varepsilon(1 - \alpha)}{2(3 - 2\alpha)} = \frac{3 - 2\alpha - 3\varepsilon + 2\alpha\varepsilon + 2\varepsilon - 2\alpha\varepsilon}{2(3 - 2\alpha)} = \\ &= \frac{3 - 2\alpha - \varepsilon}{2(3 - 2\alpha)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{3 - 2\alpha} \right) > 0.\end{aligned}\quad (2.29)$$

$$\text{для } \varepsilon < 3 - 2\alpha < 2; \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_2(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{\varepsilon}{(3-2\alpha)^2} < 0. \quad (2.31)$$

Отже, чим більше значення  $\alpha$ , тим більші величини:

$$\begin{aligned} \tilde{\pi}_2 - \tilde{\pi}_2(\alpha) &= \frac{3-\varepsilon}{6} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) = \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon}{6} - \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{2(3-2\alpha)} = \frac{3\varepsilon - \varepsilon(3-2\alpha)}{6(3-2\alpha)} = \\ &= \frac{3\varepsilon - 3\varepsilon + 2\varepsilon\alpha}{6(3-2\alpha)} = \frac{\varepsilon\alpha}{3(3-2\alpha)} > 0, \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\pi}_1(\alpha) - \tilde{\pi}_1 &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) - \frac{3+\varepsilon}{6} = \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{2(3-2\alpha)} - \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon}{6} = \frac{3\varepsilon - \varepsilon(3-2\alpha)}{6(3-2\alpha)} = \\ &= \frac{3\varepsilon - 3\varepsilon + 2\varepsilon\alpha}{6(3-2\alpha)} = \frac{2\varepsilon\alpha}{3(3-2\alpha)} = \tilde{\pi}_2 - \tilde{\pi}_2(\alpha) > 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Іншими словами, при цьому трансферти ресурсів від країни 2 (юрисдикції з нижчим податком) до країни 1 (юрисдикції з вищим податком) збільшуються.

Нерівності (2.28) і (2.31) свідчать, що із зростанням параметра  $\alpha$  поділу фіскальних надходжень додатна податкова база країни 1 збільшується, а країни 2 – зменшується (за умови (2.30), дещо жорсткішої, ніж умова (2.17)). Відповідно до рівності (2.19) сумарні фіскальні надходження обох країн:

$$\begin{aligned} R(\alpha) &= t_1(\alpha) \tilde{\pi}_1(\alpha) + t_2(\alpha) \tilde{\pi}_2(\alpha) = \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} + \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) + \\ &+ \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \delta(1-\alpha) \left( \frac{1+1}{1-2\alpha} + \frac{\varepsilon-\varepsilon}{(1-2\alpha)(3-2\alpha)} + \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon^2}{(3-2\alpha)^2} + \frac{\varepsilon-\varepsilon}{3-2\alpha} \right) = \\ &= \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{(3-2\alpha)^2} \right) > 0 \end{aligned}$$

збільшуються із зростанням параметра  $\alpha$  :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial R(\alpha)}{\partial \alpha} &= -\delta \left( \frac{1}{1-2\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{(3-2\alpha)^2} \right) + \delta(1-\alpha) \left( \frac{2}{(1-2\alpha)^2} + \frac{2 \times 2 \varepsilon^2}{(3-2\alpha)^3} \right) = \\
&= \delta \left( \frac{2(1-\alpha) - (1-2\alpha)}{(1-2\alpha)^2} + \frac{4\varepsilon^2(1-\alpha) - \varepsilon^2(3-2\alpha)}{(3-2\alpha)^3} \right) = \\
&= \delta \left( \frac{2-2\alpha-1+2\alpha}{(1-2\alpha)^2} + \frac{4\varepsilon^2-4\varepsilon^2\alpha-3\varepsilon^2+2\varepsilon^2\alpha}{(3-2\alpha)^3} \right) = \delta \left( \frac{1}{(1-2\alpha)^2} + \frac{\varepsilon^2(1-2\alpha)}{(3-2\alpha)^3} \right) > 0.
\end{aligned}$$

Фіскальні надходження країни 2:

$$R_2(\alpha) = \alpha t_1 \tilde{\pi}_1 + (1-\alpha)t_2 \tilde{\pi}_2 = t_2(\alpha) \tilde{\pi}_2(\alpha) + \alpha [t_1(\alpha) \tilde{\pi}_1(\alpha) - t_2(\alpha) \tilde{\pi}_2(\alpha)] \quad (2.34)$$

є сумою фіскальних надходжень  $t_2(\alpha) \tilde{\pi}_2(\alpha)$  до поділу таких надходжень і чистих трансфертів  $\alpha [t_1(\alpha) \tilde{\pi}_1(\alpha) - t_2(\alpha) \tilde{\pi}_2(\alpha)]$  після поділу таких надходжень. В силу залежностей (2.25) і (2.26) значення  $t_1(\alpha)$  і  $t_2(\alpha)$  збільшуються із зростанням  $\alpha$ , але в силу нерівності (2.29) значення  $\tilde{\pi}_2(\alpha)$  податкової бази країни 2 при цьому зменшується. В силу рівнянь (2.22), (2.26), (2.29) і (2.31) маємо

$$\begin{aligned}
t_2(\alpha) \tilde{\pi}_2(\alpha) &= \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right), \\
\frac{\partial [t_2(\alpha) \tilde{\pi}_2(\alpha)]}{\partial \alpha} &= \tilde{\pi}_2(\alpha) \frac{\partial t_2(\alpha)}{\partial \alpha} + t_2(\alpha) \frac{\partial \tilde{\pi}_2(\alpha)}{\partial \alpha} = \\
&= \delta \left( \frac{1}{(1-2\alpha)^2} + \frac{\varepsilon}{(3-2\alpha)^2} \right) \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) - \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) \frac{\varepsilon}{(3-2\alpha)^2} = \\
&= \delta \left( \frac{1}{2(1-2\alpha)^2} - \frac{\varepsilon}{2(1-2\alpha)^2(3-2\alpha)} + \frac{\varepsilon}{2(3-2\alpha)^2} + \frac{2(1-\alpha)\varepsilon^2 - \varepsilon^2}{2(3-2\alpha)^3} \right) - \\
&\quad - \delta \frac{(1-\alpha)\varepsilon}{(1-2\alpha)(3-2\alpha)^2} = \\
&= \delta \frac{(3-2\alpha)^2 - \varepsilon(3-2\alpha) + \varepsilon(1-2\alpha)^2 - 2(1-\alpha)\varepsilon(1-2\alpha)}{2(1-2\alpha)^2(3-2\alpha)^2} + \delta \frac{\varepsilon^2(1-2\alpha)}{2(3-2\alpha)^3} >
\end{aligned}$$

$$> \delta \frac{(3-2\alpha)^2 - \varepsilon(3-2\alpha) + \varepsilon(1-2\alpha)^2 - 2(1-\alpha)\varepsilon(1-2\alpha)}{2(1-2\alpha)^2(3-2\alpha)^2}.$$

Знаменник останнього дробу є додатним, а чисельник дорівнює:

$$\begin{aligned} & (3-2\alpha)^2 + \varepsilon[(1-2\alpha)^2 + 2\alpha - 3 - 2(1-\alpha)(1-2\alpha)] = \\ & = (3-2\alpha)^2 + \varepsilon(1-4\alpha + 4\alpha^2 + 2\alpha - 3 - 2 + 4\alpha + 2\alpha - 4\alpha^2) = \\ & = (3-2\alpha)^2 + \varepsilon(4\alpha - 4) = (3-2\alpha)^2 - 4\varepsilon(1-\alpha). \end{aligned}$$

Цей чисельник є додатним за умови:

$$\varepsilon < \frac{(3-2\alpha)^2}{1-\alpha} = \frac{(1+2-2\alpha)(3-2\alpha)}{1-\alpha} = 2(3-2\alpha) + \frac{3-2\alpha}{1-\alpha} = 2(3-2\alpha) + 2 + \frac{1}{1-\alpha},$$

яка є наслідком нерівності (2.30).

**Твердження 2.1.** Фіскальні надходження  $t_i(\alpha)\tilde{\pi}_i(\alpha)$  країни  $i = 1, 2$  до поділу таких надходжень збільшуються із зростанням  $\alpha$ . Другий доданок фіскальних надходжень країни 2 (2.34) є чистими трансфертами від країни 1 до країни 2  $\alpha[t_1(\alpha)\tilde{\pi}_1(\alpha) - t_2(\alpha)\tilde{\pi}_2(\alpha)]$ , які є додатними через нерівність  $\tilde{\pi}_1(\alpha) > \tilde{\pi}_2(\alpha)$  в силу рівностей (2.27) і (2.29), а також через нерівність  $t_1(\alpha) > t_2(\alpha)$ . Другий множник цього доданку є додатним:

$$\begin{aligned} t_1(\alpha)\tilde{\pi}_1(\alpha) - t_2(\alpha)\tilde{\pi}_2(\alpha) &= \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} + \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) - \\ & - \delta(1-\alpha) \left( \frac{1}{1-2\alpha} - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) = \frac{3-2\alpha-\varepsilon}{2(3-2\alpha)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{3-2\alpha} \right) > 0 \\ &= \frac{1}{2} \delta(1-\alpha) \left( \frac{1-1}{1-2\alpha} + \frac{\varepsilon+\varepsilon}{(1-2\alpha)(3-2\alpha)} + \frac{\varepsilon+\varepsilon}{3-2\alpha} + \frac{\varepsilon^2-\varepsilon^2}{(3-2\alpha)^2} \right) = \\ &= \delta(1-\alpha) \frac{\varepsilon+\varepsilon(1-2\alpha)}{(1-2\alpha)(3-2\alpha)} = \frac{\delta(1-\alpha)\varepsilon(1-2\alpha+1)}{(1-2\alpha)(3-2\alpha)} = \frac{2\delta\varepsilon(1-\alpha)^2}{(1-2\alpha)(3-2\alpha)} > 0. \end{aligned}$$

Таким чином, міжнародна податкова конкуренція поєднується з міжнародною податковою кооперацією за світові корпорації, які мають можливості зсуву звітних прибутків серед різних країн.

## 2.2 Теорія організації конкурсів

Конкурс – це гра, де його учасники (конкурсанти) докладають витратних і безповоротних зусиль, щоб дістати приз(и) з ненульовою ймовірністю [57]. Політичні партії прагнуть перемогти на виборах, витрачаючи ресурси на політичні кампанії. Позивач і відповідач намагаються виграти справу, покриваючи витрати на своїх юристів [58]. Армії планують військові операції, купуючи озброєння і наймаючи своїх солдатів [59]. Лобісти стараються переконати осіб, які приймають рішення, готуючи гучні промови [60]. Студенти конкурують за стипендії, не шкодуючи часу на навчання [61]. Спортсмени змагаються, щоб перемогти чи перевершити світовий рекорд, невпинно тренуючись. Претенденти на робоче місце пробують отримати роботу, повністю розкриваючи свої можливості на атестації. Аналогічні процеси відбуваються під час телевізійних вікторин, громадських закупівель, конкурсів у наукових дослідженнях і розробках тощо [62]. Фактично конкурс – це механізм розміщення на рівноправних засадах [63–65], який має централізована влада чи децентралізований ринок. Спочатку досліджувалися такі конкурси, як гонитва за рентою та лобізм. Серед конкурсів виділяють а) конкурси, які стаються природним чином для розв’язання конфлікту чи спору (політичні кампанії, судові справи, війни, просування), і б) конкурси, які плануються й організуються певним розробником для досягнення деякої цілі (стипендії, спортивні події, атестації, телевізійної чи мережевої вікторини, громадські закупівлі, гранти на наукові дослідження і розробки) [66].

У категорії б) розробник може планувати конкурс заздалегідь, обираючи, скажімо, число учасників. При формалізації конкурсу виділяють ряд елементів: 1) число (number) конкурсантив (агентів)  $N = \{1, \dots, n\}$ ; 2) зусилля  $G_i \in R_+$  конкурсанта  $i$  (ці зусилля можуть бути багатовимірними); 3) приз із цінністю (value)  $V_i$  для конкурсанта  $i$  (ця цінність може бути нефіксованою, а її гетерогенність може визначатися гетерогенністю граничних витрат (класів) конкурсантив); 4) відображення  $p_i(G_1, \dots, G_n)$  зусиль

усіх конкурсантів у ймовірність (probability) отримання призу (частку загального призу) для конкурсанта  $i$ , яке називається функцією успіху конкурсу (contest success function, CSF); 5) ставлення конкурсантів до ризику, яке вважатимемо нейтральним (загалом конкурсанти є несхильними до ризику); 6) функція витрат на зусилля, яку вважатимемо лінійною з незворотними граничними витратами, рівними 1 (витрати можуть частково відшкодовуватися перемогою).

Якщо  $G_i \neq 0 \forall i$ , то конкурс називають платним для всіх учасників (all-pay contest). Якщо  $G_i \neq 0$  лише для переможця конкурсу, то конкурс називають платним для переможця (winner-pay contest).

Конкурс можна виразити грою у нормальній формі, де гравець  $i$  – це конкурсант, його стратегія – це його витрати, його виграш – це сподівана корисність

$$\Pi_i = p_i(G_1, \dots, G_n) V_i - G_i.$$

Для таких ігор відоме поняття  $(G_1^*, \dots, G_i^*, \dots, G_n^*)$  рівноваги Неша (Нобелівського лауреата 1994 р.), який узагальнив ідею Курно про те, що рівновагою є ситуація, яку не вигідно змінювати самостійно будь-якому конкурсанту  $i$  (без союзників):

$$\Pi_i(G_1^*, \dots, G_i^*, \dots, G_n^*) \geq \Pi_i(G_1^*, \dots, G_{i-1}^*, G_i, G_{i+1}^*, \dots, G_n^*) \quad \forall G_i \in R_+, \quad \forall i \in N.$$

Є альтернативне поняття, що враховує обмежену раціональність конкурсантів.

Виділяють кілька основних типів CSF із застосуваннями до економетричних моделей. У платному для всіх учасників конкурсі чи аукціоні (all-pay-auction, APA) конкурсант, який докладає найбільших зусиль, здобуває приз із ймовірністю 1; якщо ж кілька конкурсантів докладають найбільших зусиль, то зазвичай вважають, що вони мають однакову ймовірність здобути приз:

$$p_i(G_1, \dots, G_i, \dots, G_n) = \begin{cases} 1 & \Leftarrow G_i > \max\{G_1, \dots, G_{i-1}, G_{i+1}, \dots, G_n\} \equiv G^i; \\ \frac{1}{m} & \Leftarrow G_j = \max\{G_1, \dots, G_n\}, i, j \in J \subseteq N, |J| = m; \\ 0 & \Leftarrow G_i < G^i; \end{cases}$$

тут  $|J|$  означає число різних індексів на множині  $J$ . АРА не має рівноваги у чистих стратегіях. При даному векторі  $(\bar{G}_1, \dots, \bar{G}_n)$  зусиль кожний конкурсант  $i$  має стимул зменшувати свої витрати  $\bar{G}_i$ , коли це не впливає на  $p_i$ :  $G_i = \bar{G}^i + \varepsilon < \bar{G}_i$  при  $\bar{G}_i > \bar{G}^i$ , де  $\varepsilon$  – нескінченно мале додатне число;  $G_i = 0$  при  $\bar{G}_i < \bar{G}^i$ . З іншого боку, вибір  $\bar{G}_i = 0$  кожним конкурсантом не дає стійкої рівноваги, бо тоді можна перемогти нескінченно малими зусиллями.

Вивчалися рівноваги Неша в змішаних стратегіях за повної інформації з однаковими витратами і за неповної інформації з двома конкурсантами [63]. Рівноважну поведінку можна наближувати при складних умовах – при достатньо великій кількості конкурсантів, при достатньо великих призах, при асиметрії та при неповній інформації. Одне з найвідоміших застосувань моделі АРА – лобювання, де розробник, максимізуючи суму ставок, може виграти від виключення з участі у конкурсі лобістів, які мають найвищу (суб’єктивну) цінність призу. У загальнішому класі моделей АРА менші інвестиції є кращим рішенням, зважаючи на програш або виграш.

У різницевій формі CSF ймовірність  $p_i$  виграшу залежить від різниці між зусиллями  $G_i$  конкурсанта та мірою зусиль інших конкурсантів: для  $N = 2$

$$p_i = F_i(G_i - G_j) = 1 - p_j = 1 - F_j(G_j - G_i), \quad i, j = 1, 2, \quad i \neq j, \quad (2.35)$$

що свідчить про важливість будь-якої переваги (зусиль) над суперником.

Якщо функція  $F_i$  диференційована, то умови першого порядку максимізації

$\Pi_1 = p_1 V_1 - G_1$  по  $G_1$  дають

$$0 = \frac{\partial \Pi_1}{\partial G_1} = V_1 \frac{\partial F_1(G_1 - G_2)}{\partial G_1} - 1, \quad V_1 = \left[ \frac{\partial F_1(G_1 - G_2)}{\partial G_1} \right]^{-1};$$

аналогічно для максимізації  $\Pi_2 = p_2 V_2 - G_2$  по  $G_2$  маємо

$$0 = \frac{\partial \Pi_2}{\partial G_2} = V_2 \frac{\partial F_2(G_2 - G_1)}{\partial G_2} - 1 = V_2 \frac{\partial F_1(G_1 - G_2)}{\partial G_2} - 1, \quad V_2 = \left[ \frac{\partial F_1(G_1 - G_2)}{\partial G_2} \right]^{-1}.$$

Якщо  $\left[ \frac{\partial F_1(G_1 - G_2)}{\partial G_1} \right]^{-1} = V_1 > V_2 = \left[ \frac{\partial F_1(G_1 - G_2)}{\partial G_2} \right]^{-1}$ , то за рівноваги Неша в чистих стратегіях конкурсант 1 докладає зусиль  $G_1 > 0$ , а  $G_2 = 0$ . Для  $N = 2$  окремим випадком залежності (2.35) є недиференційована функція [34]

$$p_1 = \max \left\{ \min \left\{ \frac{1}{2} + s(G_1 - G_2), 1 \right\}, 0 \right\} = 1 - p_2, \quad (2.36)$$

якій відповідає точка рівноваги, де функція CSF не обов'язково диференційована. При  $s = 0$  ця функція не залежить від зусиль; оскільки при  $s \rightarrow \infty$  будь-яка перевага суперника повністю змінює результат конкурсу, то залежність (2.36) фактично відповідає АРА. Хоча при такій функції якнайбільше один конкурсант докладає додатних зусиль за рівноваги Неша в чистих стратегіях, така функція допускає змішану рівновагу Неша; якщо функція витрат конкурсанта  $i$  є строго увігнутою (є рівною, скажімо,  $(G_i)^\alpha$ ,  $\alpha < 1$ ), то існує рівновага Неша в чистих стратегіях з додатними зусиллями обох конкурсантів.

Крім того, оскільки у залежності (2.35) ймовірність виграшу залежить від одиниці вимірювання зусиль (доларів або євро, хвилин чи годин, сотень або тисяч тощо), то ця ймовірність не є однорідною ступеня 0 (homogeneous of degree zero, HDZ). Функція  $x = f(\vec{y}) \in R$ , де  $\vec{y} \in R^m$ , має властивість HDZ при  $f(\lambda \vec{y}) = f(\vec{y}) \forall \lambda \neq 0$ . Була запропонована різницева форма функції CSF

$$p_i = \sum_{j=i}^n \frac{(G_j)^\alpha - (G_{j+1})^\alpha}{j(G_1)^\alpha} \quad \forall i \in N, \quad G_j \geq G_{j+1}, \quad G_{n+1} = 0,$$

яка має властивість HDZ.

У дробовій формі CSF ймовірність виграшу конкурсанта  $i$  дорівнює частці його зусиль у сумі зусиль усіх конкурсантів:

$$p_i = \frac{G_i}{\sum_{j=1}^n G_j}. \quad (2.37)$$

Таку CSF називають лотерейною, бо  $G_i$  можна інтерпретувати як число лотерейних квитків конкурсанта  $i$  у лотереї з  $\sum_{j=1}^n G_j$  рівновиграшними квитками. Функція (2.37) має властивість HDZ, тобто ця функція не залежить від вибору одиниці вимірювання зусиль. Однак CSF з властивістю HDZ є розривною чи невизначеною у точці  $\vec{G} = \vec{0}$  з нульовими зусиллями кожного конкурсанта. Тому у точці  $\vec{0}$  значення функції (2.37) вважають рівним  $k \in [0,1]$ , позаяк точка  $\vec{0}$  не є рівновагою у конкурсі з повною інформацією: будь-яке нескінченно мале зусилля будь-якого конкурсанта достатньо для відхилення від точки  $\vec{0}$ .

Природним узагальненням функції (2.37) є логіт-CSF

$$p_i = \frac{\phi(G_i)}{\sum_{j=1}^n \phi(G_j)}, \quad (2.38)$$

де функція  $\phi(G_i)$  вимірює вплив конкурсанта  $i$  на результат конкурсу відносно сумарного впливу всіх конкурсантів. Функція  $\phi(G_i) = (G_i)^\varepsilon$  є окремим випадком залежності (2.38), де параметр  $\varepsilon$  шуму (через випадкові чи невідомі фактори) визначає віддачу від будь-яких зусиль: для  $\varepsilon \rightarrow \infty$  будь-яка перевага над суперником веде до виграшу напевне (що фактично відповідає АРА); для  $\varepsilon = 0$  конкурс є стохастичним процесом з імовірністю виграшу кожного конкурсанта, рівною  $\frac{1}{n}$  незалежно від зусиль; для  $\varepsilon = 1 \in [0, \infty)$  дістаємо залежність (2.37).

Коли  $\phi(G_i) = G_i + k$ , то шум  $k$  є адитивним відносно зусиль, а при більшому шумі результат конкурсу менше залежить від зусиль.

Функція  $\phi(G_i) = e^{kG_i}$  при  $k > 0$  дозволяє поєднувати різницеву залежність (2.35) і залежність (2.38) з властивістю HDZ, бо тоді

$$p_i = \frac{\phi(G_i)}{\sum_{j=1}^n \phi(G_j)} = \frac{e^{kG_i}}{e^{kG_1} + \dots + e^{kG_n}} = \frac{e^{kG_i}}{e^{kG_i} [e^{k(G_1-G_i)} + \dots + e^{k(G_n-G_i)}]} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n e^{k(G_j-G_i)}}. \quad (2.39)$$

Проте CSF (2.39) не є увігнутою по  $G_i$ ; функції найкращого відгуку є прямими лініями з нахилом  $45^\circ$  до точки розриву; рівноваги є в змішаних стратегіях або кутовими (при достатньо асиметричних оцінках  $V_1, \dots, V_n$ ). Вивчалися існування та єдність рівноваги Неша, порівняльна статика для різницевої CSF при однакових або неоднакових  $V_1, \dots, V_n$  і для лотерейної CSF, порівняльна статика для логіт-CSF. Лотерейну CSF (2.37) можна узагальнити функцією

$$p_i = \frac{\alpha_i G_i}{\sum_{j=1}^n \alpha_j G_j}, \quad (2.40)$$

де  $\alpha_i$  – вага зусиль конкурсанта  $i$ , яка асиметрично впливає на ймовірність вирашу. Вагу можна інтерпретувати як вплив зусилля на своєму рівні взаємодії, що визначається, скажімо, ставленням організаторів конкурсу до даного конкурсанта. Присутність видатного конкурсанта (суперзірки з більшою вагою зусиль) погіршує результативність конкурсу. Досліджувався вплив більшої ваги у напрямі вірного рішення на якість політичних рішень особою, яка приймає рішення, при уточненні інформації від лобістів з конкуруючими інтересами.

Можна поєднати бажані властивості лотерейної CSF і різницевої CSF:

$$p_i = \alpha + \beta \frac{G_i - sG_j}{\sum_{j=1}^n G_j}, \quad (2.41)$$

де  $\alpha$  – частина ймовірності, що не залежить від зусиль (аналог шуму  $\varepsilon$  у функції  $\phi(G_i) = (G_i)^\varepsilon$  залежності (2.38)),  $\beta$  – міра відносних зусиль,  $s$  – параметр негативного впливу зусиль суперника. При  $n = 2$  рівність  $1 = p_1 + p_2$  означає

$$1 = \alpha + \beta \frac{G_1 - s G_2}{G_1 + G_2} + \alpha + \beta \frac{G_2 - s G_1}{G_1 + G_2},$$

$$G_1 + G_2 = 2\alpha(G_1 + G_2) + \beta(G_1 - s G_2 + G_2 - s G_1) = 2\alpha(G_1 + G_2) + \beta(G_1 + G_2) - \beta s(G_1 + G_2),$$

$$1 = 2\alpha + \beta(1 - s). \quad (2.42)$$

Для гарантування  $p_i \geq 0$  в залежності (2.41) можна скористатися конструкцією максміна, подібною до (2.36). CSF (2.41) є афінним перетворенням дробової CSF (2.37):

$$p_i = \alpha + \beta \frac{G_i - s G_j + s G_i - s G_i}{\sum_{j=1}^n G_j} = \alpha + \beta \frac{(1+s)G_i - s(G_i + G_j)}{\sum_{j=1}^n G_j} = \alpha + \beta s + \beta(1+s) \frac{G_i}{\sum_{j=1}^n G_j}.$$

При  $n = 2$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$  рівність (2.42) дає  $s = 0$ , а CSF (2.41) стає дробовою. При  $V_1 = V_2$ ,  $n = 2$  необхідною й достатньою умовою існування рівноваги Неша для CSF (2.41) є нерівність  $\alpha + \beta \leq 1.5$ , причому ця рівновага єдина; при однакових  $V_1, \dots, V_n$  достатньою умовою існування рівноваги Неша є нерівність  $n \geq n(\alpha + \beta) - 1$ ; відомі також достатні умови існування рівноваги Неша при неоднакових  $V_1, \dots, V_n$ .

Дії гравців називають стратегічними замінниками (доповнювачами), коли ці дії взаємно нейтралізують (посилюють) одна іншу. Зазначимо, що засоби аналізу ігор стратегічних доповнювачів або замінників не стосуються конкурсів. Наприклад, для залежності (2.40) при  $n = 2$ ,  $\alpha_1 = 1$  маємо

$$p_1 = \frac{G_1}{G_1 + \alpha_2 G_2}, \quad \Pi_1 = p_1 V_1 - G_1 = \frac{G_1 V_1}{G_1 + \alpha_2 G_2} - G_1,$$

звідки впливає функція  $G_1(G_2)$  найкращого відгуку конкурсанта 1:

$$0 = \frac{\partial \Pi_1}{\partial G_1} = \frac{V_1(G_1 + \alpha_2 G_2) - G_1 V_1}{(G_1 + \alpha_2 G_2)^2} - 1 = \frac{\alpha_2 G_2 V_1}{(G_1 + \alpha_2 G_2)^2} - 1, \quad G_1 = (\alpha_2 G_2 V_1)^{0.5} - \alpha_2 G_2.$$

При малих  $G_2$  похідна  $\frac{\partial G_1}{\partial G_2} = 0.5(\alpha_2 G_2 V_1)^{-0.5} - \alpha_2$  цієї функції додатна (функція

$G_1(G_2)$  зростає, що відповідає стратегічним доповнювачам), а при великих

$G_2$  – від’ємна (функція  $G_1(G_2)$  спадає, що відповідає стратегічним замінникам). Подібне має місце для логіт-CSF (2.38) при досить загальних умовах.

Крім виграшу чи програшу, конкурс може допускати деякі проміжні результати, наприклад, нічії. Війни часто закінчуються без явних переможців або переможених. Приклади таких війн – війна у Кореї протягом 1950–1953 рр. чи війна між Іраком та Іраном протягом 1980–1988 рр. В англосаксонських державах судові справи можуть завершатися нульовим вердиктом (null verdict) або без рішення журі (hung jury), що відповідає теоремі Геделя про неповноту формальних систем [68]. Нічії відіграють важливу роль у таких капіталізованих видах спорту, як футбол, бокс, шахи. Коли немає конкурсанта, який задовольняє мінімальним вимогам якості, то приз конкурсу може не присуджуватися взагалі (таким призом у закупівлях може бути замовлення на виконання робіт).

При  $n = 2$  і деяких припущеннях ймовірність досягнення нічіїх рівна  $\frac{1}{1 + \alpha_1(G_1)^r + \alpha_2(G_2)^r}$ , де  $\alpha_1, \alpha_2, r$  – деякі додатні параметри. Однак для великих значень  $G_1 = G_2$  ця ймовірність близька до 0, що видається неправдоподібним; ця ймовірність може залежати від відносної різниці  $\frac{G_1 - G_2}{G_1 + G_2}$ . Якщо ця ймовірність становить  $\frac{G_1 G_2 (c^2 - 1)}{(G_1 + c G_2)(G_2 + c G_1)}$ , де  $c > 1$ , то відповідна CSF задовольняє певні аксіоми, причому для  $c < 3$  існує єдина рівновага Неша в чистих стратегіях. Якщо ця ймовірність дорівнює  $1 - \frac{[\phi(G_1)]^k + [\phi(G_2)]^k}{[\phi(G_1) + \phi(G_2)]^k}$ , де  $\phi(\cdot)$  – зростаюча, диференційована й увігнута функція,  $k \geq 1$  – параметр схильності до нічіїх, то при  $k < 3$  для відповідної CSF ( $k = 1$  відповідає логіт-CSF (2.38)) існує єдина рівновага Неша в чистих стратегіях; для футбольних ліг Іспанії, Італії, Німеччини, Франції оцінки

значення параметра  $k$  близькі до 1.5, що відповідає теоретичному значенню  $k = 1.44$  максимізації зусиль [69].

Рівноваги Неша у симетричній постановці АРА з повною інформацією для  $n = 2$  характеризуються при  $|G_i - G_j| < \delta$  нічиєю ( $\delta > 0$  – деяке фіксоване число), коли кожний гравець отримує однакову частку  $\beta$  загального призу:

$$p_i(G_i, G_j) = \begin{cases} 1, & G_i - G_j > \delta; \\ \beta, & |G_i - G_j| \leq \delta; \\ 0, & G_j - G_i > \delta. \end{cases}$$

Якщо при інформаційній асиметрії серед конкурсантів розробник конкурсу задає CSF, то конкурсанти вибирають оптимальну CSF за принципом виявлення (revelation): при одному розподілі типів сподівані агреговані зусилля максимізує логіт-CSF (2.38), а при іншому розподілі типів – адитивна логарифмічна CSF у різницевій формі

$$p_i = 0.5[\log(G_i) - \log(G_j)] + 0.5, \text{ подібна до CSF } p_i = \frac{2\phi(G_i) - \phi(G_j)}{\phi(G_1) + \phi(G_2)}. \text{ Оскільки}$$

оптимальна ex post CSF нагадує механізм Кларка – Вікрі – Гроувза (Clarke – Vickrey – Groves), то конкурси можна вважати розміщенням громадського продукту (Вікрі – Нобелівський лауреат 2000 р.)

Рівноваги, де агенти правдиво повідомляють про свої оцінки призу, можуть співіснувати з рівновагами, де агенти неправдиво повідомляють про свої оцінки призу. Оптимальна CSF залежить від розподілу типів, який зазвичай невідомий. Загалом побудова кожної нової функції CSF потребує глибокого розуміння переваг і недоліків проектування механізмів конкурсів.

Хоча кожна вищезгадана CSF має допустиму функціональну форму, кожна CSF потребує мікроекономічної інтерпретації. При  $n = 2$  стохастичний результат перемоги конкурсанта  $i$  над конкурсантом  $j$  рівносильний нерівності  $\varepsilon_i G_i > \varepsilon_j G_j$ , де  $\varepsilon_i, \varepsilon_j$  – стохастичний компонент конкурсанта  $i, j$  відповідно (випадок  $\varepsilon_i = \varepsilon_j$  відповідає АРА).

Якщо стохастичні компоненти мають обернений експоненціальний розподіл, то оптимальною є логіт-CSF [70]. Логіт-CSF також є оптимальною у конкурсах інновацій і патентів. Ці висновки залежать від наявності інформації про кумулятивну функцію розподілу стохастичних компонентів.

Аксиоматичний підхід до конкурсів зосереджується на властивостях, які характеризують CSF. Якщо конкурс має властивості 1) недосконалої дискримінації (ймовірність виграшу завжди додатна при додатних зусиллях), 2) монотонності (ймовірність виграшу більша при більших зусиллях), 3) анонімності (ймовірність виграшу залежить від зусилля, а не від ідентичності агента), 4) певної незначущості незалежних альтернатив, то оптимальною є логіт-CSF; якщо, крім того, CSF має властивість HDZ, то оптимальною є CSF Таллока (Tullock). Ці результати узагальнені на асиметричну CSF. Множинності призів відповідає своя оптимальна CSF. Для конкурсів груп логіт-CSF є оптимальною при одних аксіомах, а CSF у різницевій формі – при інших. Такі конкурси, як спортивні змагання і громадські закупівлі, проектуються й управляються розробником (людиною чи кількома людьми). Тому CSF до певної міри є безпосереднім наслідком дій розробника. Припустимо, що мета розробника – максимізація зваженого середнього суспільного добробуту і зусиль конкурсантів. Ці зусилля можуть поліпшувати якість призу (планування участі в Олімпіаді підвищує рівень даної Олімпіади) та величину призу (зусилля впливають на монетарні трансферти від конкурсантів до розробника). При  $n = 2$  вивчалися умови, при яких розробник надає перевагу організації АРА чи конкурсу із CSF Таллока.

Розробники можуть належати до різних типів, невідомих конкурсантам. У свою чергу, конкурсант може нехтувати перевагами розробника (до одного чи іншого конкурсанта, стилю роботи, смаку тощо): CSF – це функція найкращого відгуку розробника з погляду даного конкурсанта. Якщо при  $n = 2$  корисності (utilities) учасників  $j = 0, 1, 2$  визначаються  $U_0 = \max\{U_1 = (1 - \theta)\phi(G_1); U_2 = \theta\phi(G_2)\}$  ( $j = 0$  відповідає розробнику), де  $\theta$  –

рівномірно розподілена на  $[0,1]$  випадкова величина, то ймовірність виграшу конкурсанта 1 визначається

$$(1-\theta)\phi(G)_1 = U_1 > U_2 = \theta\phi(G_2), \quad \phi(G_1) > \theta[\phi(G_1) + \phi(G_2)],$$

тобто визначається  $\theta < \frac{\phi(G_1)}{\phi(G_1) + \phi(G_2)}$  (логіт-CSF може бути раціоналізована).

При  $n = 2$  ймовірність виграшу залежить симетрично від агрегованих зусиль усіх конкурсантів, а тому кожен CSF можна раціоналізувати; при  $n > 2$  будь-яку відому CSF не можна раціоналізувати. Як у деяких моделях індустріальної організації [71], платіж гравця залежить від платежів сусідніх гравців, тобто конкуренція здебільшого локалізується.

Коли розробник не може явно задавати CSF, але може неявно задавати ймовірності виграшу після здійснення зусиль, максимізуючи цільову функцію з постійною еластичністю заміни (constant elasticity of substitution, CES)

$$W(\vec{p}, \vec{G}) = \begin{cases} \left( \sum_{i=1}^n (p_i V_i - G_i)^{1-r} \right)^{\frac{1}{1-r}}, & r \neq 1, \\ \sum_{i=1}^n \ln(p_i V_i - G_i), & r = 1, \end{cases}$$

то при  $r = 1$  з умов першого порядку максимізації маємо

$$0 = \frac{\partial W}{\partial p_j} = \frac{V_j - \frac{\partial G_j}{\partial p_j}}{p_j V_j - G_j} + \sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{-\frac{\partial G_i}{\partial p_j}}{p_i V_i - G_i} = \frac{V_j}{p_j V_j - G_j} - \sum_{i=1}^n \frac{\frac{\partial G_i}{\partial p_j}}{p_i V_i - G_i}, \quad j \in N,$$

$$\frac{V_j}{p_j V_j - G_j} = \frac{V_i}{p_i V_i - G_i},$$

$$p_i = \frac{V_i(p_j V_j - G_j)}{V_i V_j} + \frac{V_j G_i}{V_i} = p_j - \frac{G_j}{V_j} + \frac{V_j G_i}{V_i},$$

$$n p_i = \sum_{j=1}^n p_i = \sum_{j=1}^n p_j - \sum_{j=1}^n \frac{G_j}{V_j} + \frac{G_i}{V_i} \sum_{j=1}^n V_j = 1 - \sum_{j=1}^n \frac{G_j}{V_j} + \frac{G_i}{V_i} \sum_{j=1}^n V_j,$$

**Твердження 2.2.**

$$p_i = \frac{1}{n} \left( 1 - \sum_{j=1}^n \frac{G_j}{V_j} + \frac{G_i}{V_i} \sum_{j=1}^n V_j \right).$$

Отримана CSF має структуру (2.35), яка зберігається  $\forall r$ . Проте логіт-CSF не можна раціоналізувати розробником, який максимізує функцію зусиль конкурсантів. Якщо розробник максимізує цільову функцію Канемана – Тверського [72] (Канеман – Нобелівський лауреат 2002 р.), то раціоналізує логіт-CSF.

Коли конкурсанти ділять результат конкурсу подібно до судової справи за власність ресурсу, то  $p_i$  можна інтерпретувати як частку ресурсу, виділену конкурсанту  $i$ . На основі роботи [73] можна раціоналізувати логіт-CSF як наслідок асиметричного рішення Неша поділу, де зусилля агента є його ваговим коефіцієнтом. Зусилля  $G_i$  формують вимоги  $\phi_i(G_i)$  в задачах поділу. Пропорційності вимог у задачі поділу відповідає логіт-CSF, а егалітарності вимог – CSF у різницевій формі. Можна раціоналізувати дробову CSF і CSF у різницевій формі у постановці, де інформація (свідчення) конкурсантів є підставою для баєсівського прийняття рішень (судом) [74].

Коли витрати конкурсантів мають зовнішні ефекти, то може існувати кілька рівноваг Неша [75]. На практиці конкурси мають певну динаміку. Наприклад, війна складається з кількох послідовних битв, а багато телевізійних конкурсів має попередній і фінальний етапи. Ряд футбольних і тенісних турнірів має попередні раунди (півфінал, чвертьфінал, одна восьма фіналу і так далі) з вибуванням учасників. Конкурси з вибуванням досліджуються окремо. Якщо на кожному етапі конкурсант дістає деякий результат, то перемагає конкурсант з найбільшим сумарним результатом на всіх етапах (скажімо, на чемпіонаті України з шахів або футболу, на виборах кандидата у президенти США від республіканської чи демократичної партії) або конкурсант з найбільшим результатом на етапі (скажімо, на змаганнях з метання спису). В інноваційних перегонах фірми протягом кожного етапу

виробляють інновації стохастичної вартості, але перемагає фірма з найбільшою вартістю інновації протягом деякого етапу.

### **2.3 Моделювання взаємозв'язків на світовому ринку продовольства**

Модель зв'язків (link-age) Програми продовольства і сільського господарства Міжнародного інституту прикладного системного аналізу (Institute for Applied Systems Analysis, IIASA), членом якого є Національна академія наук України, – це економетрична світова модель, що вивчає взаємодію багатьох національних економік на численних сільськогосподарських ринках і виокремленому ринку несільськогосподарських продуктів [76]. Ця модель містить ряд параметрів стратегій, на які можуть впливати національні уряди для поліпшення економічних результатів [77–80]. При заданій цільовій функції для кожної країни цю модель можна вважати стратегічною грою, де гравці – це уряди різних держав. Для дослідження деяких стратегічних питань моделі зв'язків IIASA робота [81] (один з її авторів – Нобелівський лауреат 1994 р.) обмежується двома продуктами – сільськогосподарським і несільськогосподарським – та припущенням, що ціль кожного уряду полягає мінімізації своїх витрат на сільськогосподарську політику у короткостроковому періоді. Один з основних нетривіальних висновків роботи [81] – це те, що, при досить загальних умовах для параметрів моделі зв'язків, оптимальною політикою кожної країни є необмежене постачання продовольства. Такий висновок потребує перевірки на складніших моделях з великою кількістю країн та економетрично визначеними умовами для параметрів урядових стратегій [82–83]. Сучасні моделі взаємозв'язків дозволяють вивчати глобальні взаємозалежності.

У реалістичній моделі кожна країна має свою цільову функцію, залежну від різноманітних цільових змінних [84–85]. Крім того, попит може визначатися не тільки лінійними системами видатків [86]. Лінійні системи

видатків ведуть до зростання виручки окремої країни при збільшенні її виробництва і пропозиції, якщо пропозиція решти країн залишається фіксованою. Однак при збільшенні сумарної пропозиції продовольства всіх країн (світового ринку) їхня сумарна виручка зменшується.

При розробці моделі спочатку вважатимемо, що запаси продовольства відсутні, а внутрішні ціни рівні міжнародним.

У спрощеній моделі зв'язків припускаємо, що уряд обирає загальну внутрішню пропозицію (supply)  $s_i$  продовольства (змінні, що стосуються продовольства, позначатимемо малими латинськими літерами) в кожній країні  $i = 1, \dots, n$ , причому змінна  $s_i$  має двосторонні обмеження:

$$\underline{s}_i \leq s_i \leq \bar{s}_i. \quad (2.43)$$

Якщо  $d_i$  та  $D_i$  – внутрішній попит (demand) на продовольство та непродовольство (в країні  $i$ ) відповідно (змінні, що стосуються непродовольства, позначатимемо великими латинськими літерами), то надлишковий попит на продовольство визначається рівністю

$$z_i = d_i - s_i, \quad (2.44)$$

а надлишковий попит на непродовольство визначається рівністю

$$Z_i = D_i - S_i, \quad (2.45)$$

де  $S_i$  – внутрішня пропозиція непродовольства в країні  $i$ , задана виробничими рішеннями попереднього періоду, а тому фіксована в короткостроковому періоді. Загальна сума значень надлишкового попиту (які можуть бути від'ємними) є нульовою за ринкової рівноваги:

$$\sum_{i=1}^n z_i = 0 = \sum_{i=1}^n Z_i. \quad (2.46)$$

Припустимо, що екзогенно задається реальний торговий дефіцит

$$K_i = r z_i + Z_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.47)$$

виражений через непродуктивність, де  $r = \frac{p}{P}$  – відношення (ratio) ціни (price)  $p$  продовольства до ціни  $P$  непродуктивності. Враховуючи рівняння (2.46), маємо

$$\sum_{i=1}^n K_i = r \sum_{i=1}^n z_i + \sum_{i=1}^n Z_i = 0.$$

Крім того, рівність (2.47) означає

$$0 < \frac{p}{P} = r = \frac{K_i - Z_i}{z_i} = \frac{K_i - (D_i - S_i)}{z_i},$$

звідки випливає обмеженість зверху надлишкового попиту  $Z_i$ :

$$K_i > D_i - S_i \geq D_i^0 - S_i \text{ при } z_i > 0, \quad (2.48)$$

де  $0 < D_i^0$  – мінімальний попит на непродуктивність (який має задовольнятися незалежно від цін і доходів). Аналогічно

$$K_i > d_i - s_i \geq d_i^0 - s_i \text{ при } Z_i > 0, \quad (2.49)$$

де  $0 < d_i^0$  – мінімальний попит на продовольство

Національний (загальний) доход (yield) країни  $i$  визначається

$$Y_i = p s_i + P S_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.50)$$

а національні видатки (expenditures) задаються

$$E_i = p d_i + P D_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.51)$$

Тоді в силу рівностей (2), (3), (5) маємо

$$E_i - Y_i = p(d_i - s_i) + P(D_i - S_i) = p z_i + P Z_i = P \left( \frac{p}{P} z_i + Z_i \right) = P K_i. \quad (2.52)$$

Подібно до монетарної теорії міжнародної торгівлі, торгові дефіцити  $z_i$  та  $Z_i$  визначаються ендогенно за допомогою функцій національних видатків  $E_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . З рівняння (2.51) маємо

$$\begin{aligned} p d_i + P D_i &= \alpha_i E_i + (1 - \alpha_i) E_i + p d_i^0 + P D_i^0 - p d_i^0 - P D_i^0 = \quad (2.53) \\ &= \alpha_i E_i + (1 - \alpha_i) E_i + d_i^0 p + D_i^0 P - \alpha_i d_i^0 p - (1 - \alpha_i) d_i^0 p - \alpha_i D_i^0 P - (1 - \alpha_i) D_i^0 P, \end{aligned}$$

де  $\alpha_i \in (0,1)$  – деякий фіксований коефіцієнт,  $i = 1, \dots, n$ . Незалежно від досягнення рівноваги, рівняння (2.53), нерівності (2.48) і (2.49) є сумісними з рівностями

$$d_i p = d_i^0 p + \alpha_i (E_i - d_i^0 p - D_i^0 P), \quad (2.54)$$

$$D_i P = D_i^0 P + (1 - \alpha_i)(E_i - d_i^0 p - D_i^0 P). \quad (2.55)$$

Припустимо, що частку фермерських (farm) доходів  $F_i$  у національному доході кожної країни захищає параметр  $f_i \in (0,1)$  стратегії паритетності

$$F_i = f_i Y_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.56)$$

Для аналізу в короткостроковому періоді рівняння (2.56) є радше обмеженнями на урядові стратегії, ніж наслідками політичних рішень: для виконання цих обмежень уряди можуть застосовувати різні засоби – прямі субсидії споживачам, непрямі субсидії вітчизняним виробникам для підтримки цін, квоти тощо. Урядові видатки мають покривати різницю  $(s_i p - F_i)$  між ціною виробленого вітчизняного продовольства та фермерським доходом. Припустимо, кожний уряд мінімізує витрати на сільськогосподарську політику, що рівносильно максимізації виручки від такої політики. Оскільки функції (2.50) і (2.51) національного доходу і національних видатків є однорідними ступеня 0 за цінами, то уряд максимізуватиме реальну виручку, виражену через непродуктивність,

$$H_i = \frac{s_i p - F_i}{P} = \frac{s_i p - f_i Y_i}{P}. \quad (2.57)$$

При  $H_i > 0$  для деякої країни  $i$  вигреш за рахунок сільськогосподарської політики використовується для фінансування урядових видатків на інші потреби, що дозволяє обмежувати оподаткування фермерських доходів  $F_i$ , захищаючи фермерські інтереси.

Ігрова ситуація у тому, що кожний гравець  $i = 1, \dots, n$  максимізує свою цільову функцію (2.57), обираючи значення  $s_i$  своєї стратегії за обмежень (2.43). Кожному вектору  $\vec{s} = (s_1, \dots, s_n)$  відповідають рівноважні ринкові

відношення  $r = \frac{p}{P}$ , обсяги  $d_i$  та  $D_i$  попиту, реальний національний дохід  $\frac{Y_i}{P}$ , урядовий вигреш  $H_i(\vec{s})$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Покажемо, що ця гра у нормальній формі має однозначно визначену рівновагу (equilibrium)  $\vec{s}^e = (s_1^e, \dots, s_n^e)$  у чистих стратегіях за прийнятних умов для  $s_i$  та  $d_i^0$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

З рівностей (2.54) і (2.55) випливає відношення

$$\frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i} = \frac{p(d_i - d_i^0)}{P(D_i - D_i^0)} = r \frac{d_i - d_i^0}{D_i - D_i^0}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.58)$$

З рівнянь (2.44), (2.45), (2.46) маємо залежності

$$K_i = r z_i + Z_i = r(d_i - s_i) + D_i - S_i, \quad D_i - D_i^0 = K_i + S_i - r(d_i - s_i) - D_i^0,$$

що використаємо в рівності (2.58):

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i} &= \frac{r(d_i - d_i^0)}{K_i + S_i - r(d_i - s_i) - D_i^0}, \\ (1 - \alpha_i)(d_i - d_i^0)r &= \alpha_i(K_i + S_i - D_i^0) - \alpha_i(d_i - s_i)r, \\ \alpha_i(K_i + S_i - D_i^0) &= (d_i - d_i^0 - \alpha_i d_i + \alpha_i d_i^0 + \alpha_i d_i - \alpha_i s_i)r = \\ &= (d_i - d_i^0 + \alpha_i d_i^0 - \alpha_i s_i)r = [s_i + z_i - d_i^0(1 - \alpha_i) - \alpha_i s_i]r = \\ &= [s_i(1 - \alpha_i) + z_i - d_i^0(1 - \alpha_i)]r, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Звідси, враховуючи рівність (2.46), знаходимо суму

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i (K_i + S_i - D_i^0) = r \sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i)(s_i - d_i^0), \quad (2.59)$$

яка є додатною в силу нерівності (2.48). Отже, значення  $r$  є додатним.

У залежності (2.59) збільшення  $s_i$  веде до зменшення  $r$  (за інших рівних умов) в силу нерівності  $1 - \alpha_i > 0$ . Якщо  $\alpha_i \equiv \alpha$ ,  $i = 1, \dots, n$ , то в силу рівності (2.47) замість (2.59) маємо

$$\alpha \sum_{i=1}^n (S_i - D_i^0) = r(1 - \alpha) \sum_{i=1}^n (s_i - d_i^0),$$

тобто  $r$  не залежить від  $K_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . У загальному випадку величина  $r$  залежить від розподілу  $K_i$  та  $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

З рівнянь (2.50)–(2.52) випливає

$$PK_i = E_i - Y_i = pd_i + PD_i - ps_i - PS_i, \quad K_i = rd_i + D_i - rs_i - S_i,$$

звідки в силу нерівностей (2.48) і (2.49) маємо

$$K_i + rs_i + S_i = rd_i + D_i \geq rd_i^0 + D_i^0.$$

Оскільки з рівності (2.50) випливає

$$\frac{Y_i}{P} = \frac{ps_i}{P} + \frac{PS_i}{P} = rs_i + S_i,$$

то цільову функцію (2.57) можна переписати як

$$H_i(s_i, S_i) = \frac{s_i P - f_i Y_i}{P} = s_i r - f_i (s_i r + S_i) = (1 - f_i) s_i r - f_i S_i. \quad (2.60)$$

Вважаючи міжнародну торгівлю деякою некооперативною грою в нормальній формі, застосуємо для пошуку її рішення поняття рівноваги Неша (Nash)  $s^N = (s_1^N, \dots, s_n^N)$  у чистих стратегіях при обмеженнях (2.43):

$$H_i(s^N) \geq H_i(s_1^N, \dots, s_{i-1}^N, s_i, s_{i+1}^N, \dots, s_n^N) \quad \forall s_i \in [\underline{s}_i, \bar{s}_i], \quad i = 1, \dots, n.$$

Покажемо, що за прийнятних припущень ця модель має єдину рівновагу  $s^N = [\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_n]$ . Більше того, вибір кожною країною  $i$  максимальної пропозиції  $\bar{s}_i$  є її доміантною стратегією – найкращою відповіддю на будь-які дії решти країн. Зазначеними припущеннями є

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n (1 - \alpha_j) \underline{s}_j > \sum_{j=1}^n (1 - \alpha_j) d_j^0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.61)$$

Для інтерпретації цих припущень скористаємося випадком  $\alpha_j \equiv \alpha$ :

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n \underline{s}_j > \sum_{j=1}^n d_j^0, \quad i = 1, \dots, n,$$

тобто мінімального виробництва будь-яких  $(n - 1)$  країн достатньо для покриття мінімального попиту всіх  $n$  країн. Оскільки тоді мінімальний попит слід вважати малим порівняно з мінімальною пропозицією, що видається

прийнятним. Очевидно, для різних, але достатньо близьких значень  $\alpha_j$  припущення (2.61) має подібну інтерпретацію.

**Твердження 2.3.** За умови (2.61) дана ігрова модель має єдину рівновагу Неша  $s^N = (\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_n)$  у чистих стратегіях, причому стратегія  $s_i = \bar{s}_i$  є домінантною для кожного гравця  $i = 1, \dots, n$ :

$$H_i(s_1, \dots, s_{i-1}, \bar{s}_i, s_{i+1}, \dots, s_n) > H_i(s) \quad \forall s = (s_1, \dots, s_n), s_i \neq \bar{s}_i.$$

**Доведення.** Коли  $\frac{\partial H_i(s)}{\partial s_i} > 0 \quad \forall s = (s_1, \dots, s_n), s_i \neq \bar{s}_i$ , то стратегія  $s_i = \bar{s}_i$  є

домінантною. Якщо  $f_i, S_i$  не залежать від  $s_i$ , то з рівності (2.60) маємо

$$\text{sign}\left(\frac{\partial H_i(s)}{\partial s_i}\right) = \text{sign}\left(\frac{\partial s_i r}{\partial s_i}\right),$$

де в силу рівності (2.59) отримуємо

$$r = \frac{\mu}{\sum_{j=1}^n (1 - \alpha_j) s_j - \gamma} \quad (2.62)$$

при

$$\mu = \sum_{j=1}^n \alpha_j (K_j + S_j - D_j^0), \quad \gamma = \sum_{j=1}^n (1 - \alpha_j) d_j^0.$$

Звідси

$$s_i r = \frac{s_i \mu}{\sum_{j=1}^n (1 - \alpha_j) s_j - \gamma}, \quad \frac{\partial (s_i r)}{\partial s_i} = \frac{\mu \left[ \sum_{j=1}^n (1 - \alpha_j) s_j - \gamma \right] - s_i \mu (1 - \alpha_i)}{\left[ \sum_{j=1}^n (1 - \alpha_j) s_j - \gamma \right]^2},$$

$$\text{sign}\left(\frac{\partial s_i r}{\partial s_i}\right) = \text{sign}\left[ \sum_{j=1}^n (1 - \alpha_j) s_j - \gamma - s_i (1 - \alpha_i) \right] = \text{sign}\left[ \sum_{j=1, j \neq i}^n (1 - \alpha_j) s_j - \gamma \right].$$

Підзнаковий вираз завжди додатний в силу умови (2.61), що завершує доведення.

Загалом  $\text{sign}\left(\frac{\partial H_i(s)}{\partial s_i}\right)$  не залежить від  $s_i$ . Якщо гравець  $i$  у точці рівноваги має стратегію  $s_i^N \in (\underline{s}_i, \bar{s}_i)$ , то в цій точці  $\frac{\partial H_i(s)}{\partial s_i} = 0$ , тобто  $H_i(s_1^N, \dots, s_{i-1}^N, s_i, s_{i+1}^N, \dots, s_n^N)$  не залежить від  $s_i = s_i^N$ . Тому така рівновага має бути нестійкою, що означає вибір кожним гравцем  $i$  стратегії  $s_i = \bar{s}_i$  чи  $s_i = \underline{s}_i$ .

Отже, при умові (2.61) реальна виручка  $s_i r$  країни  $i$  від продажу продовольства є зростаючою функцією за  $s_i$ , коли пропозиція продовольства решти країн є фіксованою: попит на пропозицію продовольства країни  $i$  є еластичним. Проте виручка від продажу  $\hat{s} = \sum_{j=1}^n s_j$  продовольства всього ринку не є зростаючою функцією за  $\hat{s}$ : в силу рівності (2.62) при  $\alpha_j \equiv \alpha$  виручка ринку становить

$$\hat{s} r = \frac{\hat{s} \mu}{\sum_{j=1}^n (1-\alpha) s_j - \gamma} = \frac{\hat{s} \mu}{(1-\alpha) \hat{s} - \gamma},$$

звідки

$$\frac{\partial(\hat{s} r)}{\partial \hat{s}} = \frac{\mu[(1-\alpha)\hat{s} - \gamma] - (1-\alpha)\hat{s} \mu}{[(1-\alpha)\hat{s} - \gamma]^2} = -\frac{\mu \gamma}{[(1-\alpha)\hat{s} - \gamma]^2} < 0.$$

Щоб узагальнити модель взаємозв'язків, введемо для країни  $i$  буферний (buffer) запас  $B_i$  продовольства, внутрішню ціну  $q_i = g_i p_i$  та  $p_i = a_i p$  виробників та споживачів продовольства відповідно, внутрішню ціну  $Q_i = G_i P_i$  та  $P_i = A_i P$  виробників та споживачів непродовольства відповідно, де  $a_i$ ,  $A_i$ ,  $g_i$ ,  $G_i$  – додатні стратегічні параметри з двосторонніми обмеженнями. Причинами цінових відмінностей можуть бути пропорційні тарифи, пропорційні непрямі податки, субсидії тощо. Крім того, уряд може контролювати внутрішні ціни. При заданих стратегіях інших країн кожна

держава  $i = 1, \dots, n$  має достатньо важелів для досягнення своїх цілей. Ринкова рівновага залежить від способу урядового втручання: вплив заданих внутрішніх цін інших країн на експорт та імпорт кожної держави  $i = 1, \dots, n$  відрізняється від впливу заданих тарифів інших країн. Якщо відмінності внутрішніх і світових цін спричинені тарифами, то відповідна світова ринкова рівновага відрізняється від рівноваги, що відповідає рівновазі при відмінностях внутрішніх і світових цін, спричинених безпосереднім регулюванням цін державами. Таким чином, для регулювання важливими є інституції. Хоча можуть існувати оптимальні значення параметрів  $a_i, A_i, g_i, G_i$ , припустимо, що вони є заданими екзогенно.

Крім обсягу  $s_i \in [\underline{s}_i, \bar{s}_i]$  продажу продовольства, нехай стратегією також є зміна  $b_i$  буферного запасу продовольства країни  $i$  :

$$0 \leq B_i + b_i \leq \bar{B}_i, i = 1, \dots, n,$$

де  $\bar{B}_i$  – місткість країни  $i$  для зберігання продовольства. Тоді обсяг продажу продовольства має враховувати не лише мінімальний попит, але й цю місткість:

$$\underline{s}_i > d_i^0 + \bar{B}_i, i = 1, \dots, n.$$

Моделювання реалістичної поведінки на світовому ринку потребує досить складних засобів і методів [85–86].

## РОЗДІЛ 3. МОДЕЛІ DEA ТА ТОРГІВЛЯ МОБІЛЬНИМ ФАКТОРОМ

### 3.1 Основи аналізу охоплення даних

Сучасний розвиток моделей DEA поширюється на модель оболонки вільного розміщення, моделі перехресного оцінювання та мінімальної відстані. Розглянемо множину  $n$  DMUs, де DMU  $j = 1, \dots, n$  використовує  $m$  входів  $x_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, m$ , і генерує  $s$  виходів  $y_{rj}$ ,  $r = 1, \dots, s$ . Якщо виходу  $y_{rj}$  відповідає ціна (множник)  $\bar{u}_r$ , а входу  $x_{ij}$  – ціна  $\bar{v}_i$ , то при відомих цінах ефективність DMU  $j$  вимірюється відношенням зважених виходів і зважених входів

$$\sum_{r=1}^s \bar{u}_r y_{rj} \left( \sum_{i=1}^m \bar{v}_i x_{ij} \right)^{-1},$$

яке є основою стандартної продуктивності в інженерії.

Якщо ціни входів  $v_i$  і виходів  $u_r$  невідомі, то для обчислення таких цін даного DMU пропонується розв'язати певну задачу нелінійного програмування [87]: технічна ефективність  $e_0$  DMU 0 є розв'язком задачі максимізації по  $v_i$  та  $u_r$  (задачі дробового програмування)

$$e_0 = \max_{v_i, u_r} \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \left( \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right)^{-1},$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad \forall j = 0, \dots, n,$$

$$u_r \geq \varepsilon \leq v_i \quad \forall r = 1, \dots, s, \quad \forall i = 1, \dots, m,$$

де  $\varepsilon$  – деяка додатна неархімедова величина зі строго додатною нижньою границею [88] ( $\varepsilon \geq 0$  у роботі [87]), що гарантує строгу додатність змінних  $v_i$  та  $u_r$ . Оскільки цільова функція – відношення виходів до входів, то ця задача є вихід-орієнтованою. Цю задачу називають задачею CCR за прізвищами

Charnes, Cooper, Rhodes авторів роботи [87]. Задача (модель) CCR передбачає постійну віддачу від масштабу (constant returns to scale, CRS).

Якщо цільова функція – відношення входів до виходів, то відповідна стандартна задача мінімізації є вхід-орієнтованою.

Застосовуючи теорію дробового програмування [89] і заміну змінних

$$\mu_r = t u_r, \quad v_i = t v_i, \quad \text{де } t = \left( \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right)^{-1},$$

задача CCR зводиться до моделі лінійного програмування (ЛП)

$$e_0 = \max_{\mu_r, v_i} \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}, \quad (3.1)$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad \forall j = 0, \dots, n,$$

$$\mu_r \geq \varepsilon \leq v_i \quad \forall r = 1, \dots, s, \quad \forall i = 1, \dots, m.$$

Ця задача ЛП максимізації еквівалента двоїстій задачі ЛП мінімізації

$$\min_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \theta_0 - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (3.2)$$

без обмежень для  $\theta_0$  та при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta_0 x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, m, \quad r = 1, \dots, s.$$

Задача (3.2) називається прямою задачею охоплення, а задача (3.1) – двоїстою.

Простір обмежень прямої задачі визначає множину виробничих можливостей

$$T = \left\{ (X, Y) : X \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j; Y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j; \lambda_j \geq 0 \right\}.$$

Приклад 1. Нехай  $n = 7$ ,  $m = 1$ ,  $s = 1$ :

DMU	1	2	3	4	5	6	7
X	2	3	6	9	5	4	10
Y	2	5	7	8	3	1	7

Серед цих DMUs найефективнішим є DMU  $j = 2$ , звідки для моделі CRS межа ефективності є прямою у координатах Y по вертикалі і X по горизонталі, що проходить через точку O початку координат  $(0, 0)$  і точку  $(X_{12}, Y_{12}) = (3, 5)$ ,

тобто прямою  $Y = \frac{5}{3}X$ . Тоді для  $j = 3$  інтуїтивна міра ефективності

визначається відношенням до  $X_{13} = 6$  відрізка прямої між точками  $(0, Y_{13}) = (0, 7)$  і  $(X_{13}, Y_{13}) = (6, 7)$ , тобто прямої  $Y = 7$ , за межею ефективності. Оскільки

довжина цього відрізка становить  $X = \frac{3}{5}Y = \frac{3 \times 7}{5} = 4.2$ , то ефективність для

$j = 3$  дорівнює  $\frac{4.2}{6} = \frac{2.1}{3} = 0.7 = 70\%$ . Тому в задачі (3.2) охоплення

оптимальне значення  $\theta_3$  становить  $\theta_3^* = 0.7$ . Слід сказати, що при визначенні результату як оберненого відношення входів до виходів найкращий DMU

матиме відношення  $\frac{5}{3} = 1.67$ , а відношення для  $j = 3$  становитиме

$\frac{5}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7} = 1.43$  з результатом  $\frac{1}{1.43} = \frac{7}{10} = 0.7$ , який дорівнює

ефективності. Вихід-орієнтована модель використовує DEA-проекцію точки, що відповідає DMU, на вертикальну вісь, яка вимірює вихід.

Приклад 2. Нехай  $n = 7$ ,  $m = 2$ ,  $s = 1$  (DMUs мають єдиний спільний вихід):

DMU	A	B	C	D	E	F	G
X <sub>1</sub>	3	5	8	12	6	8	10
X <sub>2</sub>	90	70	55	50	84	80	60

Очевидно, що точка С ефективніша, ніж F. Розв'язання задачі (3.2) дає  $\theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_D = 1$  (точки А, В, С, D (сильно) DEA-ефективними). Оскільки В є DEA-проекцією (радіальною проекцією) Е на межу ефективності (В є орієнтиром (benchmark) для Е), то ефективність Е вимірюється відношенням відстані між точкою В і точкою О початку координат до відстані ЕО:

$$\theta_E = \frac{\sqrt{(X_{1B})^2 + (X_{2B})^2}}{\sqrt{(X_{1E})^2 + (X_{2E})^2}} = \frac{\sqrt{5^2 + 70^2}}{\sqrt{6^2 + 84^2}} = 83.3\%.$$

Підходящі орієнтири для точки G – це точки С і D.

Для всіх точок  $j = A, B, C, D, E, F, G$  всі змінні нев'язки (slack)  $s_{1j}^-, s_{2j}^-$  дорівнюють нулю. Додамо точку H, радіальна проекція якої потребує подовження межі ефективності до деякої точки  $H^*$ , а змінна нев'язки  $s_{1H}^-$  додатна і рівна відстані між  $H^*$  і D. Тоді говорять, що точка H не є відповідно охопленою, а точка  $H^*$  є слабо DEA-ефективною [90–91].

Модель [92] відрізняється від моделі [87] додатковою змінною  $u_0$  будь-якого знаку і передбачає змінну віддачу від масштабу (variable returns to scale, VRS):

$$e_0^* = \max_{u_0, u_r, v_i} \left( \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - u_0 \right) \left( \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right)^{-1},$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - u_0 \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad \forall j = 1, \dots, n,$$

$$u_r \geq \varepsilon \leq v_i \quad \forall r = 1, \dots, s, \quad \forall i = 1, \dots, m.$$

Ця задача рівносильна задачі ЛП з додатковою змінною  $\mu_0$ , яка може мати будь-який знак,

$$e_0^* = \max_{\mu_0, \mu_r, v_i} \left( \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} - \mu_0 \right), \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \mu_0 \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad \forall j = 1, \dots, n,$$

$$\mu_r \geq \varepsilon \leq v_i \quad \forall r = 1, \dots, s, \quad \forall i = 1, \dots, m.$$

Двоїстою задачею до останньої є задача ЛП з додатковою змінною  $\theta_0$ , яка може мати будь-який знак,

$$\min_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \theta_0 - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right), \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta_0 x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, m, \quad r = 1, \dots, s.$$

Остання задача відрізняється від задачі (3.2) додатковим обмеженням  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ , яке разом з  $\lambda_j \geq 0$  забезпечує опуклість оболонки. Якщо у координатах  $Y$  по вертикалі та  $X$  по горизонталі (нехай  $X_{11} < X_{12} < X_{13}$ ) напівінтервал прямої між сусідніми DMUs 1 і 2 має нахил більше  $45^\circ$ , то спостерігається збільшувана віддача від масштабу (increasing returns to scale, IRS); якщо напівінтервал прямої між сусідніми DMUs 2 і 3 має нахил менше  $45^\circ$ , то спостерігається збільшувана віддача від масштабу (decreasing returns to scale, DRS); у точці 2 спостерігається CRS. Аналогічно до моделі (3.2), що виявляє CRS, DMU 0 є ВСС-ефективним (за прізвищами Banker, Charnes, Cooper авторів роботи [92]) тоді, коли існує розв'язок  $\theta_0^* = 1$  у моделі (3.4), що виявляє VRS, а всі змінні нев'язки  $s_i^{-*}$ ,  $s_r^{+*}$  дорівнюють нулю. Очевидно, якщо DMU є ССР-ефективним, то цей DMU також є ВСС-ефективним.

Багато авторів вивчало класифікацію DMUs за віддачею від масштабу (returns to scale, RTS): робота [93] використовує поняття розміру найпродуктивнішого масштабу, де RTS визначається  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ ; робота [92]

використовує вільну змінну  $\mu_0$  у моделі (3.3); робота [94] застосовує свій метод індексу ефективності масштабу. Проблема класифікації RTS полягає в існуванні множинних оптимумів, а тому класифікація може бути функцією конкретного розв'язку, залежного від програмного забезпечення оптимізації. Щоб точніше визначати класифікацію RTS для даного DMU, розроблялися інтервали для різних вільних змінних, які відповідають різним оптимумам: пропонується метод визначення RTS для моделі при множинних оптимумах [95]; серед різних методів визначення RTS обираються обчислювально прості методи характеристизації RTS, щоб уникати потреби дослідження всіх можливих оптимальних розв'язків [96].

Вищезазначені моделі вимірюють ефективність через радіальну проєкцію: у вхід-орієнтованій моделі входи зменшуються пропорційно при фіксованих виходах, а у вихід-орієнтованій моделі виходи збільшуються пропорційно при фіксованих входах. Пропонується адитивна модель (Парето–Купманса), яка до певної міри поєднує вхід-орієнтовану та вихід-орієнтовану моделі [97].

Базовий варіант адитивної моделі задається задачею ЛП

$$\begin{aligned}
 P_0 = \max_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} & \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right), & (3.5) \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m, \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s, \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\
 \lambda_j, s_i^-, s_r^+ &\geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, m, \quad r = 1, \dots, s.
 \end{aligned}$$

Умова  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$  опуклості вказує на технологію, що виявляє VRS. Оскільки межа ефективності, генерована моделлю (3.5), така сама, як межа ефективності, генерована моделлю (3.4), то DMU є адитивно-ефективним за Парето–Купмансом (для якого всі нев'язки дорівнюють нулю в оптимумі

задачі (3.5)) тоді й тільки тоді, коли цей DMU є розв'язком задачі (3.4). Очевидно, що такий DMU також є розв'язком моделі (3.2), що виявляє CRS: у прикладі 1 точка (6, 7) може проектуватися не лише вздовж прямої  $Y = 7$ , але й вздовж будь-якого променя прямого кута між  $Y = 7$  та  $X = 6$ .

Оскільки різні входи і виходи можуть вимірюватися у неспіввимірних одиницях [98], то не завжди практично використовувати суму нев'язок у цільовій функції задачі (3.2), (3.4) або (3.5). Оскільки модель (3.5), на відміну моделей ВСС та ССР, не дає фактичної міри неефективності, то замість критерія  $P_0$  пропонується критерій

$$Q_0 = \max_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \delta \left( \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{i0}} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{r0}} \right),$$

де  $\delta = (m + s)^{-1}$  [97]. Ділення нев'язок  $s_i^-$  та  $s_r^+$  на  $x_{i0}$  та  $y_{r0}$  відповідно дозволяє зводити ці нев'язки до інваріантних (співвимірних) одиниць, а множення на  $\delta$  дозволяє нормувати загальний масштаб. Для підтримки сумісності з мірами ефективності у сенсі моделей ССР та ВСС пропонується міра  $(1 - Q_0)$  [99], значення якої може бути від'ємним [100].

Враховуючи вищезгадані недоліки адитивної моделі (3.5), замість критерія  $Q_0$  пропонується критерій нев'язок [101]

$$R_0 = \max_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \frac{1}{s + r} \left( \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{i0}} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{r0} + s_r^+} \right).$$

Незважаючи на обчислювальну складність нелінійного критерію  $R_0$ , значення результуючої міри  $(1 - R_0)$  належить відрізку  $[0,1]$ , що бажано для міри ефективності.

Замість критерія  $Q_0$  також пропонується інша міра нев'язок

$$p = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{i0}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{r0}}},$$

яка інваріантна до одиниць вимірювання та монотонна за кожною нев'язкою входу і виходу [102]. Тоді модель (3.5) зводиться до дробового і лінійного

програмування. Оскільки значення  $\rho$  належить відрізку  $[0,1]$ , то  $\rho$  вимірює ефективність за Парето–Купмансом у сенсі моделей ССР та ВСС.

Моделі [102] рівносильна модель Расселла [103] (з удосконаленою мірою ефективності [104]) [105]:

$$R_o = \min_{\lambda_j, \theta_i, \varphi_r} \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \theta_i}{\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \varphi_r},$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_i x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \varphi_r y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j, \theta_i, \varphi_r \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s.$$

Модель [106], подібна до адитивної моделі, використовує нерадіальні проєкції для побудови настроєної до діапазону міри, значення якої належать відрізку  $[0,1]$ . Нерадіальні проєкції теж використовуються на другому етапі аналізу ефективності після визначення точки проєкції для даного DMU [102,107–109].

Якщо економічне планування стосується конкретних галузей, то важливо знати сподіване зростання випуску (виходу) даної галузі за рахунок підвищення її ефективності і без залучення додаткових матеріальних ресурсів. Перспективні напрямки розвитку DEA – застосування цілочисельних змінних, питання перенавантаження, ідентифікація пропущених даних, розміщення фіксованих обсягів входів серед DMUs, DEA за обмежених ресурсів, аналіз складних DMUs, зв'язок між DEA і багатокритеріальним прийняттям рішень.

### 3.2 Моделі аналізу охоплення нестандартних даних

Модель освоєння технології дозволяє, серед іншого, контролювати виробництво на різних процесорах (машинах). Розподіл входів серед процесорів дозволяє визначати (вибирати) підходящу технологію.

Є підходи DEA для контролю за ланцюгами постачання від покупця до постачальника з оцінюванням їхньої ефективності. Важливо оцінювати ефективність не лише окремих частин такого ланцюга, але й ланцюга в цілому. Авжеж, при цьому рекомендоване поліпшення ефективності для однієї частини ланцюга може вести до зменшення ефективності його інших частин. Розроблено підходи до моделювання двоетапних процесів [110–111]. У прикладі [112] ланцюг постачання включає вхід  $x_S$  до продавця (seller) та вихід  $y_S$  від продавця, причому  $y_S$  є входом до покупця (buyer), а також вихід  $y_B$  від покупця і ще один вхід  $x_B$  до покупця. У цьому прикладі вимірюються загальна ефективність ланцюга й ефективність кожного елемента ланцюга.

Ряд моделей ланцюгів постачання оснований на теоретико-ігрових кооперативних і некооперативних підходах [113]. У некооперативних підходах продавець вважається лідером, а покупець – послідовником: на першому етапі максимізує свою ефективність лідер, а на другому – послідовник, причому на другому етапі послідовник обмежений діями, що не змінюють значення ефективності лідера, досягнуте на першому етапі. Такий підхід веде до задачі нелінійного параметричного програмування. У кооперативних підходах немає лідера чи послідовника.

Вищезазначені багаторівневі постановки спрямовані на загалом послідовні процеси. У багатьох ситуаціях під множинністю компонентів мається на увазі паралельність роботи цих компонентів. При дослідженні ефективності роботи банківської філії у загальній діяльності філії виділяються діяльність з продажу та діяльність з послуг [114]. Оскільки аналіз кожного виду діяльності ускладнюється тим, що вони мають спільні входи (скажімо,

трудо́ві ресурси), то пропонуються модель агрегованої (загальної) ефективності з оцінюванням ефективності кожного компонента [114–115] та модель декомпозиції міри ефективності [109].

Деякі ситуації багаторівневого вимірювання ефективності включають ієрархічні чи вбудовані структури. Наприклад, кожна електростанція з даної множини складається з окремих енергогенераторів [116–117], які можна вважати DMUs рівня 1. Водночас, на наступному рівні ієрархії, електростанції є DMUs рівня 2. На кожному рівні ієрархії розглядаються свої входи і виходи. При вимірюванні ефективності екіпажів експлуатації доріг окремі патрулі рівня 1 формують районні групи рівня 2, які, в свою чергу, формують регіональні групи рівня 3 [118].

Література з DEA містить багато робіт стосовно обмежень на множники (зважування входів і виходів) [119]. Деякі ці обмеження є непрямими, бо впливають з аналізу їхніх граней. У перших таких роботах вводилися абсолютні верхні та нижні межі [120] на множники  $v_i$  входів і множники  $\mu_r$  виходів [119], наприклад, при вимірюванні ефективності екіпажів експлуатації доріг [118, 121]. Оскільки ці межі залежать від масштабів, обраних для змінних входів і виходів, то є сенс дослідити спочатку модель DEA без обмежень на множники.

Дослідження великих галузевих банків виявило потребу в обмеженнях на множники [26]. Тому було запропоновано ввести для множників лінійні обмеження, які задають опуклий конус. Так, допустима область для вектора  $(v_1, \dots, v_m)$  множників входів визначається через поліедральний опуклий конус  $V$ , який є множиною всіх векторів  $\vec{v}$ , побудованих на множині з  $k$  допустимих (admissible) векторів  $\vec{a}_l$ ,  $l = 1, \dots, k$ : 
$$\vec{v} = \sum_{l=1}^k \alpha_l \vec{a}_l, \alpha_l \geq 0, l = 1, \dots, k.$$

Позначаючи  $U$  аналогічний поліедральний опуклий конус для вектора  $(\mu_1, \dots, \mu_s)$  множників виходів, приходимо до моделі CCR (за прізвищами

Charnes, Cooper, Rhodes – авторів роботи [26]) [119] з конічними відношеннями

$$e_0 = \max_{\mu_r, \nu_i} \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0},$$

$$\sum_{i=1}^m \nu_i x_{i0} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \leq \sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij} \quad \forall j = 0, \dots, n, \vec{\nu} \in V, \vec{\mu} \in U.$$

Цій моделі відповідає двоїста [26]. Крім того, цю модель можна узагальнювати, вводячи зв'язуючі конуси між конусами  $V$  та  $U$  на прикладі вугільних шахт штату Іллінойс США [122].

Ідею конічних відношень застосовує поняття області впевненості (assurance region, AR) [123–124]. Це поняття було розроблене для того, щоб не допускати великих відмінностей у значеннях множників входів (виходів), вводячи верхні та нижні межі на відношення множників входів (виходів).

Загалом введення меж на величини чи відношення множників, введення конічних відношень погіршує значення ефективності. Зазначимо, що у прикладі 2 [119] нахили граней пов'язані з відношеннями множників входів. Якщо ввести межі на відношення множників, то деякі нахили перестануть бути допустимими, межа ефективності стане прямишою (матиме меншу кривизну), а точка (DMU)  $D$  може перестати бути ефективною [125].

Застосування поняття AR ведуть до різних моделей DEA, вказуючи підходящі межі на множники. Наприклад, при вивченні ефективності банківських філій виходами є різні класи трансакцій філії (внесення чи зняття грошей тощо), а множниками цих виходів є проміжки часу (у хвилинах або годинах) для виконання трансакцій [114]. Хоча величини цих проміжків є різними для різних філій або працівників, можна встановлювати верхні та нижні межі таких величин.

Поняття AR узагальнюється через глобальні обмеження на множники для кожного DMU [126–127]. Наприклад, якщо вхід 1 становить у загальному

зваженому вході довільного DMU не менше 10 % і не більше 20 %, то таким глобальним обмеженням буде

$$0.1 \leq v_1 x_{1j} \left( \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right)^{-1} \leq 0.2 \quad \forall j = 1, \dots, n.$$

У моделі DEA з контекстно-залежною областю впевненості (context-dependent assurance region) – моделі CAR-DEA – обмеження на відношення множників можуть бути різними для різних підмножин DMUs [128]. Зважаючи на потенційну несумісність цих обмежень, бажано визначати певний вхід (вихід) одиницею виміру для всіх входів (виходів) і переходити від груп обмежень AR (для підмножин DMUs) до єдиної множини обмежень AR для всіх DMUs [129].

Дослідження ідентифікації та розширення граней намагалися з'ясувати обставини появи нульових ваг ( $\varepsilon$ -ваг) множників. Ці дослідження зводилися до проєкції слабо ефективних або неповновимірних граней. В аналізі обмежених граней (constrained facet analysis, CFA), при проєктуванні DMU на слабо ефективну грань, розширюється вибрана Парето-ефективна (повновимірна) грань, на яку проєктується даний DMU [130]. У CFA застосовують двохетапний підхід з пошуком повновимірної грані, на яку найкраще проєктувати даний DMU [131–133]. У трьохетапному підході [132] на етапі 1 розв'язується стандартна модель CCR, щоб знайти повну множину  $E \cup E'$  ефективних DMUs, де  $E$  – множина екстремальних ефективних DMUs (країв граней),  $E'$  – множина неекстремальних ефективних DMUs (внутрішностей граней). На етапі 2 ця повна множина ділиться на дві підмножини [90]. На етапі 3 розв'язується задача змішаного цілочисельного програмування

$$e_0 = \max_{\mu_r, v_i, z_j} \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0},$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad \forall j \in E,$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \geq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - M z_j \quad \forall j \in E, \quad M \gg 0,$$

$$z_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in E, \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1, \quad \sum_{j \in E} z_j = |E| - (m + s - 1),$$

$$\mu_r \geq 0 \leq v_i \quad \forall r = 1, \dots, s, \quad \forall i = 1, \dots, m.$$

Ця гранева модель гарантує, що рівно  $(m + s - 1)$  з  $(m + s)$  обмежень задовольнятимуться як рівності. Тоді якнайбільше одна змінна нев'язки буде додатною, всі змінні  $\mu_r$ ,  $v_i$  будуть додатними, а даний DMU проектуватиметься на повновимірну грань.

При розширенні граней для усунення слабо ефективних проєкцій можуть генеруватися нові DMUs, які не входили у множину спостережуваних. Такі DMUs визначаються перетинами розширених граней і променів від початку координат до DMUs, які не є відповідно охопленими [119]. Процедура генерації нових неспостережуваних DMUs дає засоби розширення спостережуваних граней [127]. Така процедура зводиться до отримання інформації від особи, яка приймає рішення, про оцінки взаємозаміни між наборами факторів.

У структурі DEA можна поєднувати як стандартні DMUs [134], так і стандарти виробництва [135].

Загалом у моделі DEA  $s$  виходів  $\{y_{rj}\}_{r=1}^s$  генеруються  $m$  входами  $\{x_{ij}\}_{i=1}^m$ . У прямій задачі охоплення [119] вважається, що всі входи мають радіальну проєкцію на ефективну межу, всі змінні є чисельними, а набір оцінюваних DMUs є порівняно однорідною групою (кожний DMU можна порівняти з будь-яким іншим DMU цієї групи). З появою нових застосувань моделі DEA стало потрібним узагальнювати її припущення і структури, зокрема припущення щодо змінних.

У багатьох застосуваннях DEA певні вхідні змінні можуть не бути під повним контролем менеджменту. Наприклад, при аналізі DEA ефективності банківських філій така вхідна змінна, як фіксовані витрати (на оренду,

комунальні послуги тощо), не змінюється пропорційно так само, як змінні витрати (на персонал). Тому серед усіх  $m$  вхідних змінних важливо розрізнити підмножину  $D$  дискреційних (discretionary) змінних (таких, як витрати на персонал) та множину  $ND$  недискреційних (non-discretionary) змінних (таких, як фіксовані витрати банківської філії).

У задачі лінійного програмування мінімізації (модифікації задачі (2) [119])

$$\min_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \theta_0 - \varepsilon \left( \sum_{i \in D} s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (3.6)$$

без обмежень для  $\theta_0$  та при обмеженнях

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= \theta_0 x_{i0}, \quad i \in D, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= x_{i0}, \quad i \in ND, \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s,$$

недискреційні вхідні змінні  $x_{i0}$ ,  $i \in ND$ , не множаться на  $\theta_0$  [136].

Цій задачі мінімізації відповідає двоїста задача максимізації

$$\begin{aligned} \max_{\mu_r, v_i} \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} - \sum_{i \in ND} v_i x_{i0}, \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad \forall j = 1, \dots, n, \\ \mu_r \geq \varepsilon \leq v_i \quad \forall r = 1, \dots, s, \forall i \in D, \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$v_i \geq 0 \quad \forall i \in ND. \quad (3.9)$$

З обмеження (3.9) замість другого обмеження (3.8) маємо модифіковану цільову функцію (3.6) [105]. Іноді модель [136] може переоцінювати технічну ефективність, коли референтна множина не виключає недопустимих точок виробництва [137]. Щоб виключати такі точки з референтної множини, у

підході [137] ваги для виробничих можливостей при вищих вхідних значеннях  $x_{ij}$ ,  $i \in ND$ , вважаються нульовими. Цей підхід дозволяє краще оцінювати ефективність [138–141].

Оскільки в цільовій функції (3.6) недискреційні нев'язки  $s_i^-$ ,  $i \in ND$ , можуть бути додатними, то значення недискреційної змінної для оптимуму DMU 0 як лінійної комбінації інших DMUs може бути меншим, ніж значення цієї недискреційної змінної для спостережуваного DMU 0. Коли значення деяких входів (і виходів) залишаються на фіксованих рівнях, то порівнюють DMUs з лінійними комбінаціями на рівнях цих факторів, а ці фактори (змінні) вважають некерованими. Позначаючи  $N_1$  і  $N_2$  число некерованих входів і виходів відповідно, позначаючи  $\bar{N}_1$  і  $\bar{N}_2$  число керованих (регулярних) входів і виходів відповідно, маємо модель DEA

$$\min_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \theta_0 - \varepsilon \left( \sum_{i \in \bar{N}_1} s_i^- + \sum_{r \in \bar{N}_2} s_r^+ \right)$$

без обмежень для  $\theta_0$  та при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta_0 x_{i0}, \quad i \in \bar{N}_1,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = x_{i0}, \quad i \in N_1,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0}, \quad r \in \bar{N}_2,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} = y_{r0}, \quad r \in N_2,$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n, i \in \bar{N}_1, r \in \bar{N}_2.$$

Деколи DMUs відносяться до різних природних категорій. Це стосується, наприклад, оцінювання множини роздрібних установ, які працюють при різних рівнях конкуренції. Тоді DMU даної категорії слід

порівнювати лише з тими DMUs, які не відносяться до сприятливіших категорій [142].

У відповідній моделі розрізняють регулярні керовані входи  $x_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, m'$ , та категоріальні входи  $x_{ij}$ ,  $i = m' + 1, \dots, m$  [143]. Якщо категоріальна змінна  $x_{ij}$  не є керованою менеджментом, то її замінюють множиною бінарних змінних  $d_{ij}^k$ ,  $k = 1, \dots, K_i$ , де  $K_i$  – відповідна кількість категорій. Упорядковуючи категорії від більш сприятливих (найсприятливішою є категорія  $k = 1$ ) до менш сприятливих, вважаємо, що DMU належить категорії  $k_l$ , коли  $d_{ij}^k = 1$  при  $k \leq k_l$  і  $d_{ij}^k = 0$  при  $k > k_l$ . Тоді обмеження (3.7) замінюють множиною нерівностей

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j d_{ij}^k \leq d_{il}^k, \quad k = 1, \dots, K_i,$$

а даний DMU порівнюють лише з іншими DMUs тієї самої чи менш сприятливої категорії. Отже, у випадку керованої категоріальної змінної пропонується змішана цілочислова задача лінійного програмування [143], яка має недоліки [144]. У випадку вхідних і вихідних категоріальних змінних цілочисловою задачу можна зводити до зручніших задач лінійного програмування [145].

Хоча загалом моделі DEA основані на множині числових (кардинальних) вхідних і вихідних змінних, іноді варто брати до уваги нечислові (ординальні) фактори чи дані. Таким фактором є, наприклад, компетентність менеджменту. Тоді DMUs можна впорядковувати за цим фактором. На практиці часто неможливо адекватно забезпечувати точнішу числову міру для подібного фактора.

У перших моделях DEA вважалося, що DMU  $k$  за рангом або порядком виходу  $r$  належить до певного класу  $\delta \leq n$ , а значення виходу чи вартості становить  $y_r(\delta)$  [146–147]. Досліджувалася структура DEA при так званих неточних даних [148]. Рангова модель [106] узагальнювалася [149]. При

розробці аналізу охоплення неточних даних (imprecise DEA, IDEA) головну увагу звертають на дані про ранг і порядок. Такі дані обробляють для застосування у дискретних і неперервних моделях [150], зберігаючи методологію DEA [146–147].

У DEA зазвичай кращими вважаються вважаються DMUs з більшими обсягами виходів при менших обсягах входів. Проте у деяких ситуаціях виходами DMU можуть бути небажані відходи (скажімо, рівні забруднення повітря внаслідок роботи електростанції) [151–154]. При моделюванні небажаних факторів застосовуються їхні лінійні перетворення, функції відстані за напрямом, модифікації непараметричних методів оцінювання тощо [155].

### **3.3 Ірраціональність і раціональність у прийнятті рішень**

Вирішальні рішення для втілення як державних, так і особистих цілей визначаються здебільшого інтуїтивними судженнями та поінформованими здогадами осіб, які приймають рішення (ОПР), чи незалежних експертів. Важливість інтуїтивних суджень мотивує вивчення факторів, які обмежують точність таких суджень, і пошук шляхів поліпшення цих факторів. Розробки Передової програми технології рішень (Advanced Decision Technology Program) Агентства США з оборонних передових дослідницьких проєктів (Defense Advanced Research Project Agency, DARPA) виявили основні недоліки самостійних інтуїтивних суджень щодо ймовірностей невизначених подій.

Звіт [156] (один з його авторів – Нобелівський лауреат 2002 р., якого журнал «Foreign policy» у 2011 р. включив у топ-100 глобальних мислителів) дійшов ряду істотних висновків. Похибки суджень є радше систематичними, ніж випадковими, виявляючи скоріше упередженість, ніж збентеженість. Оскільки люди схильні до ментального астигматизму та недалекоглядності, то це слід брати до уваги у будь-яких коригуючих приписах. Між процесами судження біржових брокерів [157], інженерів-електриків [158], аналітиків

[159], лікарів [160], експертів, юристів, інших фахівців чи обивателів немає суттєвих відмінностей, що підтверджує наявність спільних упереджень у людських професійних судженнях. До того ж, будь-яка група людей з вираженою ознакою є групою інтересів. Оманлива інтуїція породжує чарівні візуальні ілюзії, а власні похибки залишаються нездоланно привабливими для людини, яка повністю знає їхню природу: «Мене обманювати не треба, я сам обманюватися радий». Розуміння когнітивної ілюзії сприйняття не достатньо для точнішого уявлення реальності. Водночас таке розуміння може допомагати нам виявляти ситуації, в яких слід призупинити нашу фізіологічну віру до наших вражень і де варто контролювати судження через більш критичне оцінювання отриманої інформації. У ситуаціях, що можуть утворювати ілюзії власної думки чи інтуїції, переконання та дії ОПР мають керуватися критичною й осмисленою оцінкою реальності, а не нашими безпосередніми враженнями: сучасна віртуальна реальність здатна генерувати в людини будь-які враження.

Щоб виявляти та коригувати інтуїтивні передбачення, розробляються підходи до збереження найраціональніших рис інтуїтивного процесу та коригування деяких помилок, до яких цей процес схильний. Такі підходи застосовуються для завдань, з якими часто звертаються до експертів з прогнозування та підтримки прийняття рішень, – передбачення невизначених величин та оцінювання ймовірнісних розподілів [161–163]. Аналіз цих завдань виявив спільні упередженості – нерегресійність передбачень і надупевненість у точності оцінок. Щоб усунути чи знижувати ці упередженості, пропонуються певні процедури обробки експертних суджень та оцінки коригованих величин. Звіт [156] рекомендує діалог (комунікацію) експерта й аналітика (технолога), який допомагатиме експерту найефективніше скористатися знаннями й уникнути поширених пасток інтуїції. Авжеж, експерт може вважати себе аналітиком. Рекомендації ґрунтуються на психологічному аналізі упередженості суджень, а також на певному досвіді застосування, який потребує всебічної перевірки.

Будь-яка серйозна діяльність з прогнозування включає судження, інтуїцію та обгрунтовані припущення. Думки експертів – важливе джерело багатьох технологічних і соціально-політичних прогнозів, а також спосіб верифікації математичних моделей або імітаційних експериментів. Інтуїтивні судження входять у подібні моделі з призначеними факторами впливу (impact factors) і початковими значеннями. Вирішальна роль інтуїції у всьому розмаїтті прогнозування потребує аналізу чинників, які обмежують точність експертних суджень, і розробки процедур, спрямованих на поліпшення якості цих суджень.

Питання про те, як люди думають за умов невизначеності, привертає велику увагу. З цього питання є докладний огляд результатів [164], серед наслідків яких уваги заслуговує наявність спільних упередженостей у думках людей [165]. Коли від експертів потребують надати найкращий здогад, оцінку чи передбачення відносно такої мінливої величини, як значення індекса Доу – Джонса у певний день, майбутні продажі даного продукту, результати виборів, то слід розрізняти типи інформації, наявної у прогнозиста: інформація одиничного типу містить дані про даний окремий випадок (кейс), а інформація розподільчого типу включає знання про результати розподілу у подібних ситуаціях, тобто знання про базовий клас імовірностей. Скажімо, передбачаючи продажі нового музичного альбому співака, одиничною інформацією є особистість, стиль, жанр і репертуар, а розподільчою – обсяги продажів. Аналогічно, передбачаючи довголіття пацієнта, одиничною інформацією є його вік, стать, стан здоров'я, медична передісторія, а розподільчою – відповідна статистика населення. Якщо одинична інформація вирізняє окремі риси даного випадку серед інших, то розподільча інформація характеризує результати, які спостерігалися серед подібних випадків деякого загального класу. Таке поняття розподільчих даних визначається їх природою і відрізняється від байєсівського поняття апіорного розподілу ймовірностей, що задається послідовністю збору інформації.

Багато задач передбачення є, по суті, неповторними у тому сенсі, що для них, як правило, немає розподільчої інформації. Прикладами таких задач є прогноз попиту на бензин у 2030 р., прогноз попиту на електромобілі у 2030 р., прогноз дати появи роботів-прибиральників. У таких задачах експерт має покладатися виключно на одиничну інформацію. Водночас практика свідчить, що люди надають недостатньої ваги наявній розподільчій інформації, покладаючись здебільшого на одиничну інформацію, не перевіряючи достовірність або надійність останньої [166–167]. Такі людські риси часто використовуються в інформаційній війні, поширенні панік, чуток і фейків.

Умови планування дають багато прикладів нехтування розподілом результатів минулого досвіду. Наприклад, письменники й учені відомі своєю схильністю до недооцінки часу, потрібного для завершення проекту, незважаючи на їхній чималий досвід минулих невдач дотримання запланованих графіків. Подібна упередженість засвідчена оцінками інженерів про час завершення ремонту електростанцій [158]. Інженерам-програмістам відома книга «Міфічний людино-місяць або Як створюються програмні системи». Хоча цю хибу планування іноді відносять до таких мотиваційних факторів, як прийняття бажаного за дійсне (*wishful thinking*), вона часто спостерігається за умов реального покарання за недооцінку тривалості чи вартості проекту.

Хиба планування – це наслідок людської схильності до нехтування розподільчими даними (які краще враховує і обробляє робот), надмірної уваги до складових окремого випадку, а не до загальних імовірнісних властивостей подібних випадків. Складний проект завершується вчасно лише за умови вчасної реалізації всіх його компонентів – безперебійних поставок, сприятливих погодних умов, технологічних процесів тощо. Кожний окремий компонент, як правило, реалізується, але це не виключає високої ймовірності того, що серед усіх компонентів знайдеться такий, який не реалізується вчасно. Проте таке комбінаторне міркування часто суперечить людській інтуїції [168]. Спроби долати цю похибку шляхом врахування додаткового

фактора не виправляють картину, бо зберігають близькість до початкових оцінок [165]. Щоб подолати цю упередженість, потрібен погляд на конкретну проблему як одну з багатьох інших. Такий погляд пов'язує конкретний проект з розподілом часу завершення подібних проектів, а не з обставинами, які можуть заважати вчасному завершенню даного проекту. Прийнятніші (точніші) відповіді можна отримати, запитуючи про тривалість проекту, а не про обставини і труднощі даного проекту. Загалом в управлінні відомий принцип «Who can't measure cannot manage» – «Хто не може вимірювати, той не може керувати».

Схильності покладатися на одиничну інформацію й нехтувати розподільчою інформацією сприяє будь-який чинник, що виділяє проблему серед інших. Чим більше людина сприймає інформації про окрему проблему, тим більше покладається на одиничну інформацію. Наприклад, питання про вартість розробки нового продукту може спонукати до виділення складових загальних витрат на розробку. Якщо експерта запитати про те, на який відсоток розробка нового продукту перевищить поточний бюджет подібної розробки, то експерт напевне скористається розподільчою інформацією стосовно перевитрат у подібних розробках.

Один з альтернативних підходів до аналізу охоплення даних (data envelopment analysis, DEA) дає модель оболонки вільного розміщення (free disposal hull, FDH). Множину виробничих можливостей (production possibility set, PPS) чи еталонну технологію можна уявляти як заявку на цілковите використання виробничих потужностей, що мала б місце, виходячи з фактично спостережуваних діяльностей. Для оцінювання спостережуваних діяльностей DEA користується межею PPS, визначеною за допомогою деяких спостережуваних діяльностей, що вважаються ефективними, а також за допомогою їхніх конкретних лінійних або опуклих комбінацій. У моделі FDH межу PPS утворюють лише спостережувані підрозділи прийняття рішень (decision making units, DMUs), а не їхні лінійні чи опуклі комбінації [169–170]. Таку межу генерує модель FDH – модель DEA зі змінною віддачею від

масштабу (variable returns to scale, VRS) [92] і додатковим обмеженням  $\lambda_j \in \{0,1\}$ . Незважаючи на критику моделі FDH в економічній теорії [171], ця модель вимірювання ефективності залишається перспективною, але маловивченою [172–173].

Щоб знайти рівень перехресної ефективності (cross efficiency) даного DMU [174], треба обчислити середнє для  $n$  рівнів технічної ефективності, виходячи з  $n$  множин оптимальних ваг, які відповідають  $n$  DMUs. Отже, обчислення рівня перехресної ефективності не зводиться виключно до самооцінювання, властивого звичайному аналізу DEA, а поєднується з іншими  $(n - 1)$  рівнями, пов'язаними з оптимальними множниками кожного з решти DMUs [175]. Перехресна ефективність, впорядковуючи всі DMUs, розрізняє кращих і гірших виконавців. Вона не потребує додаткових (не завжди реалістичних) обмежень на вагові обмеження множників [176]. Перехресна ефективність застосовується для відбору дослідницьких проектів [177], переважного голосування [178] тощо. Оскільки неєдиність оптимальних ваг DEA веде до неєдиності рівня перехресної ефективності, пропонуються різні вторинні критерії – від песимістичних до оптимістичних [175]. Для подальшого вдосконалення ідеї рівня перехресної ефективності використовувалися поняття теорії ігор [179]. DMUs вважаються гравцями, для кожного з яких рівень ефективності визначається задачею CCR (за прізвищами Charnes, Cooper, Rhodes авторів роботи [26]) чи задачею BCC (за прізвищами Banker, Charnes, Cooper авторів роботи [92]) [119]. Якщо даний гравець DMU 1 має певний рівень ефективності, то інший гравець 2 максимізує свій рівень ефективності, не зменшуючи рівня ефективності гравця 1. Пропонується алгоритм неперервного оновлення рівней ефективності, яке веде до найкращої множини рівнів ефективності при конкуренції заданих DMUs [179].

Для пошуку проекції найменшої відстані (найближчої точки) до ефективної межі пропонуються різні моделі [180], зокрема евклідова норма [181]. Знаходиться найменша відстань міського кварталу до слабкої ефективної межі [182–184]. Мінімізується скорочення входів [185], виявляючи

всі ефективні грані [108,186]. Проекцію найбільшої відстані шукають в адитивній моделі Парето – Купманса [18]. Позначимо цю модель ADD.

Через необхідність або зручність дослідник іноді змушений змінювати чи перетворювати дані, що мають використовуватися при аналізі DEA. Наприклад, з міркувань масштабу може бути зручніше виражати ресурс у тисячах доларів, а не у доларах. Якщо значення прибутку бувають від’ємними для деяких DMUs, то може бути бажаним гарантувати невід’ємність значень прибутку всіх DMUs шляхом додавання достатньо великої константи до прибутку кожного DMU. Тоді постає питання, чи впливають такі перетворення первинних даних на результати застосування моделей вимірювання ефективності [105,187–189].

Для даного фактора  $x_{ij}$  важливі два способи перетворення даних: 1) масштабування на спільний множник  $\alpha$ , тобто перетворення  $\hat{x}_{ij} = \alpha x_{ij}$ ; 2) зсув на спільний доданок  $a$ , тобто перетворення  $\bar{x}_{ij} = a + x_{ij}$ . Якщо перетворення 1) або 2) не змінює висновків моделі DEA порівняно з первинними даними, то говорять, що ця модель має властивість інваріантності одиниць або інваріантності зсуву відповідно. Позначимо CCR-I та BCC-I вхід-орієнтовану (input-oriented) модель CCR та вхід-орієнтовану модель BCC відповідно; позначимо CCR-O та BCC-O вихід-орієнтовану (output-oriented) модель CCR та вихід-орієнтовану модель BCC відповідно [119]. Позначимо SBM (slacks-based measure) міру  $p$  [119], основу на нев’язках [102].

Порівнюючи основні моделі DEA (табл. 3.1) [125], позначаємо Д вимогу наявності принаймні одного додатного елемента серед невід’ємних вхідних даних  $X$  або вихідних даних  $Y$  для кожного DMU і В – відсутність такої вимоги при довільності знаків даних. Значення  $\theta^*$  цільової функції [119] належить відрізьку  $[0,1]$  у всіх згаданих моделях, крім ADD. Всі згадані моделі мають властивість інваріантності одиниць, крім ADD. Позначаємо Т або З те, що відповідна модель вимірює технічну ефективність або змішану ефективність відповідно. Стандартне позначення CRS (constant returns to scale)

стосується постійної віддачі від масштабу. Для моделей ADD та SBM віддача від масштабу може виявляти CRS або VRS залежно від урахування обмеження опуклості  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$  [119]. ADD має властивість інваріантності зсуву при урахуванні цього обмеження.

Таблиця 3.1 Властивості моделей DEA

Властивість / Модель		CCR-I	CCR-O	BCC-I	BCC-O	ADD	SBM
Дані	X	Д	Д	Д	В	В	Д
	Y	В	В	В	Д	В	В
Інваріантність зсуву	X	Ні	Ні	Ні	Так	Так	Ні
	Y	Ні	Ні	Так	Ні	Так	Ні
Ефективність		Т	Т	Т	Т	З	З
Віддача від масштабу		CRS	CRS	VRS	VRS		

Переважаюча схильність до недооцінки чи нехтування розподільчої інформації, є головною похибкою інтуїтивного передбачення. Звичайно, врахування розподільчої інформації не гарантує точності передбачень, але захищає від нереалістичних очікувань. Підбір підходящої моделі – це одне з питань DEA, яке стосується залежності результатів від обраних моделей і методів [27]. Висновки експертних оцінок і моделей DEA порівнюють з результатами статистичних регресій [190]. У США громадські університети були ефективніші приватних за результатами навчання, а приватні були ефективніші громадських за результатами досліджень [191]. Цей висновок виявився інваріантним відносно всіх моделей табл. 3.1, що свідчить про плідність аналітично-експертної взаємодії.

### **3.4 Вимірювання щільності внутрішніх водних шляхів і використання водних ресурсів України та сусідніх держав басейну Дунаю**

Недостатнє усвідомлення ролі річкового та морського флотів для держави стало однією з причин наявних інституційних проблем України. Наприклад, протягом 1993–2018 рр. дефліт торговельного флоту України зменшився у майже 20 разів – від 6,18 млн.т до 0.37 млн.т. Дослідження розвитку водних шляхів у басейні р.Дунай дає глибше розуміння стратегічної ролі судноплавства.

Присутність України на р.Дунай означає безпосередню взаємодію з принаймні 18 іншими європейськими державами басейну, а також опосередковану взаємодію майже зі всіма найбагатшими країнами світу, зважаючи на наявність водного шляху Майн – Дунай загальною протяжністю 677 км. Питання експлуатації басейну р.Дунай висвітлювали В.Вінніков, Ю.Єрмольєв, Т.Єрмольєва, А.Кулько, В.Поліщук, В.Вінівартер (V.Winiwarter), У.Вінівартер (W.Winiwarter), а відповідні інституційні питання міжнародних відносин – В.Горник, В.Корнєєв, І.Смирнов, А.Філіпенко, І.Казан (I.Cazan), Н.Спалбер (N.Spulber), Д.Тарнок (D.Turnock) та інші. Підтримка природного водного сполучення, експлуатація існуючих і створення нових водних шляхів потребують відповідних суспільних і державних інституцій [192–193], здатних до міжнародної конкуренції та кооперації [194]. Інтегрований менеджмент водних ресурсів потребує цілісного і всебічного системного аналізу [65,195–198].

Оскільки Україна має множинну присутність у басейні р.Дунай (Кілійське гирло й основні притоки р.Прут, р.Тиса, р.Сірет), то має користуватися цими перевагами для розвитку взаємовигідних соціально-економічних зв'язків, основаних на всебічному розумінні історії, культури, екології, економіки, фінансів, політики, права у міжнародних вимірах.

Провідні європейські держави дають численні приклади застосування своїх переваг у басейні р. Дунай.

На лівому березі р. Дунай Україна має порт у м.Рені (128 км від гирла), а також порти у Кілійському гирлі – у м.Усть-Дунайськ (0 км від гирла) (морський рейдовий порт, створений наприкінці 1970-х років у мілководній Жебріянській бухті (де зосереджено понад 90% всієї флори Дунайського біосферного заповідника) на відстані 2 км від с.Приморське та 15 км від м.Вилкове), м.Кілія (47 км від гирла), м.Ізмаїл (93 км від гирла).

У р.Дунай на відстані 134 км від її гирла біля порту м.Рені (Україна) впадає її ліва притока р.Прут (довжиною 967 км), яка починається на східному схилі найвищої точки України – г.Говерла масиву Чорногора Східних Карпат на Івано-Франківщині.

В Україні бере початок р.Тиса (довжиною 965 км), яка на відстані 22 км від м.Чоп входить в Угорщину, а потім впадає в р.Дунай (довжиною 2860 км) на відстані 1214 км від її гирла у Сербії між м.Нові Сад (Novi Sad) і м.Белград (Belgrade). На відстані 173 км від гирла р.Тиса в Угорщині розташоване м.Сегед (Szeged), а на відстані 550 км від м.Сегед – м.Токай (Токай), відоме одноіменними винами та діяльністю українського філософа Григорія Сковороди (1722–1794) (зображеного на банкноті 500 гривень) протягом 1745–1750 рр. у складі Токайської комісії із заготівлі вин до царського двору після закінчення Києво-Могилянської академії. На цій ділянці р.Тиса є пристані та причали. У м.Токай р.Бодрог (Bodrog) довжиною 188 км, яка починається у Словаччині, впадає в р.Тиса у підніжжя Лисої гори. До Другої світової війни р.Бодрог була важливим водним транспортним шляхом Центральної Європи, а шлях Бодрог – Тиса – Дунай – Чорне море був найзручнішим виходом до Середземного моря. На р.Бодрог розташована фортеця Шарошпатак (Sároszpaták), зображена на банкноті 500 форинтів.

Серед 19 держав басейну р.Дунай Угорщина посідає третє місце (після Німеччини і Швейцарії) за показником щільності водних шляхів (табл. 3.2).

Таблиця 3.2. Площа басейну (ПБ) (км<sup>2</sup>) р. Дунай (Countries of the Danube river basin 2019), частка басейну (ЧБ) (%) р. Дунай, територія (Т) (км<sup>2</sup>), довжина водних шляхів (ДВШ) (км) (Europe's navigable waterways 2019), відношення ДВШ/(Т<sup>0,5</sup>) для держав басейну р. Дунай

Рік	2004 2005 2006 2008 2009 2010 2012										
Держава/Показник	ПБ	ЧБ	Т	ДВШ	ДВШ	ДВШ	ДВШ	ДВШ	ДВШ	ДВШ	ДВШ/(Т <sup>0,5</sup> )
Румунія	232193	28,99	238397	1731	1731	1731			1731		3,55
Угорщина	93030	11,61	93030	1622		1622			1622		5,32
Сербія	81560	10,18	88361	587				587			1,97
Австрія	80423	10,04	83879			358					1,24
Німеччина	56184	7,01	357386	7300	7467	7467			7467	7467	12,49
Болгарія	47413	5,92	110994	470		470		470			1,41
Словаччина	47084	5,88	49035	172	172			172		172	0,78
Боснія і Герцеговина	36636	4,57	51129								
Хорватія	34965	4,36	56594	785		785		785			3,30
Україна	30520	3,81	603628	1672		2253		2150	2185	1672	2,15
Чехія	21688	2,71	78866	664	664	664			664		2,36
Словенія	16422	2,05	20273								
Молдова	12834	1,60	33846	424	424	424	558				3,03
Чорногорія	7075	0,88	13812								
Швейцарія	1809	0,23	41285				65		1292		6,36
Італія	565	0,07	301340	2400		2400		2400	2400	2400	4,37
Польща	430	0,05	312696		3997	3997		3997			7,15
Албанія	126	0,02	28748	43		43			41		0,24
Північна Македонія	109	0,01	25713								
Сумарна площа	801066										

Протягом 31 км р.Прут є природним кордоном між Румунією та Україною, а протягом ще 711 км – природним кордоном між Румунією та Молдовою; р.Прут є судноплавною від свого гирла до порту м.Леова (Leova), де народився Віктор Тома (Victor Toma, 1922–2008), який у 1957 р. створив перший румунський комп'ютер CIFA (Calculatorul Institutului de Fizică Atomică). У Молдові на р.Прут вище м.Леова у 1897 р. збудовано річковий порт у великому транспортному вузлі м.Унгени (Ungheni), а нижче м.Леова розташовані м.Кантемир (Cantemir) (назване на честь Дмитра Кантеміра (1676–1723), господаря Молдавського князівства та світлішого князя РІ) і м.Кагул (Cahul). АУІ планувала подовжити судноплавство по р.Прут від м.Унгени до м.Чернівці (Україна) шляхом створення відповідного відкритого акціонерного товариства, а також сполучити судноплавним шляхом басейни р.Дністер і р.Вісла через р.Західний Буг. У 1972–1978 рр. на кордоні Румунії та Молдови на р.Прут вище м.Унгени побудовано водосховище Стинка–

Костешти (Lacul Stânca–Costești) між м.Костешти (Молдова) та прикордонним пунктом Стинка (Румунія) біля м.Штефанешти (Ștefanești) (Румунія), з площею дзеркала 59 км<sup>2</sup>. Від м.Рені до м.Штефанешти існує водний шлях по р.Прут. Від м.Унгени через р.Жижія (довжиною 275 км), праву притоку р.Прут, і через р.Бахлуй (Bahlui) (довжиною 104 км), праву притоку р.Жижія, існує водний шлях до м.Ясси (Iași), столиці Молдавського князівства у 1565–1882 рр., звідки походить Митрополит Київський Петро Могила (1596–1647). Після Першої світової війни 12 жовтня 1924 р. була утворена Молдавська Автономна Радянська Соціалістична Республіка (МАРСР) у складі Української РСР (УРСР). 2 серпня 1940 р. на місці МАРСР створено Молдавську РСР (МРСР), куди були включені м.Кишинів, Бельцький, Бендерський, Кагульський, Кишинівський, Орґеєвський, Сорокський повіти Бессарабії, Григоріопольський, Дубоссарський, Каменський, Рибницький, Слободзейський, Тираспольський райони колишньої МАРСР. Зважаючи на демографічний стан, у листопаді 1940 р. до МРСР відійшли 76 населених пунктів Хотинського повіту, 14 – Аккерманського, 6 – Ізмаїльського, а до УРСР відійшли 46 населених пунктів Бендерського повіту, 14 населених пунктів – районів колишньої МАРСР, 1 – Кагульського повіту. 27 серпня 1991 р. була проголошена Республіка Молдова, крайньою південною точкою якої є с.Джурджулешти (Giurgiulești) Кагульського району, розташоване на р.Прут на кордоні з Румунією і засноване у 1806 р. некрасівськими козаками, нащадками повстанців під проводом бахмутського сотника Кондратія Булавина (1660–1708).

За даними звіту Європейського банку реконструкції і розвитку (ЄБРР) за 1996 р., ЄБРР вкладав інвестиційні кошти в Дунайський фонд. Дунайський фонд планував співпрацю з дрібними та середніми підприємствами Румунії та Молдови. ЄБРР належало 20% цього фонду, який став першою приватною інвестиційною компанією, для якої Молдова є однією з основних країн операцій. У грудні 1996 р. ЄБРР підписав портовий проект – приватний

нафтовий термінал у с.Джурджулешти, співфінансований грецькими спонсорами і банками.

Сучасний стан басейну р.Дунай історично формувався під істотним впливом України: з Україною тісні зв'язки підтримував молдовський господар Василь Лупул (Vasile Lupu, 1595–1661), одна дочка якого була одружена з Тимішем Хмельницьким (1632–1653), а інша – з великим гетьманом литовським Янушем Радзивіллою (1612–1655). У 1640 р. ректор Київського братського колегіуму Стефан Почаський (чернече ім'я – Софроній) та інспектор (наставник) Іван Євлевич (чернече ім'я – Гнат), випускник цього колегіуму, заснували в м.Ясси друкарню й колегіум на взірець Київського – Слов'яно-греко-латинську академію, що фактично стала першою вищою школою Молдови – «світільником культури, запаленим у Києві». Успішне міжнародне співробітництво є ключовим для досягнення стратегічних цілей України у політиці безпеки, добросусідства та євроатлантичної інтеграції. У такому співробітництві важлива економічна складова, для реалізації якої важливі транспортні коридори, зокрема водні шляхи басейну р.Дунай.

Україна як повноправний учасник Дунайської конференції 1948 р. і відповідної Дунайської Комісії має широкі інституційні можливості для використання водних шляхів басейну р.Дунай у своїх інтересах.

### **3.5 Двосекторна модель торгівлі мобільним фактором**

Слід розробити теоретичну модель торгівлі, яка охоплює різні можливі застосування води і виходить з класичної моделі торгівлі  $2 \times 2 \times 2$ , де є 2 регіони, 2 виробничі фактори, 2 продукти виробництва. Модифікована модель має чітку інтерпретацію лише для однієї малої країни (яка не впливає на світові ціни) і 3 виробничі фактори, один з яких (вода) поділяється двома секторами виробництва. Вважаємо, що статична рівновага досягається, коли ціни врівноважують обсяг пропозиції та обсяг попиту на кожному ринку економіки [199] (автори цієї роботи є Нобелівськими лауреатами 1972 р. і 1983

р. відповідно) У пропонованій моделі репрезентативні агенти поведуться відповідно до їхніх цілей – цілі максимізації прибутку чи цілі максимізації сподіваної корисності за ризику. Якщо ціль – традиційна максимізація прибутку, то фермери можуть обирати серед альтернативних методів виробництва, виходячи з відносних цін виробничих входів. Фермери вибирають рівень входу, за якого ціна, що має платитися за цей вхід, дорівнює граничній цінності продукту при даному вході, – добутку ціни одиниці випуску і додаткового випуску за рахунок однієї додаткової одиниці входу (граничного фізичного продукту). Моделюється внутрішня відкрита економіка, де виробництво і торгівля формуються зовнішніми цінами вироблених продуктів, але явним чином не моделюються регіони і торгівля між ними.

У моделі 2 регіони – вітчизняна мала відкрита економіка та решта світу, а також 2 продукти виробництва – товар 1 (сільськогосподарський) і товар 2 (промисловий), яким відповідають 2 сектори (галузі) економіки – сільське господарство і промисловість. У даній моделі 3 виробничі фактори – фактор 1 (сільськогосподарський капітал), фактор 2 (промисловий капітал), фактор 3 (вода). Сільськогосподарське виробництво потребує фактори 1 і 3, а промислове – фактори 2 і 3: вода є мобільним фактором, який може безкоштовно переходити з одного сектора в інший, а капітал є специфічним фактором для кожного сектора. Водокористування зв'язує сектори між собою, що відбиває унікальну особливість води [200]. У пропонованій моделі спільний попит на воду – це головна зв'язкова ланка між двома секторами, оскільки капітал є специфічним для свого сектора. Таким чином, модель пояснює міжгалузеву конкуренцію за водні ресурси.

Пропонована модель дозволяє виробникам заміну одного фактора іншим, що відрізняється від припущення Леонт'єва (Нобелівського лауреата 1973 р.) про використання факторів у фіксованих пропорціях. Це припущення є типовим для сільськогосподарського водокористування [201–202]. Якщо фермери переймають таку ефективну технологію іригації, як крапельне

зрошення, чи переходять на водоефективні сорти культур, то фермери замінюють воду капіталом. Подібні заміни вимагають видатків грошей, які виражаються сільськогосподарським капіталом. Отже, фінансові інвестиції дозволяють виробляти той самий обсяг продукції з меншим використанням води.

Пропонована модель бере до уваги ситуації з ринком води, де вода є дефіцитним товаром і де отримання додаткового обсягу води в одному секторі означає зниження водокористування в іншому секторі. Тому ця модель не розрахована на богарне землеробство. Для простоти припускається досконала конкуренція на ринках вхідних факторів і вироблених товарів. Також припускається технологія виробництва з постійною віддачею від масштабу, що означає подвоєння випуску внаслідок подвоєння входів. Крім того, вважається, що виробнича функція – зростаюча, увігнута, лінійно однорідна, звідки випливає, що граничний продукт води і капіталу (зміна випуску внаслідок використання додаткової одиниці конкретного входу при фіксованих інших входах) – спадна функція. При стохастичному водопостачанні видозмінюється інтерпретація граничного продукту води.

Фермери у секторі 1 (виробники у секторі 2) визначають свій попит на капітал і воду так, щоб максимізувати прибуток – виручку мінус вартість капіталу і води на одиницю виробленої культури (виробленого товару). Сектор  $j = 1, 2$  максимізує по  $x_{jj}, x_{3j}$  свій прибуток

$$P_j = p_j f_j(x_{jj}, x_{3j}) - w_j x_{jj} - w_3 x_{3j},$$

де  $p_j$  – ціна випуску сектора  $j$ ,  $f_j$  – виробнича функція сектора  $j$ ,  $x_{ij}$  – безумовний попит на фактор  $i = 1, 2, 3$  у секторі  $j$ ,  $w_i$  – ціна фактора за вхід  $i$ .

## РОЗДІЛ 4. ОЦІНЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ У ТЕРИТОРІАЛЬНО-АДМІНІСТРАТИВНИХ ОДИНИЦЯХ

### 4.1 Динамічне оцінювання економічної ефективності у територіально-адміністративних одиницях. Обчислення оптимальної спеціалізованої експортної структури регіону

Загальний експорт регіону  $n$  України (Ukraine) за рік  $t$  дорівнює

$$U_m^0 = \sum_{k=1}^{99} U_m^k = \sum_{k=1}^{99} SU_m^k \times U_m^0 = U_m^0 \sum_{k=1}^{99} SU_m^k,$$

де  $U_m^k$  – експорт товарної групи  $k$  регіону (групи класифікуються за міжнародною Гармонізованою системою),  $SU_m^k$  – частка (%) цієї групи у загальному експорті регіону. З іншого боку,  $U_m^k = WU_{kn}^t \times E_k^t = WU_m^k \times (SW_t^k \times E_t^0)$ , де  $E_t^k$  – світовий експорт товарної групи  $k$  за рік  $t$ ,  $WU_m^k$  – частка експорту регіону від світового (world) у цій групі,  $SW_t^k$  – частка світового експорту товарної групи  $k$  у загальному світовому експорті  $E_t^0$ . Звідси

$$U_m^0 \sum_{k=1}^{99} TSU_m^k = U_m^0 = \sum_{k=1}^{99} U_m^k = E_t^0 \sum_{k=1}^{99} WU_m^k \times SW_t^k,$$

де  $TSU_m^k$  – цільове (target) значення частки (share)  $SU_m^k$ . Якщо ціль – максимізація загального експорту регіону станом на 2016 р., то при заданих значеннях  $SW_{2016}^k$  для пошуку цільових досяжних значень  $TSU_{2016n}^k$  можна запропонувати алгоритм [203], який складається з наступних кроків.

Крок 1. Перенумеруємо всі товарні групи  $k=1, \dots, 99$  у такому порядку  $j=1, \dots, 98$ , що  $SW_{2016}^j > SW_{2016}^{j+1}$ .

Крок 2. Визначаємо  $T = 100$ .

Крок 3. Обираємо початкове наближення (approximation)

$$TSU_{2016n}^j = ASU_n^j = \max_t SU_m^j, \quad j=1, \dots, 99.$$

**Крок 4.** Якщо  $S_n = \sum_{j=1}^{99} TSU_{2016n}^j > 100$ , то визначаємо  $T = T - 1$  та обчислюємо  $TSU_{2016n}^T = \min_t SU_m^T$ .

Для простоти вважаємо, що індекс  $t$ , де досягається  $\max_t SU_m^j$ , – це індекс  $t$ , де досягається  $\max_t WU_m^j$ . Аналогічно нехай індекс  $t$ , де досягається  $\min_t SU_m^j$ , – це індекс, де досягається  $\min_t WU_m^j$ .

**Крок 5.** Якщо  $\Delta_n = \sum_{j=1}^{99} TSU_{2016n}^j - 100 > 0$ , то переходимо на крок 4, а в іншому випадку переходимо на крок 5.

**Крок 6.** Визначаємо  $TSU_{2016n}^T = ASU_n^T - \Delta_n$  і зупиняємося.

Враховуючи дані табл. 4.1 і 4.2 [204] для значень  $E_t^k$  світового експорту (млрд. дол.), дані табл. 4.8 [174] для часток  $WU_m^k$  експорту регіону (Одещини) від світового (у мікропроцентах), алгоритм з кроків 1–6 знаходить величину загального спеціалізованого на товарних групах  $1, \dots, T$  досяжного експорту регіону

$$U_{2016n}^0 = \sum_{j=1}^{T-1} E_{2016}^j \times \max_t WU_m^j + \sum_{j=T+1}^{99} E_{2016}^j \times \min_t WU_m^j + E_{2016}^T \left( \max_t WU_m^T - \Delta_n \right).$$

## 4.2 До динамічного розрахунку цільової структури товарного експорту України та її регіонів

За даними Міжнародного центру торгівлі (International Trade Centre) [205], загальний світовий експорт істотно знижується за основними групами товарів (відповідно до класифікації Гармонізованої системи [206]), починаючи з 2014 р. (табл. 4.1). У табл. 4.1 і 4.2 жирним виділено максимальне (за роки

$t = 2006, \dots, 2016$ ) значення  $M^k$  світового експорту (у номінальних дол.) для кожної групи  $k$  товарів, а групи впорядковані за рівнем експорту 2016 р., де групі 0 відповідає експорт (export)  $E_t^0 = \sum_{k=1}^{99} E_t^k$ .

У 2016 р. загальний світовий експорт став меншим рівня кризового 2008 р., що є ознакою нової світової кризи, свідченням глобалізації та ролі України.

У табл. 4.1 і 4.2 значення  $R^k$  вимірює (у відсотках) відношення (ratio) експорту  $E_{2016}^k$  за 2016 р. групи  $k$  товарів до  $M^k$ .

У табл. 4.3 і 4.4 жирним для кожного  $k=0, \dots, 99$  виділено значення  $U_t^k (WU_T^k)$  експорту України, якому відповідає найбільша (за роки  $t = 2006, \dots,$

2016) частка  $WU_T^k \equiv WU_{T(k)}^k = \max_{t=2006, \dots, 2016} \frac{U_t^k}{E_t^k}$  експорту України від світового

(world), наведена у табл. 4.5 і 4.6 [175]. У табл. 4.3 і 4.4 для впорядкованих перших груп  $k=1, \dots, 99$  (яких перенумеруємо у порядку строгого зростання номерів  $j=1, 2, 3, \dots$ ) наведено значення (у відсотках) частки (share)

$S^k = \frac{U_t^k (WU_T^k)}{U_T^0}$  експорту даної групи в загальному експорті України. У

сприятливому (для України) сценарії, коли для кожної такої групи експорт України дорівнює своїй рекордній частці від світового, для деякого номера  $J$

мають місце нерівності  $\sum_{j=1}^{J-1} S^j \leq 100 \leq \sum_{j=1}^J S^j \equiv S$ .

У табл. 4.3 і 4.4 для впорядкованих перших груп  $k=1, \dots, 99$  наведено значення рівноважної (equilibrium) частки  $ES^k = \frac{100 \times S^k}{S}$  (у відсотках), а

також відповідне значення  $EU^k = \frac{WU_{T(k)}^k \times E_{2016}^k \times 100}{S}$  експорту (млн. дол.)

України за 2016 р. при сприятливому сценарії. При цьому сценарії загальний

експорт України  $EU^0 = \sum_{j=1}^J EU^j$  на  $\frac{45500-37825}{37825} = 20.29\%$  перевищує її спостережуваний у 2016 р. експорт.

Щоб побудувати сприятливий сценарій з урахуванням динаміки світових ринків, обчислимо модифіковані (modified) для 2016 р. частки  $MS^j = S^j \times R^j$ ,  $j = 1, 2, \dots, L$ , такі що  $\sum_{j=1}^{L-1} MS^j \leq 100 \leq \sum_{j=1}^L MS^j \equiv M$ ,  $L \geq J$ .

У табл. 4.5 і 4.6 наведено значення (у відсотках) цільової (target) частки  $TS^k = \frac{100 \times MS^k}{M}$  групи  $k$  у загальному експорті України, а також значення (у відсотках) пріоритету (priority) цієї групи на 2017 р.  $P^k = \frac{TS^k}{CS^k}$ , де  $CS^k = \frac{U_{2016}^k}{U_{2016}^0}$  – поточна (current) на 2016 р. частка даної групи в загальному експорті України за 2016 р.

Цільовій частці  $TS^j$  групи  $j = 1, \dots, L$  відповідає цільове значення  $TU^j = \frac{WU_{T(j)}^j \times E_{2016}^j \times 100 \times R^j}{M}$  експорту (млн. дол.) України за 2016 р. при модифікованому сприятливому сценарії. При цьому сценарії цільовий загальний експорт України  $TU^0 = \sum_{j=1}^L TU^j$  на  $\frac{48850-37825}{37825} = 29.15\%$  за  $L=62$

групами перевищує її спостережуваний у 2016 р. експорт за 99 групами. Досягнення цільового експорту України дозволило би збільшити її валовий внутрішній продукт (ВВП) на  $48.850-37.825=11.025$  млрд. дол., або на  $\frac{11.025}{93.263} = 11.82\%$  відносно рівня ВВП 93.263 млрд. дол. на 2016 р. за даними

World Economic Outlook Міжнародного валютного фонду.

Включення у модифікований сприятливий сценарій виробництва решти  $99-62=37$  товарних груп передбачає збільшення виробничих факторів України.

Збільшення попиту на працю та капітал в Україні сприятиме вищим темпам зростання ВВП України.

Таблицю, аналогічну таблиці 4.3, можна побудувати для кожного регіону  $n$  України. Нехай у таблицях 4.7 і 4.8 індекс  $n$  відповідає Одещині, де таблиця 4.8 аналогічна таблиці 3.1,  $U_t^k = \sum_n U_{tn}^k$ .

У табл. 4.7 жирним для кожного  $k=0, \dots, 99$  виділено значення  $U_{tn}^k (WU_{Tn}^k)$  експорту Одещини, якому відповідає найбільша (за роки  $t=2006, \dots, 2016$ )

частка  $WU_{Tn}^k \equiv WU_{T^{(k)n}}^k = \max_{t=2006, \dots, 2016} \frac{U_{tn}^k}{E_t^k}$  експорту Одещини від світового,

наведена у табл. 4.8 [207–210]. У табл. 4.7 для впорядкованих перших груп  $k=1, \dots, 99$  (яких перенумеруємо у порядку строгого зростання номерів

$j=1, 2, 3, \dots$ ) наведено значення (у відсотках) частки  $S_n^k = \frac{U_{tn}^k (WU_{Tn}^k)}{U_{Tn}^0}$  експорту

даної групи в загальному експорті  $U_{Tn}^0 = \sum_{j=1}^{99} U_{Tn}^j$  Одещини. У сприятливому

(для Одещини) сценарії, коли для кожної такої групи експорт Одещини дорівнює своїй рекордній частці від світового, для деякого номера  $J(n)$  мають

місце нерівності  $\sum_{j=1}^{J(n)-1} S_n^j \leq 100 \leq \sum_{j=1}^{J(n)} S_n^j \equiv S_n$ .

У табл. 4.7 для впорядкованих перших груп  $k=1, \dots, 99$  наведено значення рівноважної частки  $ES_n^k = \frac{100 \times S_n^k}{S_n}$  (у відсотках), а також відповідне

значення  $EU_n^k = \frac{WU_{T^{(k)n}}^k \times E_{2016}^k \times 100}{S_n}$  експорту (млн. дол.) Одещини за 2016 р.

при сприятливому сценарії. При цьому сценарії загальний експорт Одещини

$EU_n^0 = \sum_{j=1}^{J(n)} EU_n^j$  на  $\frac{1520 - 1411}{1520} = 7.18\%$  менший її спостережуваного у 2016 р.

експорту. Те, що при  $J=32=J(n)$  сприятливий сценарій відповідає більшому

загальному експорту України і меншому загальному експорту Одещини, свідчить про гіршу структуру експорту Одещини порівняно з Україною і цілому на 2016 р., зокрема, про важливість груп 71 (перли природні або культивовані, дорогоцінне або напівдорогоцінне каміння, дорогоцінні метали, метали, плаковані дорогоцінними металами, та вироби з них; біжутерія; монети) і 2 (м'ясо та інші їстівні субпродукти), за якими експорт Одещини був нульовим протягом 2006–2016 рр.

Щоб побудувати сприятливий сценарій з урахуванням динаміки світових ринків, обчислимо модифіковані для 2016 р. частки  $MS_n^j = S_n^j \times R^j$ ,

$$j = 1, 2, \dots, L(n), \text{ такі що } \sum_{j=1}^{L(n)-1} MS_n^j \leq 100 \leq \sum_{j=1}^{L(n)} MS_n^j \equiv M_n, \quad L(n) \geq J(n).$$

У табл. 4.8 наведено значення (у відсотках) цільової частки

$$TS_n^k = \frac{100 \times MS_n^k}{M_n} \text{ групи } k \text{ у загальному експорті Одещини, а також значення (у}$$

$$\text{відсотках) пріоритету цієї групи на 2017 р. } P_n^k = \frac{TS_n^k}{CS_n^k}, \text{ де } CS_n^k = \frac{U_{2016n}^k}{U_{2016n}^0} -$$

поточна на 2016 р. частка даної групи в загальному експорті Одещини за 2016 р.

Цільовій частці  $TS_n^j$  групи  $j = 1, \dots, L(n)$  відповідає цільове значення

$$TU_n^j = \frac{WU_{T(j)n}^j \times E_{2016n}^j \times 100 \times R^j}{M_n} \text{ експорту (млн. дол.) Одещини за 2016 р. при}$$

модифікованому сприятливому сценарію. При цьому сценарію цільовий

$$\text{загальний експорт Одещини } TU_n^0 = \sum_{j=1}^{L(n)} TU_n^j \text{ на } \frac{1520 - 1471}{1520} = 3.29\% \text{ менший її}$$

спостережуваного у 2016 р. експорту. Те, що модифікований сприятливий сценарій відповідає більшому загальному експорту України і меншому загальному експорту Одещини, свідчить про менш диверсифіковану структуру експорту Одещини порівняно з Україною і цілому на 2016 р. ( $L(n) = 34 \ll 62 = L$ ).

Кращій досяжній товарній структурі експорту України сприятиме підвищення часток груп 88 (літальні апарати, космічні апарати та їх частини), 87 (засоби наземного транспорту, крім залізничного або трамвайного рухомого складу, їх частини та обладнання), 29 (органічні хімічні сполуки), 76 (алюміній і вироби з нього), 52 (бавовна), а кращій структурі експорту Одещини сприятиме ширша диверсифікація із започаткуванням експорту груп 2 і 71.

### **4.3 Обчислення цільової досяжної структури товарного експорту Закарпаття**

Питаннями експорту України займається низка організацій: Рада експортерів та інвесторів при Міністерстві закордонних справ України ([rei.mfa.gov.ua](http://rei.mfa.gov.ua)), до складу якої входять десятки торговельних палат, спілок, ділових рад, бізнес-асоціацій і підприємств; Рада експортерів ([www.ukrexport.gov.ua](http://www.ukrexport.gov.ua)) і Рада (Офіс) з просування експорту (Export Promotion Office) ([epo.org.ua](http://epo.org.ua)) при Міністерстві економічного розвитку і торгівлі України; державні підприємства «Державний інформаційно-аналітичний центр моніторингу зовнішніх товарних ринків» («Держзовнішінформ», [dzi.gov.ua](http://dzi.gov.ua)) та «Укрпромзовнішекспертиза» ([www.expert.kiev.ua](http://www.expert.kiev.ua)); Асоціація експортерів і імпортерів «ЗЕД» ([zed.ua](http://zed.ua)); Рада з питань експорту продовольства ([www.ukrainian-food.org](http://www.ukrainian-food.org)) [211]. У свою чергу, члени Ради експортерів та інвесторів центри мають підтримки експорту (експортерів). Офіс з розвитку експорту має Львівська обласна державна адміністрація (ОДА), а Раду з розвитку експорту – Дніпропетровська ОДА; Черкаська агенція регіонального розвитку має Офіс підтримки інвестицій та експорту.

Показано, що спеціалізація України на 20 провідних товарних групах світового експорту дозволила б збільшити її валовий внутрішній продукт за 2016 р. на приблизно 10% [211–212]. Водночас спеціалізація Одещини на 30 провідних товарних групах не дозволяла досягати подібного збільшення у

регіональному масштабі [211–212]. Слід оцінити ефекти спеціалізації на провідних товарних групах для Закарпаття, яке має унікальні експортні можливості.

Центральний уряд звичайно може вибирати податкові інструменти на свій розсуд, маючи свободу на свої видатки і зосереджуючись на фінансуванні державних функцій (оборони, забезпечення законності та правопорядку, підтримки інфраструктури, перерозподілу через трансфертні платежі). Податкові повноваження обласних урядів є значно обмеженішими: наприклад, у Великобританії місцеві уряди можуть стягувати лише податки на нерухомість (власність), а в США місцеві уряди можуть також стягувати податки на товари і доходи. Місцевий уряд відповідає за освіту, місцеву інфраструктуру, забезпечення охорони здоров'я. Місцеві уряди надають послуги з прибирання сміття й утримання парків. Відповідальність за поліцію та протипожежну службу може бути як на державному, так і на регіональному рівні. Різні рівні уряду зв'язуються дублюючими повноваженнями і трансфертними платежами між ними.

Питання фіскального федералізму не зводиться до проектування урядових механізмів країни. Сучасним поштовхом до розвитку теорії фіскального федералізму стали інституційні потреби Європейського Союзу (ЄС). Економічна й монетарна інтеграція ЄС висуває питання доповнюваності (subsidiarity) чи ступеня незалежності окремих країн у встановленні своїх податків, тобто міжнародні питання фіскального федералізму.

За (економічною) теорією фіскального федералізму, багаторівневий уряд може досягати чогось більшого, ніж однорівневий, за рахунок кращої організації доступу до інформації та застосування отриманої інформації. Тоді виникає питання ефективного розподілу функцій між рівнями уряду.

У 1913 р. 16-та поправка до Конституції США надала Конгресу США юридичне право оподатковувати дохід. Податок на дохід став невід'ємною рисою фіскальної системи США і дав істотне джерело для додаткових податкових надходжень. Ці надходження сягнули 1 млрд. дол. у 1918 р., 5.4

млрд. дол. – у 1920 р., 43 млрд. дол. – у 1945 р. (зниження податків у 1981 р. пригальмувало зростання цих надходжень). Зростанню податкових надходжень відповідало зростання урядових витрат. Подібне зростання податкових надходжень та урядових витрат спостерігалось в усіх індустріалізованих економіках, незважаючи на всі культурні відмінності. Частка громадського сектора в економіках соціального ринку Північної Європи майже така сама, як в економіках вільного ринку Північної Америки й Азії. Ця частка може бути відмінною в різних розвинених країнах і країнах, що розвиваються, але вона є суттєвою. Такі частки мають схожу динаміку при подібних розподілах видатків громадського сектора.

Тоді постають питання про існування громадського сектора та про можливість задовільної економічної діяльності без урядового втручання. Громадський сектор забезпечує ефективність (агрегований рівень економічної діяльності) і справедливість (розподіл економічних вигащів при достатній ефективності) в суспільстві.

Більше того, уряд, керований недобросовісними чиновниками й обмежений політичними умовами, може не бути спроможним виправляти ринкові провали, але може бути здатним вводити нові свої власні витрати. Важливо усвідомлювати, що ця можливість провалу уряду має таке саме значення, як можливість провалу ринку, а ці можливості часто спричинені однаковими інформаційними проблемами. Сила примусу має лежати в основі кожного урядового втручання в економіку на самому базовому рівні. Всі політичні дії, скажімо, збір податків і регулювання промисловості, відбуваються на основі такої сили. Однак владою примусу можуть зловживати. Хоча ідея створення такої влади полягає у тому, що сила влади служитиме загальним інтересам громадян, немає гарантії відсутності зловживання цією владою її носіями у своїх власних інтересах, коли громадським чиновникам надається монополія на застосування сили. Те, що цілям ефективності та справедливості краще служить певна комбінація місцевого і центрального урядів, є підставою для багаторівневого уряду

Якщо приймаються правильні рішення стосовно рівнів забезпечення громадськими продуктами та податків, то не має значення, на якому рівні уряду ці рішення приймаються. Якщо ресурси не марнуються через дублюючі повноваження, то кількість рівнів уряду не має значення. Тому при побудові багаторівневого уряду застосовують інформаційні та політичні особливості країни, щоб досягати кращих результатів, ніж при побудові однорівневого уряду.

На національному рівні слід приймати економічні рішення, що стосуються громадських продуктів для всієї нації. Очевидний приклад такого продукту – це оборона, виграші від якої не можна приписати якійсь окремій громаді в економіці. Звичайно вважається, що всі громадяни мають однаковий доступ до закону, мають однакові законні права й обмеження. Застосування цього принципу справедливості передбачає правничу систему, що організується та адмініструється центром. При централізованому забезпеченні цих послуг оборони і закону природно підтримувати їх через централізовані податки.

Від місцевих громадських продуктів вирають лише мешканці даної географічної області. Хоча рівень пропозиції таких продуктів можна визначати і фінансувати на національному рівні, є підстави брати до уваги нижчі рівні прийняття рішень.

По-перше, визначення рівня пропозиції таких громадських продуктів на місцевому рівні може враховувати точнішу інформацію, що надходить від місцевих жителів. Тому підсумки місцевих голосувань та знання місцевих обставин можуть сприяти досягненню ефективніших результатів.

По-друге, якщо рішення має прийматися на національному рівні, то політичний тиск може перешкоджати будь-якій диференціації забезпечення громадським продуктом серед громад, позаяк забезпечення різним обсягом цього громадського продукту в різних областях може бути ефективним.

Однією з визначальних рис громадського продукту є його не вибірковість (несуперництво): якщо цей продукт надається, то його

використання одним споживачем не впливає обсяг цього продукту, наявний для іншого споживача. На практиці така властивість обмежена: обсяг використання парків, доріг, спортивних майданчиків є невивірковим до тієї межі, де з'являється перенавантаження. Неповністю громадські продукти не можна вважати приватними продуктами.

На практиці немає єдиного ринку із споживачами, розташованими географічно близько до нього. Допускаючи існування кількох ринків, слід допускати існування різних споживчих цін на поїздки до різних ринків. На практиці споживачі та ринки є різними, а ціни на поїздки можуть бути значними. Тому громадські продукти, які забезпечуються в окремій географічній місцевості, не обов'язково є доступними для жителів інших місцевостей. Наприклад, радіотелевізійний сигнал можна отримувати лише в зоні ретранслятора, а поліцейський патруль може відповідати тільки за обмежену юрисдикцію. Якщо споживач розташований у даній області, то може скористатися даним громадським продуктом; якщо ж споживач розташований в іншій області, то не може скористатися цим продуктом, коли ціна поїздки до даної області перевищує корисність продукту. Подібний продукт, який не є чистим громадським продуктом, називають місцевим громадським продуктом. Крім того, місцевий громадський продукт може не бути загальнодоступним через перенавантаженість у межах даної області. Таким чином, географія торгівля має значення для економічної діяльності.

Класи клубних і місцевих громадських продуктів мають спільні риси. Ті, хто платить за надання клубного продукту, можуть виключати надання цього продукту тим, хто за нього не платить. Ця риса клубного продукту відрізняє його від чистого громадського продукту, користування яким неможливо виключати для будь-кого. Клубний продукт часто зазнає перенавантаження, створюючи передумови для своєї винятковості.

Клубний продукт – це продукт, який є невивірковим або частково винятковим, а надання цього продукту може виключатися його надавачами.

Аспект винятковості клубного продукту можна розуміти дослівно, наприклад, як перевірку посвідчення членства на вході до клубу чи загальну юридичну заборону органом влади користуватися цим продуктом тим, хто не є членами даного клубу. Виграші клубу можна отримувати через добровільне рішення стати його членом, що негайно розкриватиме переваги щодо відповідного клубного продукту. Таке розкриття переваг учасниками ринку важливе для потенційного досягнення ефективності.

Місцевий громадський продукт – це продукт, від якого можуть вигравати тільки мешканці даної географічної області. Цей продукт може бути не вибіркоким або частково винятковим у межах даної області.

За даними Міжнародного центру торгівлі (International Trade Centre) [213], загальний світовий експорт істотно знижується за основними групами товарів (відповідно до класифікації Гармонізованої системи [214]), починаючи з 2014 р. (табл. 4.1 [211]).

У табл. 4.9, 4.10 і 4.11 наведено значення  $U_m^k$  експорту (тис. дол.) регіону  $n$  України (Ukraine) – Закарпаття – за роки  $t = 2006, \dots, 2016$  для всіх товарних груп  $k = 1, \dots, 99$ , впорядкованих за зменшенням частки (share)  $SW^k$  експорту групи  $k$  у загальному світовому (world) експорті, де  $U_m^0 = \sum_{k=1}^{99} U_m^k$  [45,207–210].

У табл. 4.12, 4.13 і 4.14 наведено значення часток  $SU_m^k = \frac{U_m^k}{U_m^0}$  (%) експорту товарної групи  $k$  Закарпаття у загальному експорті Закарпаття (за роки  $t = 2006, \dots, 2016$ ) для всіх товарних груп  $k = 1, \dots, 99$ , а також їхні наближені (approximated)  $ASU_n^k = \max_t SU_m^k$  та цільові (target)  $TSU_n^k$  значення; жирним виділено значення, що відповідають  $ASU_n^k$ . У табл. 4.14 обчислено суму (sum)

$$S \text{ для } \sum_{k=1}^{99} ASU_n^k \text{ та } \sum_{k=1}^{99} TSU_n^k = 100.$$

Загальний експорт регіону  $n$  України (Ukraine) за рік  $t$  дорівнює

$$U_m^0 = \sum_{k=1}^{99} U_m^k = \sum_{k=1}^{99} SU_m^k \times U_m^0 = U_m^0 \sum_{k=1}^{99} SU_m^k .$$

З іншого боку,  $U_m^k = WU_{kn}^t \times E_t^k = WU_m^k \times (SW_t^k \times E_t^0)$ , де  $E_t^k$  – світовий експорт (export) товарної групи  $k$  за рік  $t$ ,  $WU_m^k$  – частка експорту регіону від світового у цій групі (табл. 4.15, 4.16 і 4.17),  $SW_t^k$  – частка світового експорту товарної групи  $k$  у загальному світовому експорті  $E_t^0$ . Звідси

$$U_m^0 \sum_{k=1}^{99} TSU_m^k = U_m^0 = \sum_{k=1}^{99} U_m^k = E_t^0 \sum_{k=1}^{99} WU_m^k \times SW_t^k .$$

Якщо ціль – максимізація загального експорту регіону станом на 2016 р., то при заданих значеннях  $SW_{2016}^k$  для пошуку цільових досяжних значень  $TSU_{2016n}^k$  запропоновано алгоритм [212], що складається з наступних кроків.

Крок 1. Перенумеруємо всі товарні групи  $k=1, \dots, 99$  у такому порядку  $j=1, \dots, 98$ , що  $SW_{2016}^j > SW_{2016}^{j+1}$ .

Крок 2. Визначаємо  $T = 100$ .

Крок 3. Обираємо початкове наближення

$$TSU_{2016n}^j = ASU_n^j = \max_t SU_m^j, \quad j=1, \dots, 99.$$

Крок 4. Якщо  $S_n = \sum_{j=1}^{99} TSU_{2016n}^j > 100$ , то визначаємо  $T = T - 1$  та обчислюємо  $TSU_{2016n}^T = \min_t SU_m^T$ .

Для простоти вважаємо, що індекс  $t$ , де досягається  $\max_t SU_m^j$ , – це індекс  $t$ , де досягається  $\max_t WU_m^j$  (у табл. 4.15, 4.16, 4.17 жирним виділено всі значення, що відповідають  $\max_t WU_m^j$ ). Аналогічно нехай індекс  $t$ , де досягається  $\min_t SU_m^j$ , – це індекс, де досягається  $\min_t WU_m^j$ .

Крок 5. Якщо  $\Delta_n = \sum_{j=1}^{99} TSU_{2016n}^j - 100 > 0$ , то переходимо на крок 4, а в

іншому випадку переходимо на крок 6.

**Крок 6.** Визначаємо  $TSU_{2016n}^T = ASU_n^T - \Delta_n$  і зупиняємося.

Враховуючи дані табл. 4.9 і 4.10 [213] для значень  $E_t^k$  світового експорту (млрд. дол.), дані табл. 4.15, 4.16 і 4.17 для часток  $WU_m^k$  експорту регіону (Закарпаття) від світового (у мікропроцентах), алгоритм з кроків 1–6 знаходить величину загального спеціалізованого на товарних групах  $1, \dots, T$  досяжного експорту регіону

$$U_{2016n}^0 = \sum_{j=1}^{T-1} E_{2016}^j \times \max_t WU_m^j + \sum_{j=T+1}^{99} E_{2016}^j \times \min_t WU_m^j + \\ + E_{2016}^T \left( \max_t WU_m^T - \Delta_n \right) = \sum_{k=1}^{99} TU_n^k = 1375.805 \text{ млн. дол.},$$

де  $T = 14$  відповідає групі 94 (меблі; постільні речі, матраци, матрацні основи, диванні подушки та аналогічні набивні речі меблів, світильники та освітлювальні прилади, в іншому місці не зазначені; світлові покажчики, табло та подібні вироби; збірні будівельні конструкції). Ця група характеризується стабільною часткою у загальному світовому експорті [212].

У табл. 4.15, 4.16, 4.17  $TU_n^k = E_{2016}^k \times TSU_{2016n}^k$  – цільовий обсяг Закарпаття за товарною групою  $k$  у 2016 р. У табл. 4.17 підраховано загальний цільовий експорт Закарпаття  $U_n^0 = \sum_{k=1}^{99} TU_n^k$  у 2016 р., який на  $\frac{1375.805 - 1211.902}{1211.902} = 11.91$

% перевищує спостережуваний експорт Закарпаття у 2016 р. На відміну від Одещини, такого перевищення Закарпаття може досягати, спеціалізуючись

(експортуючи свою максимальну досяжну частку  $\max_t WU_m^j$ ) на 14 з усіх 99 товарних груп – на згаданій групі 94, а також на 13 інших групах [212–213].

У табл. 4.15, 4.16, 4.17  $IU_n^k = E_{2016}^k \times ASU_{2016n}^k$  – ідеальний (ideal) обсяг Закарпаття за товарною групою  $k$  у 2016 р. У табл. 4.17 підраховано загальний

ідеальний експорт Закарпаття  $U_n^0 = \sum_{k=1}^{99} IU_n^k$  у 2016 р., який на

$\frac{1837.229 - 1211.902}{1211.902} = 51.60\%$  перевищує спостережуваний експорт

Закарпаття у 2016 р.

Провідні товарні групи для спеціалізації Закарпаття охоплюють понад 70% цільової досяжної структури товарного експорту:

85 (електричні машини, обладнання та їх частини; апаратура для запису або відтворення звуку; телевізійна апаратура для запису та відтворення зображення і звуку, їх частини та приладдя);

84 (реактори ядерні, котли, машини, обладнання і механічні пристрої; їх частини);

27 (палива мінеральні; нафта і продукти її перегонки; бітумінозні речовини; воски мінеральні);

87 (засоби наземного транспорту, крім залізничного або трамвайного рухомого складу, їх частини та обладнання);

71 (перли природні або культивовані, дорогоцінне або напівдорогоцінне каміння, дорогоцінні метали, метали, плаковані дорогоцінними металами, та вироби з них; біжутерія; монети);

39 (пластмаси, полімерні матеріали та вироби з них).

Решта товарних груп спеціалізації Закарпаття – це промислові групи:

90 (прилади та апарати оптичні, фотографічні, кінематографічні, контрольні, вимірювальні, прецизійні; медичні або хірургічні; їх частини та приладдя);

30 (фармацевтична продукція).

99 (товари, не вказані деінде);

29 (органічні хімічні сполуки);

88 (літальні апарати, космічні апарати та їх частини);

72 (чорні метали);

73 (вироби з чорних металів).

Серед 14 вищезазначених груп для 4 груп (груп 71, 30, 99, 88) експорт Закарпаття за 2016 р. не реєструвався. Варто зазначити, що цільові товарні

групи не обмежуються агропромисловими [84,217]. Вузька спеціалізація на певних товарних групах, за належної організації, може сприяти підвищенню ефективності та міжнародної конкурентоспроможності [1,217].

Серед усіх 99 товарних груп спеціалізація Закарпаття на 14 провідних групах світового експорту дозволяє підвищити його загальний експорт на понад 10%. Серед таких 14 груп експорт Закарпаття за 2016 р. не реєструвався для 4 груп – для груп 71 (перли природні або культивовані, дорогоцінне або напівдорогоцінне каміння, дорогоцінні метали, метали, плаковані дорогоцінними металами, та вироби з них; біжутерія; монети), 30 (фармацевтична продукція), 99 (товари, не вказані деінде).

#### **4.4 Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Запоріжчини у 2017–2018 рр.**

Стійке економічне зростання України є актуальною, соціально та економічно значимою метою, що вимагає міждисциплінарних зусиль, насамперед, засобами інформаційної ери.

Перевага запропонованої розробки [218] перед іншими полягає у динамічній високотехнологічній обробці великих обсягів нових оперативних даних, які систематично надходять з надійних джерел, та у відсутності обмежень, потрібних для застосування параметричних методів оцінювання. Подібна технологія обробки великих даних (big data) може застосовуватися до інших масивів відкритих даних.

За допомогою технології [218] можна оцінювати шляхи економічного зростання. Завдання – оцінювання сумарного економічного зростання районів Запорізької області.

Запорізька область утворена 10 січня 1939 р. шляхом поділу Дніпропетровської області. На 2018 р. Запоріжчина складається з 20 районів і 5 міст обласного значення, для яких наявні статистичні спостереження (Соціально-економічне становище Запорізької області 2017, 2018).

Запоріжчина має територію 27183 км<sup>2</sup>, посідаючи за цим показником 9-те місце серед 27 регіонів України і випереджаючи такі відомі європейські держави, як Словенія (20273 км<sup>2</sup>), Чорногорія (13812 км<sup>2</sup>), Кіпр (9251 км<sup>2</sup>), Люксембург (2586 км<sup>2</sup>), Мальта (316 км<sup>2</sup>). Запоріжчина має наявне населення 1923 тис. осіб (табл. 4.20), посідаючи за цим показником 10-те місце серед регіонів України і випереджаючи такі європейські держави, як Естонія (1315 тис.), Кіпр (876 тис.), Чорногорія (620 тис.), Люксембург (602 тис.), Мальта (425 тис.), Ісландія (331 тис.) Кожна згадана держава є членом Організації Північноатлантичного договору (North Atlantic Treaty Organization, NATO) і має значний експорт у 2017 р.: Словенія – 30,2 млрд.дол., Люксембург – 18,4 млрд.дол., Естонія – 14,0 млрд.дол., Ісландія – 4,6 млрд.дол., Кіпр – 2,9 млрд.дол., Мальта – 2,6 млрд.дол., Чорногорія – 0,4 млрд.дол. При цьому експорт Запоріжчини за кордони України у 2017 р. становив 3,0 млрд.дол. (табл. 4.25).

Для зростання експорту і виробництва Запоріжчини потрібно планомірно збільшувати обсяги виробничих факторів – праці й капіталу. За рік від першого кварталу 2017 р. (2017:I) до 2018:I найбільше заробітна плата зросла у Пологівському районі (на 35%), а найменше – у Бердянському районі (на 8%) (табл. 4.18). Поквартальні значення капітальних інвестицій у районах виявляли істотні коливання (табл. 4.19) [1]. За фактичної відсутності саморегуляції обсягів виробничих факторів через сучасні фінансові ринки та інструменти, виникають питання обґрунтованості змін таких факторів. Для відповіді на ці питання треба враховувати виробництво сфери послуг (табл. 4.20) і промисловості (табл. 4.21).

У табл. 4.21 для Більмацького, Веселівського, Пологівського, Приазовського, Токмацького районів курсивом виділено квартальні оцінки  $I_t$ , як середньоквартальні величини, що відповідають спостережуваним обсягам  $I_u$  з найбільшим значенням  $u$ , а також результуючі оцінки  $I_u$ . Для малочисельних Великобілозерського і Розівського районів обсяг промислової

продукції не вимірювався, а для Бердянського, Василівського, Кам'янсько-Дніпровського, Михайлівського, Новомиколаївського, Чернігівського районів дані  $I_u$  не оприлюднювалися з метою забезпечення виконання вимог Закону України «Про державну статистику» щодо конфіденційності статистичної інформації.

Вищезазначені 8 районів формують ряд районів, для яких, виходячи з даних решти районів і агрегованих даних Запоріжчини, обчислено сумарну чисельність  $n_t$  наявного населення (табл. 4.20), сумарний обсяг  $s_t$  реалізованих нефінансових послуг (табл. 4.20), сумарний обсяг  $i_u$  реалізованої промислової продукції за період 2017\_ $u$  (табл. 4.21), сумарний обсяг  $i_t$  реалізованої промислової (industrial) продукції за квартал  $t$  (табл. 4.21). Для кожного з цих районів визначаються оцінки  $I_u = \frac{i_u N_t}{n_t}$ ,  $I_t = \frac{i_t N_t}{n_t}$ , виділені курсивом у табл.

4.21. Кроки побудови табл. 4.18–4.21 називають генерацією первинних даних.

Для генерації обчислювальних даних ефективності слід знайти квартальні значення обсягу  $Y_t = \frac{S_t + I_t}{N_t}$  реалізованих нефінансових послуг і реалізованої промислової продукції (yield) на душу населення, а також обсягу  $K_t = \frac{C_t}{N_t}$  капітальних інвестицій на душу населення (табл. 4.22).

Маючи для кожного кварталу  $t$  25 районних спостережень  $K_{tj}$  для обсягу  $K_t$  (грн.) капітальних інвестицій на душу населення, 25 районних спостережень  $L_{tj}$  для середнього обсягу  $L_t$  (грн.) праці штатного працівника (обсягів факторів виробництва), а також 25 районних спостережень  $Y_{tj}$  для обсягу  $Y_t$  (грн.) реалізованих нефінансових послуг і реалізованої промислової продукції на душу населення (обсягу виробництва),  $j = 1, \dots, 25$ , можна оцінювати значення параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  виробничої функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$ , де  $e$  – основа натуральних логарифмів. Дослідження такої

функції у 1928 р. запропонували Пол Дуглас (Paul Douglas, 1892–1976), сенатор США у 1949–1967 рр., і Чарльз Кобб (Charles Cobb, 1875–1949), професор коледжу Амхерст (Amherst) штату Массачусетс.

У табл. 6.1, 6.2 наведено оцінки  $a$ ,  $b$ ,  $c$  параметрів функції лінійної регресії  $\ln Y_t = a \ln K_t + b \ln L_t + c$ , знайдені за допомогою MS Excel. Якщо в кварталі  $t$  для району  $k$  має місце  $\ln Y_{tk} = a \ln K_{tk} + b \ln L_{tk} + c + R_{tk}$  з додатним залишком (residual)  $R_{tk} > 0$ , то це означає, що цей район виробляє більший обсяг  $Y_{tk}$  реалізованих нефінансових послуг і реалізованої промислової продукції на душу населення, ніж це передбачається теоретично, виходячи з даних обсягів факторів виробництва  $K_{tk}$  і  $L_{tk}$ ; іншими словами, цей район виявляє економічну ефективність, вищу передбаченої. Аналогічно при  $R_{tk} > R_{tl}$  район  $k$  має вищу економічну ефективність, ніж район  $l$ . У табл. 4.23, 4.24 жирним виділено значення, вищі відповідного середнього.

За економічною ефективністю стабільними лідерами є 4 кластери – 1) суміжні м.Запоріжжя, Запорізький, Кам'янсько-Дніпровський, Великоберезівський, Вільнянський і Новомиколаївський райони, 2) суміжні м.Бердянськ, Бердянський, Чернігівський і Пологівський райони, 3) сусідні м.Мелітополь і Приазовський район, 4) Михайлівський район; для 8 серед 13 зазначених районів дані табл. 4.21 генерувалися. Пологівський і Вільнянський райони, м.Запоріжжя і м.Бердянськ були серед лідерів у 2016 р. [218].

При суттєвих коефіцієнтах детермінації вплив (на  $\ln Y_t$ ) фактору праці (який вимірюється значенням параметра  $b$ ) є значно більшим, ніж вплив фактору капіталу (який вимірюється значенням параметра  $a$ ); вплив решти факторів (який вимірюється значенням параметра  $c$ ) є негативним. Сумарна віддача ( $a + b$ ) істотно перевищує 1, що свідчить про збільшувану віддачу від масштабу, особливо від масштабу праці Запоріжчини. Покращенню ролі капіталу та решти виробничих факторів сприятиме всебічний розвиток фінансово-економічних послуг і ринків [1], інтегрованих за допомогою

інформаційно-комунікаційних технологій у світовий ринок і світову торгівлю. Збільшення обсягів виробничих факторів не означає зростання ефективності.

За даними Міжнародного центру торгівлі (International trade statistics 2001–2017), загальний світовий експорт істотно знижувався за основними групами товарів (відповідно до класифікації Гармонізованої системи [206]), починаючи з 2014 р. У табл. 4.25, 4.26, 4.27 наведено значення  $W_m$  світового (world) експорту для кожної групи  $m$  товарів, а групи впорядковані за рівнем експорту 2017 р., де групі 0 відповідає сумарний експорт  $\sum_{m=1}^{99} W_m$ . Квартальний експорт (export)  $E_{tm}$  Запоріжчини виявляє високу мінливість. Оскільки

максимальний експорт  $M_m = \max_t E_{tm}$  є досяжним, то досяжним є річний експорт  $4M_m$  групи  $m$  і сумарний річний експорт  $M = 4 \sum_{m=1}^{99} M_m = 4,0$  млрд.дол.,

що на 33% перевищує експорт  $E_{IV0} = \sum_{m=1}^{99} E_{IVm}$  Запоріжчини у 2017р. (період  $T=2017\_IV$ ) і задає досяжну структуру експорту. У цільовій структурі експорту значення  $M_m$  ненульові для індексів  $m$ , рівних 47 (маса з деревини або з інших волокнистих целюлозних матеріалів; папір або картон, одержані з відходів та макулатури), 24 (тютюн і промислові замітники тютюну), 60 (трикотажні полотна), 41 (шкури необроблені (крім натурального та штучного хутра) і шкіра вичинена), 79 (цинк і вироби з нього).

#### **4.5 Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Одещини у 2017–2018 рр.**

Одеська область була створена 9 лютого 1932 р. У 1954 р. до її складу увійшла колишня Ізмаїльська область, утворена 7 серпня 1940 р. як Аккерманська область. На 2018 р. Одещина складається з 26 районів і 9 міст обласного значення, для яких наявні статистичні спостереження [219–223].

Одещина має територію 33314 км<sup>2</sup>, посідаючи за цим показником 1-ше місце серед 27 регіонів України і випереджаючи такі відомі європейські держави, як Бельгія (30510 км<sup>2</sup>), Албанія (28748 км<sup>2</sup>), Північна Македонія (25713 км<sup>2</sup>), Словенія (20273 км<sup>2</sup>), Чорногорія (13812 км<sup>2</sup>), Кіпр (9251 км<sup>2</sup>), Люксембург (2586 км<sup>2</sup>), Мальта (316 км<sup>2</sup>). Одещина має наявне населення 2382 тис. осіб (табл. 3), посідаючи за цим показником 6-те місце серед регіонів України і випереджаючи такі європейські держави, як Північна Македонія (2071 тис.), Словенія (2065 тис.), Латвія (1953 тис.), Естонія (1315 тис.), Кіпр (876 тис.), Чорногорія (620 тис.), Люксембург (602 тис.), Мальта (425 тис.), Ісландія (331 тис.). Кожна згадана держава є членом Організації Північноатлантичного договору (North Atlantic Treaty Organization, НАТО; НАТО) і має значний експорт у 2017 р.: Бельгія – 309,1 млрд.дол., Словенія – 30,2 млрд.дол., Люксембург – 18,4 млрд.дол., Естонія – 14,0 млрд.дол., Латвія – 12,3 млрд.дол., Ісландія – 4,6 млрд.дол., Північна Македонія (отримала запрошення до НАТО у 2008 р., але член НАТО Греція застосовує своє право вето) – 4,3 млрд.дол., Кіпр – 2,9 млрд.дол., Мальта – 2,6 млрд.дол., Албанія – 1,0 млрд.дол., Чорногорія – 0,4 млрд.дол. При цьому експорт Одещини за кордони України у 2017 р. становив 1,8 млрд.дол. (табл. 4.35).

Для зростання експорту і виробництва Одещини потрібно планомірно збільшувати обсяги виробничих факторів – праці й капіталу. За рік від першого кварталу 2017 р. (2017:І) до 2018:І заробітна плата зросла у Ширяївському районі на 45%, але у Подільському районі спала на 8% (табл. 4.28). Поквартальні значення капітальних інвестицій у районах теж виявляли істотні коливання (табл. 4.29). За загальною фінансово-економічною теорією, вищі мінливості й ризики супроводжуються вищими віддачами [1]. Про це зазначав видатний британський профспілковий діяч Томас Даннінг (Thomas Dunning, 1799–1873): «Капітал уникає розголосу і чвари, вирізняючись полохливою натурою; це правда, але не вся правда. Капітал цурається неприбутковості чи дуже малої прибутковості, як Природа не терпить порожнечі [за Аристотелем (384–322 до н.е.)]. При адекватному прибутку

капітал дуже сміливий. Гарантування 10 відсотків забезпечуватиме присутність капіталу скрізь; 20 відсотків надаватиме йому жвавість; 50 відсотків виявлятиме його позитивну зухвалість; при 100 відсотках капітал готовий зневажати всі людські закони; при 300 відсотках немає ні злочину, який би капітал не замишляв, ні ризику, на який би капітал не пішов, незважаючи не примарність шансів його власника. Якщо розголос і чвара приносять прибуток, то капітал заохочуватиме і те, і інше. Контрабанда й работоргівля розлого доводять все вищенаведене» [224]. На ці тези посилався відомий німецький економіст Карл Маркс (Karl Marx, 1818–1883).

За фактичної відсутності саморегуляції обсягів виробничих факторів через сучасні фінансові ринки та інструменти, виникають питання обґрунтованості змін таких факторів. Для відповіді на ці питання треба враховувати виробництво сфери послуг (табл. 4.30) і промисловості (табл. 4.31).

У табл. 4.29 обчислено капітальні інвестиції  $c_t$  двох районів (Миколаївського і Захарівського) для  $t = 2018:I$ , виходячи з даних решти районів і агрегованих даних Одещини; курсивом виділено квартальні оцінки

$$C_t = \frac{c_t N_t}{n_t}, \text{ де } n_t - \text{ наявне населення цих двох районів.}$$

У табл. 3 обчислено і курсивом виділено усереднені квартальні оцінки  $S_t$  спостережуваних даних для Окнянського району при  $t = 2017:III, 2018:I$ , Миколаївського району при  $t = 2017:I, 2017:II$ , Ширяївського району при  $t = 2017:IV$ . Після цього у табл. 4.30 обчислено послуги  $s_t$  кількох районів (Балтського і Подільського), виходячи з даних решти районів і агрегованих

даних Одещини; курсивом виділено квартальні оцінки  $S_t = \frac{s_t N_t}{n_t}$ , де  $n_t$  – наявне

населення цих кількох районів. У табл. 4.31 обчислено і курсивом виділено усереднені квартальні оцінки  $I_t$  спостережуваних даних для Березівського, Кодимського, Окнянського, Любашівського, Савранського районів. Для Балтського, Великомихайлівського, Іванівського, Ізмаїльського,

Подільського, Миколаївського, Татарбунарського, Захарівського, Ширяївського районів дані  $I_u$  не оприлюднювалися з метою забезпечення виконання вимог Закону України «Про державну статистику» щодо конфіденційності статистичної інформації. Вищезазначені 9 районів формують ряд районів, для яких, виходячи з даних решти районів (включаючи усереднені оцінки  $I_t$ ) і агрегованих даних Одещини, обчислено сумарну чисельність  $n_t$  наявного населення (табл. 4.30), сумарний обсяг  $i_u$  реалізованої промислової продукції за період 2017\_ $u$  (табл. 4.31), сумарний обсяг  $i_t$  реалізованої промислової (industrial) продукції за квартал  $t$  (табл. 4.31). Для кожного з цих районів визначаються оцінки  $I_u = \frac{i_u N_t}{n_t}$ ,  $I_t = \frac{i_t N_t}{n_t}$ , виділені курсивом у табл. 4.21. Кроки побудови табл. 4.28–4.31 називають генерацією первинних даних. Для генерації обчислювальних даних ефективності слід знайти квартальні значення обсягу  $Y_t = \frac{S_t + I_t}{N_t}$  реалізованих нефінансових послуг і реалізованої промислової продукції (yield) на душу населення, а також обсягу  $K_t = \frac{C_t}{N_t}$  капітальних інвестицій на душу населення (табл. 4.32).

Маючи для кожного кварталу  $t$  35 районних спостережень  $K_{tj}$  для обсягу  $K_t$  (грн.) капітальних інвестицій на душу населення, 35 районних спостережень  $L_{tj}$  для середнього обсягу  $L_t$  (грн.) праці штатного працівника, а також 35 районних спостережень  $Y_{tj}$  для обсягу  $Y_t$  (грн.) виробництва,  $j = 1, \dots, 35$ , можна оцінювати значення параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  виробничої функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$ , де  $e$  – основа натуральних логарифмів.

У табл. 4.33, 4.34 наведено оцінки  $a$ ,  $b$ ,  $c$  параметрів функції лінійної регресії  $\ln Y_t = a \ln K_t + b \ln L_t + c$ , знайдені за допомогою MS Excel. Якщо в кварталі  $t$  для району  $k$  має місце  $\ln Y_{tk} = a \ln K_{tk} + b \ln L_{tk} + c + R_{tk}$  з додатним

залишком (residual)  $R_{tk} > 0$ , то це означає, що цей район виробляє більший обсяг  $Y_{tk}$  продукції на душу населення, ніж це передбачається теоретично, виходячи з даних обсягів факторів виробництва  $K_{tk}$  і  $L_{tk}$ ; іншими словами, цей район виявляє економічну ефективність, вищу передбаченої. У табл. 4.33, 4.34 жирним виділено значення, вищі відповідного середнього.

За економічною ефективністю стабільними лідерами є 2 кластери: 1) суміжні Тарутинський, Арцизький, Кілійський, Болградський, Ренійський райони, м.Ізмаїл; 2) Білгород-Дністровський, Овідіопольський, Лиманський, Роздільнянський райони, м.Білгород-Дністровський, м.Одеса, м.Біляївка, м.Теплодар. Кожний такий район-лідер не потребував генерації первинних даних. Більшість зазначених районів входила до вищезгаданої Ізмаїльської області, яка не зазнала Голодомору. Для економічної ефективності важливі інституції, якими в інформаційну еру є вищі навчальні заклади (ВНЗ).

У кластері 2) працює 52 ВНЗ. У м.Одеса працює 45 ВНЗ – 12 університетів, 5 академій, 3 інститути, 16 коледжів, 9 технікумів (училищ); у м.Одеса не працює 6 ВНЗ (академія, інститут, коледж, 3 відокремлені підрозділи). У м.Білгород-Дністровський працює 5 ВНЗ – економіко-правовий коледж ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі», аграрний і морський рибпромисловий технікуми, педагогічне і медичне училища. У с.Курісове Лиманського району працює аграрний технікум. У м.Чорноморськ працює морський коледж Одеського національного морського університету.

У кластері 1) працює 9 ВНЗ. У м.Ізмаїл працює 8 ВНЗ – державний гуманітарний університет, Дунайський інститут Національного університету «Одеська морська академія», ТОВ «Ізмаїльський інститут водного транспорту», технікум механізації і електрифікації сільського господарства, технікум економіки і права, ТОВ «Ізмаїльське медичне училище», Дунайський факультет морського та річкового транспорту Державного університету інфраструктури та технологій (ДУІТ), Придунайська філія ПрАТ «ВНЗ

«Міжрегіональна Академія управління персоналом»; у м.Ізмаїл не працює 2 відокремлені підрозділи ВНЗ. У м.Кілія працює транспортний коледж ДУІТ, не працює транспортний коледж Київської державної академії водного транспорту імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного.

У решті 20 районах Одещини працює лише 4 ВНЗ – аграрно-економічний коледж Уманського національного університету садівництва (м.Ананьїв) вище професійне училище Одеського національного політехнічного університету (м.Березівка), педагогічне училище (м.Балта), медичне училище імені В.О.Жуковського (м.Подільськ). Ці 4 ВНЗ є містоутворюючими. Загалом 25 з 35 районів Одещини не мають ВНЗ.

Незважаючи на вищі середніх значення капітальних інвестицій, зарплати, виробництва на душу населення, м.Южне виявляє нижчу економічну ефективність, ніж райони зазначених кластерів (табл. 4.33, 4.34).

При суттєвих коефіцієнтах детермінації вплив (на  $\ln Y_t$ ) фактору праці (який вимірюється значенням параметра  $b$ ) є значно більшим, ніж вплив фактору капіталу (який вимірюється значенням параметра  $a$ ); вплив решти факторів (який вимірюється значенням параметра  $c$ ) є негативним. Сумарна віддача ( $a + b$ ) істотно перевищує 1, що свідчить про збільшувану віддачу від масштабу, особливо від масштабу праці Одещини. Покращенню ролі капіталу та решти виробничих факторів сприятиме всебічний розвиток фінансово-економічних послуг і ринків [1], інтегрованих за допомогою інформаційно-комунікаційних технологій у світовий ринок.

За даними Міжнародного центру торгівлі [205], загальний світовий експорт істотно знижувався за основними групами товарів (відповідно до класифікації Гармонізованої системи [206]), починаючи з 2014 р. У табл. 4.35, 4.36, 4.37 наведено значення  $W_m$  світового (world) експорту для кожної групи  $m$  товарів, а групи впорядковані за рівнем експорту 2017 р., де групі 0

відповідає сумарний експорт  $\sum_{m=1}^{99} W_m$ . Квартальний експорт (export)  $E_{tm}$

Одещини виявляє високу мінливість. Оскільки максимальний експорт  $M_m = \max_t E_{tm}$  є досяжним, то досяжним є річний експорт  $4M_m$  групи  $m$  і

сумарний річний експорт  $M = 4 \sum_{m=1}^{99} M_m = 3,1$  млрд.дол., що на 72% перевищує

експорт  $E_{IV0} = \sum_{m=1}^{99} E_{IVm}$  Одещини у 2017р. (період T=2017\_IV) і задає досяжну

структуру експорту. У табл. 4.35, 4.36 деякі квартальні значення експорту, які виявилися від'ємними для груп 87 (засоби наземного транспорту, крім залізничного або трамвайного рухомого складу, їх частини та обладнання), 8 (їстівні плоди та горіхи; шкірки цитрусових або динь), 7 (овочі та деякі їстівні коренеплоди і бульби), 9 (кава, чай, мате або парагвайський чай, прянощі), 60 (трикотажні полотна), 75 (нікель і вироби з нього), 57 (килими та інші текстильні покриття для підлоги), виділено курсивом. Крім того, Одещина може започаткувати експорт за рядом груп.

#### **4.6 Поквартальне оцінювання економічної ефективності й структури експорту Миколаївщини у 2017–2018 рр.**

На 2018 р. Миколаївщина складається з 19 районів і 5 міст обласного значення, для яких наявні статистичні спостереження [225–229]. Миколаївщина має територію 24585 км<sup>2</sup>, посідаючи за цим показником 15 місце серед 27 регіонів України і випереджаючи такі відомі європейські держави, як Словенія, Чорногорія, Кіпр, Люксембург, Мальта (табл. 4.38).

Миколаївщина має наявне населення 1,1 млн. осіб, посідаючи за цим показником 19 місце серед регіонів України і випереджаючи такі європейські держави, як Кіпр, Чорногорія, Люксембург, Мальта, Ісландія (табл. 4.39). Кожна згадана держава є членом Організації Північноатлантичного договору (North Atlantic Treaty Organization, NATO; НАТО) і має значний експорт у 2017 р. (табл. 4.40). При цьому експорт Миколаївщини за кордони України у 2017

р. становив 1,9 млрд. дол. Слід зазначити, що точніше порівняння експорту деяких держав Європи і регіонів України потребує даних міжрегіональної торгівлі України.

Для зростання експорту і виробництва Миколаївщини потрібно планомірно збільшувати обсяги виробничих факторів – праці й капіталу. За рік від першого кварталу 2017 р. (2017:I) до 2018:I заробітна плата зросла у Казанківському районі на 38%, але в Очаківському районі спала на 1% (табл. 4.41). Поквартальні значення капітальних інвестицій у районах теж виявляли істотні коливання (табл. 4.42).

За фактичної відсутності саморегуляції обсягів виробничих факторів через сучасні фінансові ринки та інструменти, виникають питання обґрунтованості змін таких факторів. Для відповіді на ці питання треба враховувати виробництво сфери послуг (табл. 4.43) і промисловості (табл. 4.44).

У табл. 4.44 для м.Очаків, Березнегуватського, Врадіївського, Сланецького, Казанківського районів дані  $I_u$  не оприлюднювалися.

Оприлюднення даних пов'язане з вимогами Закону України «Про державну статистику» щодо конфіденційності статистичної інформації.

Вищезазначені 5 районів формують ряд районів, для яких, виходячи з даних решти районів і агрегованих даних Миколаївщини, обчислено сумарну чисельність  $n_t$  наявного населення (виходячи з табл. 4.43), сумарний обсяг  $i_u$  реалізованої промислової продукції за період 2017\_ $u$  (табл. 4.44), сумарний обсяг  $i_t$  реалізованої промислової (industrial) продукції за квартал  $t$  (табл.

4.44). Для кожного з цих районів визначаються оцінки  $I_u = \frac{i_u N_t}{n_t}$ ,  $I_t = \frac{i_t N_t}{n_t}$ ,

виділені курсивом у табл. 4.44.

Кроки побудови табл. 4.41–4.44 називають генерацією первинних даних. Для генерації обчислювальних даних ефективності слід знайти квартальні

значення обсягу  $Y_t = \frac{S_t + I_t}{N_t}$  реалізованих нефінансових послуг і реалізованої промислової продукції (yield) на душу населення, а також обсягу  $K_t = \frac{C_t}{N_t}$  капітальних інвестицій на душу населення (табл. 4.45). Маючи для кожного кварталу  $t$  24 районних спостережень  $K_{tj}$  для обсягу  $K_t$  (грн.) капітальних інвестицій на душу населення, 24 районних спостережень  $L_{tj}$  для середнього обсягу  $L_t$  (грн.) праці штатного працівника, а також 24 районних спостережень  $Y_{tj}$  для обсягу  $Y_t$  (грн.) виробництва,  $j = 1, \dots, 24$ , можна оцінювати значення параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  виробничої функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$ , де  $e$  – основа натуральних логарифмів. У табл. 9.1, 9.2 наведено оцінки  $a$ ,  $b$ ,  $c$  параметрів функції лінійної регресії  $\ln Y_t = a \ln K_t + b \ln L_t + c$ , знайдені за допомогою MS Excel. Нехай у кварталі  $t$  для району  $k$  має місце  $\ln Y_{tk} = a \ln K_{tk} + b \ln L_{tk} + c + R_{tk}$ , де  $R_{tk} > 0$ .

Тоді цей район виробляє більший обсяг  $Y_{tk}$  продукції на душу населення, ніж це передбачається теоретично, виходячи з даних обсягів факторів виробництва  $K_{tk}$  і  $L_{tk}$ ; іншими словами, цей район виявляє економічну ефективність, вищу передбаченої. У табл. 4.46, 4.47 жирним виділено значення, вищі відповідного середнього. За економічною ефективністю стабільним лідером є кластер, який утворюють суміжні 15 районів вздовж р.Південний Буг – Первомайський район, м.Первомайськ, Доманівський, Вознесенський райони, м.Вознесенськ, Новоодеський, Веселинівський, Баштанський, Новобузький, Вітовський, Миколаївський райони, м.Миколаїв, Очаківський, Березанський райони.

Кожний такий район-лідер не потребував генерації первинних даних. Для економічної ефективності важливі інституції, якими в інформаційну еру є вищі навчальні заклади (ВНЗ). У Первомайському районі працює коледж Миколаївського національного аграрного університету (с.Мигія). У

м.Первомайськ працюють 6 ВНЗ – комунальний медичний коледж, коледж і філія Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, коледж і філія приватного ВНЗ «Університет сучасних знань», філія медичного коледжу ТОВ «Монада».

У м.Вознесенськ працює коледж Миколаївського національного аграрного університету. У м.Новий Буг працюють 2 ВНЗ – педагогічний коледж і коледж Миколаївського національного аграрного університету. У м.Миколаїв працюють 29 ВНЗ – 7 університетів, інститут, 15 коледжів, 3 технікуми (училища), 3 відокремлені підрозділи, але не працюють 6 ВНЗ – Південнослов'янський інститут ПрАТ «ВНЗ Київський славістичний університет», коледж Миколаївської академії перукарського мистецтва Київського університету культури, ТОВ «Коледж преси та телебачення», відділення Навчально-наукового інституту заочного та дистанційного навчання, факультет морського та річкового транспорту Київської державної академії водного транспорту імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного, Навчально-консультаційний пункт факультету заочного та дистанційного навчання Луганського державного університету внутрішніх справ імені Е.О.Дідоренка. За даними системи [www.vstup.info](http://www.vstup.info), 19 з 25 районів Миколаївщини не мають ВНЗ.

Незважаючи на вищі середніх значення зарплати, м.Южноукраїнськ і м. Очаків виявляють нижчу економічну ефективність, ніж райони-лідери.

При суттєвих коефіцієнтах детермінації вплив (на  $\ln Y_t$ ) фактору праці (який вимірюється значенням параметра  $b$ ) є значно більшим, ніж вплив фактору капіталу (який вимірюється значенням параметра  $a$ ); вплив решти факторів (який вимірюється значенням параметра  $c$ ) є негативним.

Сумарна віддача ( $a + b$ ) істотно перевищує 1, що свідчить про збільшувану віддачу від масштабу, особливо від масштабу праці Миколаївщини.

За даними Міжнародного центру торгівлі [205], загальний світовий експорт істотно знижувався за основними групами товарів (відповідно до

класифікації Гармонізованої системи [206]), починаючи з 2014 р. У табл. 4.48, 4.49, 4.50 наведено значення  $W_m$  світового (world) експорту для кожної групи  $m$  товарів, а групи впорядковані за рівнем експорту 2017 р., де групі 0 відповідає сумарний експорт  $\sum_{m=1}^{99} W_m$ . Оскільки максимальний експорт

$M_m = \max_t E_{tm}$  є досяжним, то досяжним є річний експорт  $4M_m$  групи  $m$  і сумарний річний експорт  $M = 4 \sum_{m=1}^{99} M_m = 2,442$  млрд. дол.

Це на 28% перевищує експорт  $E_{IV0} = \sum_{m=1}^{99} E_{IVm} = 1,900$  млрд. дол.

Миколаївщини у 2017 р. і задає досяжну структуру експорту.

Незважаючи на високий наявний потенціал, Миколаївщина має можливості подальшого зростання з використанням сучасних технологій.

#### ***4.7 Динаміка індексів виявленої порівняльної переваги Луганщини за групами товарів у 2011–2016 роках***

За даними Міжнародного центру торгівлі (International Trade Centre), світовий експорт істотно знижується за основними групами товарів (відповідно до класифікації Гармонізованої системи), починаючи з 2014 р., за винятком груп 88, 8, 95, 7 (табл. 4.51) [205]. У табл. 4.51 жирним виділено максимальні значення світового експорту (у номінальних дол.) за цими групами: за групами 27, 71, 29, 72, 99, 40, 26, 48, 89, 74, 22, 28, 10, 12, 15, 70 максимальний експорт спостерігався до 2014 р. Факт, що за переважною більшістю товарних груп максимум експорту спостерігався у 2014 р., висуває гіпотезу про негативний вплив подій у Криму, на Донеччині і Луганщині на світову торгівлю товарами, загальний обсяг якої у 2016 р. став меншим рівня кризового 2008 р. У табл. 4.51 зміна (%) означає збільшення (номінального) експорту, починаючи від 2006 р., до року досягнення максимуму не раніше

2014 р., а також зменшення експорту до 2016 р., починаючи від року досягнення максимуму.

За даними оприлюднених публікацій Державної служби статистики України, для Луганщини можна побудувати табл. 4.52, що відповідає табл. 4.51 [180]. Користуючись відповідністю між табл. 51 і табл. 4.52, для Луганщини можна обчислити модифіковані індекси Баласса виявленої порівняльної експортної переваги як відношення (%) частки експорту групи товарів у загальному експорті Луганщини до аналогічної частки світу.

Один з висновків для Луганщини станом на 2017 р. не відрізняється від висновку станом на 2011 р.: для Луганщини є перспективним розпочати виробництво за товарними групами 99 (інші товари), 64 (взуття, гетри та аналогічні вироби; їх частини), 89 (судна, човни та інші плавучі засоби), 74 (мідь і вироби з неї), 33 (ефірні олії та резиноїди; парфумерні, косметичні та туалетні препарати), 2 (м'ясо та інші їстівні субпродукти), 3 (риба і ракоподібні; молюски та інші водяні безхребетні), 42 (вироби із шкіри; шорно-сідельні вироби та упряж; дорожні речі; сумки та аналогічні товари; вироби з кишок тварин (крім кетгуту з натурального шовку)). Важливі види діяльності завжди пов'язані з втіленням державних функцій оборони, законності і правопорядку, макроекономічного менеджменту, захисту прав власності, системи охорони здоров'я.

#### **4.8 Комп'ютерний аналіз ефективності виробництва товарів і послуг у районах столиці України за 2016 р.**

У столиці України – м.Києві – за 2016 р. середня нарахована середньомісячна зарплата (ЗП) працівників зросла на 24% порівняно з 2015 р., капітальні інвестиції (КІ) зросли на 21%, реалізована промислова продукція (РПП) зросла на 19% (табл. 4.53, 4.54) [230]. Прямі іноземні інвестиції (ПІІ) (акціонерний капітал) за неповні два роки – від 01.01.2015 (2015.01) до 01.10.2016 (2016.10) – зросли на 1,739 млрд.дол – від 22,889 до 24,628 млрд.дол

(табл. 4.54, 4.55). Цей приріст є порівнянним із загальними обсягами ПП в Одещину [231] чи Полтавщину [232], постійне населення (ПН) яких є порівнянним з ПН Києва – 2884454 людей на 2017.01. При цьому ПП у Шевченківському районі зросло на 1,143 млрд.дол, у Голосіївському – на 786 млн.дол, у Солом'янському районі – на 583 млн.дол. Зважаючи на сучасну міжнародну ринкову кон'юнктуру, потокам акціонерного капіталу в Україні сприяла б належна організація ринку цінних паперів в Україні.

Подібно до Дніпропетровщини [233], Одещини [231], Полтавщини [232], вимірюватимемо ефективність виробництва у Києві за допомогою залишків оцінювання виробничої функції на спостереженнях виробництва у районах Києва [205]. Для 10 районів Києва за 2015 р. і 2016 р. вимірювалися у гривнях РПП на душу населення ( $РППД = РПП / ПН$ ), КІ на душу населення ( $КІД = КІ / ПН$ ), річна зарплата ( $РЗП = 12 \times ЗП$ ) (табл. 4.54, 4.55). Для виробничої функції Кобба–Дугласа  $\ln РППД = a \ln РЗП + b \ln КІД + c$  ( $a, b, c$  – оцінювані параметри) на 10 структурних (cross-section) спостереженнях 2015 р. і 2016 р. за допомогою MS Excel було знайдено залишки регресії (ЗР). У табл. 4.54–4.59 жирним виділено значення спостережень, вищі відповідного медіанного за районами. Економічним лідером Києва є Печерський район, який мав найбільші ЗР у 2015–2016 рр. (табл. 4.54, 4.55); Подільський район погіршив свою виробничу ефективність у 2016 р.; Оболонський і Святошинський райони мають порівняно вищу ефективність при нижчих рівнях ЗП, КІД і РППД.

Якщо замість РПП розглядати районний продукт  $РП = РПП + П$ , де П – обсяг послуг (тис. грн), то замість РППД розглядається районний продукт на душу населення  $РПД = РП / ПН$ . Залишки відповідної регресії на спостереженнях за перші 3 місяці 2016 р. (2016:3) наведено у табл. 4.56. У табл. 4.57, 4.58, 4.59 наведено результати для 2016:6, 2016:9, 2016:12 відповідно. Використання РПД замість РППД не змінює якісної картини ефективності за районами Києва: Печерський район є економічним лідером; Подільський район погіршив свою ефективність у другому півріччі 2016 р.;

Оболонський і Святошинський райони мають порівняно вищу ефективність при нижчих рівнях ЗП, КІД і РПД.

#### **4.9 До інтегрованих систем візуалізації, аналізу та застосування часово-просторових даних**

На початку третього тисячоліття створено великі обсяги цифрових просторових даних, використовуючи геоінформаційні системи (geographical information system, GIS), системи обробки зображень, комп'ютеризоване проектування (computer-aided design, CAD). Назріли потреби візуалізації та застосування цих даних, а також ефективного розподілу результатів візуалізації і впровадження відповідних технологій [234].

Досвід обробки часово-просторових даних України свідчить про потребу зручної (user-friendly) візуалізації як первинних даних, так і кінцевих результатів їхньої комп'ютерної обробки [142,235].

Технологія віртуальної реальності (Virtual Reality, VR) та Інтернет надають можливості задоволення таких потреб через інтерпретацію, взаємодію та поширення даних. Розвиток Інтернету і Світової павутини (World Wide Web, WWW) дозволяє використовувати Web як середовище розподілених обчислень [236]. Спільнота фахівців з GIS скористалася цим середовищем для розробки Web GIS та Internet GIS. Проте сучасна Internet GIS обмежується зображенням карт (візуалізацією 2D) і простими графічними операціями (збільшення чи зменшення масштабу). Для візуалізації 3D, підвищення інтерактивності та реалістичності обробки географічних явищ Internet GIS можна застосовувати VR. Водночас географічні застосування VR потребують підтримки просторових аналітичних функцій з боку GIS. Таким чином, постає завдання інтеграції та синергії GIS, VR та Інтернету.

Інтеграція GIS, VR та Інтернету можлива через використання мови моделювання віртуальної реальності (Virtual Reality Modelling Language, VRML) – стандарту ISO для характеристики інтерактивних об'єктів 3D і

реальностей на Web. Існування стандартних і поширених застосувань VRML сприяє візуалізації 3D на Web. Мови VRML, Java, HTML дозволяють комбінувати можливості GIS, VR та Інтернету для підтримки моделювання, візуалізації та аналізу на Web. Наприклад, відомі застосування VR для міського середовища та візуалізації 3D для міст. Подібні застосування сприяють появі зразків і прототипів, які інтегрують GIS та VR. Отже, виникають питання ефективних і дієвих стратегій інтеграції GIS, VR, Інтернету.

Перші підходи до інтеграції VRML та GIS просто поєднували їхні можливості, розгортаючи дані та програмне забезпечення або на боці клієнта, або на боці сервера, що вело до незбалансованого використання сумарних обчислювальних ресурсів клієнта і сервера.

Сервер-орієнтовані рішення можуть використовувати всі стандарти Інтернету чи Web, існуючі функції GIS, централізоване адміністрування даних і застосування програмного забезпечення GIS. Ці рішення є порівняно простими і надійними, потребуючи мінімальних зусиль користувача, але створюють багато запитів, погіршуючи інтерфейс та інтерактивність.

Клієнт-орієнтовані рішення використовують наявні можливості Java, сучасний графічний інтерфейс користувача (graphical user interface, GUI) з гнучкою взаємодією, векторні дані. Ці рішення не залежать від стандартів Інтернет-документації, збільшують ефективність локальних операцій, потребуючи нижчого Інтернет-трафіку та меншої постійної пам'яті (з активацією потрібної пам'яті), але потребують часу для завантаження даних і програмного забезпечення, ускладнюючи обробку даних.

Для подолання цієї проблеми пропонується гібридний підхід [206], який комбінує переваги сервер-орієнтованого і клієнт-орієнтованого рішень. На основі такого підходу можна розробляти прототип, що забезпечує інтегроване середовище, в якому користувачі можуть виконувати інтерактивну візуалізацію 3D та інтерактивний аналіз на існуючих базах даних GIS, взаємодіяти з відповідними результатами у формі 2D (через картографію) або

3D (через VRML) на Web. Використання окремих звичайних функцій аналізу 3D на базах даних дозволяє користувачу досягати найкращого розуміння цих даних, оскільки людина краще відчуває саме простір 3D. Зважаючи на певні особливості прийняття рішень людиною [59,237], важливо створювати сприятливі умови для її виживання в навколишньому середовищі – природному, суспільному та інформаційному. Прототип повної інтеграції GIS, VR та Інтернету передбачає використання наявного програмного забезпечення, макромови GIS, мов програмування Java та HTML.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі проведено дослідження моделей та методів координації децентралізованих рішень.

Основні результати роботи:

1. Розроблено модель децентралізованої економічної системи. Отримано співвідношення Парето-неефективності рівноваги стійкого стану конкурентної економіки для параметра часових переваг функції корисності репрезентативного споживача, темпу зростання населення та параметра виробничої функції. Показано, що зростання економіки за так званим Золотим правилом є радше винятком, ніж нормою. Обгрунтовано так зване Золоте правило для поколінь, що перетинаються. Доведено твердження 1.2 про частку бюджету, яку місцевий уряд виділяє на місцеву інфраструктуру. Цю частку визначають параметр часових переваг функції корисності, а також вагові коефіцієнти у функції Беллмана, які місцевий уряд призначає споживанню домогосподарств та урядових працівників. Досліджено питання застосування отриманих результатів.
2. При дослідженні світових ринків як децентралізованих систем доведено твердження 2.1 про збільшення сумарних фіскальних надходжень країн при зростанні частки (на інтервалі від 0 до 0,5) власних фіскальних надходжень, переданих від однієї країни до іншої (до вигіднішої юрисдикції); доведено твердження 2.2 про ймовірність виграшу у конкурсі як функцію числа конкурсантів, зусиль конкурсантів і цінностей виграшу для кожного конкурсанта; доведено твердження 2.3 про рівноважні за Нешем стратегії кожної країни на світовому ринку продовольства.
3. Досліджено моделі охоплення нестандартних даних, які зводяться, зокрема, до задач змішаного цілочисельного програмування. Викладено особливості прийняття рішень людиною в реальних ситуаціях і різні властивості моделей охоплення даних. На реальних даних басейну р. Дунай запропоновано й обчислено показники щільності водних шляхів для всіх країн

цього басейну, а також запропоновано децентралізовану модель використання водних ресурсів.

4. Одержано оцінки економічної ефективності у окремих територіально-адміністративних одиницях України; запропоновано алгоритм обчислення оптимальної експортної спеціалізації регіону; далі цей алгоритм застосовано до Одещини та до Закарпаття; на даних 2017–2018 рр. проведено оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту для Запоріжчини, Одещини, Миколаївщини та для м. Києва. Ідентифіковано стабільні кластери порівняно ефективних районів цих регіонів. Виявлено відносну стабільність індексів порівняльної переваги за групами товарів для Луганщини на даних 2011–2016 рр.

5. Кращій досяжній товарній структурі експорту України сприятиме підвищення часток груп 88 (літальні апарати, космічні апарати та їх частини), 87 (засоби наземного транспорту, крім залізничного або трамвайного рухомого складу, їх частини та обладнання), 29 (органічні хімічні сполуки), 76 (алюміній і вироби з нього), 52 (бавовна), а кращій структурі експорту Одещини сприятиме ширша диверсифікація із започаткуванням експорту груп 2 і 71.

6. Серед усіх 99 товарних груп спеціалізація Закарпаття на 14 провідних групах світового експорту дозволяє підвищити його загальний експорт на понад 10%. Серед таких 14 груп експорт Закарпаття за 2016 р. не реєструвався для 4 груп – для груп 71 (перли природні або культивовані, дорогоцінне або напівдорогоцінне каміння, дорогоцінні метали, метали, плаковані дорогоцінними металами, та вироби з них; біжутерія; монети), 30 (фармацевтична продукція), 99 (товари, не вказані деінде).

7. Незважаючи на високий наявний потенціал, Запоріжчина, Одещина та Миколаївщина має можливості подальшого зростання з використанням сучасних технологій.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Горбачук В.М. 2002. Фінансові методи. – К.: Альтерпрес. – С. 175.
2. Горбачук В.М. 2017. *Аналіз експорту держав Східної Європи за групами агропромислових товарів у 2001–2015 рр.* Східна Європа: економіка, бізнес та управління. Випуск 2 (07). С. 316–324.
3. Горбачук В.М., Бохонко В.П., Демків С.А. 2017. *Питання оптимальності змін середньої заробітної плати і капітальних інвестицій районів Одещини у 2015–2016 рр.* Європейська інтеграція: історичний досвід та економічні перспективи. Одеса: Одеський національний університет імені І.І. Мечникова. С. 150–154.
4. Бойко В.В., Кузьменко В.М., Ненахов Е.І. 2019. *Динамічна побудова гілок на основі нелінійних оцінок у методі гілок та меж.* Теорія оптимальних рішень: Зб. наук. пр. № 18. С. 67–72.
5. Kuzmenko, V., Uryasev, S. 2019. *Kantorovich–Rubinstein Distance Minimization: Application to Location Problems.* In: Velásquez-Bermúdez, J., Khakifirooz, M., Fathi, M. (eds) *Large Scale Optimization in Supply Chains and Smart Manufacturing.* Springer Optimization and Its Applications, vol 149. P. 59–68.
6. Karpets, E., Kuzmenko, V. 2022. *Study of Influence of IT-Technologies on Indicators of the Energy Sector of the Economy.* Cybernetics and Computer Technologies. 3. P. 67–77.
7. Rogerson W.P. 1994. *Economic incentives and the defense procurement process.* Journal of economic perspectives. 8. P. 65–90.
8. Bazilevych, K.O., Chumachenko, D.I., Hulianytskyi, L.F. 2022. *Intelligent decision-support system for epidemiological diagnostics. I. A concept of architecture design.* Cybern Syst Anal. 58. P. 343–353.

9. Bazilevych, K.O., Chumachenko, D.I., Hulianytskyi, L.F. 2022. *Intelligent Decision-Support System for Epidemiological Diagnostics. II. Information Technologies Development*. *Cybern Syst Anal.* 58. P. 499–509.
10. Yakovlev, S., Bazilevych, K., Chumachenko, D., Chumachenko, T., Hulianytskyi, L., Meniailov, I., Tkachenko, A. 2020. *The Concept of Developing a Decision Support System for the Epidemic Morbidity Control*. *Proceedings of the 3rd International Conference on Informatics & Data-Driven Medicine, Växjö, Sweden (November 19–21, 2020)*. P. 265–274.
11. Домрачев В.Н., Горбачук В.М. 1999. *Анализ возможностей использования банковской системы в процессе отмывания доходов, полученных незаконным путем*. *Международное сотрудничество в борьбе с отмыванием доходов, полученных незаконным путем*. М.: ЮрИнфоР. С. 20–25.
12. Auerbach, A., Devereux, M., Simpson, H. 2010. *Taxing corporate income*. *Dimension of tax design: the Mirrlees review*. Oxford University Press. P. 837–913.
13. Devereux, M., Griffith, R. 2003. *Evaluating tax policy for location decisions*. *International tax and public finance*. V. 10. I. 2. P. 107–126.
14. Сергієнко І.В., Мар'янович Т.П., Горбачук В.М. 2001. *Моделювання збалансованої бюджетно-податкової політики стійкого економічного росту*. *Проблеми впровадження інформаційних технологій в економіці та бізнесі*. Київ: АДПС України. С. 78–81.
15. Hines J. 2005. *Corporate Taxation and International Competition*. Cambridge: Cambridge Univ. Press. P. 295.
16. Сергієнко І.В., Мар'янович Т.П., Горбачук В.М. 2001. *Міжнародні аспекти кредитно-податкової політики України*. *Економіка України*. № 1. С. 13–18.
17. Горбачук В.М., Бенедисюк Д.І., Знахуренко О.С. 2018. *Шлях українських компаній на Варшавську фондову біржу через Кіпр, Люксембург, Нідерланди*. *Стратегії та тренди економічного розвитку*

- країн під впливом інновацій (м. Київ, 24 січня 2018 р.). К.: НаУКМА. С. 23–24.
18. Charnes A., Cooper W.W., Golany B., Seiford L.M., Stutz J. 1985. *Foundations of data envelopment analysis and Pareto–Koopmans empirical production functions*. Journal of econometrics. 30(1–2). P. 91–107.
  19. Горбачук В.М. 2010. *Динаміка базових еколого-економічних індикаторів регіонів України протягом 2005–2009 рр.* Формування нової економіки. К.: КНЕУ. С. 390–404.
  20. Горбачук В.М., Любич О.О. 2010. *Соціально-економічний розвиток ХХ сторіччя: цілі, моделі, дані, стратегії, міри ефективності.* Моделювання та інформатизація соціально-економічного розвитку України. Вип. 11. С. 3–27.
  21. Mashchenko, S.O. 2019. *Maximizing Alternatives in a Decision-Making Problem with a Goal Type-2 Fuzzy Set*. Cybern Syst Anal. 55. P. 933–942.
  22. Mashchenko, S.O. 2023. *Non-Dominated Alternatives for a Fuzzy Set of Experts*. Cybern Syst Anal. 59. P. 407–416.
  23. Farrell M.J. 1957. *The measurement of productive efficiency*. Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General). 120 (3). P. 253–281.
  24. Горбачук В.М., Гаркуша Н.І. 2005. *Максимізація функції доходу та мінімізація функції витрат у дворівневому програмуванні.* Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. № 4. С. 147–152.
  25. Горбачук В.М., Зеленюк В.І. 2004. *Фактори економічного зростання в Україні та сусідніх державах.* Київ: American Councils; Альтерпрес. С. 168–173.
  26. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E.L. 1978. *Measuring the efficiency of decision making units*. European journal of operational research. 2(6). P. 429–444.

27. Cook W.D., Seiford L.M. 2009. *Data envelopment analysis (DEA) – thirty years on*. European journal of operational research. 192(1). P. 1–17.
28. Thompson, L.H. 1983. *The social security reform debate*. Journal of economic literature. 21. P. 1425–1467.
29. Samuelson P.A. 1975. *Optimum social security in a life-cycle growth model*. International economic review. 16. P. 539–544.
30. Aaron H. 1966. *The social insurance paradox*. Canadian journal of economics and political science. 32. P. 371–374.
31. Diamond P.A. 1965. *National debt in a neo-classical growth model*. American economic review. 55. P. 1126–1150.
32. Горбачук В.М. 1999. *Проблеми та методи моделювання економічного росту*. Препр. 99-1. К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України. С. 24.
33. Горбачук В.М., Гаркуша Н.І. 2013. *Втрата ефективності в рівновагах Неша*. Математичне моделювання в економіці. 3. С. 79–89.
34. Горбачук В.М. 2004. *Застосування системного аналізу для моделювання економічного зростання у перехідній економіці: коментар*. Factors of economic growth in Ukraine and neighboring countries. W.Gorbachuk, V.Zelenyuk (eds.) Kyiv: American Councils; Альтерпрес. С. 17–18.
35. Горбачук В.М., Гудима А.В. 2012. *Регіональний перерозподіл за централізації та децентралізації*. Науковий вісник Чернівецького університету. Економіка. С. 179–184.
36. Горбачук В.М. 2016. *Олігополістичні рівноваги Курно–Неша–Вальраса*. Комп'ютерна математика. № 2. С. 58–65.
37. Xu C. 2011. *The fundamental institutions of China's reforms and development*. Journal of economic literature. 49(4). P. 1076–1151.
38. Qian Y. 2017. *How reform worked in China*. Cambridge, MA: MIT Press.

39. Barro R. 1990. *Government spending in a simple model of endogeneous growth*. Journal of political economy. 98 (5, Part 2). P. S103–S125.
40. Горбачук В.М. 1999. *Проблеми та методи моделювання економічного росту*. Препр. 99-1. К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України. 24 с.
41. Gorbachuk V.M. 1999. *Dynamics of capital, discount rate and output according to the levels of taxation and budget overbalance*. Journal of Automation and Information Sciences. № 11. P. 118–121.
42. Горбачук В.М. 2001. *До бюджетно-податкової політики економічного росту. Загублене десятиріччя ... та прийдешній бум? Проблеми українського економічного зростання*. – К.: IREX. – С. 37-44.
43. Кнопов П.С., Горбачук В.М., Кирилюк В.С., Атоєв К.Л., Дунаєвський М.С., Сирку А.А. 2018. *Інтелектуальні засоби поквартального оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту у 2017–2018 рр. на прикладі Київщини*. Штучний інтелект. 3. С. 111–125.
44. Горбачук В.М., Колесник Ю.С., Дунаєвський М.С. 2018. *Втрати агрегованої ефективності при досягненні міжрегіональної рівності*. Економіка та суспільство. Вип. 18. С. 1077–1086.
45. Горбачук В.М., Кирилюк В.С., Неботов П.Г. 2018. *Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Дніпропетровщини у 2017–2018 рр.* Східна Європа: економіка, бізнес та управління. Вип. 5 (16). С. 275–288.
46. Li H., Zhou L.-A. 2005. *Political turnover and economic performance: the incentive role of personnel control in China*. Journal of public economics. 89 (9-10). P. 1743–1762.
47. Holmstrom B. 1979. *Design of incentive schemes and the new Soviet incentive model*. Evanston, IL: J.L.Kellogg Graduate School of Management, Northwestern University. 39 p. (Discussion Paper 456).

48. Holmstrom B. 1982. *Managerial incentive problems: a dynamic perspective*. Essays in economics and management in honor of Lars Wahlbeck. Helsinki: Swedish School of Economics.
49. Xiong W. 2019. *The mandarin model of growth*. Princeton, NJ: Princeton University. P. 44.
50. Maskin E., Qian Y., Xu C. 2000. Incentives, information, and organizational form. *Review of economic studies*. 67 (2). P. 359–378.
51. Stein J. 1989. Efficient capital markets, inefficient firms: a model of myopic corporate behavior. *Quarterly journal of economics*. 104(4). P. 655–669.
52. Huizinga H., Laeven L. 2008. *International profit shifting within multinationals: a multi-country perspective*. *Journal of Public Economics*. Vol. 92. I. 5-6. P. 1164–1182.
53. Hindriks J., Peralta S., Weber S. 2014. *Local Taxation of Global Corporation: a Simple Solution*. *Annals of economics and statistics*. – January-June. – P. 113–114.
54. Bucovetsky S. 1991. *Asymmetric tax competition*. *Journal of urban economics*. Vol. 30. I. 2. P. 167–181.
55. Wilson J.D. 1991. *Tax Competition with Interregional Differences in Factor Endowments*. *Regional science and urban economics*. Vol. 21. I. 3. P. 423–451.
56. Baldwin R., Krugman P. 2004. *Agglomeration, integration and tax harmonization*. *European economic review*. Vol. 48(1). P. 1–23.
57. Corchón L.C. 2007. *The theory of contests: a survey*. *Review of economic design*. 11(2). P. 69–100.
58. Corchón L.C., Serena M. 2018. *Contest theory: a survey*. *Handbook of game theory and industrial organization*. V. II. L.C.Corchon, M.A.Marini (eds.) Edward Elgar. P. 125 – 146.
59. Горбачук В.М., Макаренко О.С. 2017. *Особливості прийняття рішень людиною*. Системні дослідження та інформаційні технології. № 3. С. 73–87.

60. Горбачук В.М. 2000. *Макроекономічні методи: теорії та застосування*. К.: Кий. С. 271.
61. Горбачук В.М. 2003. *Фінансові рішення*. К.: Альтерпрес. С. 176.
62. Горбачук В.М., Єрмольєв Ю.М., Єрмольєва Т.Ю. 2016. *Двоетапна модель еколого-економічних рішень*. Вісник Одеського національного університету. Економіка. Т. 21. Вип. 9. С. 142 – 147.
63. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. 2019. *До розробки сучасних конкурсів*. Теорія прийняття рішень. Ужгород: УжНУ. С. 15–16.
64. Горбачук В.М., Єрмоленко Л.І., Сулейманов С.-Б., Кирилов І.М. 2018. *Показники соціального капіталу для чисельного міжрегіонального аналізу*. Глушковські читання. Історія, сьогодення та перспективи розвитку інформаційних технологій в Україні та світі. К.: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського». С. 38–40.
65. Ermoliev Yu., Ermolieva T., Kahil T., Obersteiner M., Gorbachuk V., Knopov P. 2019. *Stochastic optimization models for risk-based reservoir management*. Cybernetics and Systems Analysis. 55(1). P. 55–64.
66. Горбачук В.М., Єрмольєв Ю.М., Єрмольєва Т.Ю., Дунаєвський М.С. 2019. *Застосування квантильної регресії для оцінювання еколого-економічних ризиків*. Обчислювальний інтелект. Ужгород: УжНУ. С. 188–189.
67. Bekesiene S., Mashchenko S. 2023. *On Nash Equilibria in a Finite Game for Fuzzy Sets of Strategies*. Mathematics, MDPI. Vol. 11(22). P. 1–12.
68. Сергієнко І.В., Гупал А.М. 2002. *Індуктивна математика*. Вісник НАН України. № 5. С. 19–25.
69. Yildizparlak A. 2017. *An application of contest success functions for draws on European soccer*. Journal of sports economics. 19(8). P. 1191–1212.
70. Jia H. 2008. *A stochastic derivation of the ratio form of contest success functions*. Public choice. 135(3). P. 125–130.

71. Горбачук В.М. 2010. *Методи індустріальної організації. Кейси та вправи*. Економіка та організація виробництва. Економічна кібернетика. Економіка підприємства. К.: А.С.К. С. 224.
72. Kahneman D., Tversky A. 1979. *Prospect theory: an analysis of decision under risk*. *Econometrica*. 47(2). P. 263–292.
73. Dagan N., Volij O. 1993. *The bankruptcy problem: a cooperative bargaining approach*. *Mathematical social sciences*. 26(3). P. 287–297.
74. Skaperdas S., Vaidya S. 2012. *Persuasion as a contest*. *Economic theory*. 51(2). P. 465–486.
75. Chowdhury S.M., Sheremeta R.M. 2011. *Multiple equilibria in Tullock contests*. *Economics letters*. 112(2). P. 216–219.
76. Rabar F. 1979. *Local problems in a global system*. Food and Agriculture Program's Newsletter. 3.
77. Parikh K.S. 1977. *A framework for an agricultural policy model for India*. – Laxenburg, Austria: IIASA. RM-77-59.
78. Csaki C. 1979. *Second version of the Hungarian Agricultural Model*. – Laxenburg, Austria: IIASA. WP-79-71.
79. Keyzer M.A. 1980. *An outline of IIASA's Food and Agriculture Model*. – Laxenburg, Austria: IIASA. WP-80-9.
80. Fischer G., Froberg K. 1980. *Simplified national models*. – Laxenburg, Austria: IIASA. WP-80-56.
81. Goth W., Selten R. 1981. *Strategic aspects of IIASA's Food and Agriculture Model*. Laxenburg, Austria: IIASA. WP-81-9. P. 20.
82. Горбачук В.М. 1990. *Методы реализации системы взаимосвязанных аграрных моделей стран мира (BLS)*. Моделирование плановых расчетов и диалоговая оптимизация. К.: Знание. С. 35–36.
83. Горбачук В.М., Лещенко Л.Л. 1991. *Методы интеграции экономических моделей государств в компьютерную систему BLS взаимосвязанных аграрных моделей стран мира*. Применение вычислительной техники и математических методов в научных и

- економічних дослідженнях. К.: Знання. С. 91.
84. Горбачук В.М. 1991. *Линейные модели торговли*. Моделирование и оптимизация. К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова АН Украины. С. 3–8.
  85. Єрмольєв Ю.М., Гайворонський О.О., Горбачук В.М., Єрмольєва Т.Ю., Кнопов П.С. 2017. *Модельовання еколого-економічних взаємозалежностей на державному, міждержавному та глобальному рівнях*. Сучасна інформатика: проблеми, досягнення та перспективи розвитку. К.: Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України. С. 61–63.
  86. Горбачук В.М. 1991. *Линейные модели торговли*. Моделирование и оптимизация. К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова АН Украины. С. 3–8.
  87. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E.L. 1978. *Measuring the efficiency of decision making units*. European journal of operational research. 2(6). P. 429–444.
  88. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E.L. 1981. *Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program follow through*. Management science. 27(6). P. 668–697.
  89. Charnes A., Cooper W.W. 1962. *Programming with linear fractional functionals*. Naval research logistics quarterly. 9(3–4). P. 181–185.
  90. Charnes A., Cooper W.W., Thrall R.M. 1986. *Classifying and characterizing inefficiencies in data envelopment analysis*. Operations research letters. 5(3). P. 105–110.
  91. 65. Charnes A., Cooper W.W., Thrall R.M. 1991. *A structure for classifying and characterizing efficiencies and inefficiencies in DEA*. Journal of productivity analysis. 2(3). P. 197–237.
  92. Banker R.D., Charnes A., Cooper W.W. 1984. *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis*. Management science. 30(9). P. 1078–1092.

93. Banker R.D. 1984. *Estimating most productive scale size using data envelopment analysis*. European journal of operational research. 17(1). P. 35–44.
94. Fare R.S., Grosskopf S., Lovell C.A.K. 1994. *Production frontiers*. Cambridge University Press.
95. Zhu J., Shen H.Z. 1995. *A discussion of testing DMUs' returns to scale*. European journal of operational research. 81(3). P. 590–596.
96. 70. Seiford L.M., Zhu J. 1997. *An investigation of returns to scale in data envelopment analysis*. OMEGA. 27(1). P. 1–11.
97. Charnes A., Cooper W.W., Golany B., Seiford L.M., Stutz J. 1985. *Foundations of data envelopment analysis and Pareto–Koopmans empirical production functions*. Journal of econometrics. 30(1–2). P. 91–107.
98. Russell R.R. 1988. Measures of technical efficiency // Journal of economic theory. – 35(1). – P. 109–126.
99. Sueyoshi T. 1990. *A special algorithm for the additive model in DEA*. Journal of the Operational Research Society. 41(3). P. 249–257.
100. Chang Y., Sueyoshi T. 1991. *An interactive application of DEA in microcomputers*. Computer science in economics and management. 4(1). P. 51–64.
101. Green R.H., Cook W.D., Doyle J. 1997. A note on the additive data envelopment analysis model // Journal of the Operational Research Society. – 48(4). – P. 446–448.
102. Tone K. 2001. *A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis*. European journal of operational research. 130(3). P. 498–509.
103. Fare R.S., Lovell C.A.K. 1978. *Measuring the technical efficiency of production*. Journal of economic theory. 19(1). P. 150–162.
104. Pastor J.T., Ruiz J.L., Sirvent I. 1999. *An enhanced DEA Russell graph efficiency measure*. European journal of operational research. 115(3). P. 596–607.

105. Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K. 2006. *Introduction to data envelopment analysis and its uses*. Springer.
106. Cooper W.W., Park K., Pastor J.T. 1999. *RAM: Range adjusted measure of inefficiency for use with additive models and relations to other models and measures in DEA*. Journal of productivity analysis. 11(1). P. 5–42.
107. Cooper W.W., Li S., Seiford L.M., Tone K., Thrall R.M., Zhu J. 2001. *Sensitivity and stability analysis in DEA: some recent developments*. Journal of productivity analysis. 15(3). P. 217–246.
108. Portela M., Borges P.C., Thanassoulis E. 2003. *Finding closest targets in non-oriented DEA models: the case of convex and non-convex technologies*. Journal of productivity analysis. 19(2). P. 251–269.
109. Portela M., Thanassoulis E. 2007. *Developing a decomposable measure of profit efficiency using DEA*. Journal of the Operational Research Society. 58(4). P. 481–490.
110. Seiford L.M., Zhu J. 1999. *Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks*. Management science. 45(9). P. 1270–1288.
111. Chen Y., Zhu J. 2004. *Measuring information technology's indirect impact on firm performance*. Information technology & management journal. 5(1–2). P. 9–22.
112. Zhu J. 2003. *Quantitative models for performance evaluation and benchmarking: data envelopment analysis with spreadsheets*. Kluwer Academic Publishers.
113. Liang L.F., Yang F., Cook W.D., Zhu J. 2006. *DEA models for supply chain efficiency evaluation*. Annals of operations research. 145(1). P. 35–49.
114. Cook W.D., Hababou M., Tuenter H. 2000. *Multi-component efficiency measurement and shared inputs in data envelopment analysis: an application to sales and service performance in bank branches*. Journal of productivity analysis. 14. P. 209–224.
115. Kirilyuk V.S., Norkin V.I., Domrachev V.N. 2002. A Nonparametric

- index approach for estimating subjects of financial market by profitability-risk criterion by example of commercial banks. *Journal of Automation and Information Sciences*. 34(12). P. 36–45.
116. Cook W.D., Chai D., Doyle J., Green R.H. 1998. *Hierarchies and groups in DEA*. *Journal of productivity analysis*. 10. P. 177–198.
117. Cook W.D., Green R.H. 2005. *Evaluating power plant efficiency: a hierarchical model*. *Computers and operations research*. 32. P. 813–823.
118. Cook W.D., Roll Y., Kazakov A. 1990. *A DEA model for measuring the relative efficiency of highway maintenance patrols*. *INFOR*. 28. P. 113–124.
119. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. 2017. *Основи аналізу охоплення даних*. Вісник Одеського національного університету. Економіка. Т. 22. Вип. 1 (54). С. 178–182.
120. Dyson R.G., Thanassoulis E. 1988. *Reducing weight flexibility in DEA*. *Journal of Operational Research Society*. 39(6). P. 563–576.
121. Roll Y., Cook W.D., Golany B. 1991. *Controlling factor weights in data envelopment analysis*. *IIIE transactions*. 23. P. 2–9.
122. Thompson R.G., Dharmapala S., Thrall R.M. 1995. *Linked-cone DEA profit ratios and technical inefficiencies with applications to Illinois coal mines*. *International journal of production economics*. 39. P. 99–115.
123. Thompson R.G., Singleton Jr. F.D., Thrall R.M., Smith B.A. 1986. *Comparative site evaluations for locating a high-energy physics lab in Texas*. *Interfaces*. 16. P. 35–49.
124. Thompson R.G., Langemeir L.N., Lee C., Lee E., Thrall R.M. 1990. *The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming*. *Journal of econometrics*. 46. P. 93–108.
125. Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K. 2006. *Introduction to data envelopment analysis and its uses*. Springer.
126. Allen R., Athanassopoulos A., Dyson R.G., Thanassoulis E. 1997. *Weights restrictions and value judgments in data envelopment analysis: evolution,*

- development and future directions*. Annals of operations research. 73. P. 13–34.
127. Thanassoulis E., Allen R. 1998. *Simulating weights restrictions in data envelopment analysis by means of unobserved DMUs*. Management science. 44(4). P. 586–594.
  128. Cook W.D., Zhu J. 2008. *CAR-DEA: context dependent assurance regions in DEA*. Operations research. 56(1). P. 69–78.
  129. Cook W.D., Zhu J. 2007. *Classifying inputs and outputs in data envelopment analysis*. European journal of operational research. 180(2). P. 692–699.
  130. Bessent A., Bessent W., Elam J., Clark T. 1988. *Efficiency frontier determination by constrained facet analysis*. Journal of Operational Research Society. 36. P. 785–796.
  131. Lang P., Yolalan O.R., Kettani O. 1995. *Controlled envelopment by face extension in DEA*. Journal of Operational Research Society. 46(4). P. 473–491.
  132. Green R., Doyle J., Cook W.D. 1996. *Efficiency bounds in data envelopment analysis*. European journal of operational research. 89. P. 482–490.
  133. Olesen O.B., Petersen N.C. 1996. *Indicators of ill-conditioned data sets and model misspecification in data envelopment analysis: an extended facet approach*. Management science. 42(2). P. 205–219.
  134. Golany B., Roll Y. 1994. *Incorporating standards via data envelopment analysis*. *Data envelopment analysis: theory, methodology and applications*. A.Charnes, W.W.Cooper, A.Lewin, L.Seiford (eds.) – Boston, MA: Kluwer Academic. P. 313–328.
  135. Cook W.D., Zhu J. 2005. *Building performance standards into DEA structures*. IIE transactions. 37. P. 267–275.
  136. Banker R.D., Morey R. 1986. *Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs*. Operations research. 34(4). P. 513–521.

137. Ruggiero J. 1996. *On the measurement of technical efficiency in the public sector*. European journal of operational research. 90. P. 553–565.
138. Syrjanen M.J. 2004. *Non-discretionary and discretionary factors and scale in data envelopment analysis*. European journal of operational research. 158. P. 20–33.
139. Muniz M., Paradi J., Ruggiero J., Yang Z.J. 2006. *Evaluating alternative DEA models used to control for non-discretionary inputs*. Computers & operations research. 33. P. 1173–1183.
140. Ruggiero J. 1998. *Non-discretionary inputs in data envelopment analysis*. European journal of operational Research. 111. P. 461–469.
141. Ruggiero J. 2007. *Non-discretionary inputs*. Modeling data irregularities and structural complexities in data envelopment analysis. J.Zhu, W.D.Cook (eds.) Springer Science Series.
142. Горбачук В.М., Кулик В.В., Пілявський А.І., Сулейманов С.-Б. 2017. *Комп'ютерний аналіз ефективності виробництва товарів і послуг у районах столиці України за 2016 р.* Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи). К.: КНУ імені Т.Шевченка. С. 26–29.
143. Banker R.D., Morey E.C. 1986. *The use of categorical variables in data envelopment analysis*. Management science. 32(12). P. 1613–1627.
144. Kamakura W.A. 1988. *A note on the use of categorical variables in data envelopment analysis*. Management science. 34(10). P. 1273–1276.
145. Rousseau J.J., Semple J.H. 1993. *Categorical outputs in data envelopment analysis*. Management science. 39(3). P. 384–386.
146. Cook W.D., Kress M., Seiford L.M. 1993. *On the use of ordinal data in data envelopment analysis*. Journal of the Operational Research Society. 44. P. 133–140.
147. Cook W.D., Kress M., Seiford L.M. 1996. *Data envelopment analysis in the presence of both quantitative and qualitative factors* // Journal of the Operational Research Society. – 47. – P. 945–953.

148. Cooper W.W., Park K.S., Yu G. 1999. *IDEA and AR-IDEA: models for dealing with imprecise data in DEA* // Management science. – 45. – P. 597–607.
149. Zhu J. 2003. *Imprecise data envelopment analysis (IDEA): a review and improvement with an application*. European journal of operational research. 144. P. 513–529.
150. Cook W.D., Zhu J. 2006. *Rank order data in DEA: a general framework*. European journal of operational research. 174. P. 1021–1038.
151. Scheel H. 2001. *Undesirable outputs in efficiency valuations*. European journal of operational research. 132. P. 400–410.
152. Seiford L., Zhu J. 2002. *Modelling undesirable factors in efficiency evaluation*. European journal of operational research. 142. P. 16–20.
153. Fare R., Grosskopf S. 2004. *Modelling undesirable factors in efficiency evaluation: comment*. European journal of operational research. 157. P. 242–245.
154. Hua Z., Bin Y. 2007. *DEA with undesirable factors*. Modeling data irregularities and structural complexities in data envelopment analysis. J.Zhu, W.D.Cook (eds.). Springer Science Series.
155. Cook W.D., Seiford L.M. 2009. *Data envelopment analysis (DEA) – thirty years on*. European journal of operational research. 192(1). P. 1–17.
156. Kahneman D., Tversky A. 1977. *Intuitive prediction: biases and corrective procedures*. Technical report RTR-1042-77-6. Eugene, OR: Decision Research; A Branch of Perceptronics. Arlington, VA: Office of Naval Research; DARPA. P. 44.
157. Stael von Holstein C.A.S. 1972. *Probabilistic forecasting: an experiment related to the stock market*. Organizational behavior and human performance. 8. P. 139–158.
158. Kidd J.B. 1970. *The utilization of subjective probabilities in production planning*. Acta psychologica. 34. P. 338–347.

159. Brown R.V., Kahr A.S., Peterson C. 1974. *Decision analysis for the manager*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
160. Zieve L. 1966. *Misinterpretation and abuse of laboratory tests by clinicians*. Annals of N.Y. Academy of Science. 134. P. 563–572.
161. Levenchuk L.B., Tymoshchuk O.L., Guskova V.H., Bidyuk P.I. 2023. *Uncertainties in data processing, forecasting and decision making*. Системні дослідження та інформаційні технології: міжнародний науково-технічний журнал. № 3. С. 66–80.
162. Bidyuk P.I., Kuznietsova N.V., Trofymchuk O.M., Terentiev O.M., Levenchuk L.B. 2021. *Bayesian modelling of risks of various origin*. Journal KPI Science News. Issue 4. P. 7–18.
163. Bidyuk P.I., Korshevnyuk L.O., Gozhyi A.P., Kalinina I.O., Prosyankina-Zharova T.I., Terentiev O.M. 2019. Modeling and forecasting financial and economic processes with decision support system. KPI Science News Issue 5–6. P. 7–17.
164. Slovic P., Fischhoff B., Lichtenstein, S.C. 1977. *Behavioral decision theory*. Annual review of psychology. 28. P. 1–39.
165. Tversky A., Kahneman D. 1974. *Judgment under uncertainty: heuristics and biases*. Science. 185(4157). P. 1124–1131.
166. Kahneman D., Tversky A. 1973. *On the psychology of prediction*. Psychological review. 80. P. 237–251.
167. Tversky A., Kahneman D. 1977. *Causal thinking in judgment under uncertainty*. Basic problems in methodology and linguistics. R. Butts, J. Hintikka (eds.) Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Co. P. 167–190.
168. Bar-Hillel M. 1973. *On the subjective probability of compound events*. Organizational behavior and human performance. 9. P. 396–406.
169. Deprins L., Simar L., Tulkens H. 1984. *Measuring labor efficiency in post offices*. The performance of public enterprises: concepts and measurement.

- M.Marchand, P.Pestieau, H.Tulkens (eds.) Amsterdam: North Holland. P. 243–267.
170. Tulkens H. 1993. *On FDH efficiency analysis: some methodological issues and applications to retail banking, courts and urban transit*. Journal of productivity analysis. 4. P. 183–210.
171. Thrall R.M. 1999. *What is the economic meaning of FDH?* Journal of productivity analysis. 11. P. 243–250.
172. Cherchye L., Kuosmanen T., Post T. 2000. *What is the economic meaning of FDH? A reply to Thrall*. Journal of productivity analysis. 13. P. 263–267.
173. Green R., Cook W.D. 2004. *A free disposal hull approach to efficiency measurement*. Journal of the Operational Research Society. 55. P. 1059–1063.
174. Sexton T.R., Silkman R.H., Hogan A.J. 1986. *Data envelopment analysis: critique and extensions*. Measuring efficiency: an assessment of data envelopment analysis. Vol. 32. R.H.Silkman (ed.) – Jossey-Bass, CA: San Francisco. – P. 73–105.
175. Doyle J., Green R. 1994. *Efficiency and cross efficiency in DEA: derivations, meanings and the uses*. Journal of the Operational Research Society. 45(5). P. 567–578.
176. Anderson T.R., Hollingsworth K.B., Inman L.B. 2002. *The fixed weighting nature of a cross-evaluation model*. Journal of productivity analysis. 18(1). P. 249–255.
177. Oral M., Kettani O., Lang P. 1991. *A methodology for collective evaluation and selection of industrial R&D project*. Management science. 37(7). P. 871–883.
178. Doyle J., Green R., Cook W.D. 1996. *Preference voting and project ranking using DEA and cross-evaluation*. European journal of operational research. 90. P. 461–472.

179. Liang L.F., Wu J., Cook W.D., Zhu J. 2008. *The DEA cross efficiency model and its Nash equilibrium*. Operations research. 56(5). P. 1278–1288.
180. Aparicio J., Ruiz J., Sirvent I. 2007. *Closest targets and minimum distance to the Pareto-efficient frontier in DEA*. Journal of productivity analysis. 28. P. 209–218.
181. Frei F., Harker P. 1999. *Projections onto efficient frontiers: theoretical and computational extensions to DEA*. Journal of productivity analysis. 11. P. 275–300.
182. Charnes A., Neralic L. 1992. Sensitivity analysis in data envelopment analysis. Glasnik matemacki. 27. P. 191–201.
183. Charnes A., Rousseau J., Semple J. 1996. Sensitivity and stability of efficiency classifications in data envelopment analysis. Journal of productivity analysis. 7. P. 5–18.
184. Briec W. 1999. *Holder distance function and measurement of technical efficiency*. Journal of productivity analysis. 11(2). P. 111–131.
185. Gonzalez E., Alvarez A. 2001. *From efficiency measurement to efficiency improvement: the choice of relevant benchmarks*. European journal of operational research. 133. P. 512–520.
186. Cherchye L., Van Puyenbroeck T. 2001. *A comment on multistage DEA methodology*. Operational research letters. 28(2). P. 143–149.
187. Ali A.I., Seiford L.M. 1990. *Translation invariance in data envelopment analysis*. Operations research letters. 9. P. 403–405.
188. Thrall R.M. 1996. *The lack of invariance of optimal dual solutions under translation*. Annals of operations research. 66. P. 103–108.
189. Pastor J.T. 1996. *Translation invariance in DEA: a generalization // Annals of operations research*. 66. P. 93–102.
190. Lovell C.A.K., Walters L., Wood L. 1994. *Stratified models of education production using modified DEA and regression analysis*. Data envelopment analysis: theory, methodology and applications. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.

191. Ahn T., Seiford L.M. 1993. *Sensitivity of DEA results to models and variable sets in a hypothesis test setting: the efficiency of university operations*. Creative and innovative approaches to the science of management. Y. Ijiri (ed.) New York: Quorum Books.
192. Корнеєв В.В. 2002. *Інституційні орієнтири ринкових перетворень*. Економіка і прогнозування. № 3. С. 82–90.
193. Винников В.В. 2010. *Речной транспорт Украины как фактор развития Причерноморья и Придунавья в системе международных транспортных коридоров*. Вісник економіки і транспорту промисловості. № 30. С. 18–22.
194. Горник В.Г. 2011. *Оцінка ролі та місця України у міжнародних економічних відносинах*. Економіка та держава. № 3. С. 125–127.
195. Cazan I. 2017. *The Danube – Black Sea canal: between geography and politics (the 1850's)*. The Balcans. 5 (1). P. 47–54.
196. Ermoliev Y., Ermolieva T., Höglund Isaksson L., Winiwarter W., Gorbachuk V., Knopov P. 2019. *Robust decision support system for the integrated Tisza river basin nutrients management under climatic change and extreme precipitation events*. Теорія прийняття рішень. Ужгород: УжНУ. С. 51–52.
197. Горбачук В.М., Єрмольєв Ю.М., Єрмольєва Т.Ю. 2019. *До інтегрованого менеджменту верхньої Росії*. Приазовський економічний вісник, 6 (17). С. 390–400.
198. Haidvogel H., Winiwarter V., Brumat S. 2019. *Natural history of the Danube region*. Danube: Future Interdisciplinary School – Proceedings 2017. C.Hanus, G.Steiner (eds.). Donau-Universität Krems. P. 42–53.
199. Arrow K., Debreu G. 1954. *The existence of an equilibrium for a competitive economy*. Econometrica. 22 (3). P. 265–290.
200. Savenije H.H. 2002. *Why water is not an ordinary economic good, or why the girl is special*. Physics and chemistry of the Earth. 27 (11–22). P. 741–744.

201. Kahil M.T., Dinar A., Albiac J. 2015. *Modeling water scarcity and droughts for policy adaptation to climate change in arid and semiarid regions*. Journal of hydrology. 522. P. 95–109.
202. Berrittella M., Hoekstra A.Y., Rehdanz K., Roson R., Tol R.S. 2007. *The economic impact of restricted water supply: a computable general equilibrium analysis*. Water resources. 41 (8). P. 1799–1813.
203. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Неботов П.Г. 2018. *Алгоритм розрахунку цільової досяжної структури товарного експорту України та її регіонів*. Глобальні та національні проблеми економіки. Випуск 22.
204. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. 2018. *До динамічного розрахунку цільової структури товарного експорту України та її регіонів*. Інфраструктура ринку. Випуск 16. С. 206–215.
205. International trade statistics 2001–2017. <http://www.intracen.org/itc/market-info-tools/trade-statistics/>
206. Додаток до Закону України «Про Митний тариф України» від 19 вересня 2013 року N 584-VII [Електронний ресурс]. Режим доступу: [http://ukurier.gov.ua/media/documents/2013/10/23/2013\\_10\\_23\\_584z.pdf](http://ukurier.gov.ua/media/documents/2013/10/23/2013_10_23_584z.pdf)
207. Статистичний збірник «Регіони України» 2009. Частина II. – К.: Державна служба статистики України, 2009. С. 757.
208. Статистичний збірник «Регіони України» 2011. Частина II. – К.: Державна служба статистики України, 2011. С. 783.
209. Статистичний збірник «Регіони України» 2014. Частина II. – К.: Державна служба статистики України, 2014. С. 724 .
210. Статистичний збірник «Регіони України» 2016. Частина II. – К.: Державна служба статистики України, 2016. С. 692.
211. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. 2018. *Алгоритми охоплення даних для підвищення економічної ефективності й експорту держави та її регіонів*. Інформаційні

- технології та компютерне моделювання. Івано-Франківськ: Прикарпатський національний університет імені В.Стефаника. С. 109–112.
212. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. 2018. *Алгоритми збільшення ефективності та експорту регіонів України*. Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем. К.: Знання України. С. 40–44.
213. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. 2018. *Обчислення цільової досяжної структури товарного експорту Закарпаття* // Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Міжнародні економічні відносини та світове господарство. – Випуск 18. – Ч. 1. – С. 113–124.
214. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. 2018. *Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Одещини у 2017–2018 рр.* Інфраструктура ринку. Вип. 22. С. 269–281.
215. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. 2018. *Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Запоріжчини у 2017–2018 рр.* Приазовський економічний вісник. 4. С. 165–174.
216. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. 2018. *Обчислення оптимальної спеціалізованої експортної структури регіону*. Інформаційно-комп'ютерні технології. – (20 квітня 2018 р., Житомир). Житомир: Житомирський державний технологічний університет.
217. Горбачук В.М. 2016. *На порозі Четвертої промислової революції*. Причорноморські економічні студії. Вип. 8. С. 216–220.
218. Горбачук В.М., Неботов П.Г., Новодережкін В.І. 2017. *Поквартальне оцінювання порівняльної економічної ефективності у містах і районах Запоріжчини за 2016 р.* Економічний розвиток держави,

- регіонів, підприємстві підприємництва: проблеми та перспективи. Запоріжжя: Запорізька державна інженерна академія. С. 178–182.
219. Соціально-економічне становище Одеської області за січень–квітень 2017 року. Одеса: Головне управління статистики в Одеській області, 2017. С. 95.
  220. Соціально-економічне становище Одеської області за січень–липень 2017 року. Одеса: Головне управління статистики в Одеській області, 2017. С. 87.
  221. Соціально-економічне становище Одеської області за січень–жовтень 2017 року. Одеса: Головне управління статистики в Одеській області, 2017. С. 89.
  222. Соціально-економічне становище Одеської області за січень 2018 року. Одеса: Головне управління статистики в Одеській області, 2018. С. 91.
  223. Соціально-економічне становище Одеської області за січень–квітень 2018 року. Одеса: Головне управління статистики в Одеській області, 2018. С. 96.
  224. Dunning T.J. 1860. *Trade's unions and strikes: their philosophy and intention*. London, UK: M.Harley. P. 52.
  225. Соціально-економічне становище Миколаївської області за січень–квітень 2017 року. Миколаїв: Головне управління статистики у Миколаївській області, 2017.
  226. Соціально-економічне становище Миколаївської області за січень–липень 2017 року. Миколаїв: Головне управління статистики у Миколаївській області, 2017.
  227. Соціально-економічне становище Миколаївської області за січень–жовтень 2017 року. Миколаїв: Головне управління статистики у Миколаївській області, 2017.
  228. Соціально-економічне становище Миколаївської області за січень 2018 року. Миколаїв: Головне управління статистики у

- Миколаївській області, 2018.
229. Соціально-економічне становище Миколаївської області за січень–квітень 2018 року. Миколаїв: Головне управління статистики у Миколаївській області, 2018.
230. Регіональна статистика. Режим доступу: [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua)
231. Горбачук В.М., Неботов П.Г., Новодережкін В.І. 2017. *Питання оптимальності змін середньої заробітної плати і капітальних інвестицій районів Полтавщини у 2015–2016 рр.* Інформатика та системні науки. Полтава: Полтавський університет економіки і торгівлі.
232. Горбачук В.М., Неботов П.Г., Новодережкін В.І. 2017б. *Питання оптимальності змін середньої заробітної плати і капітальних інвестицій районів Дніпропетровщини у 2016 р. відносно 2015 р.* Національні особливості та світові тенденції управління та адміністрування на макро-, мезо- і мікрорівнях економіки. Дніпро: Придніпровська державна академія будівництва та архітектури.
233. Pilyavsky A., Staat M. 2008. *Efficiency and productivity change in Ukrainian health care. Journal of productivity analysis.* 29. P. 143–154.
234. Huang B., Jiang B., Li H. 2001. *An integration of GIS, virtual reality and the Internet for visualization, analysis and exploration of spatial data.* International journal of geographical information science. 15 (5). P. 439–456.
235. Atoyev K.L., Bilous M.V., Deineka V.S., Galba E.F., Golodnikov O.M., Gorbachuk V.M., Kiriljuk V.S., Knopov P.S., Pepeljaeva T.V., Rudenko Yu.F., Sergienko I.V., Shestopalov V.M., Zheleznyak M.J. 2013. *Mathematical modelling of food, energy and water resources management under increased uncertainties and risks.* Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments A.G. Zagorodny, Yu.M. Ermoliev (eds.) Kyiv: NAS of Ukraine. P. 195–228.

236. Горбачук В.М. 2016. *Постіндустріальна організація державних замовлень у розвитку AUTODIN, ARPANET, PRNET, NSFNET та Інтернету*. Вісник Одеського національного університету. Економіка. Т. 21. Вип. 8. С. 116–122.
237. Горбачук В.М., Макаренко О.С. 2017. *Нейрофізіологія прийняття рішень людиною*. VII Конгрес Українського товариства нейронаук. К.: Інститут фізіології ім. О.О.Богомольця НАН України. С. 82.

## ДОДАТКИ

### Додаток 1. Список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації

#### Статті у періодичних наукових виданнях, проіндексованих у базах даних Web of Science Core Collection та/або Scopus

1. Gorbachuk V., Dunaievskyi M., Suleimanov S.-B. Modeling of agency problems in complex decentralized systems under information asymmetry. *IEEE Conference on Advanced Trends in Information Theory* (December 18–20, Kyiv, Ukraine). Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2019. P. 449–454.

DOI: 10.1109/ATIT49449.2019.9030498

2. Gorbachuk V.M., Dunaievskyi M.S., Syrku A.A., Suleimanov S.-B. Substantiating the diffusion model of innovation implementation and its application to vaccine propagation. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2022, January. Vol. 58. No. 1. P. 84–94.

DOI: 10.1007/s10559-022-00438-1

#### Статті у наукових виданнях, включених на дату опублікування до переліку наукових фахових видань України за спеціальністю 113

3. Gaivoronski A., Gorbachuk V., Dunaievskyi M., Suleimanov S.-B. Digital platforms to close the information asymmetry gaps. *Problems of Control and Informatics*. 2022. № 6. P. 67–82.

DOI: 10.34229/1028-0979-2022-6-6

4. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О., Симонов Д.І. Моделі прийняття рішень на ринку хмарних послуг. *Кібернетика та комп'ютерні технології*. 2021. № 3. С. 53–64.

DOI: 10.34229/2707-451X.21.3.5

5. Горбачук В.М., Голоцуков Г.В., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Теоретико-ігрові та оптимізаційні моделі і методи підвищення безпеки кіберінфраструктур. *Проблеми керування та*

*інформатики*. 2022. № 2. С. 92–105.

DOI: 10.34229/2786-6505-2022-2-6

6. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Прогнозування ефективності багатокomпонентних обчислювальних систем. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2021. 32. С. 96–100.

DOI: 10.15407/fmmit2021.32.096

7. Горбачук В.М., Шулінок Г.О., Сулейманов С.-Б. Моделювання взаємозв'язків на світовому ринку продовольства. *Теорія оптимальних рішень*. 2018. С. 99–106.

[http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/144978/15-](http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/144978/15-Gorbachuk.pdf?sequence=1)

[Gorbachuk.pdf?sequence=1](http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/144978/15-Gorbachuk.pdf?sequence=1)

8. Горбачук В., Дунаєвський М., Сулейманов С.-Б. Підхід до обчислення рівноважних потоків продукції конкурентних фірм через мережі ланцюгів постачання при ресурсних обмеженнях і ризикованих умовах. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2023. № 36. С. 58–62.

DOI: 10.15407/10.15407/fmmit2023.36.058

9. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Моделі аналізу охоплення нестандартних даних. *Комп'ютерна математика*. 2017. № 1. С. 63–72.

[http://nbuv.gov.ua/UJRN/Koma\\_2017\\_1\\_10](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Koma_2017_1_10)

10. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Вартості досконалої інформації та стохастичного рішення. *Комп'ютерна математика*. 2017. № 2. С. 108–117.

<http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/168462>

11. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Оптимізаційні питання оцінювання щільності на реальних даних. *Штучний інтелект*. 2017. № 3-4. С. 101–110.

<http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/162345>

12. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Податкова конкуренція і кооперація за світові корпорації. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. № 3 (66). Т. 1. С. 45–54.

13.Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Моделювання розширення енергопотужностей за невідомого попиту. *Компьютерная математика*. 2018. № 1. С. 17–26.

<http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/161845>

14.Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Теорія організації конкурсів. *Компьютерная математика*. 2019. № 1. С. 38–48.

<http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/161931>

15.Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Обґрунтування дифузійної моделі впровадження інновацій та її застосування до поширення вакцинацій. *Кібернетика та системний аналіз*. 2022. Т. 58. № 1. С. 98–109.

#### **Розділи у монографіях, виданих у державах ЄС**

16.Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Управління та адміністрування в сфері послуг охорони здоров'я. *Management and administration in the field of services: selected examples*. Т. Pokusa, Т. Nestorenko (eds.) Opole: Academy of Management and Administration, 2020. P. 268–279.

17.Горбачук В.М., Лупей М.І., Дунаєвський М.С. Підходи до резильєнтності критичних інфраструктур. *Science and education for sustainable development*. А. Ostenda, V. Smachylo (eds.) Katowice, Poland: University of Technology, Katowice, 2022. P. 87–95.

18. Gorbachuk V., Lupey M., Suleimanov S.-B. Global decentralized mechanisms of data management. *Digitalization and information society. Selected issues*. А. Ostenda, Т. Nestorenko (eds.) Katowice, Poland: University of Technology, Katowice, 2022. P. 373–385.

19. Gorbachuk V., Dunaievskyi M., Suleimanov S.-B. An interdisciplinary approach to the security of modern energy. *Modern approaches to ensuring sustainable development*. V. Smachylo, O. Nestorenko (eds.) Katowice, Poland: University of Technology, Katowice, 2023. P. 142–149.

**Статті у наукових виданнях, включених на дату опублікування до переліку наукових фахових видань України за іншими спеціальностями**

20. Горбачук В.М., Лупей М.І., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О., Симонов Д.І. До системної інженерії великих даних. *Збірник наукових праць університету кораблебудування імені адмірала Макарова*. 2022. № 2 (489). С. 66–75.
21. Горбачук В.М., Лупей М.І., Ніколенко Д.І., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Процеси генерації цифрових даних та їх застосування. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І.Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2022. Т. 33 (72). № 5. С. 64–72.
22. Gorbachuk V.M., Suleimanov S.-B., Batih L.O. Integrated resilient strategies of renewable power generation and distribution. *Наука і техніка сьогодні*. 2022. № 4 (4). Р. 113–125.
23. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Засади і становлення системної інженерії. *Наука і техніка сьогодні*. 2022. № 8 (8). С. 75–88.
24. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Основи аналізу охоплення даних. *Вісник Одеського національного університету. Економіка*. 2017. Т. 22. Вип. 1 (54). С. 178–182.
25. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Ірраціональність і раціональність у прийнятті рішень. *Економічний вісник Запорізької державної інженерної академії*. 2017. Вип. 2 (08). Ч. 2. С. 132–136
26. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. До динамічного розрахунку цільової структури товарного експорту України та її регіонів. *Інфраструктура ринку*. 2018. Вип. 16. С. 206–215.
27. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Обчислення цільової досяжної структури товарного експорту Закарпаття. *Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Міжнародні економічні відносини та світове господарство*. 2018. Вип. 18. Ч. 1. С. 113–124.
28. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Поквартальне оцінювання економічної ефективності та цільової структури експорту Закарпаття у 2017–2018 рр. *Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Міжнародні економічні відносини та світове господарство*. 2018. Вип. 22. Ч. 1. С. 61–69.

29. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Організація забезпечення громадських і клубних продуктів для рекреації та охорони здоров'я. *Приазовський економічний вісник*. 2018. Вип. 2. С. 156–162.
30. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Запоріжчини у 2017–2018 рр. *Приазовський економічний вісник*. 2018. Вип. 4. С. 165–175.
31. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Одещини у 2017–2018 рр. *Інфраструктура ринку*. 2018. Вип. 22. С. 269–281.
32. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Поквартальне оцінювання економічної ефективності й структури експорту Миколаївщини у 2017–2018 рр. *Інфраструктура ринку*. 2018. Вип. 25. С. 897–909.
33. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Блокчейнові застосування у фінансах. *Інфраструктура ринку*. 2019. Вип. 35. С. 493–499.
34. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Модель зростання децентралізованої економіки з виробничими функціями Кобба–Дугласа. *Східна Європа: економіка, бізнес та управління*. 2019. Вип. 6 (23). С. 738–746.
35. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Інституційні питання розвитку внутрішніх водних шляхів України та сусідніх держав через басейн Дунаю. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Економіка і управління*. 2019. 30 (69). № 6. Ч. 2. С. 121–127.
36. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Аналіз невтлених активів на недосконалих ринках. *Приазовський економічний вісник*. 2020. Вип. 4 (21). С. 110–117.
37. Горбачук В.М., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Механізми прогнозування цін сучасних енергоринків. *Економічний простір*. 2020. № 159. С. 171–177.
38. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. До економічної теорії міжнародних конфліктів. *Економіка та суспільство*. 2022. 38. <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2022-38-1>

39. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Моделювання самопідтримуваних стратегій для урядової фінансової системи, державної банківської системи та інвестиційної системи відновлюваної енергогенерації. *Економічний простір*. 2022. № 179. С. 146–152.

40. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Економічне моделювання міжнародних конфліктів. *Економіка та суспільство*. 2022. 41.

<https://doi.org/10.32782/2524-0072/2022-41-40>

#### **Тези наукових доповідей на конференціях**

41. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Богданов О.В. Двосекторна модель торгівлі мобільним фактором. *Інформаційні технології та взаємодії* (8–10 листопада 2016 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2016. С. 261–262.

42. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б. Цілі й задачі сталого розвитку до 2030 року. *Глобальні соціально-економічні трансформації в XXI столітті* (13 жовтня 2016 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2016.

43. Горбачук В.М., Кнопов П.С., Сулейманов С.-Б., Богданов О.В. Предмети з математичної кібернетики на факультеті математики Массачусетського інституту технологій. *Глушковське читання* (24 листопада 2016 р., Київ). Київ: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2016. С. 59–61.

44. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Економіка кібербезпеки. *Інформаційні технології та взаємодії* (8–10 листопада 2017 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2017. С. 207–208.

45. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Аллахвердієв А. Динаміка індексів виявленої порівняльної переваги Луганщини за групами товарів у 2011–2016 роках. *Глобальні виміри захисту економічної конкуренції*. (27 жовтня 2017 р., Київ). Київ: Центр комплексних досліджень з питань антимонопольної політики, 2017. С. 27–30.

46. Горбачук В.М., Кулик В.В., Пілявський А.І., Сулейманов С.-Б. Комп'ютерний аналіз ефективності виробництва товарів і послуг у районах столиці України за 2016 р. *Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи)* (16–18 травня 2017 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2017.

С. 26–29.

47. Горбачук В.М., Макаренко О.С., Самородов Є.Л., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. До інтегрованих систем візуалізації, аналізу та застосування часово-просторових даних. *Глушковські читання* (13 грудня 2017 р., Київ). Київ: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2017. С. 35–37.

48. Горбачук В.М., Макаренко О.С., Дунаєвський М.С., Новодережкін В.І., Сулейманов С.-Б. Вимірювання економічної ефективності регіонів України за перші квартали 2017 р. *Сучасна інформатика: проблеми, досягнення та перспективи розвитку* (13–15 грудня 2017 р., Київ). Київ: Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України, 2017. С. 258–260.

49. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б. Динамічне оцінювання економічної ефективності у територіально-адміністративних одиницях. *Продуктивна спроможність націй: приклад України* (29 червня 2017 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2017. С. 64–65.

50. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Математичне моделювання міжнародної конкуренції. *Матеріали XIX міжнародної конференції з математичного моделювання, присвяченої 250-річчю з дня народження Жана Батиста Жозефа Фур'є* (17–21 вересня 2018 р., Херсон). Херсон: Херсонський національний технічний університет, 2018. С. 10.

51. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Обчислення оптимальної спеціалізованої експортної структури регіону. *Інформаційно-комп'ютерні технології – 2018* (20 квітня 2018 р., Житомир). Житомир: Житомирський державний технологічний університет, 2018. С. 61–62.

52. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. Особливості державних оборонних замовлень. *Глобальні виміри захисту економічної конкуренції* (28 лютого 2018 р., Київ). Київ: Центр комплексних досліджень з питань антимонопольної політики, 2018. С. 36–39.

53. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Алгоритми охоплення даних для підвищення економічної ефективності й експорту держави та її регіонів. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання* (14–19 травня

2018 р., Івано-Франківськ). Івано-Франківськ: Прикарпатський національний університет імені В.Стефаника, 2018. С. 109–112.

54.Gorbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B. The Golden rule for overlapping generations. *Nonlinear analysis and applications* (April 12, 2018, Kyiv). Kyiv: NTUU «KPI», 2018. P. 24.

55.Dunaievskiy M. Suleimanov S.-B. The target function for economic-ecological system at high risk *Modern Stochastics: Theory and Applications V* (June 1–4, 2021, Kyiv). Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2021. P. 66.

56.Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Алгоритми збільшення ефективності та експорту регіонів України. *Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем* (19–20 квітня 2018 р., Київ). Київ: Знання України, 2018. С. 40–44.

57.Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B. Dynamic assessment of economic efficiency in territorial-administrative units. *Modelare matematica, optimizare si tehnologii informationale* (November 12–16, 2018, Chisinau, Moldova). Chisinau, Moldova: Academia de transporturi, informatica si comunicatii, 2018.

58.Горбачук В.М., Єрмоленко Л.І., Сулейманов С.-Б., Кирилов І.М. Показники соціального капіталу для чисельного міжрегіонального аналізу. *Глушковські читання* (21 листопада 2018 р., Київ). Київ: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2018. С. 37–39.

59.Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. До розв'язання проблеми ефективності й рівності. *Контроль і управління в складних системах* (15–17 жовтня 2018 р., Вінниця). Вінниця: ВНТУ, 2018. С. 61.

60.Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А., Сулейманов С.-Б. До розробки сучасних конкурсів. *Теорія прийняття рішень* (15–20 квітня 2019 р., Ужгород). Ужгород: УжНУ, 2019. С. 15–16.

61.Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. До ефективності торгівлі високотехнологічною продукцією. *Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем* (11–12 квітня 2019 р., Київ). Київ: НаУКМА, 2019. С. 22–24.

62. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Аналіз ланцюгів вартості на основі нових технологій енергонакопичення. *Удосконалювання енергоустановок методами математичного і фізичного моделювання* (8–10 жовтня 2019 р., Харків). Секція 3. Харків: Інститут проблем машинобудування імені А.М.Підгорного НАН України, 2019. С. 20–21.
63. Горбачук В.М., Чумаков Б.М., Сулейманов С.-Б., Сирку А.А. Моделювання механізмів економічного зростання складної системи *Глушковські читання* (29 листопада 2019 р., Київ). Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2019. С. 60–63.
64. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Критерії прийняття рішень в галузі охорони здоров'я. *Контроль і управління в складних системах* (8–10 жовтня 2020 р., Вінниця). Вінниця: ВНТУ, 2020. С. 149–151.
65. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Лідерство в сучасних фінансово-промислових групах. *Китайська цивілізація: традиція та сучасність* (5 листопада 2020 р., Київ). Київ: Інститут сходознавства імені А.Ю.Кримського НАН України, 2020. С. 325–329.
66. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Еволюція мовного середовища в цифрову еру, його розробка та застосування. *III–IV Конгрес сходознавців*. Київ: Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського, 2020. Ч. 2. С. 195–199.
67. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Симонов Д.І., Батіг Л.О. Обчислення рівноважного внеску до мережевої громади. *Actual problems of fundamental science* (June 1–5, 2021, Lutsk). Lutsk: Lesya Ukrainka Volyn National University, 2021. P. 160–163.
68. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Поширення діяльності біржі Nasdaq на пост-радянський простір. *Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем* (21 жовтня 2021 р., Київ). Київ: Науково-навчальний центр «Інноваційна лабораторія» НаУКМА, 2021. С. 18–19.
69. Сулейманов С.-Б. Про властивості децентралізованих економічних систем. *Mathematical Modeling, Optimization and Information Technologies* (November 15–19, 2021, Chisinau (Moldova), Kyiv (Ukraine), Batumi (Georgia)). Chisinau:

Moldova State University; Kyiv: V.M.Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine; Batumi: Batumi Shota Rustaveli State University, 2021. P. 329–332.

70.Gorbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B., Batih L.O. To advanced technologies of modern conflict. *Nonlinear analysis and applications. applications* (April 4–6, 2022, Kyiv, Ukraine). Kyiv: NTUU «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», 2022. P. 23.

71.Горбачук В.М., Бардадим Т.О., Лупей М.І., Ніколенко Д.І., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. До застосування інфраструктурних технологій великих даних для безпечного використання ядерної енергії. *Наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України за підсумками 2021 року (26–30 вересня 2022 р., Київ, Україна)*. Київ: Інститут ядерних досліджень НАН України, 2022. С. 187–188.

72.Горбачук В.М., Бардадим Т.О., Лупей М.І., Ніколенко Д.І., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О., Симонов Д.І. Інноваційні технології великих даних для підвищення безпеки АЕС. *Перспективи впровадження інновацій у атомну енергетику (30 вересня 2022 р., Київ, Україна)*. Київ: Українське ядерне товариство, 2022. С. 15–16.

73.Gaivoronski A., Gorbachuk V., Dunaievskiy M., Suleimanov S.-B. Digital platforms to deal with the information asymmetry problem. *Information Technology and Implementation* (December 01, 2022, Kyiv, Ukraine). V.Snytyuk (ed.). Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2022. P. 44–45.

74.Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Батіг Л.О. Від Ялти до Кримської платформи. *Крим – це Україна: стратегія деокупації та реінтеграції (24 лютого 2023 р., Одеса)*. Одеса: Одеський державний університет внутрішніх справ; Юридика, 2023. С. 37–42.

### ***Відомості про апробацію результатів дисертації***

Результати дисертації обговорювались на міжнародних та вітчизняних науково-практичних конференціях:

«Глобальні соціально-економічні трансформації в ХХІ столітті» (13 жовтня 2016 р., Київ, Україна) [1];

- «Інформаційні технології та взаємодії» (8–10 листопада 2016 р., Київ, Україна) [2];
- «Глушковські читання» (24 листопада 2016 р., Київ, Україна) [3];
- «Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи)» (16–18 травня 2017 р., Київ, Україна) [4];
- «Продуктивна спроможність націй: приклад України» (29 червня 2017 р., Київ, Україна) [5];
- «Штучний інтелект» (17–19 жовтня 2017 р., Київ, Україна) [6];
- «Глобальні виміри захисту економічної конкуренції» (27 жовтня 2017 р., Київ, Україна) [7];
- «Інформаційні технології та взаємодії» (8–10 листопада 2017 р., Київ, Україна) [8];
- «Глушковські читання» (13 грудня 2017 р., Київ, Україна) [9];
- «Сучасна інформатика: проблеми, досягнення та перспективи розвитку» (13–15 грудня 2017 р., Київ, Україна) [10];
- «Глобальні виміри захисту економічної конкуренції» (28 лютого 2018 р., Київ, Україна) [11];
- «Nonlinear analysis and applications» (April 12, 2018, Kyiv, Ukraine) [12];
- «Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем» (19–20 квітня 2018 р., Київ, Україна) [13];
- «Інформаційно-комп'ютерні технології – 2018» (20 квітня 2018 р., Житомир, Україна) [14];
- «Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання» (14–19 травня 2018 р., Івано-Франківськ, Україна) [15];
- «Міжнародна конференція з математичного моделювання, присвячена 250-річчю з дня народження Жана Батиста Жозефа Фур'є» (17–21 вересня 2018 р., Херсон, Україна) [16];
- «Контроль і управління в складних системах» (15–17 жовтня 2018 р., Вінниця, Україна) [17];
- «Modelare matematica, optimizare si tehnologii informationale» (November 12–16, 2018, Chisinau, Moldova) [18];
- «Глушковські читання» (21 листопада 2018 р., Київ, Україна) [19];

- «Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем» (11–12 квітня 2019 р., Київ, Україна) [20];
- «Теорія прийняття рішень» (15—20 квітня 2019 р., Ужгород, Україна) [21];
- «Удосконалювання енергоустановок методами математичного і фізичного моделювання» (8–10 жовтня 2019 р., Харків, Україна) [22];
- «Глушковські читання» (29 листопада 2019 р., Київ, Україна) [23];
- «IEEE Conference on Advanced Trends in Information Theory» (December 18–20, 2019, Kyiv, Ukraine) [24];
- «Контроль і управління в складних системах» (8–10 жовтня 2020 р., Вінниця, Україна) [25];
- «Китайська цивілізація: традиція та сучасність» (5 листопада 2020 р., Київ, Україна) [26];
- «III–IV Конгрес сходовознавців» (23–24 грудня 2020 р., Київ, Україна) [27];
- «Modern Stochastics: Theory and Applications V» (June 1–4, 2021, Kyiv, Ukraine) [28];
- «Actual problems of fundamental science» (June 1–5, 2021, Lutsk, Ukraine) [29];
- «Питання оптимізації обчислень» (21 – 24 вересня 2021 р., Львів, Україна) [30];
- «Інноваційні ідеї в економічній науці: пошуки вирішення сучасних проблем» (21 жовтня 2021 р, Київ, Україна) [31];
- «Mathematical Modeling, Optimization and Information Technologies» (November 15–19, 2021, Chisinau (Moldova), Kyiv (Ukraine), Batumi (Georgia)) [32];
- «Nonlinear analysis and applications» (April 4–6, 2022, Kyiv, Ukraine) [33];
- «Наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України за підсумками 2021 року» (26–30 вересня 2022 р., Київ, Україна) [34];
- «Перспективи впровадження інновацій у атомну енергетику» (30 вересня 2022 р., Київ, Україна) [35];
- «Information Technology and Implementation» (December 01, 2022, Kyiv, Ukraine) [36];
- «Крим – це Україна: стратегія деокупації та реінтеграції» (24 лютого 2023 р., Одеса, Україна) [37].

## ДОДАТОК 2. Таблиці до розділу 4: 4.1-4.49

Таблиця 4.1. Світовий експорт  $E_t^k$  (млрд. дол.) за групами  $k=0, \dots, 99$ ,  $t=2006, \dots, 2016$ 

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$M^k$	$R^k$
0	11953	13777	15973	12317	15065	18073	18347	<b>18852</b>	18841	16407	15913	18852	84
85	1634	1807	1918	1604	1962	2132	2167	2309	<b>2377</b>	2306	2309	2377	97
84	1575	1792	1947	1509	1795	2059	2066	2086	<b>2144</b>	1922	1881	2144	88
27	1740	1910	2828	1765	2329	3243	<b>3360</b>	3267	3025	1815	1488	3360	44
87	1008	1183	1240	848	1085	1274	1307	1353	<b>1394</b>	1321	1349	1394	97
71	244	292	370	325	439	635	777	<b>863</b>	708	631	653	863	76
39	386	446	479	391	484	564	569	602	<b>621</b>	552	545	621	88
90	372	397	440	396	476	530	553	562	<b>573</b>	541	534	573	93
30	288	342	399	420	444	459	469	489	<b>512</b>	496	494	512	96
99	256	394	409	256	305	313	305	327	372	401	<b>418</b>	418	100
29	298	343	368	306	369	439	445	<b>450</b>	433	369	346	450	77
88	174	184	211	213	222	250	287	313	322	<b>332</b>	330	332	99
72	329	423	<b>520</b>	275	387	477	425	396	412	326	300	520	58
73	209	256	308	227	247	301	306	312	319	280	259	319	81
94	138	162	177	146	167	191	211	229	<b>243</b>	238	233	243	96
61	145	172	178	159	179	209	211	231	<b>239</b>	221	218	239	91
62	158	170	182	157	169	198	193	208	<b>233</b>	219	217	233	93
38	107	125	154	128	152	183	178	184	<b>192</b>	170	172	192	89
40	119	139	157	124	169	<b>231</b>	221	208	193	167	163	231	70
26	96	121	144	117	193	<b>258</b>	231	245	221	156	158	258	61
76	138	157	164	113	147	<b>174</b>	158	162	172	162	156	174	90
48	148	166	179	153	170	<b>189</b>	167	173	174	157	153	189	81
64	74	83	92	82	97	114	118	129	<b>142</b>	134	135	142	95
44	111	124	118	91	106	119	119	132	<b>139</b>	125	128	139	92
89	92	107	148	147	173	<b>192</b>	158	147	139	136	123	192	64
74	136	150	148	106	159	<b>185</b>	172	165	155	129	118	185	64
33	66	77	87	79	89	103	105	113	<b>118</b>	111	116	118	99
2	68	79	98	88	97	117	117	124	<b>131</b>	114	113	131	86
3	63	67	72	70	82	96	96	104	<b>112</b>	101	109	112	97
8	53	61	71	67	76	87	90	99	105	103	<b>108</b>	108	100
22	68	81	91	80	87	104	108	<b>114</b>	113	105	107	114	94
28	82	96	128	85	115	<b>140</b>	129	126	121	110	98	140	70
10	50	72	105	78	85	117	120	<b>123</b>	120	104	96	123	78
95	69	84	<b>98</b>	82	84	92	90	89	92	93	94	98	97
12	32	43	64	59	68	82	94	<b>101</b>	100	88	89	101	89
15	45	61	90	66	81	<b>111</b>	106	99	97	86	87	111	78
32	57	64	68	58	70	81	79	82	<b>83</b>	74	73	83	88
42	39	44	50	43	52	66	69	75	<b>76</b>	74	73	76	95
4	47	61	72	59	70	84	82	94	<b>98</b>	75	72	98	74
7	38	45	49	49	56	62	59	66	66	66	<b>70</b>	70	100
70	53	60	65	54	63	72	72	<b>75</b>	74	68	69	75	92
23	32	40	53	51	56	65	73	81	<b>82</b>	72	69	82	83

Таблиця 4.2. Світовий експорт  $E_t^k$  (млрд. дол.) за групами  $k = 1, \dots, 99$ ,  
 $t = 2006, \dots, 2016$

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$M^k$	$R^k$
19	33	39	47	45	48	56	58	65	<b>68</b>	63	66	68	96
21	33	39	45	44	47	55	57	63	<b>66</b>	62	65	66	98
83	44	51	54	44	51	58	59	63	<b>67</b>	64	62	67	93
63	37	41	45	43	48	56	57	62	<b>66</b>	61	60	66	91
82	43	48	54	41	52	62	63	65	<b>68</b>	61	59	68	87
20	36	45	50	45	48	57	57	61	<b>61</b>	58	59	61	96
34	34	40	46	42	47	55	56	58	<b>60</b>	54	54	60	90
52	51	52	53	43	58	71	68	<b>72</b>	64	56	53	72	73
91	27	31	36	29	37	48	53	55	<b>58</b>	55	50	58	87
31	29	41	75	41	55	<b>76</b>	75	67	65	64	50	76	65
69	34	38	41	34	39	45	47	51	56	<b>57</b>	49	57	87
96	21	24	26	23	27	30	44	47	<b>50</b>	48	49	50	97
9	22	27	33	30	37	<b>51</b>	48	45	50	48	49	51	95
68	33	38	43	33	38	44	45	49	<b>52</b>	50	49	52	93
18	23	28	33	34	38	43	44	44	<b>50</b>	47	48	50	97
17	29	30	33	34	45	<b>54</b>	53	52	47	41	45	54	84
54	38	43	43	34	41	49	48	50	<b>51</b>	47	45	51	88
16	29	33	39	35	37	45	47	50	<b>50</b>	44	44	50	89
47	30	37	41	31	44	<b>50</b>	44	46	46	43	42	50	84
24	27	30	34	34	35	40	43	45	<b>45</b>	40	41	45	90
25	30	34	<b>48</b>	33	39	46	46	46	47	42	38	48	78
49	39	44	49	45	46	<b>50</b>	43	46	46	39	37	50	73
55	29	33	33	27	34	42	40	41	<b>42</b>	39	36	42	86
60	22	24	25	22	26	31	30	33	<b>34</b>	33	33	34	96
86	26	32	38	26	34	43	<b>44</b>	40	43	38	32	44	73
97	17	21	21	15	18	20	24	25	28	<b>29</b>	28	29	97
41	29	32	29	21	30	33	32	36	<b>36</b>	30	26	36	72
35	17	20	22	20	22	26	26	28	<b>30</b>	27	26	30	88
59	17	20	21	18	22	26	25	25	<b>26</b>	24	24	26	90
56	16	18	20	17	20	23	22	24	<b>25</b>	24	24	25	93
1	15	16	18	17	19	21	22	23	<b>24</b>	21	21	24	86
6	15	17	19	18	18	21	21	22	<b>22</b>	19	20	22	91
75	28	<b>47</b>	31	19	28	32	27	28	30	25	19	47	40
11	9	13	16	14	14	18	18	19	<b>20</b>	18	17	20	87
81	15	18	<b>21</b>	11	15	19	18	17	18	16	15	21	71
57	12	14	14	12	14	15	15	16	<b>16</b>	15	15	16	89
37	<b>21</b>	20	20	17	18	19	18	17	16	15	15	21	71
79	19	<b>22</b>	13	10	14	16	15	13	16	14	14	22	63
93	7	8	10	11	13	14	16	<b>19</b>	13	16	14	19	74
51	14	15	14	10	13	<b>16</b>	15	14	14	13	13	16	77
58	12	14	<b>14</b>	11	12	13	13	13	14	13	12	14	85
65	5	5	6	5	6	7	8	8	<b>9</b>	9	9	9	99

Таблиця 4.3. Експорт  $U_t^k$  (млн. дол.) України за групами  $k=0, \dots, 99$ ,  
 $t=2006, \dots, 2016$

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$S^k$	$ES^k$	$EU^k$
0	38368	49294	66952	39696	51430	68393	68694	63320	53913	38127	37825			45500
85	1279	2239	2843	2227	2535	<b>3189</b>	3231	3134	2682	1979	2067	4,66	4,37	3235
84	2052	2738	3498	<b>2787</b>	3135	3570	3787	3840	2977	1962	1381	7,02	6,58	3254
27	2554	2630	4109	2131	3661	<b>5691</b>	3640	2865	2013	488	824	8,32	7,80	2446
87	587	999	<b>1244</b>	381	541	633	585	375	293	176	190	1,86	1,74	1267
71	<b>124</b>	147	147	84	74	101	140	118	161	82	39	0,32	0,30	310
39	565	<b>704</b>	680	396	512	765	780	600	460	343	342	1,43	1,34	806
90	152	202	241	<b>277</b>	250	278	292	293	229	156	119	0,70	0,65	350
30	92	129	151	150	199	195	<b>243</b>	252	256	155	123	0,35	0,33	240
99	401	424	302	310	337	374	410	<b>574</b>	128	110	131	0,91	0,85	687
29	630	<b>731</b>	480	152	446	654	398	233	154	67	118	1,48	1,39	692
88	239	252	225	193	124	322	<b>924</b>	314	246	191	31	1,35	1,26	995
72	13051	16733	<b>22954</b>	10251	14627	18465	15328	14319	12907	8078	7228	34,28	32,12	12415
73	2362	2912	<b>3533</b>	1947	1994	2844	2837	2590	1696	917	761	5,28	4,94	2788
94	203	287	354	230	312	446	509	<b>556</b>	531	397	388	0,88	0,82	532
61	109	134	128	104	126	<b>164</b>	159	165	136	97	160	0,24	0,22	161
62	<b>554</b>	562	566	427	420	482	397	400	411	331	426	1,44	1,35	710
38	<b>166</b>	192	235	192	178	195	167	167	127	88	95	0,43	0,41	249
40	239	<b>283</b>	317	167	173	173	219	187	127	70	93	0,57	0,54	310
26	912	1105	2154	1340	2576	3917	3306	<b>3918</b>	3472	2216	2435	6,19	5,80	2371
76	<b>405</b>	444	454	203	172	185	145	144	127	112	80	1,06	0,99	429
48	516	696	786	700	823	963	1008	<b>1080</b>	851	535	444	1,71	1,60	900
64	126	143	<b>171</b>	139	169	203	170	192	196	145	148	0,26	0,24	234
44	603	827	801	665	828	1078	1060	1144	1262	1106	<b>1472</b>	3,89	3,64	1379
89	188	213	200	245	197	93	<b>345</b>	191	93	102	110	0,50	0,47	251
74	303	<b>344</b>	305	177	267	254	196	163	163	117	105	0,70	0,65	255
33	63	126	141	137	<b>163</b>	177	187	205	175	107	47	0,32	0,30	200
2	33	105	75	79	90	198	316	349	382	<b>378</b>	244	0,99	0,93	351
3	6	6	4	<b>25</b>	21	20	19	21	27	13	25	0,06	0,06	36
8	<b>152</b>	141	172	177	209	217	200	138	148	154	188	0,39	0,37	290
22	417	<b>536</b>	560	459	444	383	385	411	251	184	117	1,09	1,02	660
28	1087	1156	1604	687	1129	1794	1695	<b>1744</b>	1178	967	1059	2,75	2,58	1270
10	1354	764	3704	3556	2467	3617	6971	6371	6544	6057	<b>5791</b>	15,31	14,34	5425
95	70	70	79	75	101	106	95	97	94	72	<b>115</b>	0,30		
12	314	667	<b>1426</b>	1040	1086	1435	1754	2048	1688	1475	1390	2,13		
15	971	1718	1946	1796	2617	3396	4171	3507	3824	3300	<b>3918</b>	10,36		
32	201	259	254	202	261	365	<b>363</b>	335	236	75	76	0,53		
42	24	<b>41</b>	44	28	44	44	35	40	39	37	36	0,08		
4	340	<b>623</b>	690	476	649	704	612	692	575	386	264	1,26		
7	87	71	82	<b>159</b>	119	133	138	113	130	97	179	0,40		
70	84	129	<b>151</b>	84	107	160	143	132	134	116	120	0,23		
23	170	339	485	322	479	627	878	923	1108	996	<b>1122</b>	2,97		

**Таблиця 4.4.** Експорт  $U_t^k$  (млн. дол.) України за групами  $k=1, \dots, 99$ ,  
 $t=2006, \dots, 2016$

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$S^k$
19	115	167	246	205	254	339	<b>377</b>	413	390	268	211	0,55
21	50	76	103	88	123	162	195	<b>252</b>	212	117	96	0,40
83	71	81	94	92	106	127	<b>136</b>	139	126	103	98	0,20
63	74	<b>91</b>	87	78	90	101	105	103	110	95	78	0,18
82	45	<b>60</b>	62	37	33	39	34	41	24	18	17	0,12
20	135	251	194	148	210	228	323	<b>404</b>	298	184	163	0,64
34	78	63	94	84	100	113	131	<b>151</b>	143	73	54	0,24
52	10	<b>14</b>	14	7	6	5	5	5	4	4	2	0,03
91	1	<b>2</b>	2	1	2	3	2	2	2	2	2	0,00
31	<b>999</b>	1325	1997	858	941	1820	1786	1171	694	534	396	2,60
69	87	119	150	117	183	247	<b>304</b>	293	227	139	118	0,44
96	3	4	5	6	4	5	5	8	<b>111</b>	56	76	0,21
9	4	5	7	7	10	14	13	12	15	11	<b>16</b>	0,04
68	84	111	<b>153</b>	84	109	143	136	157	119	76	84	0,23
18	260	353	503	449	592	<b>676</b>	662	557	323	187	150	0,99
17	113	156	164	165	207	242	<b>341</b>	259	147	170	288	0,50
54	<b>35</b>	37	31	8	6	7	4	6	4	4	9	0,09
16	24	35	40	38	49	50	<b>65</b>	59	32	12	24	0,09
47	3	<b>5</b>	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0,01
24	110	183	223	214	214	232	266	292	334	351	<b>614</b>	1,62
25	406	540	<b>783</b>	429	494	652	705	712	619	395	472	1,17
49	77	68	87	106	117	142	124	<b>166</b>	133	82	82	0,26
55	14	15	15	8	7	10	11	16	13	12	20	
60	6	5	5	4	7	9	10	14	12	10	4	
86	1067	1841	2653	777	2401	3807	4107	2463	839	211	190	
97	1	2	1	1	0	1	0	1	0	0	2	
41	269	342	302	143	123	113	88	92	86	60	74	
35	61	70	73	36	50	67	69	59	81	57	41	
59	44	54	53	20	21	28	30	28	21	13	8	
56	30	34	38	33	33	31	32	40	49	53	56	
1	6	4	7	10	4	10	8	13	14	26	37	
6	1	2	2	2	2	2	2	2	1	2	4	
75	7	20	18	13	19	19	14	20	22	6	6	
11	36	74	180	90	81	111	105	137	124	118	83	
81	161	146	135	70	96	140	157	128	133	97	83	
57	20	26	30	15	12	17	20	21	15	6	6	
37	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	
79	0	0	0	0	0	11	13	7	17	0	0	
93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35	
51	12	11	13	5	5	5	5	8	7	4	3	
58	1	1	2	2	3	4	4	4	4	4	2	
65	2	3	5	4	4	4	3	3	2	3	3	

Таблиця 4.5. Частка  $WU_t^k$  експорту України від світового (у міліпроцентах)

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$CS^k$	$TS^k$	$P^k$
0	321	358	<b>419</b>	322	341	378	374	336	286	232	238			
85	78	124	148	139	129	<b>150</b>	149	136	113	86	90	5,47	4,53	83
84	130	153	180	<b>185</b>	175	173	183	184	139	102	73	3,65	6,16	169
27	147	138	145	121	157	<b>176</b>	108	88	67	27	55	2,18	3,68	169
87	58	84	<b>100</b>	45	50	50	45	28	21	13	14	0,50	1,80	357
71	<b>51</b>	50	40	26	17	16	18	14	23	13	6	0,10	0,24	236
39	146	<b>158</b>	142	101	106	136	137	100	74	62	63	0,90	1,25	138
90	41	51	55	<b>70</b>	52	52	53	52	40	29	22	0,32	0,65	206
30	32	38	38	36	45	42	<b>52</b>	51	50	31	25	0,33	0,34	105
99	157	107	74	121	111	119	134	<b>176</b>	34	27	31	0,35	0,91	261
29	211	<b>213</b>	130	50	121	149	90	52	36	18	34	0,31	1,14	367
88	137	138	107	91	56	129	<b>322</b>	100	77	57	9	0,08	1,34	1631
72	3962	3952	<b>4417</b>	3722	3783	3872	3603	3615	3136	2481	2409	19,11	19,78	104
73	1129	1136	<b>1148</b>	857	808	946	927	831	532	327	294	2,01	4,28	213
94	148	177	200	157	186	233	242	<b>243</b>	218	167	166	1,03	0,84	82
61	75	78	72	65	70	<b>79</b>	75	71	57	44	73	0,42	0,22	52
62	<b>350</b>	330	310	272	249	243	206	192	176	151	196	1,13	1,34	119
38	<b>155</b>	153	153	150	117	106	94	91	66	52	55	0,25	0,39	154
40	200	<b>203</b>	203	134	103	75	99	90	66	42	57	0,25	0,40	164
26	949	917	1492	1145	1334	1518	1433	<b>1601</b>	1572	1417	1540	6,44	3,79	59
76	<b>294</b>	283	277	180	117	106	92	89	73	69	51	0,21	0,95	448
48	348	418	440	458	484	508	602	<b>626</b>	488	341	289	1,17	1,38	118
64	170	173	<b>185</b>	169	175	177	145	149	138	108	110	0,39	0,24	62
44	544	667	679	729	780	902	890	867	910	888	<b>1151</b>	3,89	3,58	92
89	206	199	135	167	114	48	<b>218</b>	130	67	75	90	0,29	0,32	111
74	223	<b>230</b>	207	167	168	137	114	99	105	90	89	0,28	0,45	161
33	95	163	163	173	<b>184</b>	172	178	181	148	96	40	0,12	0,31	251
2	49	134	76	90	93	170	270	281	291	<b>333</b>	216	0,64	0,85	132
3	9	8	5	<b>36</b>	26	20	20	20	24	13	23	0,07	0,06	95
8	<b>287</b>	232	243	263	275	249	222	140	141	149	175	0,50	0,39	79
22	611	<b>660</b>	613	575	510	367	357	362	222	175	110	0,31	1,02	329
28	1326	1199	1253	804	982	1282	1312	<b>1389</b>	973	880	1084	2,80	1,92	69
10	2708	1053	3537	4586	2914	3085	5788	5178	5444	5828	<b>6055</b>	15,31	11,89	78
95	102	83	81	91	120	115	106	109	102	77	<b>122</b>	0,30	0,29	96
12	986	1537	<b>2227</b>	1776	1596	1744	1870	2036	1681	1684	1555	3,68	1,89	51
15	2175	2807	2164	2710	3222	3067	3918	3551	3960	3832	<b>4508</b>	10,36	8,13	78
32	351	402	371	347	373	450	<b>458</b>	410	283	102	104	0,20	0,46	230
42	63	<b>91</b>	89	65	85	67	50	54	51	50	49	0,09	0,08	83
4	718	<b>1018</b>	960	812	925	841	751	739	590	513	365	0,70	0,94	134
7	226	158	166	<b>327</b>	211	213	234	171	196	148	256	0,47	0,40	85
70	160	216	<b>231</b>	156	170	223	200	177	180	171	174	0,32	0,21	66
23	527	840	919	631	854	968	1210	1139	1344	1391	<b>1635</b>	2,97	2,47	83

Таблиця 4.6. Частка  $WU_t^k$  експорту України від світового (у міліпроцентах)

<i>k/t</i>	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$CS^k$	$TS^k$	$P^k$
19	347	432	523	456	530	606	<b>651</b>	639	573	423	322	0,56	0,53	95
21	150	195	228	203	259	294	344	<b>400</b>	319	189	148	0,26	0,39	153
83	164	160	173	210	210	219	<b>231</b>	222	188	161	157	0,26	0,18	71
63	200	<b>223</b>	194	184	186	181	185	166	165	156	129	0,21	0,17	81
82	106	<b>125</b>	114	89	65	62	54	63	35	29	28	0,04	0,11	240
20	375	560	387	329	442	403	568	<b>664</b>	486	317	277	0,43	0,61	142
34	228	161	202	199	213	205	234	<b>259</b>	239	137	100	0,14	0,21	150
52	19	<b>26</b>	26	17	10	7	8	8	6	6	3	0,00	0,02	443
91	2	<b>6</b>	4	4	4	5	4	4	4	4	5	0,01	0,00	54
31	<b>3460</b>	3264	2661	2098	1712	2396	2386	1750	1069	833	797	1,05	1,70	163
69	257	309	364	347	465	546	<b>643</b>	571	406	246	240	0,31	0,39	123
96	14	18	20	25	15	16	11	18	<b>221</b>	115	155	0,20	0,20	100
9	18	19	22	24	27	27	27	27	29	22	<b>32</b>	0,04	0,04	95
68	256	291	<b>356</b>	252	289	327	302	319	227	151	173	0,22	0,21	96
18	1123	1284	1545	1312	1550	<b>1555</b>	1514	1272	651	395	312	0,40	0,95	241
17	386	516	501	479	461	449	<b>645</b>	501	314	418	640	0,76	0,41	55
54	<b>90</b>	88	73	24	14	14	8	13	8	9	20	0,02	0,08	330
16	82	107	103	109	131	112	<b>138</b>	118	65	28	54	0,06	0,08	134
47	11	<b>12</b>	3	2	2	1	1	3	2	1	3	0,00	0,01	230
24	416	607	655	625	616	577	613	646	736	872	<b>1502</b>	1,62	1,46	90
25	1372	1596	<b>1632</b>	1297	1281	1407	1532	1562	1327	941	1255	1,25	0,92	73
49	197	152	177	237	254	281	286	<b>363</b>	290	213	221	0,22		
55	47	45	45	30	20	24	28	39	31	32	<b>55</b>	0,05		
60	26	23	20	18	25	31	34	<b>43</b>	35	30	12	0,01		
86	4102	5708	7056	3021	7155	8886	<b>9264</b>	6116	1937	552	588	0,50		
97	4	<b>10</b>	3	4	1	6	1	3	1	1	6	0,00		
41	925	<b>1085</b>	1039	685	406	348	276	259	236	199	283	0,20		
35	<b>360</b>	355	332	183	225	264	260	210	275	212	158	0,11		
59	256	<b>278</b>	250	108	92	108	122	108	81	53	34	0,02		
56	188	193	191	191	163	132	142	168	192	221	<b>239</b>	0,15		
1	38	23	36	55	20	47	35	56	60	122	<b>180</b>	0,10		
6	4	13	11	9	10	9	8	10	6	12	<b>19</b>	0,01		
75	23	43	58	69	66	60	53	72	<b>72</b>	23	32	0,02		
11	399	586	<b>1100</b>	646	566	614	568	714	634	649	484	0,22		
81	<b>1056</b>	814	638	613	623	746	876	746	726	615	553	0,22		
57	160	185	<b>208</b>	124	83	109	137	129	90	43	44	0,02		
37	5	6	7	<b>8</b>	8	3	4	4	3	2	3	0,00		
79	1	1	1	3	2	70	89	50	<b>111</b>	1	1	0,00		
93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<b>253</b>	0,09		
51	<b>90</b>	75	90	50	43	31	35	55	51	32	27	0,01		
58	8	9	16	18	25	<b>31</b>	28	29	26	29	19	0,01		
65	49	49	77	<b>78</b>	58	52	35	32	22	29	31	0,01		

**Таблиця 4.7.** Експорт  $U_{in}^k$  (млн. дол.) Одещини за групами  $k=0, \dots, 99$ ,  
 $t=2006, \dots, 2016$

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$S_n^k$	$ES_n^k$	$EU_n^k$
0	766	1099	2315	1445	1684	1541	1804	1628	1780	1727	1520			1411
85	30	40	40	19	34	39	<b>59</b>	46	41	41	41	3,27	2,52	49
84	41	48	<b>68</b>	27	34	51	45	44	27	20	22	2,96	2,28	51
27	3	21	<b>780</b>	415	466	18	112	124	128	1	2	33,68	25,99	316
87	3	<b>6</b>	5	1	1	2	3	3	2	0	1	0,59	0,45	6
71														
39	4	7	7	3	5	9	<b>12</b>	11	8	5	5	0,64	0,49	9
90	7	<b>9</b>	10	6	7	8	8	7	7	6	6	0,85	0,66	10
30	6	<b>7</b>	5	5	6	4	6	3	2	1	1	0,64	0,49	8
99	1	0	<b>3</b>									0,13	0,10	2
29	1	2	2	3	4	2	0	0	1	3	<b>5</b>	0,31	0,24	4
88	6	<b>12</b>	5	3	1	0	7	6				1,07	0,82	16
72	53	72	<b>107</b>	37	48	61	39	34	51	41	20	4,64	3,58	48
73	25	<b>33</b>	35	9	12	32	35	39	24	15	14	3,00	2,31	26
94	1	1	1	1	1	1	1	2	<b>3</b>	1	1	0,19	0,15	2
61	0	0	1	1	1	1	<b>2</b>	2	1	0	1	0,12	0,09	2
62	<b>9</b>	5	6	4	4	8	6	6	7	5	6	1,15	0,89	9
38	0	6	8	6	<b>9</b>	9	2	1	1	1	1	0,53	0,41	8
40	0	0	0	0	0	0	1	<b>1</b>	1	0	0	0,06	0,05	1
26	1	<b>1</b>	0									0,06	0,05	1
76	1	<b>5</b>	2	0	0	0	0	0	2	4	5	0,46	0,35	4
48	2	3	4	4	5	6	7	<b>9</b>	7	6	5	0,53	0,41	6
64	1	1	2	2	4	5	<b>7</b>	7	7	7	7	0,37	0,29	6
44	7	7	7	5	4	8	6	6	7	13	<b>14</b>	0,89	0,69	10
89	5	6	14	14	12	1	<b>96</b>	4	2	8	4	5,32	4,11	58
74	25	27	17	15	27	<b>49</b>	20	2	1	0	0	3,20	2,47	24
33	<b>3</b>	3	2	3	3	3	2	2	2	1	0	0,39	0,30	4
2														
3	4	2	0	<b>14</b>	8	0	0	1	0	0	1	0,97	0,75	17
8	7	5	22	33	24	<b>71</b>	19	6	9	11	27	4,60	3,55	68
22	44	<b>62</b>	41	41	41	32	44	57	43	40	20	5,61	4,33	62
28	159	166	276	47	202	292	275	<b>331</b>	257	251	40	20,35	15,70	199
10	31	18	71	144	117	109	160	258	373	452	<b>502</b>	33,02	25,48	387
95	1	2	3	3	2	3	3	<b>4</b>	3	2	3	0,25		
12	11	25	38	73	76	92	98	129	<b>202</b>	173	148	11,37		
15	22	157	221	151	191	145	192	110	201	212	<b>319</b>	21,01		
32	2	4	<b>5</b>	3	4	2	1	1	1	1	1	0,22		
42	0	0	<b>0</b>	0	0	0	0	0				0,01		
4	1	2	2	3	2	2	2	9	8	<b>8</b>	6	0,44		
7	4	6	10	<b>36</b>	12	17	20	20	32	27	34	2,49		
70	1	3	<b>7</b>	2	0	1	1	1	1	1	1	0,30		
23	5	7	23	28	41	41	<b>82</b>	74	80	59	69	4,52		

**Таблиця 4.8.** Частка  $WU_{tn}^k$  експорту Одещини від світового (у мікропроцентах)

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$CS_n^k$	$TS_n^k$	$P_n^k$
0	6411	7973	<b>14493</b>	11734	11181	8527	9835	8638	9448	10529	9555			
85	1821	2218	2066	1170	1732	1839	<b>2723</b>	1998	1721	1776	1779	2,70	3,16	117
84	2575	2659	<b>3517</b>	1769	1876	2496	2164	2096	1245	1028	1188	1,47	2,58	176
27	187	1076	<b>27561</b>	23501	20000	561	3333	3801	4225	76	112	0,11	14,83	13509
87	264	<b>544</b>	433	148	52	181	222	199	154	37	46	0,04	0,56	1368
71														
39	929	1554	1360	871	1130	1637	<b>2027</b>	1823	1272	990	957	0,34	0,56	163
90	1982	<b>2361</b>	2339	1599	1487	1481	1496	1236	1229	1065	1063	0,37	0,79	212
30	1924	<b>2052</b>	1224	1149	1291	775	1243	527	330	272	275	0,09	0,61	686
99	295	24	<b>762</b>										0,13	I
29	249	504	511	879	1002	507	74	48	170	738	<b>1345</b>	0,31	0,23	76
88	3656	<b>6379</b>	2195	1270	564	109	2517	1979					1,05	I
72	15990	17080	<b>20661</b>	13340	12429	12875	9158	8527	12336	12550	6539	1,29	2,66	206
73	12019	<b>12834</b>	11217	3973	4778	10660	11493	12406	7604	5176	5265	0,90	2,42	270
94	453	535	407	572	559	579	518	894	<b>1387</b>	495	342	0,05	0,18	344
61	147	279	481	619	689	567	<b>986</b>	889	497	221	379	0,05	0,10	193
62	<b>5551</b>	3219	3057	2485	2603	3838	3110	2851	2956	2350	2556	0,36	1,06	291
38	304	4781	5392	5035	<b>5863</b>	4660	1276	586	430	706	461	0,05	0,47	904
40	197	166	318	191	177	139	399	<b>504</b>	281	68	282	0,03	0,04	149
26	564	<b>587</b>	65										0,04	I
76	1089	<b>3205</b>	1405	48	106	270	203	290	1133	2165	2945	0,30	0,41	135
48	1627	2064	2352	2509	2691	3203	4231	<b>4980</b>	4275	3666	3008	0,30	0,43	140
64	747	1090	2125	2792	3691	4788	<b>5679</b>	5492	4729	5193	5090	0,45	0,35	78
44	6530	5730	5698	5072	4172	6402	4657	4579	5092	10209	<b>10632</b>	0,89	0,82	92
89	5953	5929	9208	9796	6976	579	<b>60613</b>	2951	1571	6052	3581	0,29	3,40	1173
74	18470	18141	11819	14015	16948	<b>26672</b>	11601	1255	374	221	60	0,00	2,04	43684
33	<b>4568</b>	3387	1770	3332	3239	2481	2003	1514	1734	864	237	0,02	0,39	2126
2														
3	5865	3618	96	<b>19853</b>	9340	83	74	594	60	107	685	0,05	0,93	1904
8	12356	8546	31482	49112	31190	<b>81365</b>	20654	5577	8584	10630	25453	1,80	4,57	254
22	64880	<b>75822</b>	45320	50973	47230	30294	41049	50607	37853	38323	19110	1,34	5,24	391
28	193511	171763	216104	54468	175861	209013	212716	<b>263776</b>	212157	228643	41276	2,65	14,12	533
10	61800	24695	68264	185414	137664	92886	132831	209387	310505	434705	<b>525014</b>	33,02	25,52	77
95	2015	2790	3057	3092	2923	3471	3862	<b>4505</b>	2869	1784	2914	0,18	0,24	130
12	35356	58738	59304	124130	111316	111630	104903	128015	<b>201613</b>	197157	165799	9,75	10,05	103
15	48379	255996	245320	227588	235707	130616	180580	110911	208578	246547	<b>367515</b>	21,01		
32	4093	6349	<b>7462</b>	4686	6140	2974	1685	1053	1347	1078	1390	0,07		
42	43	58	<b>265</b>	174	168	126	146	122						
4	1226	2917	2669	5372	2195	2076	2643	9419	7970	<b>10201</b>	8649	0,41		
7	10355	13750	19843	<b>73820</b>	21983	26878	33252	30447	48008	41488	48958	2,25		
70	2261	4670	<b>10547</b>	3855	360	892	1525	1616	1799	1877	2105	0,10		
23	14167	18173	42760	54195	72713	63028	<b>112455</b>	91572	97326	82662	100820	4,55		

**Таблиця 4.9.** Экспорт  $U_{tn}^k$  (тис. дол.) Закарпаття за групами  $k=0, \dots, 99$ ,  
 $t=2006, \dots, 2016$

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
0	676867	1147966	1220596	934966	1156645	1397589	1385280	1299966	1382796	1094380	1211902
85	257212	607324	689160	497050	699006	837276	894033	786422	840410	618069	671497
84	33261	23580	29420	23864	31056	52258	40884	42436	42789	39234	40599
27		1081	102	724	127	707	88	2532	2388	685	46
87	606	518	854	2719	162	521	492	1317	1686	2313	4747
71	63	46	154	70	34						
39	1740	1251	5031	4757	4058	7358	5951	4807	7260	6484	5587
90	2065	4799	11334	19352	15900	4503	2982	7033	4195	6784	6243
30											
99											
29	12586	16184	16193	8351	14528	17347	13848	19548	15625	11915	10040
88			49	43	33	49	16	60			
72	1169	810	318	365	145				16	47	86
73	4337	9187	15909	10920	7540	3799	5195	4421	5675	4621	4595
94	48146	61433	72034	35228	26292	29871	36180	54824	57415	48630	48797
61	26251	32185	31847	24752	20304	25581	21546	18925	19464	15201	19769
62	75607	80373	79551	64911	62415	71230	67119	70196	74496	56563	58307
38	30	3	60						66	1	37
40	108	39	356	532	509	640	429	301	564	637	447
26											86
76	258	56	260	289	457	1795	774	191	363	221	300
48	21	347	1113	1350	1183	3203	1795	588	522	538	520
64	27416	32385	29819	28640	36929	43629	30391	28697	34213	28336	29001
44	63707	79514	60762	54095	61004	87060	70261	78176	82218	72017	118989
89											27
74	40	533	178	189	448	507	164	21	32	26	87
33	4	482	5169	5720	11023	11101	15467	25896	34298	20606	10476
02											
03											
08	6723	8476	3652	2304	2948	3800	4804	6339	7081	6895	6270
22	4157	9328	16409	14416	14141	16488	15630	3345	2591	13490	16104
28											
10			6	5662	202	147	573	777	4173	8784	10918
95	47227	40747	46181	41610	54851	72845	55379	57336	56480	40720	40056
12	3249	4115	2507	5637	5235	4102	4933	3564	6915	8770	12251
15						3948	14138	6839	6060	8897	11421
32	5	17	110	141	26	110	55	80	63	41	86
42	15420	20305	20806	15139	17242	17994	15629	17948	20630	16600	20933
04										2511	2771
07	2273	1707	666	728	868	615	221	106	312	487	2220
70	1686	2013	771	738	593	699	85	90	699	438	176
23				9	62	146	243	163	26	156	490

**Таблиця 4.10.** Экспорт  $U_{tn}^k$  (тис. дол.) Закарпаття за групами  $k=1, \dots, 99$ ,  
 $t=2006, \dots, 2016$

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
19	149	403	226	885	979	939	979	514	92	162	171
21	143	876	453	397	323	1037	129	251	147	132	71
83	4556	4020	4064	2226	2934	3272	2478	2393	3065	2587	3296
63	18605	20086	25138	24730	27764	34030	30961	27565	35761	31061	37302
82	382	632	695	350	404	372	360	294	264	392	373
20	6051	23196	14586	12472	14488	17825	15337	13161	4868	3449	2427
34	5	32	870	3822	4620	4980	3411	6010	4272	2317	911
52	555	587	747	351	248	188	102	140	236	1226	381
91						9	7	34	5	35	21
31											
69	3	168	310	62	69						
96	0	17	175	186	57	313	249	233	240	336	611
09	1	25	65	83	150	239	276	50	35	199	350
68			36	46	72	528	37	696	500	403	440
18	1072	3198	2549	1709	2424	2203	1603	120	36	576	766
17	118	274	235	205	342				14	176	328
54	58	245	310	238	211	253	141	157	128	166	454
16											156
47											
24	25	11291	13094	7560	7866					7196	6129
25	1828	2412	1996	1992	1676	2041	1837	1050	1196	948	1083
49			11	226	315	276	209	118	98	170	166
55			95	76	17	188	54	70	47	25	175
60		46	105	89	175	89	70	64	113	60	97
86	36	65	199	49	24	109	22	687			104
97											
41	4586	13573	11644	5100	772	249	198	138	159	200	378
35	83	4	194	84	158	108	152	164	171	65	32
59	9	9	741	416	254	283	148	103	217	178	335
56	1	153	441	268	202	293	189	99	144	140	235
01						137	277	105	37	9	97
06						18		511	103	294	196
75											
11	66	249	122	16	122	367	239	142	124	86	38
81											
57											
37	33	21	102	129	59						
79											
93											
51			87			76	541	1383	1345	494	276
58			38	61	27	92	41	51	37	60	60
65	53	492	137	147	210	431	119	194	108	173	159

**Таблиця 4.11.** Експорт  $U_{tn}^k$  (тис. дол.) Закарпаття за групами  $k=1, \dots, 99$ ,  
 $t=2006, \dots, 2016$

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
05											
43						177	282	244	53	51	39
67											
13											
78											
92			1	57	97	68	45	37			
80		0	126	48	73						
53											
36											
66											
46										0	190
50											
45											
14								56			
98	48	252	92	97	120	102	70	68			

**Таблиця 4.12.** Частка  $SU_{tn}^k$  (%) товарної групи  $k=1, \dots, 99$  у загальному експорті Закарпаття за роками  $t=2006, \dots, 2016$ , її наближене  $ASU_n^k$  та цільове  $TSU_n^k$  значення

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$ASU_n^k$	$TSU_n^k$
85	38,00	52,90	56,46	53,16	60,43	59,91	<b>64,54</b>	60,50	60,78	56,48	55,41	64,54	64,54
84	<b>4,91</b>	2,05	2,41	2,55	2,69	3,74	2,95	3,26	3,09	3,59	3,35	4,91	4,91
27		0,09	0,01	0,08	0,01	0,05	0,01	<b>0,19</b>	0,17	0,06	0,00	0,19	0,19
87	0,09	0,05	0,07	0,29	0,01	0,04	0,04	0,10	0,12	0,21	<b>0,39</b>	0,39	0,39
71	0,01	0,00	<b>0,01</b>	0,01	0,00							0,01	0,01
39	0,26	0,11	0,41	0,51	0,35	0,53	0,43	0,37	0,53	<b>0,59</b>	0,46	0,59	0,59
90	0,31	0,42	0,93	<b>2,07</b>	1,37	0,32	0,22	0,54	0,30	0,62	0,52	2,07	2,07
30													
99													
29	<b>1,86</b>	1,41	1,33	0,89	1,26	1,24	1,00	1,50	1,13	1,09	0,83	1,86	1,86
88			0,00	<b>0,00</b>	0,00	0,00	0,00	0,00				0,00	0,00
72	<b>0,17</b>	0,07	0,03	0,04	0,01				0,00	0,00	0,01	0,17	0,17
73	0,64	0,80	<b>1,30</b>	1,17	0,65	0,27	0,38	0,34	0,41	0,42	0,38	1,30	1,30
94	<b>7,11</b>	5,35	5,90	3,77	2,27	2,14	2,61	4,22	4,15	4,44	4,03	7,11	2,62
61	<b>3,88</b>	2,80	2,61	2,65	1,76	1,83	1,56	1,46	1,41	1,39	1,63	3,88	1,39
62	<b>11,17</b>	7,00	6,52	6,94	5,40	5,10	4,85	5,40	5,39	5,17	4,81	11,17	4,81
38	0,00	0,00	<b>0,00</b>						0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40	0,02	0,00	0,03	0,06	0,04	0,05	0,03	0,02	0,04	<b>0,06</b>	0,04	0,06	0,00
26											<b>0,01</b>	0,01	0,01
76	0,04	0,00	0,02	0,03	0,04	<b>0,13</b>	0,06	0,01	0,03	0,02	0,02	0,13	0,00
48	0,00	0,03	0,09	0,14	0,10	<b>0,23</b>	0,13	0,05	0,04	0,05	0,04	0,23	0,00
64	<b>4,05</b>	2,82	2,44	3,06	3,19	3,12	2,19	2,21	2,47	2,59	2,39	4,05	2,19
44	9,41	6,93	4,98	5,79	5,27	6,23	5,07	6,01	5,95	6,58	<b>9,82</b>	9,82	4,98
89											<b>0,00</b>	0,00	0,00
74	0,01	<b>0,05</b>	0,01	0,02	0,04	0,04	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,05	0,00
33	0,00	0,04	0,42	0,61	0,95	0,79	1,12	1,99	<b>2,48</b>	1,88	0,86	2,48	0,00
02													
03													
08	<b>0,99</b>	0,74	0,30	0,25	0,25	0,27	0,35	0,49	0,51	0,63	0,52	0,99	0,25
22	0,61	0,81	1,34	<b>1,54</b>	1,22	1,18	1,13	0,26	0,19	1,23	1,33	1,54	0,19
28													
10			0,00	0,61	0,02	0,01	0,04	0,06	0,30	0,80	<b>0,90</b>	0,90	0,00
95	<b>6,98</b>	3,55	3,78	4,45	4,74	5,21	4,00	4,41	4,08	3,72	3,31	6,98	3,31
12	0,48	0,36	0,21	0,60	0,45	0,29	0,36	0,27	0,50	0,80	<b>1,01</b>	1,01	0,21
15						0,28	<b>1,02</b>	0,53	0,44	0,81	0,94	1,02	0,28
32	0,00	0,00	0,01	<b>0,02</b>	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,02	0,00
42	<b>2,28</b>	1,77	1,70	1,62	1,49	1,29	1,13	1,38	1,49	1,52	1,73	2,28	1,13
04										0,23	0,23	0,23	0,23
07	<b>0,34</b>	0,15	0,05	0,08	0,08	0,04	0,02	0,01	0,02	0,04	0,18	0,34	0,01
70	<b>0,25</b>	0,18	0,06	0,08	0,05	0,05	0,01	0,01	0,05	0,04	0,01	0,25	0,01
23				0,00	0,01	0,01	0,02	0,01	0,00	0,01	<b>0,04</b>	0,04	0,00

**Таблиця 4.13.** Частка  $SU_{tn}^k$  (%) товарної групи  $k=1, \dots, 99$  у загальному експорті Закарпаття за роками  $t=2006, \dots, 2016$ , її наближене  $ASU_n^k$  та цільове  $TSU_n^k$  значення

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$ASU_n^k$	$TSU_n^k$
19	0,02	0,04	0,02	<b>0,09</b>	0,08	0,07	0,07	0,04	0,01	0,01	0,01	0,09	0,01
21	0,02	<b>0,08</b>	0,04	0,04	0,03	0,07	0,01	0,02	0,01	0,01	0,01	0,08	0,01
83	<b>0,67</b>	0,35	0,33	0,24	0,25	0,23	0,18	0,18	0,22	0,24	0,27	0,67	0,18
63	2,75	1,75	2,06	2,64	2,40	2,43	2,24	2,12	2,59	2,84	<b>3,08</b>	3,08	1,75
82	0,06	0,06	<b>0,06</b>	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,04	0,03	0,06	0,02
20	0,89	<b>2,02</b>	1,20	1,33	1,25	1,28	1,11	1,01	0,35	0,32	0,20	2,02	0,20
34	0,00	0,00	0,07	0,41	0,40	0,36	0,25	<b>0,46</b>	0,31	0,21	0,08	0,46	0,00
52	0,08	0,05	0,06	0,04	0,02	0,01	0,01	0,01	0,02	<b>0,11</b>	0,03	0,11	0,01
91						0,00	0,00	0,00	0,00	<b>0,00</b>	0,00	0,00	0,00
31													
69	0,00	0,01	<b>0,03</b>	0,01	0,01							0,03	0,00
96	0,00	0,00	0,01	0,02	0,00	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	<b>0,05</b>	0,05	0,00
09	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,00	0,00	0,02	<b>0,03</b>	0,03	0,00
68			0,00	0,00	0,01	0,04	0,00	<b>0,05</b>	0,04	0,04	0,04	0,05	0,00
18	0,16	<b>0,28</b>	0,21	0,18	0,21	0,16	0,12	0,01	0,00	0,05	0,06	0,28	0,00
17	0,02	0,02	0,02	0,02	<b>0,03</b>				0,00	0,02	0,03	0,03	0,00
54	0,01	0,02	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,02	<b>0,04</b>	0,04	0,01
16											<b>0,01</b>	0,01	0,01
47													
24	0,00	0,98	<b>1,07</b>	0,81	0,68					0,66	0,51	1,07	0,00
25	<b>0,27</b>	0,21	0,16	0,21	0,14	0,15	0,13	0,08	0,09	0,09	0,09	0,27	0,08
49			0,00	0,02	<b>0,03</b>	0,02	0,02	0,01	0,01	0,02	0,01	0,03	0,00
55			0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00
60		0,00	0,01	0,01	<b>0,02</b>	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	0,00
86	0,01	0,01	0,02	0,01	0,00	0,01	0,00	<b>0,05</b>			0,01	0,05	0,00
97													
41	0,68	<b>1,18</b>	0,95	0,55	0,07	0,02	0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	1,18	0,01
35	0,01	0,00	<b>0,02</b>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,02	0,00
59	0,00	0,00	<b>0,06</b>	0,04	0,02	0,02	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,06	0,00
56	0,00	0,01	<b>0,04</b>	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,04	0,00
01						0,01	<b>0,02</b>	0,01	0,00	0,00	0,01	0,02	0,00
06						0,00		<b>0,04</b>	0,01	0,03	0,02	0,04	0,00
75													
11	0,01	0,02	0,01	0,00	0,01	<b>0,03</b>	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,03	0,00
81													
57													
37	0,00	0,00	0,01	<b>0,01</b>	0,01							0,01	0,00
79													
93													
51			0,01			0,01	0,04	<b>0,11</b>	0,10	0,05	0,02	0,11	0,01
58			0,00	0,01	0,00	<b>0,01</b>	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00

**Таблиця 4.14.** Частка  $SU_{in}^k$  (%) товарної групи  $k = 1, \dots, 99$  у загальному експорті Закарпаття за роками  $t = 2006, \dots, 2016$ , її наближене  $ASU_n^k$  та цільове  $TSU_n^k$  значення

$k/t$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$ASU_n^k$	$TSU_n^k$
65	0,01	<b>0,04</b>	0,01	0,02	0,02	0,03	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,04	0,01
05													
43						0,01	<b>0,02</b>	0,02	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00
67													
13													
78													
92			0,00	0,01	<b>0,01</b>	0,00	0,00	0,00				0,01	0,00
80		0,00	0,01	0,01	<b>0,01</b>							0,01	0,00
53													
36													
66													
46										0,00	<b>0,02</b>	0,02	0,00
50													
45													
14								<b>0,00</b>				0,00	0,00
98	0,01	<b>0,02</b>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01				0,02	0,01
S												140,81	100,00

Таблиця 4.15. Частка  $WU_{in}^k$  експорту Закарпаття від світового (у мікропроцентах)

$k/\tau$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$IU_{in}^k$	$TU_{in}^k$
0	5663	<b>8332</b>	7642	7591	7678	7733	7550	6896	7339	6670	7616	1325911	1325911
85	15745	33618	35938	30984	35625	39272	<b>41253</b>	34052	35353	26798	29088	952343	952343
84	2111	1316	1511	1581	1730	<b>2538</b>	1979	2035	1996	2041	2158	47742	47742
27		57	4	41	5	22	3	78	<b>79</b>	38	3	1175	1175
87	60	44	69	321	15	41	38	97	121	175	<b>352</b>	4747	4747
71	26	16	<b>42</b>	21	8							272	272
39	451	280	1049	1217	839	<b>1304</b>	1045	798	1169	1174	1026	7104	7104
90	555	1208	2578	<b>4889</b>	3341	850	540	1252	732	1255	1168	26127	26127
30													
99													
29	4222	<b>4719</b>	4398	2726	3939	3949	3113	4343	3607	3230	2900	16338	16338
88			<b>23</b>	20	15	20	6	19				76	76
72	<b>355</b>	191	61	132	37				4	14	29	1065	1065
73	2074	3583	<b>5171</b>	4807	3056	1264	1697	1418	1779	1648	1773	13399	13399
94	34959	37892	<b>40651</b>	24126	15731	15647	17185	23990	23585	20417	20917	94834	34870
61	18105	<b>18737</b>	17857	15544	11347	12241	10203	8189	8144	6893	9061	40878	15039
62	<b>47747</b>	47240	43647	41432	36978	35926	34780	33700	31985	25780	26893	103520	55893
38	28	3	<b>39</b>						34	1	21	67	1
40	91	28	228	<b>428</b>	302	277	194	145	292	381	275	697	46
26											<b>55</b>	86	86
76	187	36	159	256	311	<b>1033</b>	491	118	211	136	192	1608	56
48	14	208	623	884	696	<b>1690</b>	1073	340	299	344	339	2594	22
64	37207	<b>39092</b>	32377	34904	38190	38230	25852	22269	24133	21176	21493	52746	28572
44	57461	64124	51520	59335	57431	72882	59024	59282	59282	57813	<b>93077</b>	118989	65863
89											<b>22</b>	27	27
74	29	<b>355</b>	121	177	282	274	96	13	21	20	74	421	15
33	7	625	5975	7250	12414	10797	14697	22861	<b>29088</b>	18546	8999	33863	8
02													
03													
08	12745	<b>13877</b>	5170	3427	3880	4362	5329	6404	6744	6679	5819	14953	3692
22	6085	11483	17977	<b>18089</b>	16250	15813	14489	2946	2284	12871	15098	19293	2436
28													
10			6	7301	239	125	476	632	3471	8452	<b>11416</b>	10918	6
95	68910	48615	47256	50567	65176	<b>79291</b>	61676	64689	61216	43852	42470	74784	40056
12	10189	9486	3915	9622	7694	4987	5259	3542	6886	10011	<b>13700</b>	12251	3167
15						3565	<b>13281</b>	6924	6276	10333	13140	11544	3099
32	9	26	161	<b>243</b>	36	136	70	98	76	56	118	178	6
42	39912	<b>45716</b>	41813	35229	33273	27392	22690	24025	27043	22286	28760	33274	16220
04										3336	<b>3824</b>	2771	2417
07	<b>5917</b>	3824	1352	1491	1539	986	374	161	470	741	3180	4131	112
70	3207	<b>3369</b>	1181	1370	939	975	119	120	941	643	255	2324	82
23				17	110	225	335	201	31	218	<b>714</b>	490	12

Таблиця 4.16. Частка  $WU_{tn}^k$  експорту Закарпаття від світового (у мікропроцентах)

<i>k/t</i>	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$IU_{tn}^k$	$TU_{tn}^k$
19	450	1045	481	1970	<b>2040</b>	1680	1689	795	135	255	261	1337	88
21	433	<b>2256</b>	1007	910	680	1876	227	398	221	212	109	1471	71
83	<b>10446</b>	7925	7480	5097	5792	5663	4218	3821	4579	4034	5289	6509	2381
63	50656	49336	55804	58105	57323	60636	54700	44211	53928	50860	<b>62106</b>	37302	26554
82	896	<b>1314</b>	1281	845	782	601	573	452	389	641	629	780	231
20	16796	<b>51830</b>	29068	27690	30406	31431	26948	21620	7947	5955	4137	30397	2427
34	15	81	1872	9059	9793	9028	6091	<b>10326</b>	7124	4327	1685	5582	8
52	1084	1129	1409	824	425	266	151	195	368	<b>2175</b>	724	1144	79
91						19	14	61	9	<b>63</b>	41	32	5
31													
69	9	436	<b>750</b>	182	174							370	4
96	1	69	665	810	211	1048	569	493	480	697	<b>1252</b>	611	1
09	6	93	197	273	405	466	570	111	71	412	<b>719</b>	350	3
68			84	138	191	1209	82	<b>1412</b>	954	800	906	686	40
18	4632	<b>11624</b>	7828	4998	6352	5070	3662	274	72	1214	1597	5577	35
17	401	<b>908</b>	715	594	764				30	435	729	408	13
54	150	574	721	695	513	518	293	313	250	354	<b>1013</b>	454	67
16											<b>350</b>	156	156
47													
24	93	37452	<b>38541</b>	22088	22655					17881	14999	15748	38
25	6176	<b>7129</b>	4159	6020	4348	4406	3996	2303	2562	2260	2878	2684	851
49			23	503	<b>684</b>	549	481	259	214	440	451	252	8
55			292	277	49	450	135	170	110	63	<b>483</b>	175	18
60		188	421	407	<b>664</b>	288	232	195	331	179	299	216	58
86	140	203	528	191	72	254	50	<b>1706</b>			322	550	16
97													
41	15762	<b>43047</b>	40036	24486	2559	764	621	388	438	666	1443	11288	102
35	490	21	<b>875</b>	428	707	424	576	582	579	241	122	226	6
59	53	48	<b>3486</b>	2294	1130	1099	603	406	825	742	1411	828	11
56	8	855	<b>2223</b>	1553	1001	1252	844	413	568	585	997	523	2
01						649	<b>1247</b>	453	151	41	468	259	8
06						85		<b>2357</b>	469	1542	983	471	17
75													
11	724	1978	746	117	851	<b>2027</b>	1295	736	632	473	220	346	20
81													
57													
37	159	101	511	<b>762</b>	331							111	15
79													
93													
51			630			465	3726	<b>9550</b>	9378	3782	2187	1207	59
58			267	574	232	<b>710</b>	325	379	273	477	497	86	28
65	1091	<b>9209</b>	2312	2792	3429	5832	1562	2292	1182	1957	1759	831	98

**Таблиця 4.17.** Частка  $WU_{tn}^k$  експорту Закарпаття від світового (у мікропроцентах)

$k / \tau$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	$IU_{tn}^k$	$TU_{tn}^k$
05													
43						1684	<b>2307</b>	1640	418	454	479	190	34
67													
13													
78													
92			8	1075	<b>1661</b>	1041	687	581				101	0
80		8	<b>1874</b>	1117	1077							93	0
53													
36													
66													
46										4	<b>8389</b>	190	0
50													
45													
14								<b>6848</b>				62	62
98													
$U_n^0$												1837229	1375805

**Таблиця 4.18.** Середньомісячна нарахована заробітна плата (wage)  $W_t$  (грн.) штатних працівників й обсяг праці (labor)  $L_t = 3W_t$  (грн.) в кварталі  $t$

Район/Період	Середньомісячна зарплата $W_t$				Обсяг $L_t$					
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
м.Запоріжжя	6371	7037	7461	7967	8197	19113	21111	22383	23901	24591
м.Бердянськ	4831	5418	5581	5638	5721	14493	16254	16743	16914	17163
м.Енергодар	11269	10571	10871	13580	14194	33807	31713	32613	40740	42582
м.Мелітополь	4848	5393	5653	5859	6111	14544	16179	16959	17577	18333
м.Токмак	4631	5173	5720	6033	5832	13893	15519	17160	18099	17496
Бердянський	4418	5098	5342	5427	4781	13254	15294	16026	16281	14343
Більмацький	4261	4940	5395	5097	5443	12783	14820	16185	15291	16329
Василівський	6705	7374	8293	8508	8415	20115	22122	24879	25524	25245
Великобілозерський	4386	4982	5886	5607	5457	13158	14946	17658	16821	16371
Веселівський	4176	4460	4828	5469	4659	12528	13380	14484	16407	13977
Вільнянський	5068	5743	6043	6549	6014	15204	17229	18129	19647	18042
Гуляйпільський	4529	4885	6096	5333	5914	13587	14655	18288	15999	17742
Запорізький	4978	5585	6439	7408	6150	14934	16755	19317	22224	18450
К.-Дніпровський	4604	5046	5045	5344	5677	13812	15138	15135	16032	17031
Мелітопольський	4476	5052	5308	5217	5544	13428	15156	15924	15651	16632
Михайлівський	4200	4492	5029	5594	5013	12600	13476	15087	16782	15039
Новомиколаївський	5068	5690	5615	6181	6337	15204	17070	16845	18543	19011
Оріхівський	4204	4533	5101	5496	5194	12612	13599	15303	16488	15582
Пологівський	5266	5722	6591	6783	7132	15798	17166	19773	20349	21396
Приазовський	4476	4497	4931	4761	5296	13428	13491	14793	14283	15888
Приморський	4471	4591	5063	5042	4961	13413	13773	15189	15126	14883
Розівський	4920	5627	7189	5142	6119	14760	16881	21567	15426	18357
Токмацький	4878	5125	5456	5884	6446	14634	15375	16368	17652	19338
Чернігівський	4142	4735	5077	5303	5396	12426	14205	15231	15909	16188
Якимівський	4345	4878	4811	5242	5259	13035	14634	14433	15726	15777

**Таблиця 4.19.** Освоєно (використано) капітальних інвестицій  $C_u = \sum_{t=I}^u C_t$  (тис.грн.) за період 2017\_ $u$  перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року й обсяг  $C_t$  (тис.грн.) капітальних (capital) інвестицій за квартал  $t$

Район/Період	Освоєно інвестицій $C_u$ за період				Капітальні інвестиції $C_t$			
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV
м.Запоріжжя	1825373	4450504	6737053	9879190	1574297	2625131	2286549	3142137
м.Бердянськ	51451	171679	317589	501901	77344	120228	145910	184312
м.Енергодар	4949	24955	44538	55595	10165	20006	19583	11057
м.Мелітополь	53862	126493	244786	413797	50558	72631	118293	169011
м.Токмак	5913	96667	297209	366783	108561	90754	200542	69574
Бердянський	24688	95509	171565	240339	44419	70821	76056	68774
Більмацький	42729	64392	102927	144294	35475	21663	38535	41367
Василівський	116091	220572	393170	773339	228102	104481	172598	380169
Великобілозерський	18870	40198	59905	71885	10918	21328	19707	11980
Веселівський	19264	35931	52462	76275	7495	16667	16531	23813
Вільнянський	45043	75749	108252	159229	31175	30706	32503	50977
Гуляйпільський	16491	57482	118528	177471	50171	40991	61046	58943
Запорізький	16902	46866	81488	158917	36279	29964	34622	77429
К-Дніпровський	23055	84602	130063	203380	36432	61547	45461	73317
Мелітопольський	37279	94260	147602	224158	40170	56981	53342	76556
Михайлівський	25678	73037	126080	205409	13790	47359	53043	79329
Новомиколаївський	19231	66499	91406	125600	8052	47268	24907	34194
Оріхівський	60478	108125	157406	261264	45688	47647	49281	103858
Пологівський	63630	119939	229400	327641	99174	56309	109461	98241
Приазовський	37940	97064	156293	207324	14560	59124	59229	51031
Приморський	20771	47424	70965	101823	13091	26653	23541	30858
Розівський	9967	26657	40726	48707	3174	16690	14069	7981
Токмацький	21915	40914	65077	91736	13137	18999	24163	26659
Чернігівський	11115	56555	105646	128433	11196	45440	49091	22787
Якимівський	25084	69713	90371	125110	8666	44629	20658	34739

**Таблиця 4.20.** Чисельність  $N_t$  (осіб) наявного населення на кінець кварталу  $t$  й обсяг  $S_t$  (тис.грн.) реалізованих нефінансових послуг (services) в кварталі  $t$

Район/Період	Наявне населення $N_t$					Обсяг $S_t$ послуг				
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
м.Запоріжжя	748984	746935	746629	745432	743636	189531	1420491	7023401	5823804	222622367
м.Бердянськ	115855	115415	115067	114787	114532	210991	357668	415564	373765	221039
м.Енергодар	54220	54034	53865	53842	53776	43847	43594	47418	56910	50325
м.Мелітополь	154684	154286	154204	153992	153698	68825	86419	101942	89012	104718
м.Токмак	31749	31637	31478	31417	31328	8766	13298	16726	15853	10388
Бердянський	25133	25055	25005	24939	24877	455	1264	2364	559	596
Більмацький	22029	21941	21818	21758	21648	1720	1634	5134	1374	1241
Василівський	63386	63163	62917	62726	62585	10504	11497	15910	13311	11967
Великобілозерський	7937	7911	7891	7879	7854	192	215	168	367	68
Веселівський	21480	21412	21335	21303	21232	3014	3600	3348	4149	4084
Вільнянський	47101	46959	46853	46750	46621	10583	12810	18576	16417	10883
Гуляйпільський	26655	26543	26413	26328	26207	7775	6547	3691	4996	7152
Запорізький	57303	57136	56972	56925	56856	12486	20906	21568	20377	13586
К-Дніпровський	40027	39895	39697	39577	39449	3846	4484	4230	4455	2934
Мелітопольський	49308	49206	49073	49008	48931	10255	7419	18321	13090	2870
Михайлівський	28872	28759	28608	28542	28464	709	937	874	1089	853
Новомиколаївський	15836	15768	15687	15644	15568	2844	2371	2974	1571	2980
Оріхівський	45617	45484	45338	45214	45085	5277	6880	16689	17703	11510
Пологівський	40018	39935	39808	39664	39564	26316	22847	25784	24443	29251
Приазовський	27232	27155	27060	26973	26892	8540	10017	9897	13497	13384
Приморський	29939	29840	29745	29635	29553	8050	34419	69594	3568	6317
Розівський	8764	8727	8704	8653	8612	327	499	630	837	495
Токмацький	22327	22272	22173	22076	21995	250	260	324	470	294
Чернігівський	17064	16991	16929	16822	16755	784	1136	976	1613	848
Якимівський	33528	33441	33342	33285	33181	3240	14721	31688	6448	3101
Ряд районів	207019	206269	205438	204782	204164	19660	22403	28125	23801	20741
Обласні організації						411233	308916	331585	313059	297913

**Таблиця 4.21.** Обсяг  $I_u = \sum_{t=I}^u I_t$  (тис.грн.) реалізованої промислової продукції (товарів, послуг) без ПДВ та акцизу за період 2017\_ $u$  перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року й обсяг  $I_t$  (тис.грн.) реалізованої промислової продукції за квартал  $t$

Район/Період	Обсяг $I_u$ промислової продукції				Обсяг $I_t$ промислової продукції			
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV
м.Запоріжжя	348387666745271198664901	13882698340916395326139453121218940162083						
м.Бердянськ	869439	1917588	3451111	4655428	937862	1048149	1533524	1204316
м.Енергодар	6123863	12530406	18450813	24694349	7902891	6406543	5920407	6243536
м.Мелітополь	1112436	2042295	2961254	4012242	1254335	929859	918959	1050988
м.Токмак	69489	113448	178068	275340	95184	43959	64620	97272
Бердянський	159290	269153	383442	536824	166534	109863	114289	153383
Більмацький	22321	44641	66962	22321	5529	22321	22321	22321
Василівський	401732	678527	964807	1350209	418961	276794	286280	385402
Великобілозерський	50304	84984	121005	169599	52577	34680	36022	48594
Веселівський	7411	28273	62336	83115	20779	20863	34063	20779
Вільнянський	534235	943908	1272435	1812126	642828	409672	328527	539691
Гуляйпільський	5609	9234	12749	18481	7445	3625	3515	5732
Запорізький	469487	801575	1243343	1839438	433085	332089	441768	596095
К.-Дніпровський	253686	428571	608738	851915	264083	174885	180167	243177
Мелітопольський	75471	177987	272165	356116	70520	102517	94177	83952
Михайлівський	182987	308943	438692	614381	190546	125956	129749	175689
Новомиколаївський	100367	169387	240554	336745	104217	69021	71167	96191
Оріхівський	89749	184249	302993	400850	90026	94499	118745	97856
Пологівський	932568	1939804	2656841	3542455	885614	1007237	717037	885614
Приазовський	645054	1290109	1935163	2580217	645054	645054	645054	645054
Приморський	4364	11889	20112	26057	5091	7525	8223	5945
Розівський	55545	93750	133472	186260	57651	38204	39723	52788
Токмацький	57430	114859	172289	203998	38111	57430	57430	31709
Чернігівський	108149	182525	259599	362102	112163	74376	77074	102503
Якимівський	10650	14178	21927	23879	10611	3528	7749	1953
Ряд районів	1312060	2215839	3150309	4408035	1366731	903779	934470	1257726
Запоріжчина	471804009183299213489576918778142855328091446525934306277752885659							

**Таблиця 4.22.** Обсяг  $Y_t$  (грн.) реалізованих нефінансових послуг і реалізованої промислової продукції на душу (наявного) населення, обсяг  $K_t$  (грн.) капітальних інвестицій на душу населення за квартал  $t$

Район/Період	Обсяг $Y_t$ на душу населення				Обсяг $K_t$ на душу населення					
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
м.Запоріжжя	49045	46407	44938	57071	58548	2102	3515	3062	4215	2117
м.Бердянськ	9326	12181	16939	13748	10119	668	1042	1268	1606	675
м.Енергодар	113753	119372	110792	117017	147895	187	370	364	205	189
м.Мелітополь	7637	6587	6620	7403	8842	327	471	767	1098	329
м.Токмак	2465	1810	2584	3601	3370	3419	2869	6371	2215	3465
Бердянський	6356	4435	4665	6173	6718	1767	2827	3042	2758	1786
Більмацький	1091	1092	1258	1089	313	1610	987	1766	1901	1639
Василівський	6504	4564	4803	6356	6885	3599	1654	2743	6061	3645
Великобілозерський	6362	4411	4586	6214	6703	1376	2696	2497	1520	1390
Веселівський	485	1142	1753	1170	1171	349	778	775	1118	353
Вільнянський	11567	8997	7408	11895	14022	662	654	694	1090	669
Гуляйпільський	502	383	273	407	557	1882	1544	2311	2239	1914
Запорізький	8411	6178	8133	10830	7856	633	524	608	1360	638
К.-Дніпровський	6434	4496	4645	6257	6769	910	1543	1145	1853	924
Мелітопольський	1739	2234	2292	1980	1500	815	1158	1087	1562	821
Михайлівський	6362	4412	4566	6194	6724	478	1647	1854	2779	484
Новомиколаївський	6517	4528	4726	6249	6886	508	2998	1588	2186	517
Оріхівський	2083	2229	2987	2556	2252	1002	1048	1087	2297	1013
Пологівський	23961	25794	18660	22944	23124	2478	1410	2750	2477	2507
Приазовський	24001	24123	24204	24415	24485	535	2177	2189	1892	541
Приморський	415	1406	2616	321	386	437	893	791	1041	443
Розівський	6375	4435	4636	6197	6752	362	1912	1616	922	369
Токмацький	2583	2590	2605	1458	1746	588	853	1090	1208	597
Чернігівський	6384	4444	4610	6189	6745	656	2674	2900	1355	668
Якимівський	414	546	1183	252	413	258	1335	620	1044	261

**Таблиця 4.23.** Значення оцінок параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$  та їхніх похибок, залишків  $R_{tj}$  регресії, множинного коефіцієнта детермінації  $R^2$  для кварталу  $t$

	ln K	ln L	ln Y	$R_{tj}$	ln K	ln L	ln Y	$R_{tj}$
Район/Період	2017:I	2017:I	2017:I	2017:I	2017:II	2017:II	2017:II	2017:II
м.Запоріжжя	<b>7,65</b>	<b>9,86</b>	<b>10,80</b>	<b>1,03</b>	<b>8,16</b>	<b>9,96</b>	<b>10,75</b>	<b>0,86</b>
м.Бердянськ	6,50	9,58	<b>9,14</b>	<b>0,77</b>	6,95	<b>9,70</b>	<b>9,41</b>	<b>0,99</b>
м.Енергодар	5,23	<b>10,43</b>	<b>11,64</b>	-0,34	5,91	<b>10,36</b>	<b>11,69</b>	<b>0,29</b>
м.Мелітополь	5,79	9,58	<b>8,94</b>	<b>0,65</b>	6,15	9,69	<b>8,79</b>	<b>0,55</b>
м.Токмак	<b>8,14</b>	9,54	7,81	-0,61	<b>7,96</b>	9,65	7,50	-0,88
Бердянський	<b>7,48</b>	9,49	<b>8,76</b>	<b>0,65</b>	<b>7,95</b>	9,64	8,40	<b>0,08</b>
Більмацький	<b>7,38</b>	9,46	7,00	-0,94	6,90	9,60	7,00	-0,97
Василівський	<b>8,19</b>	<b>9,91</b>	<b>8,78</b>	-1,30	<b>7,41</b>	<b>10,00</b>	<b>8,43</b>	-1,54
Великобілозерський	<b>7,23</b>	9,48	<b>8,76</b>	<b>0,71</b>	<b>7,90</b>	9,61	8,39	<b>0,20</b>
Веселівський	5,85	9,44	6,18	-1,45	6,66	9,50	7,04	-0,40
Вільнянський	6,50	<b>9,63</b>	<b>9,36</b>	<b>0,77</b>	6,48	<b>9,75</b>	<b>9,10</b>	<b>0,50</b>
Гуляйпільський	<b>7,54</b>	9,52	6,22	-2,01	<b>7,34</b>	9,59	5,95	-2,05
Запорізький	6,45	9,61	<b>9,04</b>	<b>0,54</b>	6,26	<b>9,73</b>	<b>8,73</b>	<b>0,30</b>
К.-Дніпровський	<b>6,81</b>	9,53	<b>8,77</b>	<b>0,57</b>	<b>7,34</b>	9,62	8,41	<b>0,26</b>
Мелітопольський	6,70	9,51	7,46	-0,60	7,05	9,63	7,71	-0,39
Михайлівський	6,17	9,44	<b>8,76</b>	<b>1,06</b>	<b>7,41</b>	9,51	8,39	<b>0,78</b>
Новомиколаївський	6,23	<b>9,63</b>	<b>8,78</b>	<b>0,23</b>	<b>8,01</b>	<b>9,75</b>	<b>8,42</b>	-0,43
Оріхівський	<b>6,91</b>	9,44	7,64	-0,17	6,95	9,52	7,71	<b>0,14</b>
Пологівський	<b>7,82</b>	<b>9,67</b>	<b>10,08</b>	<b>1,14</b>	<b>7,25</b>	<b>9,75</b>	<b>10,16</b>	<b>1,43</b>
Приазовський	6,28	9,51	<b>10,09</b>	<b>2,08</b>	<b>7,69</b>	9,51	<b>10,09</b>	<b>2,42</b>
Приморський	6,08	9,50	6,03	-1,94	6,79	9,53	7,25	-0,35
Розівський	5,89	<b>9,60</b>	<b>8,76</b>	<b>0,39</b>	<b>7,56</b>	<b>9,73</b>	8,40	-0,31
Токмацький	6,38	9,59	7,86	-0,54	6,75	9,64	7,86	-0,26
Чернігівський	6,49	9,43	<b>8,76</b>	<b>1,08</b>	<b>7,89</b>	9,56	8,40	<b>0,45</b>
Якимівський	5,55	9,48	6,03	-1,74	7,20	9,59	6,30	-1,66
Середнє	6,69	9,59	8,46	0,00	7,20	9,69	8,41	0,00
Параметр	a	b	c	R2	a	b	c	R2
Оцінка	0,14	4,47	-35,36	0,65	0,19	4,75	-38,92	0,67
Похибка	0,29	1,12	11,08		0,35	1,14	11,86	

**Таблиця 4.24.** Значення оцінок параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$  та їхніх похибок, залишків  $R_{tj}$  регресії, множинного коефіцієнта детермінації

Район/Період	$R^2$ для кварталу $t$											
	ln $K$	ln $L$	ln $Y$	$R_{tj}$	ln $K$	ln $L$	ln $Y$	$R_{tj}$	ln $K$	ln $L$	ln $Y$	$R_{tj}$
	2017:III	2017:III	2017:III	2017:III	2017:IV	2017:IV	2017:IV	2017:IV	2018:I	2018:I	2018:I	2018:I
м.Запоріжжя	<b>8,03</b>	<b>10,02</b>	<b>10,71</b>	<b>1,42</b>	<b>8,35</b>	<b>10,08</b>	<b>10,95</b>	<b>0,98</b>	<b>7,66</b>	<b>10,11</b>	<b>10,98</b>	<b>1,24</b>
м.Бердянськ	7,15	9,73	<b>9,74</b>	<b>1,36</b>	7,38	9,74	<b>9,53</b>	<b>1,33</b>	6,52	9,75	<b>9,22</b>	<b>0,95</b>
м.Енергодар	5,90	<b>10,39</b>	<b>11,62</b>	<b>0,74</b>	5,32	<b>10,61</b>	<b>11,67</b>	<b>0,17</b>	5,24	<b>10,66</b>	<b>11,90</b>	-0,20
м.Мелітополь	6,64	9,74	<b>8,80</b>	<b>0,32</b>	7,00	9,77	<b>8,91</b>	<b>0,64</b>	5,80	<b>9,82</b>	<b>9,09</b>	<b>0,51</b>
м.Токмак	<b>8,76</b>	9,75	7,86	-0,41	<b>7,70</b>	9,80	8,19	-0,40	<b>8,15</b>	9,77	8,12	-0,18
Бердянський	<b>8,02</b>	9,68	8,45	<b>0,34</b>	<b>7,92</b>	9,70	<b>8,73</b>	<b>0,55</b>	<b>7,49</b>	9,57	<b>8,81</b>	<b>1,31</b>
Більмацький	<b>7,48</b>	9,69	7,14	-1,08	<b>7,55</b>	9,64	6,99	-0,81	<b>7,40</b>	9,70	5,75	-2,30
Василівський	<b>7,92</b>	<b>10,12</b>	8,48	-1,20	<b>8,71</b>	<b>10,15</b>	<b>8,76</b>	-1,60	<b>8,20</b>	<b>10,14</b>	<b>8,84</b>	-1,00
Великобілозерський	<b>7,82</b>	<b>9,78</b>	8,43	-0,05	7,33	9,73	<b>8,73</b>	<b>0,57</b>	<b>7,24</b>	9,70	<b>8,81</b>	<b>0,75</b>
Веселівський	6,65	9,58	7,47	-0,45	7,02	9,71	7,06	-0,91	5,87	9,55	7,07	-0,37
Вільнянський	6,54	<b>9,81</b>	<b>8,91</b>	<b>0,18</b>	6,99	<b>9,89</b>	<b>9,38</b>	<b>0,63</b>	6,51	9,80	<b>9,55</b>	<b>1,06</b>
Гуляйпільський	<b>7,75</b>	<b>9,81</b>	5,61	-3,00	<b>7,71</b>	9,68	6,01	-2,04	<b>7,56</b>	9,78	6,32	-2,06
Запорізький	6,41	<b>9,87</b>	<b>9,00</b>	<b>0,04</b>	7,22	<b>10,01</b>	<b>9,29</b>	-0,06	6,46	<b>9,82</b>	<b>8,97</b>	<b>0,39</b>
К-Дніпровський	7,04	9,62	8,44	<b>0,41</b>	<b>7,52</b>	9,68	<b>8,74</b>	<b>0,74</b>	<b>6,83</b>	9,74	<b>8,82</b>	<b>0,59</b>
Мелітопольський	6,99	9,68	7,74	-0,48	7,35	9,66	7,59	-0,26	<b>6,71</b>	9,72	7,31	-0,83
Михайлівський	<b>7,53</b>	9,62	8,43	<b>0,47</b>	<b>7,93</b>	9,73	<b>8,73</b>	<b>0,42</b>	6,18	9,62	<b>8,81</b>	<b>1,08</b>
Новомиколаївський	<b>7,37</b>	9,73	8,46	<b>0,09</b>	<b>7,69</b>	<b>9,83</b>	<b>8,74</b>	<b>0,05</b>	6,25	<b>9,85</b>	<b>8,84</b>	<b>0,13</b>
Оріхівський	6,99	9,64	8,00	-0,07	<b>7,74</b>	9,71	7,85	-0,34	<b>6,92</b>	9,65	7,72	-0,14
Пологівський	<b>7,92</b>	<b>9,89</b>	<b>9,83</b>	<b>0,97</b>	<b>7,81</b>	<b>9,92</b>	<b>10,04</b>	<b>0,91</b>	<b>7,83</b>	<b>9,97</b>	<b>10,05</b>	<b>0,89</b>
Приазовський	<b>7,69</b>	9,60	<b>10,09</b>	<b>2,22</b>	<b>7,55</b>	9,57	<b>10,10</b>	<b>2,60</b>	6,29	9,67	<b>10,11</b>	<b>2,14</b>
Приморський	6,67	9,63	7,87	-0,22	6,95	9,62	5,77	-1,83	6,09	9,61	5,96	-1,74
Розівський	<b>7,39</b>	<b>9,98</b>	8,44	-0,80	6,83	9,64	<b>8,73</b>	<b>1,08</b>	5,91	<b>9,82</b>	<b>8,82</b>	<b>0,24</b>
Токмацький	6,99	9,70	7,87	-0,45	7,10	9,78	7,28	-1,03	6,39	<b>9,87</b>	7,47	-1,31
Чернігівський	<b>7,97</b>	9,63	8,44	<b>0,50</b>	7,21	9,67	<b>8,73</b>	<b>0,84</b>	6,50	9,69	<b>8,82</b>	<b>0,78</b>
Якимівський	6,43	9,58	7,08	-0,86	6,95	9,66	5,53	-2,24	5,57	9,67	6,02	-1,93
Середнє	7,28	9,77	8,52	0,00	7,39	9,80	8,48	0,00	6,70	9,80	8,49	0,00
Параметр	a	b	c	R2	a	b	c	R2	a	b	c	R2
Оцінка	-0,12	3,53	-25,06	0,56	0,27	4,37	-36,36	0,63	-0,03	4,17	-32,20	0,63
Похибка	0,33	1,14	11,60		0,41	1,15	12,43		0,31	1,10	11,01	

**Таблиця 4.25.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Запоріжчини за групами  $m = 0, \dots, 99$  за період 2017\_у перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/T	Сумарний експорт $E_{um}$				Експорт $E_{tm}$				$M_m$	$4M_m$	$W_m$
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV	Квартал	Рік	2017
0	668431	1422016	2122696	2980925	830371	753585	700680	858229	858229	3432915	17581
85	19593	46628	73663	105796	31420	27035	27035	32133	32133	128533	2566
84	102650	198646	259954	445772	92197	95996	61308	185818	185818	743274	2082
27	7179	16863	27265	37901	12530	9685	10402	10636	12530	50118	1954
87	2948	7556	11682	16034	6063	4608	4126	4352	6063	24253	1440
71									0	0	636
39	713	2477	4270	6137	1176	1765	1793	1867	1867	7468	595
90	255	629	7339	9509	379	374	6710	2170	6710	26840	577
30		19	19	19	12	19	0	0	19	75	534
29	1565	2918	3666	4871	728	1353	748	1206	1565	6260	381
72	356006	753342	1132451	1521285	471635	397337	379109	388834	471635	1886538	372
88	75	4379	4612	4730	62	4304	233	118	4304	17215	327
99			608	608			608	0	608	2432	321
73	3680	7908	11476	16647	4025	4228	3568	5170	5170	20682	283
26	21087	46236	61787	78112	20251	25149	15551	16325	25149	100594	259
94	396	1030	1854	3596	622	634	823	1743	1743	6970	243
62	27	27	27	28	0	128	162	14	162	649	228
61	93	155	317	331	74	15058	8724	7058	15058	60234	226
38	7676	15151	23875	30933	9132	7475	8724	7058	9132	36528	189
40	1935	3403	4334	5617	1406	1467	931	1283	1935	7740	185
76	1384	2736	4041	6158	1924	1352	1305	2117	2117	8468	177
48	104	177	270	453	48	74	93	183	183	732	162
74	17775	38201	53029	75083	29696	20426	14827	22054	29696	118785	147
64	1254	2062	3004	4113	911	808	942	1109	1254	5017	144
44	133	258	463	708	380	125	204	246	380	1520	136
89			281	281			281	0	281	1124	135
33	13	32	57	108	5	19	25	50	50	201	128
2	3410	7824	14501	20883	2004	4414	6677	6382	6677	26709	125
3	74	220	598	1093	685	146	379	495	685	2740	119
95	44	83	196	366	137	39	112	171	171	682	116
8		775	1004	1015	3	775	229	11	775	3101	116
22	1076	3732	6419	8097	1688	2656	2687	1678	2687	10747	115
28	8931	19361	30501	43206	12752	10431	11140	12705	12752	51008	112
10	28190	67670	127571	186132	41138	39479	59901	58561	59901	239606	103
15	36293	74588	108514	148891	40425	38294	33927	40377	40425	161700	99
12	1786	2293	7019	11830	806	507	4726	4811	4811	19245	98
4	667	2116	4286	6887	944	1449	2171	2601	2601	10403	85
32	38	272	491	1070	676	234	219	579	676	2705	80
42		0	1	3	0	0	1	2	2	8	78

**Таблиця 4.26.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Запоріжчини за групами  $m = 1, \dots, 99$  за період 2017\_у перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/T	Сумарний експорт $E_{um}$				Експорт $E_{tm}$				$M_m$	$4M_m$	$W_m$
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV			
7	1223	7079	15244	18396	3094	5856	8165	3153	8165	32659	72
70	15	89	114	135	9	74	25	21	74	296	72
19	1648	3188	5672	7713	1804	1540	2484	2041	2484	9937	71
23	13517	28272	33443	45641	15220	14755	5170	12198	15220	60879	70
21	138	336	582	821	154	199	246	239	246	984	69
83	49	309	472	595	129	260	163	123	260	1040	67
82	67	201	346	494	189	134	145	148	189	758	65
63	2	4	7	19	26	25	0	1	26	104	63
20	27	65	83	130	12	38	18	47	47	186	62
34	81	148	259	601	123	66	111	342	342	1368	59
52			1	1			1	0	1	4	56
69	2785	4933	7946	10973	1848	2148	3013	3027	3027	12109	53
9	19	82	124	174	105	63	42	50	105	418	52
96	2	8	36	41	2	7	28	5	28	112	51
68	1070	2480	3972	5242	1161	1410	1492	1270	1492	5968	51
31	160	369	520	840	169	209	151	320	320	1281	51
91	0	17	22	24	2	17	6	2	17	67	50
18	344	819	1189	1645	401	475	370	456	475	1898	49
16	43	72	105	145	69	29	33	40	69	275	49
47									0	0	48
17	19	50	61	90	39	32	10	30	39	157	48
54			2	2	10		2	0	10	40	47
25	1554	6093	7569	11676	1048	4539	1476	4108	4539	18156	42
24									0	0	42
86	118	253	341	399	100	135	88	58	135	540	37
49	403	631	1043	1383	439	228	413	340	439	1755	37
55			2	2			2	0	2	6	36
60									0	0	35
35	437	1617	2779	3559	445	1181	1162	780	1181	4724	29
97	19	32	63	81	32	13	31	19	32	126	28
41									0	0	26
59	66	97	135	170	30	31	38	34	66	265	25
56	25	41	70	80	5	17	29	10	29	114	25
1	121	533	791	1272	11	412	258	481	481	1924	22
6	32	57	89	241	68	25	32	152	152	608	21
75	1039	1957	2321	2997	581	918	364	676	1039	4157	20
81	15906	31675	44818	59430	16653	15769	13144	14612	16653	66610	20
79										0	19
11	342	522	754	1085	386	181	232	330	386	1543	18

**Таблиця 4.27.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Запоріжчини за групами  $m = 1, \dots, 99$  за період 2017\_ $u$  перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/T	Сумарний експорт $E_{um}$				Експорт $E_{tm}$				$M_m$ Квартал	$4M_m$ Рік	$W_m$ 2017
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV			
57									0	0	15
93									0	0	15
37									0	0	15
51									0	0	13
58					0				0	2	12
5	34	66	90	171	69	33	23	81	81	326	10
65	1	2	3	3	0	1	1	1	1	5	9
43									0	0	9
78		0	0	0		0	0	0	0	1	9
67									0	0	8
13									0	0	7
92									0	0	6
80									0	0	6
36			5	26			5	21	21	84	4
53									0	0	4
66				21			0	21	21	82	3
46				10			0	10	10	41	2
50									0	0	2
45	2	5	8	698	9	3	3	690	690	2760	2
14	76	148	170	304	9	72	22	134	134	537	1
M										4025812	

**Таблиця 4.28.** Середньомісячна нарахована заробітна плата (wage)  $W_t$  (грн..) штатних працівників й обсяг праці (labor)  $L_t = 3W_t$  (грн.) в кварталі  $t$

Район/Період	Середньомісячна зарплата $W_t$				Обсяг праці $L_t$					
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
м.Одеса	6036	6659	6802	7536	7424	18108	19977	20406	22608	22272
м.Балта	4505	5144	5222	5798	5262	13515	15432	15666	17394	15786
м.Б.-Дністровський	4607	5137	5597	6231	5662	13821	15411	16791	18693	16986
м.Біляївка	4925	5333	5215	5776	5895	14775	15999	15645	17328	17685
м.Ізмаїл	5068	6211	6251	6469	6630	15204	18633	18753	19407	19890
м.Чорноморськ	7886	8335	8795	8890	9547	23658	25005	26385	26670	28641
м.Подільськ	5419	6246	6879	7210	7048	16257	18738	20637	21630	21144
м.Теплодар	4167	5508	4515	5359	5207	12501	16524	13545	16077	15621
м.Южне	10991	12250	10777	11512	14189	32973	36750	32331	34536	42567
Ананівський	4557	4938	4892	5976	5356	13671	14814	14676	17928	16068
Арцизький	3984	4539	4794	5142	4967	11952	13617	14382	15426	14901
Балтський	4558	5592	6603	5972	5128	13674	16776	19809	17916	15384
Б.-Дністровський	4833	5791	5625	5925	5992	14499	17373	16875	17775	17976
Біляївський	7383	7115	7418	8486	6955	22149	21345	22254	25458	20865
Березівський	3851	4610	4014	4740	4931	11553	13830	12042	14220	14793
Болградський	4025	4418	4301	5173	5033	12075	13254	12903	15519	15099
Великомихайлівський	4532	5121	5270	6034	5727	13596	15363	15810	18102	17181
Іванівський	4281	5150	4620	4921	5556	12843	15450	13860	14763	16668
Ізмаїльський	4075	4459	4702	5008	4959	12225	13377	14106	15024	14877
Кілійський	4006	4512	4777	5061	4824	12018	13536	14331	15183	14472
Кодимський	3927	4608	4546	5307	4863	11781	13824	13638	15921	14589
Лиманський	6980	7488	7837	9318	8601	20940	22464	23511	27954	25803
Подільський	4078	4457	4640	4588	3711	12234	13371	13920	13764	11133
Окнянський	4053	4637	4319	4570	4797	12159	13911	12957	13710	14391
Любашівський	4018	4419	4057	4772	5137	12054	13257	12171	14316	15411
Миколаївський	4450	4786	4913	5836	5345	13350	14358	14739	17508	16035
Овідіопольський	5089	5853	6160	7366	6487	15267	17559	18480	22098	19461
Роздільнянський	5477	6355	6389	6441	6996	16431	19065	19167	19323	20988
Ренійський	4300	4680	4687	5255	5359	12900	14040	14061	15765	16077
Савранський	4352	4964	5196	5438	5287	13056	14892	15588	16314	15861
Саратський	4585	5145	5481	6577	6007	13755	15435	16443	19731	18021
Тарутинський	4209	5145	5062	5620	5039	12627	15435	15186	16860	15117
Татарбунарський	4196	4475	4419	5101	5178	12588	13425	13257	15303	15534
Захарівський	4244	4928	4610	5435	4976	12732	14784	13830	16305	14928
Ширяївський	3705	4404	5323	4968	5375	11115	13212	15969	14904	16125

**Таблиця 4.29.** Освоєно (використано) капітальних інвестицій  $C_u = \sum_{t=I}^u C_t$

(тис.грн.) за період 2017\_ $u$  перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року й обсяг  $C_t$  (тис.грн.) капітальних (capital) інвестицій за квартал  $t$

Район/Період	Освоєно інвестицій $C_u$ за період				Капітальні інвестиції $C_t$			
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV
м.Одеса	1546340	3953520	7115785	11597280	1395733	2407180	3162265	4481495
м.Балта	3741	12614	19624	41713	1304	8873	7010	22089
м.Б.-Дністровський	20408	52833	95946	147612	31113	32425	43113	51666
м.Біляївка	7683	21744	40993	90366	3459	14061	19249	49373
м.Ізмаїл	19242	60171	176482	278076	58597	40929	116311	101594
м.Чорноморськ	111623	251047	395160	891845	168187	139424	144113	496685
м.Подільськ	423	19524	24258	39078	5062	19101	4734	14820
м.Теплодар	121	573	1236	2068	554	452	663	832
м.Южне	27080	65349	194344	423654	83993	38269	128995	229310
Ананьївський	19423	32874	45557	76547	4322	13451	12683	30990
Арцизький	9159	50229	168583	281256	33186	41070	118354	112673
Балтський	23479	65379	111058	165131	14684	41900	45679	54073
Б.-Дністровський	48377	56168	179140	322348	49049	7791	122972	143208
Біляївський	81350	159161	382059	523507	73375	77811	222898	141448
Березівський	15538	84652	174820	251793	42259	69114	90168	76973
Болградський	35605	65907	111665	154597	42754	30302	45758	42932
Великомихайлівський	26763	70230	137729	201780	20790	43467	67499	64051
Іванівський	33767	49532	110704	166084	13864	15765	61172	55380
Ізмаїльський	24374	45721	68268	131084	8054	21347	22547	62816
Кілійський	15941	28149	52593	222472	27675	12208	24444	169879
Кодимський	6084	16188	39173	63911	12852	10104	22985	24738
Лиманський	391664	718827	1185350	1770658	759815	327163	466523	585308
Подільський	38283	79847	111363	178061	14487	41564	31516	66698
Окнянський	14611	31776	58131	85375	8502	17165	26355	27244
Любашівський	7255	13798	44187	74805	12634	6543	30389	30618
Миколаївський	11313	16827	24795	32934	2445	5514	7968	8139
Овідіопольський	91335	289787	513842	795098	84213	198452	224055	281256
Роздільнянський	41311	56657	76978	126304	8999	15346	20321	49326
Ренійський	10727	25400	49694	83333	7141	14673	24294	33639
Савранський	14176	29887	40687	55759	11633	15711	10800	15072
Саратський	18329	75764	162405	213233	27228	57435	86641	50828
Тарутинський	15145	30501	80532	128646	22633	15356	50031	48114
Татарбунарський	20263	66954	133417	180419	30223	46691	66463	47002
Захарівський	5815	12844	17397	37084	3088	7029	4553	19687
Ширяївський	42008	78713	140865	188810	11729	36705	62152	47945
Два райони					5533			
Одещина					3095636			

**Таблиця 4.30.** Чисельність  $N_t$  (осіб) наявного населення на кінець кварталу  $t$  й обсяг  $S_t$  (тис.грн.) реалізованих нефінансових послуг (services) в кварталі  $t$

Район/Період	Наявне населення $N_t$				Обсяг $S_t$ послуг					
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
м.Одеса	1011050	1010535	1010347	1011494	1010502	8412180	8182183	9021537	9279606	9750549
м.Балта	32171	32143	32153	32091	32006	1917	2585	2762	3330	2599
м.Б.-Дністровський	56800	56597	56446	56241	56094	79681	116976	198041	96697	109538
м.Біляївка	13792	13915	13988	13961	14014	82546	68796	59168	73599	238710
м.Ізмаїл	71471	71259	71153	71594	72043	358046	506706	528379	499637	453690
м.Чорноморськ	72489	72440	72442	72338	72207	1681723	1709277	1700093	2053951	1771218
м.Подільськ	40519	40704	40819	40710	40668	255235	226294	266309	266501	297249
м.Теплодар	10225	10202	10199	10234	10226	3176	3985	4834	5678	6478
м.Южне	32222	32306	32397	32369	32414	888439	1004381	787511	879093	865406
Ананьївський	26529	26478	26452	26305	26185	8895	11509	4437	7627	8695
Арцизький	44977	44885	44835	44826	44720	25990	17052	49167	29747	28122
Балтський	8688	8633	8620	8565	8493	1258	723	2174	2651	1341
Б.-Дністровський	60352	60308	60268	60254	60213	28737	14829	20809	24868	22898
Біляївський	80263	80132	80270	80863	81273	104742	103739	119571	158313	77526
Березівський	33628	33546	33493	33403	33282	2805	2393	3943	4192	3056
Болградський	68384	68231	68131	67976	67780	5219	5763	5322	4535	5528
Великомихайлівський	30764	30738	30707	30632	30591	1803	3941	4656	4659	2966
Іванівський	26409	26369	26353	26278	26218	2594	3423	4058	6257	4149
Ізмаїльський	51372	51309	51267	51325	51161	3468	3951	4137	4981	5593
Кілійський	51786	51705	51670	51541	51411	12801	13607	20533	17570	9314
Кодимський	28996	28905	28840	28909	28987	661	673	846	920	843
Лиманський	71017	70868	70785	70801	71141	1837037	1684884	1527710	1740372	1751662
Подільський	26463	26340	26253	26185	26000	3830	2207	6622	8104	4104
Окнянський	20037	20009	20030	19969	19952	279	303	281	262	281
Любашівський	30305	30240	30156	30048	29971	7027	5683	10955	10089	8655
Миколаївський	15893	15861	15858	15897	15871	1298	1298	1307	1648	941
Овідіопольський	81967	82490	83019	83411	84083	337630	301456	330665	364235	375091
Роздільнянський	58056	57971	57921	57894	57891	36667	44069	49632	54623	49851
Ренійський	37080	36983	36974	36903	36838	36461	39392	52218	69075	66034
Савранський	18842	18821	18789	18694	18622	702	902	1166	1228	1107
Саратський	44897	44848	44815	44808	44781	9563	9050	18793	16244	7708
Тарутинський	41192	41159	41194	40976	40909	62210	57164	43835	75118	83815
Татарбунарський	38821	38812	38858	38685	38618	2208	3467	7567	4753	3139
Захарівський	20050	20061	20119	20082	20051	741	494	581	611	621
Ширяївський	26896	26840	26799	26813	26755	1562	2084	1603	1625	1251
Кілька районів	35151	34973	34873	34750	34493	5088	2931	8796	10755	5445
Ряд районів	245356	244963	244834	244462	243758					
Одещина						14299129	14155237	14861224	15772396	16019727

**Таблиця 4.31.** Обсяг  $I_u = \sum_{t=I}^u I_t$  (тис.грн.) реалізованої промислової продукції (товарів, послуг) без ПДВ та акцизу за період 2017\_у перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року й обсяг  $I_t$  (тис.грн.) реалізованої промислової продукції за квартал  $t$

Район/Період	Обсяг $I_u$ промислової продукції				Обсяг $I_t$ промислової продукції			
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV
м.Одеса	6682472	12141568	18319792	25862560	7042643	5459095	6178225	7542768
м.Балта	7566	13914	22855	32424	13805	6348	8941	9569
м.Б.-Дністровський	234273	475943	710832	1014257	266968	241670	234889	303425
м.Біляївка	4133	11553	21370	31790	5301	7420	9817	10420
м.Ізмаїл	122604	252360	362059	485786	176264	129757	109698	123727
м.Чорноморськ	588114	1001652	1458019	2216940	653927	413538	456367	758920
м.Подільськ	42816	63889	80768	109491	58332	21074	16879	28723
м.Теплодар	15151	22090	30158	45382	21935	6939	8068	15224
м.Южне	3275942	6612990	8863809	12327929	3261929	3337048	2250819	3464120
Ананьївський	1429	2744	4025	5935	1544	1315	1281	1910
Арцизький	152691	409540	646811	815661	110596	256849	237271	168850
Балтський	1876	3624	4825	8908	1131	1748	1201	4082
Б.-Дністровський	353947	789631	1248357	1758932	434239	435684	458726	510575
Біляївський	289217	577587	1013960	1771482	345686	288370	436373	757523
Березівський	1197	2393	3590	4787	1197	1197	1197	1197
Болградський	95125	253327	425097	514941	85575	158202	171770	89844
Великомихайлівський	6644	12905	17189	31857	4073	6261	4284	14668
Іванівський	5703	11071	14752	27329	3491	5367	3681	12577
Ізмаїльський	11094	21541	28698	53377	6812	10447	7157	24679
Кілійський	188096	467025	765456	957642	185435	278929	298431	192186
Кодимський	5511	11021	16532	22042	5511	5511	5511	5511
Лиманський	310251	604175	892038	1248782	263154	293925	287862	356744
Подільський	5715	11058	14696	27232	3462	5343	3637	12536
Окнянський	2148	4297	6108	8087	1980	2148	1811	1980
Любашівський	803	1606	2409	3212	803	803	803	803
Миколаївський	3432	6659	8877	16533	2113	3227	2218	7656
Овідіопольський	350020	759586	1174972	1663373	460324	409567	415386	488401
Роздільнянський	294415	683889	1017228	1420586	376610	389474	333339	403358
Ренійський	78993	256586	437683	525817	72415	177593	181097	88134
Савранський	3382	6765	10147	13529	3382	3382	3382	3382
Саратський	38351	74464	90436	162385	60553	36113	15971	71950
Тарутинський	28573	59166	72821	103948	30613	30593	13655	31128
Татарбунарський	8384	16294	21752	40232	5142	5142	5142	5142
Захарівський	4330	8422	11262	20885	2670	2670	2670	2670
Ширяївський	5808	11268	15001	27885	3562	3562	3562	3562
Ряд районів	52987	102843	137052	254238	32457			
Одещина	13220206	25662606	37834382	53381938	13973177			

**Таблиця 4.32.** Обсяг  $Y_t$  (грн.) реалізованих нефінансових послуг і реалізованої промислової продукції на душу (наявного) населення, обсяг  $K_t$  (грн.) капітальних інвестицій на душу населення за квартал  $t$

Район/Період	Обсяг $Y_t$ на душу населення				Обсяг $K_t$ на душу населення					
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
м.Одеса	14930	13499	15044	16631	16619	1529	2382	3130	4431	1381
м.Балта	295	278	364	402	513	116	276	218	688	41
м.Б.-Дністровський	5527	6337	7670	7114	6712	359	573	764	919	555
м.Біляївка	6285	5477	4932	6018	17412	557	1010	1376	3536	247
м.Ізмаїл	6725	8932	8968	8707	8744	269	574	1635	1419	813
м.Чорноморськ	31313	29304	29768	38885	33586	1540	1925	1989	6866	2329
м.Подільськ	7356	6077	6938	7252	8744	10	469	116	364	124
м.Теплодар	1792	1071	1265	2042	2778	12	44	65	81	54
м.Южне	129240	134385	93784	134178	127332	840	1185	3982	7084	2591
Ананівський	389	484	216	363	391	732	508	479	1178	165
Арцизький	3973	6102	6389	4430	3102	204	915	2640	2514	742
Балтський	361	286	392	786	291	2702	4853	5299	6313	1729
Б.-Дністровський	6341	7470	7957	8886	7592	802	129	2040	2377	815
Біляївський	4908	4893	6926	11326	5207	1014	971	2777	1749	903
Березівський	119	107	153	161	128	462	2060	2692	2304	1270
Болградський	1467	2403	2599	1388	1344	521	444	672	632	631
Великомихайлівський	275	332	291	631	230	870	1414	2198	2091	680
Іванівський	314	333	294	717	291	1279	598	2321	2107	529
Ізмаїльський	283	281	220	578	242	474	416	440	1224	157
Кілійський	3879	5658	6173	4070	3788	308	236	473	3296	538
Кодимський	213	214	220	222	219	210	350	797	856	443
Лиманський	30236	27922	25649	29620	28321	5515	4617	6591	8267	10680
Подільський	361	287	391	788	291	1447	1578	1200	2547	557
Окнянський	121	123	104	112	113	729	858	1316	1364	426
Любашівський	258	214	390	362	316	239	216	1008	1019	422
Миколаївський	298	285	222	585	192	712	348	502	512	154
Овідіопольський	8389	8620	8987	10222	9936	1114	2406	2699	3372	1002
Роздільнянський	5703	7479	6612	7911	7367	712	265	351	852	155
Ренійський	3114	5867	6310	4260	3758	289	397	657	912	194
Савранський	217	228	242	247	241	752	835	575	806	625
Саратський	1067	1007	776	1968	1524	408	1281	1933	1134	608
Тарутинський	2204	2132	1396	2593	2797	368	373	1215	1174	553
Татарбунарський	273	222	327	256	214	522	1203	1710	1215	783
Захарівський	253	158	162	163	164	290	350	226	980	154
Ширяївський	274	210	193	193	180	1562	1368	2319	1788	438

**Таблиця 4.33.** Значення оцінок параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$  та їхніх похибок, залишків  $R_{tj}$  регресії, множинного коефіцієнта детермінації  $R^2$  для кварталу  $t$

Район/Період	ln $K$	ln $L$	ln $Y$	$R_{tj}$	ln $K$	ln $L$	ln $Y$	$R_{tj}$
	2017:I	2017:I	2017:I	2017:I	2017:II	2017:II	2017:II	2017:II
м.Одеса	<b>7,33</b>	<b>9,80</b>	<b>9,61</b>	<b>1,04</b>	<b>7,78</b>	<b>9,90</b>	<b>9,51</b>	<b>0,99</b>
м.Балта	4,76	9,51	5,69	-1,60	5,62	9,64	5,63	-1,52
м.Б.-Дністровський	5,88	9,53	<b>8,62</b>	<b>1,45</b>	6,35	9,64	<b>8,75</b>	<b>1,74</b>
м.Біляївка	<b>6,32</b>	<b>9,60</b>	<b>8,75</b>	<b>1,25</b>	<b>6,92</b>	9,68	<b>8,61</b>	<b>1,44</b>
м.Ізмаїл	5,60	<b>9,63</b>	<b>8,81</b>	<b>0,96</b>	6,35	<b>9,83</b>	<b>9,10</b>	<b>0,80</b>
м.Чорноморськ	<b>7,34</b>	<b>10,07</b>	<b>10,35</b>	<b>0,05</b>	<b>7,56</b>	<b>10,13</b>	<b>10,29</b>	<b>0,21</b>
м.Подільськ	2,35	<b>9,70</b>	<b>8,90</b>	-0,15	6,15	<b>9,84</b>	<b>8,71</b>	<b>0,34</b>
м.Теплодар	2,47	9,43	<b>7,49</b>	<b>0,17</b>	3,79	<b>9,71</b>	6,98	-0,96
м.Южне	<b>6,73</b>	<b>10,40</b>	<b>11,77</b>	-0,83	<b>7,08</b>	<b>10,51</b>	<b>11,81</b>	-0,97
Ананьївський	<b>6,60</b>	9,52	5,96	-0,96	6,23	9,60	6,18	-0,58
Арцизький	5,32	9,39	<b>8,29</b>	<b>1,93</b>	<b>6,82</b>	9,52	<b>8,72</b>	<b>2,63</b>
Балтський	<b>7,90</b>	9,52	5,89	-0,73	<b>8,49</b>	<b>9,73</b>	5,66	-1,55
Б.-Дністровський	<b>6,69</b>	<b>9,58</b>	<b>8,75</b>	<b>1,47</b>	4,86	<b>9,76</b>	8,92	<b>0,83</b>
Біляївський	<b>6,92</b>	<b>10,01</b>	<b>8,50</b>	-1,48	<b>6,88</b>	<b>9,97</b>	<b>8,50</b>	-0,63
Березівський	6,14	9,35	4,78	-1,16	<b>7,63</b>	9,53	4,67	-1,38
Болградський	<b>6,26</b>	9,40	<b>7,29</b>	<b>1,09</b>	6,10	9,49	<b>7,78</b>	<b>1,75</b>
Великомихайлівський	<b>6,77</b>	9,52	5,62	-1,23	<b>7,25</b>	9,64	5,80	-1,02
Іванівський	<b>7,15</b>	9,46	5,75	-0,64	6,39	9,65	5,81	-1,21
Ізмаїльський	6,16	9,41	5,65	-0,66	6,03	9,50	5,64	-0,47
Кілійський	5,73	9,39	<b>8,26</b>	<b>1,97</b>	5,46	9,51	<b>8,64</b>	<b>2,35</b>
Кодимський	5,35	9,37	5,36	-0,89	5,86	9,53	5,37	-0,99
Лиманський	<b>8,62</b>	<b>9,95</b>	<b>10,32</b>	<b>1,11</b>	<b>8,44</b>	<b>10,02</b>	<b>10,24</b>	<b>1,04</b>
Подільський	<b>7,28</b>	9,41	5,89	-0,16	<b>7,36</b>	9,50	5,66	-0,21
Окнянський	<b>6,59</b>	9,41	4,80	-1,37	<b>6,75</b>	9,54	4,81	-1,44
Любашівський	5,48	9,40	5,55	-0,82	5,38	9,49	5,37	-0,79
Миколаївський	<b>6,57</b>	9,50	5,70	-1,08	5,85	9,57	5,65	-0,96
Овідіопольський	<b>7,02</b>	<b>9,63</b>	<b>9,03</b>	<b>1,49</b>	<b>7,79</b>	<b>9,77</b>	<b>9,06</b>	<b>1,42</b>
Роздільнянський	<b>6,57</b>	9,71	<b>8,65</b>	<b>0,53</b>	5,58	<b>9,86</b>	<b>8,92</b>	<b>0,33</b>
Ренійський	5,67	9,46	<b>8,04</b>	<b>1,28</b>	5,98	9,55	<b>8,68</b>	<b>2,23</b>
Савранський	<b>6,62</b>	9,48	5,38	-1,24	<b>6,73</b>	9,61	5,43	-1,28
Саратський	6,01	9,53	6,97	-0,13	<b>7,16</b>	9,64	6,91	<b>0,04</b>
Тарутинський	5,91	9,44	<b>7,70</b>	<b>1,13</b>	5,92	9,64	<b>7,66</b>	<b>0,57</b>
Татарбунарський	<b>6,26</b>	9,44	5,61	-0,86	<b>7,09</b>	9,50	5,40	-0,54
Захарівський	5,67	9,45	5,53	-1,15	5,86	9,60	5,06	-1,75
Ширяївський	<b>7,35</b>	9,32	5,61	<b>0,21</b>	<b>7,22</b>	9,49	5,35	-0,46
Середнє	6,21	9,56	7,28	0,00	6,53	9,69	7,29	0,00
Параметр	$a$	$b$	$c$	$R^2$	$a$	$b$	$c$	$R^2$
Оцінка	-0,24	6,48	-53,23	0,79	-0,18	6,78	-57,28	0,75

Похибка 0,17 0,88 8,18 0,23 1,06 9,96

**Таблиця 4.34.** Значення оцінок параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$  та їхніх похибок, залишків  $R_{tj}$  регресії, множинного коефіцієнта детермінації  $R^2$  для кварталу  $t$

	$\ln K$	$\ln L$	$\ln Y$	$R_{tj}$	$\ln K$	$\ln L$	$\ln Y$	R	$\ln K$	$\ln L$	$\ln Y$	$R_{tj}$
Район/Період	2017:III	2017:III	2017:III	2017:III	2017:IV	2017:IV	2017:IV	2017:IV	2018:I	2018:I	2018:I	2018:I
м.Одеса	<b>8,05</b>	<b>9,92</b>	<b>9,62</b>	<b>0,94</b>	<b>8,40</b>	<b>10,03</b>	<b>9,72</b>	<b>0,51</b>	<b>7,23</b>	<b>10,01</b>	<b>9,72</b>	<b>0,84</b>
м.Балта	5,38	9,66	5,90	-1,28	6,53	9,76	6,00	-1,23	3,71	9,67	6,24	-0,50
м.Б.-Дністровський	6,64	<b>9,73</b>	<b>8,95</b>	<b>1,41</b>	6,82	<b>9,84</b>	<b>8,87</b>	<b>1,13</b>	<b>6,32</b>	9,74	<b>8,81</b>	<b>1,62</b>
м.Біляївка	<b>7,23</b>	9,66	<b>8,50</b>	<b>1,45</b>	<b>8,17</b>	9,76	<b>8,70</b>	<b>1,25</b>	5,51	<b>9,78</b>	<b>9,76</b>	<b>2,32</b>
м.Ізмаїл	<b>7,40</b>	<b>9,84</b>	<b>9,10</b>	<b>0,92</b>	7,26	<b>9,87</b>	<b>9,07</b>	<b>1,03</b>	<b>6,70</b>	<b>9,90</b>	<b>9,08</b>	<b>0,90</b>
м.Чорноморськ	<b>7,60</b>	<b>10,18</b>	<b>10,30</b>	-0,01	<b>8,83</b>	<b>10,19</b>	<b>10,57</b>	<b>0,22</b>	<b>7,75</b>	<b>10,26</b>	<b>10,42</b>	-0,03
м.Подільськ	4,75	<b>9,93</b>	<b>8,84</b>	-0,10	5,90	<b>9,98</b>	<b>8,89</b>	<b>0,35</b>	4,82	<b>9,96</b>	<b>9,08</b>	<b>0,51</b>
м.Теплодар	4,17	9,51	7,14	<b>0,80</b>	4,40	9,69	<b>7,62</b>	<b>1,23</b>	3,99	9,66	<b>7,93</b>	<b>1,26</b>
м.Южне	<b>8,29</b>	<b>10,38</b>	<b>11,45</b>	-0,10	<b>8,87</b>	<b>10,45</b>	<b>11,81</b>	-0,22	<b>7,86</b>	<b>10,66</b>	<b>11,75</b>	-1,18
Ананьївський	6,17	9,59	5,38	-1,34	7,07	9,79	5,89	-1,61	5,11	9,68	5,97	-0,87
Арцизький	<b>7,88</b>	9,57	<b>8,76</b>	<b>2,27</b>	<b>7,83</b>	9,64	<b>8,40</b>	<b>1,75</b>	<b>6,61</b>	9,61	<b>8,04</b>	<b>1,67</b>
Балтський	<b>8,58</b>	<b>9,89</b>	5,97	-2,49	<b>8,75</b>	9,79	6,67	-1,09	<b>7,46</b>	9,64	5,67	-0,89
Б.-Дністровський	<b>7,62</b>	<b>9,73</b>	<b>8,98</b>	<b>1,47</b>	7,77	9,79	<b>9,09</b>	<b>1,54</b>	<b>6,70</b>	<b>9,80</b>	<b>8,93</b>	<b>1,39</b>
Біляївський	<b>7,93</b>	<b>10,01</b>	<b>8,84</b>	-0,38	<b>7,47</b>	<b>10,14</b>	<b>9,33</b>	-0,50	<b>6,81</b>	<b>9,95</b>	<b>8,56</b>	<b>0,08</b>
Березівський	<b>7,90</b>	9,40	5,03	-0,34	<b>7,74</b>	9,56	5,08	-1,02	<b>7,15</b>	9,60	4,85	-1,47
Болградський	6,51	9,47	<b>7,86</b>	<b>1,97</b>	6,45	9,65	7,24	<b>0,76</b>	<b>6,45</b>	9,62	7,20	<b>0,75</b>
Великомихайлівський	<b>7,70</b>	9,67	5,67	-1,42	<b>7,65</b>	<b>9,80</b>	6,45	-1,21	<b>6,52</b>	9,75	5,44	-1,82
Іванівський	<b>7,75</b>	9,54	5,68	-0,58	<b>7,65</b>	9,60	6,57	<b>0,24</b>	<b>6,27</b>	9,72	5,67	-1,40
Ізмаїльський	6,09	9,55	5,39	-1,08	7,11	9,62	6,36	0,00	5,06	9,61	5,49	-0,87
Кілійський	6,16	9,57	8,73	<b>2,16</b>	<b>8,10</b>	9,63	<b>8,31</b>	<b>1,73</b>	<b>6,29</b>	9,58	<b>8,24</b>	<b>2,05</b>
Кодимський	6,68	9,52	5,40	-0,83	6,75	9,68	5,40	-1,28	6,09	9,59	5,39	-0,85
Лиманський	<b>8,79</b>	<b>10,07</b>	<b>10,15</b>	<b>0,64</b>	<b>9,02</b>	<b>10,24</b>	<b>10,30</b>	-0,38	<b>9,28</b>	<b>10,16</b>	<b>10,25</b>	<b>0,45</b>
Подільський	<b>7,09</b>	9,54	5,97	-0,36	<b>7,84</b>	9,53	6,67	<b>0,77</b>	<b>6,32</b>	9,32	5,67	<b>1,13</b>
Окнянський	<b>7,18</b>	9,47	4,65	-1,23	7,22	9,53	4,72	-1,06	6,05	9,57	4,73	-1,42
Любашівський	6,92	9,41	5,97	<b>0,47</b>	6,93	9,57	5,89	-0,13	6,04	9,64	5,75	-0,83
Миколаївський	6,22	9,60	5,40	-1,34	6,24	9,77	6,37	-0,85	5,04	9,68	5,26	-1,57
Овідіопольський	<b>7,90</b>	<b>9,82</b>	<b>9,10</b>	<b>1,04</b>	<b>8,12</b>	<b>10,00</b>	<b>9,23</b>	<b>0,21</b>	<b>6,91</b>	<b>9,88</b>	<b>9,20</b>	<b>1,17</b>
Роздільнянський	5,86	<b>9,86</b>	<b>8,80</b>	<b>0,38</b>	6,75	<b>9,87</b>	<b>8,98</b>	<b>1,04</b>	5,05	<b>9,95</b>	<b>8,90</b>	<b>0,39</b>
Ренійський	6,49	9,55	<b>8,75</b>	<b>2,32</b>	6,82	9,67	<b>8,36</b>	<b>1,73</b>	5,27	9,69	<b>8,23</b>	<b>1,38</b>
Савранський	6,35	9,65	5,49	-1,60	6,69	9,70	5,51	-1,33	<b>6,44</b>	9,67	5,49	-1,27
Саратський	<b>7,57</b>	<b>9,71</b>	6,65	-0,69	7,03	<b>9,89</b>	<b>7,58</b>	-0,53	<b>6,41</b>	<b>9,80</b>	7,33	-0,23
Тарутинський	<b>7,10</b>	9,63	7,24	<b>0,36</b>	7,07	9,73	<b>7,86</b>	<b>0,76</b>	<b>6,32</b>	9,62	<b>7,94</b>	<b>1,48</b>
Татарбунарський	<b>7,44</b>	9,49	5,79	-0,21	7,10	9,64	5,54	-0,94	<b>6,66</b>	9,65	5,37	-1,26
Захарівський	5,42	9,53	5,09	-1,31	6,89	9,70	5,10	-1,76	5,04	9,61	5,10	-1,28
Ширяївський	<b>7,75</b>	9,68	5,26	-1,89	<b>7,49</b>	9,61	5,27	-1,10	6,08	9,69	5,19	-1,67
Середнє	6,99	9,70	7,31	0,00	7,34	9,79	7,53	0,00	6,21	9,76	7,33	0,00

Параметр	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$R^2$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$R^2$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$R^2$
Оцінка	-0,06	6,27	-53,10	0,74	0,15	6,49	-57,13	0,81	0,00	6,26	-53,79	0,77
Похибка	0,23	1,08	10,01		0,23	0,97	8,94		0,23	1,04	9,58	

**Таблиця 4.35.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Одещини за групами  $m = 0, \dots, 99$  за період 2017\_у перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/T	Сумарний експорт $E_{um}$				Квартальний експорт $E_{tm}$				$M_m$	$4M_m$	$W_m$
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV	Квартал	Рік	2017
0	336477	810534	1406186	1814412	416697	474057	595652	408226	595652	2382606	17581
85	12399	28268	44477	61643	13374	15869	16209	17166	17166	68663	2566
84	5365	10336	15097	21488	5003	4971	4762	6391	6391	25563	2082
27	132	331	682	1099	300	199	352	417	417	1668	1954
87	940	308	359	511	87	-632	52	152	940	3759	1440
71	0	1	3	4	4	1	1	2	4	14	636
39	1657	3599	5670	8377	2750	1942	2072	2706	2750	11001	595
90	1529	2737	4055	5464	1740	1208	1318	1409	1740	6961	577
30	285	444	850	1159	356	159	406	309	406	1625	534
29	188	2978	9197	13540	2898	2790	6219	4343	6219	24875	381
72	8769	24802	55242	106316	44118	16034	30440	51074	51074	204297	372
88	0	3	162	162	0	3	159	0	159	637	327
99											321
73	2887	6787	12195	17725	5899	3900	5408	5530	5899	23596	283
26	49	61	62	70	75	11	1	8	75	300	259
94	113	427	773	1034	410	315	346	261	410	1641	243
62	1358	2584	4416	6152	1418	1227	1831	1736	1831	7325	228
61	204	425	678	943	180	220	254	265	265	1060	226
38	154	700	926	1194	490	546	226	267	546	2184	189
40	214	346	403	626	166	132	57	223	223	893	185
76	1009	1672	4025	5885	1530	663	2354	1859	2354	9415	177
48	573	1453	2437	3177	691	880	984	741	984	3936	162
74	12	36	38	64	5	24	2	27	27	107	147
64	1905	3743	6039	8172	2179	1838	2296	2134	2296	9183	144
44	3346	8096	13792	19492	4135	4751	5695	5700	5700	22800	136
89	640	86658	152636	186333	21010	86019	65977	33698	86019	344075	135
33	64	154	199	375	81	91	44	176	176	705	128
2	304	686	1201	1879	324	381	516	678	678	2710	125
3	64	305	548	833	191	241	244	285	285	1139	119
95	963	2152	3147	4678	1586	1189	995	1531	1586	6342	116
8	8193	10603	7612	27550	14783	2410	-2991	19938	19938	79752	116
22	6892	15789	21346	32886	12597	8897	5557	11539	12597	50386	115
28	2435	36245	41315	43328	1163	33810	5071	2012	33810	135239	112
10	105266	216674	497143	602089	98076	111408	280469	104945	280469	1121876	103

15	74426	180332	227563	319422	105876	105906	47231	91859	105906	423625	99
12	49329	73593	132231	155382	28176	24263	58638	23151	58638	234553	98
4	1828	3085	5982	8823	1824	1256	2897	2841	2897	11590	85
32	307	618	1006	1273	235	311	388	267	388	1552	80

**Таблиця 4.36.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Одещини за групами  $m = 1, \dots, 99$  за період 2017\_ $u$  перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/T	Сумарний експорт $E_{um}$				Квартальний експорт $E_{tm}$				$M_m$	$4M_m$	$W_m$
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV	Квартал	Рік	2017
42	8	52	122	161	26	45	69	40	69	276	78
7	6997	14625	30319	24300	4820	7628	15695	-6019	15695	62779	72
70	462	964	1730	2538	629	502	766	808	808	3232	72
19	867	1516	3026	3880	889	649	1510	854	1510	6040	71
23	18736	36475	52625	56503	24328	17739	16150	3878	24328	97313	70
21	478	748	1075	1517	571	271	327	442	571	2283	69
83	2966	5668	7486	8209	1622	2702	1818	724	2966	11865	67
82	33	113	156	215	107	80	43	59	107	428	65
63	360	670	702	773	34	310	32	70	360	1441	63
20	1223	2634	5074	9116	1671	1411	2439	4043	4043	16170	62
34	92	315	676	867	233	223	361	191	361	1444	59
52	1	10	20	23	4	10	10	3	10	39	56
69	19	71	90	123	27	52	18	33	52	210	53
9	599	1588	1913	1742	415	989	325	-171	989	3958	52
96	23	101	184	269	71	77	83	85	85	339	51
68	82	206	334	419	102	124	129	85	129	515	51
31	3667	3709	3729	3729	0	43	20	0	3667	14667	51
91	1	3	6	15	2	3	3	8	8	32	50
18	43	106	126	172	14	63	20	46	63	251	49
16	678	1335	2076	2981	794	657	741	905	905	3621	49
47											48
17	803	1672	5345	6126	364	870	3673	781	3673	14691	48
54	4	10	22	148	19	6	12	126	126	502	47
25	12	36	59	80	80	24	23	22	80	320	42
24	59	69	148	164	5	11	79	17	79	314	42
86	21	41	72	115	75	20	31	44	75	300	37
49	29	58	90	123	38	29	32	33	38	153	37
55	19	45	92	146	27	26	46	54	54	216	36
60	1	98	9	16	19	97	-89	7	97	390	35
35	18	25	57	69	5	8	32	13	32	126	29
97											28
41	0	42	43	45	0	42	1	2	42	167	26
59	5	13	16	31	14	8	3	15	15	59	25

56	61	199	283	294	121	138	83	11	138	554	25
1	392	645	1036	1282	137	254	391	246	392	1566	22
6	49	52	52	52	206	4	0	0	206	824	21
75	0	1	1	1	0	1	0	-0	1	3	20
81	2	4	13	13	18	2	10	0	18	72	20

**Таблиця 4.37.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Одещини за групами  $m = 1, \dots, 99$  за період 2017\_у перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/T	Сумарний експорт $E_{um}$				Квартальний експорт $E_{tm}$				$M_m$	$4M_m$	$W_m$
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV	Квартал	Рік	2017
79	17	18	27	29	2	1	9	3		0	19
11	754	1920	3323	4366	720	1166	1404	1043	1404	5615	18
57	0	1	1	1	0	1	0	-I	1	4	15
93											15
37	0	0	0	71	0	0	0	71	71	284	15
51	12	26	84	84	1	14	59	0	59	236	13
58	1	6	17	36	9	5	11	19	19	78	12
5	10	16	16	16	50	6	0	0	50	200	10
65	6	21	32	59	14	14	12	27	27	107	9
43	0	0	1	2	0	0	0	2	2	7	9
78											9
67	5	6	10	13	1	1	3	3	5	21	8
13											7
92											6
80											6
36	20	20	25	60	16	0	5	35	35	139	4
53											4
66	0	1	3	5	0	1	2	2	2	8	3
46	12	12	12	15	13	0	0	2	13	52	2
50											2
45	21	44	204	386	178	24	160	183	183	730	2
14	2998	7467	10082	13798	4473	4469	2614	3717	4473	17891	1
M										3117578	

**Таблиця 4.38.** Площа (км<sup>2</sup>) регіонів України і деяких держав Європи

Регіон України	Площа	Держава Європи	Площа
1 Одещина	33314		
2 Дніпропетровщина	31923		
3 Чернігівщина	31903		
4 Харківщина	31418		
		Бельгія	30510
5 Житомирщина	29827		
6 Полтавщина	28750		
		Албанія	28748
7 Херсонщина	28461		
8 Київщина	28121		
9 Запоріжчина	27183		
10 Луганщина	26683		
11 Донеччина	26517		
12 Вінниччина	26492		
13 Крим	26081		
		Північна Македонія	25713
14 Кіровоградщина	24588		
15 Миколаївщина	24585		
16 Сумщина	23832		
17 Львівщина	21831		
18 Черкащина	20916		
19 Хмельниччина	20629		
		Словенія	20273
20 Волинь	20144		
21 Рівненщина	20051		
22 Івано-Франківщина	13927		
23 Тернопільщина	13824		
		Чорногорія	13812
24 Закарпаття	12753		
		Кіпр	9251
25 Чернівецьщина	8096		
		Люксембург	2586
26 Севастополь	864		
27 Київ	836		
		Андорра	468
		Мальта	316
		Ліхтенштейн	160
		Сан-Марино	61
		Монако	2

**Таблиця 4.39.** Населення (млн. осіб) регіонів України і деяких держав Європи

Регіон України	Населення	Держава Європи	Населення
1 Донецщина	4,2		
		Грузія	3,7
		Молдова	3,5
		Боснія і Герцеговина	3,5
2 Дніпропетровщина	3,2		
3 Київ	2,9		
		Вірменія	2,9
		Албанія	2,9
		Литва	2,8
4 Харківщина	2,7		
5 Львівщина	2,5		
6 Одещина	2,4		
7 Луганщина	2,2		
		Північна Македонія	2,1
8 Крим	2,0		
		Латвія	1,9
9 Київщина	1,8		
10 Запоріжчина	1,7		
11 Вінниччина	1,6		
12 Полтавщина	1,4		
13 Івано-Франківщина	1,4		
		Естонія	1,3
14 Хмельниччина	1,3		
15 Закарпаття	1,3		
16 Житомирщина	1,2		
17 Черкащина	1,2		
18 Рівненщина	1,2		
19 Миколаївщина	1,1		
20 Сумщина	1,1		
21 Тернопільщина	1,0		
22 Херсонщина	1,0		
23 Волинь	1,0		
24 Чернігівщина	1,0		
25 Кіровоградщина	1,0		
26 Чернівецьщина	0,9		
		Кіпр	0,9
		Чорногорія	0,6
		Люксембург	0,6
		Мальта	0,5
27 Севастополь	0,4		

**Таблиця 4.40.** Експорт (млрд. дол.) регіонів за кордон і деяких держав Європи у 2017 р.

Регіон України	Експорт	Держава Європи	Експорт
		Бельгія	309,1
		Словенія	30,2
		Литва	26,4
		Люксембург	18,4
		Естонія	14,0
		Латвія	12,3
1 Київ	9,7		
2 Дніпропетровщина	7,1		
		Боснія і Герцеговина	4,8
		Ісландія	4,6
3 Донецщина	4,4		
		Північна Македонія	4,3
		Сан-Марино	3,8
		Грузія	3,5
		Ліхтенштейн	3,2
4 Запоріжчина	3,0		
		Кіпр	2,9
		Мальта	2,6
		Молдова	2,4
5 Луганщина	2,3		
		Вірменія	2,2
6 Миколаївщина	1,9		
7 Полтавщина	1,9		
8 Одещина	1,8		
9 Київщина	1,7		
10 Львівщина	1,6		
11 Закарпаття	1,5		
12 Вінниччина	1,2		
13 Харківщина	1,2		
		Монако	1,0
		Албанія	1,0
14 Волинь	0,7		
15 Сумщина	0,7		
16 Івано-Франківщина	0,7		
17 Чернігівщина	0,6		
18 Черкащина	0,6		
19 Житомирщина	0,6		
20 Хмельниччина	0,5		
		Чорногорія	0,4

**Таблиця 4.40а.** Експорт (млрд. дол.) регіонів за кордон і деяких держав Європи у 2017 р.

Регіон України	Експорт	Держава Європи	Експорт
21 Кіровоградщина	0,4		
22 Рівненщина	0,4		
23 Тернопільщина	0,4		
24 Херсонщина	0,3		
25 Чернівецьщина	0,1		
		Андорра	0,1
26 Крим			
27 Севастополь			

**Таблиця 4.41.** Середньомісячна нарахована заробітна плата (wage)  $W_t$  (грн.) штатних працівників й обсяг праці (labor)  $L_t = 3W_t$  (грн.) в кварталі  $t$

Район/Період	Середньомісячна зарплата $W_t$				Обсяг праці $L_t$					
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
М.Миколаїв	6132	6783	7059	7920	7454	18396	20349	21177	23760	22362
М.Вознесенськ	4449	5210	5066	5370	5555	13347	15630	15198	16110	16665
М.Очаків	4776	5406	5543	7228	6050	14328	16218	16629	21684	18150
М.Первомайськ	4250	4726	4867	5123	5199	12750	14178	14601	15369	15597
М.Южноукраїнськ	11515	10679	10732	12965	14362	34545	32037	32196	38895	43086
Арбузинський	4348	4931	5252	5688	5339	13044	14793	15756	17064	16017
Баштанський	4812	5426	5604	5603	5943	14436	16278	16812	16809	17829
Березанський	4561	5095	5414	5555	5630	13683	15285	16242	16665	16890
Березнегуватський	3964	4517	4289	4559	5189	11892	13551	12867	13677	15567
Братський	4533	4809	5294	5233	5033	13599	14427	15882	15699	15099
Веселинівський	4273	5560	5183	5861	5214	12819	16680	15549	17583	15642
Вітовський	9220	9806	9830	10181	10430	27660	29418	29490	30543	31290
Вознесенський	4371	4869	4969	5482	5717	13113	14607	14907	16446	17151
Врадіївський	4502	5074	4938	5853	5935	13506	15222	14814	17559	17805
Доманівський	4110	4402	4949	4739	5101	12330	13206	14847	14217	15303
Єланецький	4336	5184	4966	5109	5519	13008	15552	14898	15327	16557
Казанківський	4190	5066	4988	4920	5781	12570	15198	14964	14760	17343
Кривоозерський	4223	4742	5132	5318	5208	12669	14226	15396	15954	15624
Миколаївський	4876	5257	5429	5847	5861	14628	15771	16287	17541	17583
Новобузький	4296	4944	4854	5323	5436	12888	14832	14562	15969	16308
Новоодеський	4356	4724	5405	5548	5470	13068	14172	16215	16644	16410
Очаківський	4857	5016	5056	4861	4825	14571	15048	15168	14583	14475
Первомайський	4074	4809	5556	5503	4991	12222	14427	16668	16509	14973
Снігурівський	4689	5069	5372	5582	5806	14067	15207	16116	16746	17418

**Таблиця 4.42.** Освоєно (використано) капітальних інвестицій  $C_u = \sum_{t=I}^u C_t$  (тис.грн.) за період 2017\_ $u$  перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року й обсяг  $C_t$  (тис.грн.) капітальних (capital) інвестицій за квартал  $t$

Район/Період	Освоєно інвестицій $C_u$ за період				Капітальні інвестиції $C_t$			
	2017_I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV
м.Миколаїв	860550	2532864	3992459	5640319	1089490	1672314	1459595	1647860
м.Вознесенськ	16446	34298	62614	99927	11886	17852	28316	37313
м.Очаків	656	3863	6495	11719	1188	3207	2632	5224
м.Первомайськ	7644	18384	26127	43645	6653	10740	7743	17518
м.Южноукраїнськ	37972	59844	80876	109518	6338	21872	21032	28642
Арбузинський	44491	92420	136331	236701	30699	47929	43911	100370
Баштанський	42917	87402	118412	173687	9177	44485	31010	55275
Березанський	17141	43738	77604	150015	53096	26597	33866	72411
Березнегуватський	30017	62138	97152	118705	14286	32121	35014	21553
Братський	35645	71639	107619	150560	14030	35994	35980	42941
Веселинівський	46370	113553	154629	203469	59257	67183	41076	48840
Вітовський	171900	778171	1281628	1497744	192420	606271	503457	216116
Вознесенський	35398	83865	104682	156194	17779	48467	20817	51512
Врадіївський	9700	25859	46869	59042	10406	16159	21010	12173
Доманівський	16020	48636	88257	142459	9483	32616	39621	54202
Єланецький	33908	46584	75860	110286	12251	12676	29276	34426
Казанківський	27524	50584	98782	130970	11329	23060	48198	32188
Кривоозерський	34151	85413	126026	147870	14584	51262	40613	21844
Миколаївський	17214	44303	76073	138139	15308	27089	31770	62066
Новобузький	12753	51457	72462	101244	12038	38704	21005	28782
Новоодеський	44338	216034	270144	328976	24774	171696	54110	58832
Очаківський	11966	19984	46853	85603	19251	8018	26869	38750
Первомайський	42789	98420	149272	192083	15672	55631	50852	42811
Снігурівський	18146	44471	75316	108929	13597	26325	30845	33613

**ТАБЛИЦЯ 4.43.** Чисельність  $N_t$  (осіб) наявного населення на кінець кварталу  $t$  й обсяг  $S_t$  (тис.грн.) реалізованих нефінансових послуг (services) в кварталі  $t$

Район/Період	Наявне населення $N_t$				Обсяг $S_t$ нефінансових послуг					
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
м.Миколаїв	489568	488311	487550	486255	485382	3753137	3485566	3673195	4111083	3911851
м.Вознесенськ	35139	35000	34931	35065	35005	13036	28395	28877	31380	22442
м.Очаків	14319	14272	14232	14198	14188	3424	6337	14208	8979	3644
м.Первомайськ	65875	65637	65524	65607	65386	18777	22127	22719	26858	22386
м.Южноукраїнськ	40169	40048	39993	39830	39814	34611	37445	41421	44236	43534
Арбузинський	19853	19803	19759	19834	19764	3457	3114	4088	5332	4033
Баштанський	37472	37422	37374	37312	37253	4105	1944	11291	10372	5461
Березанський	23097	23048	22998	23016	22970	1278	4511	17229	2542	1033
Березнегуватський	20165	20112	20091	20065	19981	1632	2717	2765	2622	2055
Братський	17764	17727	17689	17645	17611	3876	2887	4986	10037	5554
Веселинівський	22790	22716	22680	22711	22622	3456	2954	3122	5608	6362
Вітовський	50105	50022	49994	50191	50136	18035	21937	22313	24931	97479
Вознесенський	30140	30079	30070	29984	29868	474	402	475	521	362
Врадіївський	17347	17326	17293	17262	17214	6842	4640	8435	15827	8164
Доманівський	25213	25156	25123	25090	25008	577	3664	5552	6729	9035
Єланецький	15334	15311	15287	15277	15239	1317	2829	3244	2838	2052
Казанківський	19396	19344	19309	19363	19256	599	520	825	818	724
Кривоозерський	24522	24434	24364	24361	24290	1762	1912	1995	2024	1797
Миколаївський	30069	30007	29998	30005	29966	13029	24795	31596	37846	21076
Новобузький	30768	30713	30658	30594	30528	1328	1412	7652	4246	2784
Новоодеський	33318	33299	33248	33132	33033	7214	5224	30703	24417	17972
Очаківський	15241	15209	15184	15230	15188	13234	12476	15924	8137	17458
Первомайський	29727	29626	29551	29550	29449	3242	3820	5494	5237	4029
Снігурівський	39814	39728	39638	39747	39677	6054	6627	7711	11368	9870

**Таблиця 4.44.** Обсяг  $I_u = \sum_{t=I}^u I_t$  (тис.грн.) реалізованої промислової продукції (товарів, послуг) без ПДВ та акцизу за період 2017\_ $u$  перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року й обсяг  $I_t$  (тис.грн.) реалізованої промислової продукції за квартал  $t$

Район/Період	Обсяг $I_u$ промислової продукції				Обсяг $I_t$ промислової продукції			
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV
м.Миколаїв	4154032	7485753	10909726	16306743	4569532	3331720	3423974	5397017
м.Вознесенськ	180571	413372	630660	871953	232117	232801	217288	241293
м.Очаків	537	1255	2126	2875	1954	717	871	750
м.Первомайськ	215472	418029	654093	929878	209194	202557	236063	275786
м.Южноукраїнськ	2245033	3955257	5804962	8460078	2782565	1710225	1849705	2655117
Арбузинський	906	1932	2613	3140	377	1025	681	527
Баштанський	142928	309182	523196	746312	191162	166254	214014	223116
Березанський	149238	285808	413881	594730	149253	136570	128073	180850
Березнегуватський	757	1768	3001	4063	305	1012	1232	1063
Братський	12048	26701	34139	44120	7167	14653	7438	9981
Веселинівський	42682	118329	178709	222115	34542	75648	60380	43407
Вітовський	4745802	9322687	13644471	17840061	4681495	4576886	4321784	4195590
Вознесенський	94246	269335	447951	554053	127512	175089	178616	106102
Врадіївський	651	1523	2583	3496	868	872	1059	913
Доманівський	24231	76597	153252	249464	77911	52366	76655	96212
Єланецький	575	1346	2283	3094	233	771	937	811
Казанківський	728	1701	2884	3921	1207	973	1183	1037
Кривоозерський	7002	31498	71248	108853	31758	24496	39750	37605
Миколаївський	224683	630199	1077363	1496835	209393	405516	447164	419472
Новобузький	54942	123814	159522	288353	118718	68873	35708	128831
Новоодеський	276218	464363	706694	1028639	200743	188144	242331	321945
Очаківський	215976	372710	561562	851851	189837	156734	188852	290289
Первомайський	90229	190158	277506	369518	60835	99930	87348	92012
Снігурівський	861	2027	3353	29221	63347	1166	1326	25868
Ряд районів	3248	7593	12876	17449	538			
Миколаївщина	12880348	24505345	36267775	51013366	13942026	11624996	11762431	14745591

**Таблиця 4.45.** Обсяг  $Y_t$  (грн.) реалізованих нефінансових послуг і реалізованої промислової продукції на душу (наявного) населення, обсяг  $K_t$  (грн.) капітальних інвестицій на душу населення за квартал  $t$

Район/Період	Обсяг $Y_t$ на душу населення				Обсяг $K_t$ на душу населення					
	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I	2017:I	2017:II	2017:III	2017:IV	2018:I
м. Миколаїв	16151	22468	29911	41990	17474	1758	3425	2994	3389	2245
м. Вознесенськ	5510	12622	18881	25762	7272	468	510	811	1064	340
м. Очаків	277	532	1148	835	394	46	225	185	368	84
м. Первомайськ	3556	6706	10329	14583	3542	116	164	118	267	102
м.Южноукраїнськ	56751	99698	146185	213515	70983	945	546	526	719	159
Арбузинський	220	255	339	427	223	2241	2420	2222	5061	1553
Баштанський	3924	8314	14301	20280	5278	1145	1189	830	1481	246
Березанський	6517	12596	18746	25950	6543	742	1154	1473	3146	2312
Березнегуватський	118	223	287	333	118	1489	1597	1743	1074	715
Братський	896	1669	2212	3069	722	2007	2030	2034	2434	797
Веселинівський	2024	5339	8017	10027	1808	2035	2958	1811	2150	2619
Вітовський	95077	186810	273368	355940	95320	3431	12120	10070	4306	3838
Вознесенський	3143	8968	14913	18496	4281	1174	1611	692	1718	595
Врадіївський	432	356	637	1119	525	559	933	1215	705	605
Доманівський	984	3191	6321	10211	3477	635	1297	1577	2160	379
Єланецький	123	273	362	388	150	2211	828	1915	2253	804
Казанківський	68	115	192	245	100	1419	1192	2496	1662	588
Кривоозерський	357	1367	3006	4551	1381	1393	2098	1667	897	600
Миколаївський	7906	21828	36968	51147	7691	572	903	1059	2069	511
Новобузький	1829	4077	5453	9564	3980	414	1260	685	941	394
Новоодеський	8507	14102	22179	31784	6621	1331	5156	1627	1776	750
Очаківський	15039	25326	38033	56467	13649	785	527	1770	2544	1268
Первомайський	3144	6548	9577	12682	2203	1439	1878	1721	1449	532
Снігурівський	174	218	279	1021	1845	456	663	778	846	343

**Таблиця 4.46.** Значення оцінок параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$  та їхніх похибок, залишків  $R_{tj}$  регресії, множинного коефіцієнта детермінації  $R^2$  для кварталу  $t$

	$\ln K$	$\ln L$	$\ln Y$	$R_{tj}$	$\ln K$	$\ln L$	$\ln Y$	$R_{tj}$
Район/Період	2017:I	2017:I	2017:I	2017:I	2017:II	2017:II	2017:II	2017:II
м.Миколаїв	<b>7,47</b>	<b>9,82</b>	<b>9,69</b>	<b>0,91</b>	<b>8,14</b>	<b>9,92</b>	<b>10,02</b>	<b>0,37</b>
м.Вознесенськ	6,15	9,50	<b>8,61</b>	<b>1,49</b>	6,23	9,66	<b>9,44</b>	<b>1,60</b>
м.Очаків	3,82	9,57	5,62	-1,89	5,41	<b>9,69</b>	6,28	-1,58
м.Первомайськ	4,75	9,45	<b>8,18</b>	<b>1,27</b>	5,10	9,56	<b>8,81</b>	<b>1,73</b>
м.Южноукраїнськ	<b>6,85</b>	<b>10,45</b>	<b>10,95</b>	-1,09	6,30	<b>10,37</b>	<b>11,51</b>	-0,15
Арбузинський	<b>7,71</b>	9,48	5,39	-1,60	<b>7,79</b>	9,60	5,54	-2,34
Баштанський	<b>7,04</b>	<b>9,58</b>	<b>8,27</b>	<b>0,75</b>	7,08	<b>9,70</b>	<b>9,03</b>	<b>0,79</b>
Березанський	6,61	9,52	<b>8,78</b>	<b>1,53</b>	7,05	9,63	<b>9,44</b>	<b>1,54</b>
Березнегуватський	<b>7,31</b>	9,38	4,77	-1,75	<b>7,38</b>	9,51	5,41	-1,92
Братський	<b>7,60</b>	9,52	6,80	-0,42	<b>7,62</b>	9,58	7,42	-0,29
Веселинівський	<b>7,62</b>	9,46	<b>7,61</b>	<b>0,70</b>	<b>7,99</b>	<b>9,72</b>	<b>8,58</b>	<b>0,02</b>
Вітовський	<b>8,14</b>	<b>10,23</b>	<b>11,46</b>	<b>0,58</b>	<b>9,40</b>	<b>10,29</b>	<b>12,14</b>	<b>0,26</b>
Вознесенський	<b>7,07</b>	9,48	<b>8,05</b>	<b>1,02</b>	<b>7,38</b>	9,59	<b>9,10</b>	<b>1,37</b>
Врадіївський	6,33	9,51	6,07	-1,12	6,84	9,63	5,87	-1,96
Доманівський	6,45	9,42	6,89	<b>0,18</b>	<b>7,17</b>	9,49	8,07	<b>0,92</b>
Єланецький	<b>7,70</b>	9,47	4,82	-2,17	6,72	9,65	5,61	-2,31
Казанківський	<b>7,26</b>	9,44	4,23	-2,58	7,08	9,63	4,74	-3,13
Кривоозерський	<b>7,24</b>	9,45	5,88	-0,97	<b>7,65</b>	9,56	7,22	-0,42
Миколаївський	6,35	<b>9,59</b>	<b>8,98</b>	<b>1,37</b>	6,81	9,67	<b>9,99</b>	<b>1,98</b>
Новобузький	6,03	9,46	7,51	<b>0,56</b>	<b>7,14</b>	9,60	<b>8,31</b>	<b>0,56</b>
Новоодеський	<b>7,19</b>	9,48	<b>9,05</b>	<b>2,04</b>	<b>8,55</b>	9,56	<b>9,55</b>	<b>1,74</b>
Очаківський	6,67	<b>9,59</b>	<b>9,62</b>	<b>2,04</b>	6,27	9,62	<b>10,14</b>	<b>2,49</b>
Первомайський	<b>7,27</b>	9,41	<b>8,05</b>	<b>1,39</b>	<b>7,54</b>	9,58	<b>8,79</b>	<b>1,09</b>
Снігурівський	6,12	9,55	5,16	-2,24	6,50	9,63	5,38	-2,37
Середнє	6,78	9,58	7,52	0,00	7,13	9,69	8,18	
Параметр	$a$	$b$	$c$	$R^2$	$a$	$b$	$c$	$R^2$
Оцінка	-0,01	5,17	-41,95	0,66	0,21	5,30	-44,70	0,59
Похибка	0,34	1,30	12,33		0,39	1,71	16,15	

**Таблиця 4.47** Значення оцінок параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  функції Кобба–Дугласа  $Y_t = (e)^c (K_t)^a (L_t)^b$  та їхніх похибок, залишків  $R_{ij}$  регресії, множинного коефіцієнта детермінації  $R^2$  для кварталу  $t$

	ln K	ln L	ln Y	$R_{ij}$	ln K	ln L	ln Y	$R_{ij}$	ln K	ln L	ln Y	$R_{ij}$
Район/Період	2017:III	2017:III	2017:III	2017:III	2017:IV	2017:IV	2017:IV	2017:IV	2018:I	2018:I	2018:I	2018:I
м.Миколаїв	<b>8,00</b>	<b>9,96</b>	<b>10,31</b>	<b>0,30</b>	<b>8,13</b>	<b>10,08</b>	<b>10,65</b>	-0,07	<b>7,72</b>	<b>10,02</b>	<b>9,77</b>	<b>0,65</b>
м.Вознесенськ	6,70	9,63	<b>9,85</b>	<b>1,69</b>	6,97	9,69	<b>10,16</b>	<b>1,75</b>	5,83	9,72	<b>8,89</b>	<b>1,49</b>
м.Очаків	5,22	<b>9,72</b>	7,05	-1,93	5,91	<b>9,98</b>	6,73	-2,49	4,43	<b>9,81</b>	5,98	-1,48
м.Первомайськ	4,77	9,59	<b>9,24</b>	<b>1,00</b>	5,59	9,64	<b>9,59</b>	<b>2,07</b>	4,62	9,65	<b>8,17</b>	<b>1,33</b>
м.Южноукраїнськ	6,27	<b>10,38</b>	<b>11,89</b>	-1,03	6,58	<b>10,57</b>	<b>12,27</b>	<b>0,11</b>	5,07	<b>10,67</b>	<b>11,17</b>	-0,19
Арбузинський	<b>7,71</b>	9,66	5,83	-2,38	<b>8,53</b>	9,74	6,06	-3,37	<b>7,35</b>	9,68	5,41	-2,18
Баштанський	6,72	<b>9,73</b>	<b>9,57</b>	<b>0,78</b>	7,30	9,73	<b>9,92</b>	<b>1,16</b>	5,51	<b>9,79</b>	<b>8,57</b>	<b>0,95</b>
Березанський	<b>7,29</b>	9,70	<b>9,84</b>	<b>1,37</b>	<b>8,05</b>	9,72	<b>10,16</b>	<b>1,08</b>	<b>7,75</b>	9,73	<b>8,79</b>	<b>0,88</b>
Березнегуватський	<b>7,46</b>	9,46	5,66	-1,33	6,98	9,52	5,81	-1,86	<b>6,57</b>	9,65	4,77	-2,51
Братський	<b>7,62</b>	9,67	7,70	-0,57	<b>7,80</b>	9,66	8,03	-0,66	<b>6,68</b>	9,62	6,58	-0,59
Веселинівський	<b>7,50</b>	9,65	<b>8,99</b>	<b>0,83</b>	<b>7,67</b>	<b>9,77</b>	<b>9,21</b>	<b>0,07</b>	<b>7,87</b>	9,66	7,50	-0,10
Вітовський	<b>9,22</b>	<b>10,29</b>	<b>12,52</b>	<b>0,66</b>	<b>8,37</b>	<b>10,33</b>	<b>12,78</b>	<b>0,83</b>	<b>8,25</b>	<b>10,35</b>	<b>11,46</b>	<b>0,76</b>
Вознесенський	6,54	9,61	<b>9,61</b>	<b>1,54</b>	<b>7,45</b>	9,71	<b>9,83</b>	<b>1,10</b>	6,39	9,75	<b>8,36</b>	<b>0,70</b>
Врадіївський	7,10	9,60	6,46	-1,47	6,56	9,77	7,02	-1,57	6,40	<b>9,79</b>	6,26	-1,56
Доманівський	<b>7,36</b>	9,61	<b>8,75</b>	<b>0,85</b>	<b>7,68</b>	9,56	<b>9,23</b>	<b>1,04</b>	5,94	9,64	<b>8,15</b>	<b>1,09</b>
Єланецький	<b>7,56</b>	9,61	5,89	-2,00	<b>7,72</b>	9,64	5,96	-2,58	<b>6,69</b>	9,71	5,01	-2,57
Казанківський	<b>7,82</b>	9,61	5,26	-2,61	<b>7,42</b>	9,60	5,50	-2,73	6,38	9,76	4,61	-3,10
Кривоозерський	<b>7,42</b>	9,64	8,01	-0,11	6,80	9,68	8,42	<b>0,15</b>	6,40	9,66	7,23	-0,03
Миколаївський	6,97	9,70	<b>10,52</b>	<b>1,97</b>	<b>7,63</b>	9,77	<b>10,84</b>	<b>1,73</b>	6,24	9,77	<b>8,95</b>	<b>1,22</b>
Новобузький	6,53	9,59	8,60	<b>0,68</b>	6,85	9,68	<b>9,17</b>	<b>0,86</b>	5,98	9,70	<b>8,29</b>	<b>0,94</b>
Новоодеський	<b>7,39</b>	9,69	<b>10,01</b>	<b>1,56</b>	<b>7,48</b>	9,72	<b>10,37</b>	<b>1,57</b>	<b>6,62</b>	9,71	<b>8,80</b>	<b>1,28</b>
Очаківський	<b>7,48</b>	9,63	<b>10,55</b>	<b>2,53</b>	<b>7,84</b>	9,59	<b>10,94</b>	<b>2,56</b>	<b>7,14</b>	9,58	<b>9,52</b>	<b>2,43</b>
Первомайський	<b>7,45</b>	<b>9,72</b>	<b>9,17</b>	<b>0,56</b>	7,28	9,71	<b>9,45</b>	<b>0,78</b>	6,28	9,61	7,70	<b>0,65</b>
Снігурівський	6,66	9,69	5,63	-2,90	6,74	9,73	6,93	-1,54	5,84	9,77	7,52	-0,08
Середнє	7,12	9,71	8,62	0,00	7,30	9,77	8,96	0,00	6,41	9,78	7,81	0,00
Параметр	$a$	$b$	$c$	$R^2$	$a$	$b$	$c$	$R^2$	$a$	$b$	$c$	$R^2$
Оцінка	-0,17	6,24	-50,80	0,63	0,49	4,49	-38,46	0,56	0,23	4,35	-36,22	0,59
Похибка	0,40	1,69	16,04		0,51	1,54	15,49		0,34	1,32	13,16	

**Таблиця 4.48.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Миколаївщини за групами  $m=0, \dots, 99$  за період 2017\_у перших  $u=I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/T	Сумарний експорт $E_{um}$				Квартальний експорт $E_{tm}$				$M_m$	$4M_m$	$W_m$
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV	Квартал	Рік	2017
0	431325	862058	1352630	1900646	453104	430733	490572	548016	548016	2192064	17581
85	117	688	908	1647	459	571	220	739	739	2956	2566
84	2400	13924	27662	64399	1152	11523	13738	36737	36737	146950	2082
27	90	93	179	252	76	3	86	73	90	359	1954
87		8	8	27	114	8	0	19	114	457	1440
71											636
39	199	386	682	1049	903	187	297	367	903	3612	595
90	228	880	1145	1474	180	652	265	330	652	2607	577
30											534
29	6	10	73	88	3	4	63	15	63	253	381
72	10	42	44	144	382	32	2	100	382	1527	372
88		55	68	68		55	13	0	55	220	327
99											321
73	226	455	836	1328	295	230	381	492	492	1969	283
26	136	203	597	900		68	393	303	393	1573	259
94	155	348	547	781	205	193	199	234	234	936	243
62	2028	3940	6219	8299	2308	1911	334	736	2308	9230	228
61	854	1111	1445	2180	1035	257	3	3	1035	4142	226
38	12	16	19	22	56	5	3	3	56	225	189
40	4	17	29	45	2	13	12	16	16	64	185
76	37	106	145	149	1	69	39	4	69	277	177
48	286	374	548	671	377	88	174	124	377	1508	162
74			17	45			17	28	28	112	147
64	0	0	0	1	1	0	0	1	1	4	144
44	4039	7427	13831	15659	6971	3388	6405	1828	6971	27885	136
89	1824	1037	1148	1391	438	-787	111	243	1824	7296	135
33	331	850	1361	1950	392	518	511	589	589	2357	128
2	233	930	1673	2738	726	697	742	1066	1066	4262	125
3	239	352	744	981	28	114	392	237	392	1567	119
95		30	82	120		30	52	38	52	206	116
8	36	622	782	784	80	586	160	2	586	2342	116
22	2365	7086	10629	13468	3142	4721	3543	2839	4721	18884	115
28	127832	243502	356477	470164	126394	115671	112975	113687	127832	511328	112
10	178468	394788	629978	843470	189615	216321	235189	213492	235189	940758	103
15	37584	72328	85716	130921	26747	34743	13389	45204	45204	180818	99
12	39418	47893	120956	200756	50147	8475	73063	79801	79801	319203	98
4	3965	10255	17109	24386	2344	6290	6854	7276	7276	29105	85
32	7	15	132	197	20	8	117	65	117	470	80

**Таблиця 4.49.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Миколаївщини за групами  $m = 1, \dots, 99$  за період 2017\_у перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/T	Сумарний експорт $E_{um}$				Квартальний експорт $E_{tm}$				$M_m$	$4M_m$	$W_m$
	2017:I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018:I	2017:II	2017:III	2017:IV	Квартал	Рік	2017
42				0			0	0	0	1	78
7	109	776	4231	5277	810	667	3455	1046	3455	13820	72
70		10	11	14	1	10	1	3	10	40	72
19	522	989	1413	1988	529	467	424	575	575	2300	71
23	9004	16495	18810	44727	21031	7490	2316	25917	25917	103668	70
21	125	308	484	657	221	183	176	173	221	886	69
83	1	3	7	19	3	2	3	12	12	47	67
82	1	24	24	37		23	0	13	23	90	65
63	9	31	108	213	25	22	77	105	105	420	63
20	8997	14791	20262	27252	10520	5795	5471	6990	10520	42082	62
34	3	12	14	15	7	8	3	1	8	32	59
52				1				1	1	3	56
69		2	5	11		2	3	6	6	24	53
9	0	3	9	28	10	3	6	19	19	74	52
96	0	0	2	8	1	0	2	6	6	25	51
68	1	15	89	115	61	14	74	26	74	295	51
31	31	31	31	31	0	0	0	0	31	124	51
91											50
18	1	4	5	9	44	3	1	4	44	176	49
16	79	136	235	369	92	57	99	135	135	538	49
47											48
17	6511	11758	13708	13926	276	5247	1951	217	6511	26044	48
54	2	3	4	19		1	1	15	15	58	47
25	20	42	52	59	1	23	10	7	23	90	42
24	4	5	6	10	1	1	1	4	4	18	42
86	515	955	1071	1132	667	440	116	62	667	2667	37
49				2	1			2	2	7	37
55	0	0	0	26	0	0	0	26	26	105	36
60	2	4	16	16		2	12	0	12	48	35
35	192	522	1240	2122	512	331	718	882	882	3527	29
97											28
41	1645	4365	6667	9041	2892	2721	2302	2375	2892	11567	26
59	0	2	4	5		2	2	1	2	8	25
56	217	367	483	636	242	149	116	153	242	967	25
1	99	160	312	360	414	61	152	49	414	1656	22
6	28	28	28	28	24	0	0	0	28	113	21
75			1	2	40		1	1	40	160	20
81		135	1129	1404		135	993	276	993	3973	20

**Таблиця 4.50.** Експорт  $E_{um} = \sum_{t=I}^u E_{tm}$  і максимальний квартальний експорт  $M_m$  (тис.дол.) Миколаївщини за групами  $m = 1, \dots, 99$  за період 2017\_ $u$  перших  $u = I, II, III, IV$  кварталів року, світовий експорт  $W_m$  (млрд.дол.) за 2017 р.

m/Г	Сумарний експорт $E_{um}$				Квартальний експорт $E_{tm}$				$M_m$	$4M_m$	$W_m$
	2017_I	2017_II	2017_III	2017_IV	2018_I	2017:II	2017:III	2017:IV			
79		0	0	0		0	0	0	0	1	19
11	77	288	359	505	87	211	71	146	211	844	18
57					0				0	0	15
93											15
37											15
51											13
58	0	3	3	3	0	2	1	0	2	9	12
5											10
65				0				0	0	0	9
43											9
78											9
67											8
13											7
92											6
80											6
36											4
53	0	0	0	0		0	0	0	0	2	4
66			5	5			5	0	5	20	3
46											2
50											2
45											2
14	3	4	7	11	0	2	3	4	4	14	1
М										2442003	

Таблиця 4.51. Світовий експорт (млрд. дол.) за основними групами

товарів												
Група/Рік	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	Зміна (%)
Усього	11953	13778	15973	12317	15065	18073	18459	18957	<b>18970</b>	16508	15862	159
85	1634	1807	1918	1604	1962	2132	2195	2336	<b>2404</b>	2336	2330	147
84	1575	1792	1947	1509	1795	2059	2082	2102	<b>2160</b>	1939	1893	137
27	1740	1910	2828	1765	2329	3243	<b>3394</b>	3291	3048	1828	1535	45
87	1008	1183	1240	848	1085	1274	1309	1355	<b>1396</b>	1325	1346	139
71	244	292	370	325	439	634	778	<b>864</b>	720	633	638	74
39	386	446	479	391	484	564	570	604	<b>622</b>	554	546	161
90	372	397	440	396	476	530	555	564	<b>575</b>	543	536	155
30	288	342	399	420	444	459	470	491	<b>517</b>	499	506	179
29	298	343	368	306	369	439	447	<b>452</b>	435	371	351	78
88	174	184	211	213	222	250	287	313	322	<b>332</b>	329	191
72	329	423	<b>520</b>	275	387	477	428	398	414	328	302	58
99	256	394	<b>409</b>	256	305	313	303	325	370	400	264	65
73	209	256	308	227	247	301	306	312	<b>319</b>	281	259	153
94	138	162	177	146	167	191	211	229	<b>244</b>	239	233	177
61	145	172	178	159	179	209	212	232	<b>240</b>	222	218	166
62	158	170	182	157	169	199	193	208	<b>234</b>	220	217	148
38	107	125	154	128	152	183	178	185	<b>192</b>	170	172	180
40	119	139	157	124	169	<b>231</b>	222	208	194	168	163	70
26	96	121	144	117	193	<b>258</b>	237	249	234	159	160	62
76	138	157	164	113	147	174	161	166	<b>176</b>	166	159	128
48	148	166	179	153	170	<b>189</b>	168	173	175	157	154	81
64	74	83	92	82	97	114	118	129	<b>142</b>	134	134	193
44	111	124	118	91	106	120	119	132	<b>140</b>	125	128	126
89	92	107	148	147	173	<b>192</b>	158	147	139	136	124	65
74	136	150	148	106	159	<b>185</b>	174	166	156	130	119	64
33	66	77	87	79	89	103	105	113	<b>118</b>	111	116	179
2	68	79	98	88	97	117	118	125	<b>132</b>	114	114	194
3	63	67	72	70	82	96	96	105	<b>113</b>	102	110	179
8	53	61	71	67	76	87	91	100	105	104	<b>109</b>	206
22	68	81	91	80	87	104	108	<b>114</b>	114	105	106	94
28	82	96	128	85	115	<b>140</b>	130	126	122	111	100	71
95	69	84	98	82	84	92	92	91	95	96	<b>97</b>	141
10	50	72	105	78	85	117	120	<b>123</b>	120	103	95	77
12	32	43	64	59	68	82	94	<b>101</b>	100	88	89	89
15	45	61	90	66	81	<b>111</b>	107	99	97	86	87	79
32	57	64	68	58	70	81	80	82	<b>84</b>	74	74	146
42	39	44	50	43	52	66	69	75	<b>77</b>	75	73	198
4	47	61	72	59	70	84	82	94	<b>98</b>	75	73	206
7	38	45	49	49	56	62	59	66	67	66	<b>70</b>	182
70	53	60	65	54	63	72	72	<b>75</b>	74	68	69	92
23	32	40	53	51	56	65	73	82	<b>83</b>	72	69	257
19	33	39	47	45	48	56	58	65	<b>68</b>	63	66	206
21	33	39	45	44	47	55	57	63	<b>67</b>	62	65	201
83	44	51	54	44	51	58	59	63	<b>67</b>	64	62	154
82	43	48	54	41	52	62	63	65	<b>68</b>	62	60	160

**Таблиця 4.52.** Експорт (тис.дол.) Луганщини за групами, індекс Баласса (%)

Група/Рік	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Усього	6505025	4192709	3543581	1902640	257772	435547	Індекс Баласса					
85	26913	30620	26041	13241	369	263	4	6	6	5	1	0
84	114613	97079	87222	37930	4907	1209	15	21	22	18	16	2
27	3027295	903562	346998	208034	6062	13583	259	117	56	68	21	32
87	3499	2113	4542	1151	296	245	1	1	2	1	1	1
71	8433	11364					4	6	0	0	0	0
39	144731	85680	70551	37459	2699	2755	71	66	63	60	31	18
90	10204	2638	5173	6223	2554	463	5	2	5	11	30	3
30	5227	5779	6449	3092	1353	1233	3	5	7	6	17	9
29	164767	115582	84286	43521	6298	12229	104	114	100	100	109	127
88	85	2081					0	3	0	0	0	0
72	1465458	1455501	1602233	954224	135404	302907	854	1498	2155	2301	2647	3656
99							0	0	0	0	0	0
73	85575	68829	46374	15997	1808	34	79	99	79	50	41	0
94	1714	2050	1750	1284	664	343	2	4	4	5	18	5
61	29763	40315	50234	24660	305	587	40	84	116	102	9	10
62	22727	16322	17592	12334	7464	10419	32	37	45	53	217	175
38	7940	10735	8975	7503	5391	5321	12	27	26	39	203	112
40	2560	2727	2681	1216	392	352	3	5	7	6	15	8
26	258	234					0	0	0	0	0	0
76	34136	34819	34814	483	476	540	55	95	112	3	18	12
48	72908	83543	96604	67249	55972	49626	107	219	299	384	2283	1174
64							0	0	0	0	0	0
44	587	471	358	304	201		1	2	1	2	10	0
89							0	0	0	0	0	0
74							0	0	0	0	0	0
33							0	0	0	0	0	0
2							0	0	0	0	0	0
3							0	0	0	0	0	0
8						949	0	0	0	0	0	32
22	151	238					0	1	0	0	0	0
28	150058	125655	131676	18162	614	272	298	427	559	149	36	10
95	1328	1301	1429	752	186	175	4	6	8	8	12	7
10			6891	1064	4659	5606	0	0	30	9	289	215
12	3399	1378	1306	3553	2104	18	12	6	7	35	154	1
15	21126	10077	6533	4332	1208		53	42	35	45	90	0
32	1677	2483					0	14	0	0	0	0
42							0	0	0	0	0	0
4				15	1090		0	0	0	0	93	0
7	150	185					1	1	0	0	0	0

**Таблиця 4.53.** ЗП (грн), КІ (тис.грн), РПП (тис.грн), постійне населення (ПН) (осіб)

Місто / Район	ЗП	ЗП	КІ	КІ	РПП	РПП	ПН
Період	2015	2016	2015	2016	2015	2016	2017.01
м.Київ	6732	8648	80216838	96810656	124415069	148250406	2884454
Голосіївський	7374	9481	6022266	7208115	9267522	12536778	248827
Дарницький	4923	6008	3307078	3072709	4665472	4665678	329563
Деснянський	4331	5429	1482674	1934179	1393417	1763053	366333
Дніпровський	5106	6980	2532796	3079363	6392256	7623082	353464
Оболонський	5693	7146	3185226	2952838	6099185	6812510	318532
Печерський	7393	9591	19354646	28636027	50826809	59848649	150368
Подільський	8255	11002	6001637	9146398	18794990	21766526	196625
Святошинський	5208	6735	3101610	1837328	5775955	5539895	335287
Солом'янський	6613	8007	15718768	11158496	9440717	8758796	368060
Шевченківський	7712	9920	19510137	27785203	11758746	18935438	217395

**Таблиця 4.54.** Значення lnРППД, lnРЗП, lnКІД, ЗР, ПП (тис.дол) у 2015 р.

Місто / Район	РЗП	КІД	lnРЗП	lnКІД	РППД	lnРППД	ЗР	ПП
Період	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015.01
м.Київ	80784	27810	11,30	10,23	43133	10,67		22889192
Голосіївський	<b>88488</b>	<b>24203</b>	11,39	10,09	<b>37245</b>	10,53	-0,24	<b>2613839</b>
Дарницький	59076	10035	10,99	9,21	14157	9,56	0,09	664603
Деснянський	51972	4047	10,86	8,31	3804	8,24	-0,43	124688
Дніпровський	61272	7166	11,02	8,88	18085	9,80	<b>0,47</b>	1765915
Оболонський	68316	10000	11,13	9,21	19148	9,86	<b>0,12</b>	1032815
Печерський	<b>88716</b>	<b>128715</b>	11,39	11,77	<b>338016</b>	12,73	<b>0,93</b>	<b>5229176</b>
Подільський	<b>99060</b>	<b>30523</b>	11,50	10,33	<b>95588</b>	11,47	<b>0,35</b>	<b>1848187</b>
Святошинський	62496	9251	11,04	9,13	17227	9,75	<b>0,23</b>	604219
Солом'янський	<b>79356</b>	<b>42707</b>	11,28	10,66	<b>25650</b>	10,15	-0,76	<b>2446504</b>
Шевченківський	<b>92544</b>	<b>89745</b>	11,44	11,40	<b>54089</b>	10,90	-0,76	<b>6559246</b>
Медіана	73836	17119	11,21	9,65	22399	10,01	0,10	1807051

**Таблиця 4.55.** Значення lnРППД, lnРЗП, lnКІД, ЗР, ПП (тис.дол) у 2016 р.

Місто / Район	РЗП	КІД	lnРЗП	lnКІД	РППД	lnРППД	ЗР	ПП
Період	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016.10
м.Київ	103776	33563	11,55	10,42	51396	10,85		24628473
Голосіївський	<b>113772</b>	<b>28968</b>	11,64	10,27	<b>50384</b>	10,83	-0,18	<b>3400307</b>
Дарницький	72096	9324	11,19	9,14	14157	9,56	<b>0,13</b>	672274
Деснянський	65148	5280	11,08	8,57	4813	8,48	-0,42	91451
Дніпровський	83760	8712	11,34	9,07	21567	9,98	<b>0,29</b>	1472837
Оболонський	85752	9270	11,36	9,13	21387	9,97	<b>0,19</b>	1030785
Печерський	<b>115092</b>	<b>190440</b>	11,65	12,16	<b>398015</b>	12,89	<b>0,78</b>	<b>4991201</b>
Подільський	<b>132024</b>	<b>46517</b>	11,79	10,75	<b>110701</b>	11,61	0,04	<b>1734681</b>
Святошинський	80820	5480	11,30	8,61	16523	9,71	<b>0,36</b>	503535
Солом'янський	<b>96084</b>	<b>30317</b>	11,47	10,32	<b>23797</b>	10,08	-0,61	<b>3029078</b>
Шевченківський	<b>119040</b>	<b>127810</b>	11,69	11,76	<b>87102</b>	11,37	-0,58	<b>7702325</b>
Медіана	90918	19146	11,42	9,71	22682	10,03	0,08	1603759

**Таблиця 4.56.** Значення ЗП, КІ, ln(ЗЗП), lnКІД, РПП, П, lnРПД, ЗР за 2016:3

Місто / Район	ЗП	КІ	ln(ЗЗП)	lnКІД	РПП	П	lnРПД	ЗР
Період	2016:3	2016:3	2016:3	2016:3	2016:3	2016:3	2016:3	2016:3
м.Київ	7768	15642853	10,06	8,60	36654634	39582376	10,18	
Голосіївський	8065	1411856	<b>10,09</b>	<b>8,64</b>	2392687	4032472	<b>10,16</b>	-0,18
Дарницький	5433	528352	9,70	7,38	969189	1366464	8,87	<b>0,00</b>
Деснянський	5033	345817	9,62	6,85	376232	974657	8,21	-0,16
Дніпровський	6366	782563	9,86	7,70	1822618	1424770	9,13	-0,19
Оболонський	6676	547866	9,90	7,45	1027353	2351163	9,27	<b>0,08</b>
Печерський	8636	4586351	<b>10,16</b>	<b>10,33</b>	18545254	7496700	<b>12,06</b>	<b>0,38</b>
Подільський	10234	1157820	<b>10,33</b>	<b>8,68</b>	4756728	4243135	<b>10,73</b>	<b>0,05</b>
Святошинський	5934	366978	9,79	7,00	1121334	1974569	9,13	<b>0,43</b>
Солом'янський	7591	1289936	<b>10,03</b>	<b>8,16</b>	2379839	4074318	<b>9,77</b>	-0,12
Шевченківський	8730	4625314	<b>10,17</b>	<b>9,97</b>	3263398	11644130	<b>11,14</b>	-0,29
Медіана	7134	970192	9,97	7,93	2101229	3191818	9,52	-0,06

**Таблиця 4.57.** Значення ЗП, КІ, ln(63П), lnКІД, РПП, П, lnРПД, ЗР за 2016:6

Місто / Район	ЗП	КІ	ln(63П)	lnКІД	РПП	П	lnРПД	ЗР
Період	2016:6	2016:6	2016:6	2016:6	2016:6	2016:6	2016:6	2016:6
м.Київ	7995	35278337	10,78	9,41	70009138	84741823	10,89	
Голосіївський	8399	2954110	<b>10,83</b>	<b>9,38</b>	5691684	9418901	<b>11,01</b>	-0,07
Дарницький	5623	1356290	10,43	8,32	2109896	3077031	9,66	-0,03
Деснянський	5093	764424	10,33	7,64	777155	1950719	8,92	-0,18
Дніпровський	6539	1148692	10,58	8,09	3422727	2941754	9,80	-0,03
Оболонський	6782	1154182	10,61	8,20	3029919	4990060	10,13	<b>0,17</b>
Печерський	8854	10264762	<b>10,88</b>	<b>11,13</b>	29967432	15847867	<b>12,63</b>	<b>0,37</b>
Подільський	10320	2443923	<b>11,03</b>	<b>9,43</b>	9574667	9380486	<b>11,48</b>	<b>-0,02</b>
Святошинський	6220	775351	10,53	7,75	2648342	4047629	9,90	<b>0,38</b>
Солом'янський	7742	4611777	<b>10,75</b>	<b>9,44</b>	4833279	8585733	<b>10,50</b>	-0,46
Шевченківський	9046	9804826	<b>10,90</b>	<b>10,72</b>	7954037	24501644	<b>11,91</b>	-0,13
Медіана	7262	1900107	10,68	8,85	4128003	6787896	10,32	-0,03

**Таблиця 4.58.** Значення ЗП, КІ, ln(93П), lnКІД, РПП, П, lnРПД, ЗР за 2016:9

Місто / Район	ЗП	КІ	ln(93П)	lnКІД	РПП	П	lnРПД	ЗР
Період	2016:9	2016:9	2016:9	2016:9	2016:9	2016:9	2016:9	2016:9
м.Київ	8231	58406145	11,21	9,92	101157024	133888206	11,31	
Голосіївський	8790	4885875	<b>11,28</b>	<b>9,89</b>	9004179	15337838	<b>11,49</b>	-0,04
Дарницький	5795	2039409	10,86	8,73	3135168	4820924	10,09	<b>-0,02</b>
Деснянський	5211	1407800	10,76	8,25	1264590	3023691	9,37	-0,27
Дніпровський	6716	1687813	11,01	8,47	5474212	4757445	10,27	<b>0,07</b>
Оболонський	6927	1987052	11,04	8,74	5057866	7786158	10,60	<b>0,18</b>
Печерський	9120	16783294	<b>11,32</b>	<b>11,62</b>	39135145	24511106	<b>12,96</b>	<b>0,31</b>
Подільський	10440	5434181	<b>11,45</b>	<b>10,23</b>	15074892	14849031	<b>11,93</b>	-0,10
Святошинський	6397	1239034	10,96	8,21	4112847	6098478	10,32	<b>0,36</b>
Солом'янський	8061	6808641	<b>11,19</b>	<b>9,83</b>	6682544	13486945	<b>10,91</b>	-0,43
Шевченківський	9296	16133046	<b>11,33</b>	<b>11,21</b>	12215584	39216590	<b>12,37</b>	-0,06
Медіана	7494	3462642	11,12	9,28	6078378	10636551	10,76	-0,03

**Таблиця 4.59.** Значення ЗП, КІ, lnЗП, lnКІД, РПП, П, lnРПД, ЗР за 2016 р.

Місто / Район	ЗП	КІ	lnЗП	lnКІД	РПП	П	lnРПД	ЗР
Період	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016	2016
м.Київ	8648	96810656	11,55	10,42	148250406	133888206	11,49	
Голосіївський	9481	7208115	<b>11,64</b>	<b>10,27</b>	12536778	15337838	<b>11,63</b>	-0,06
Дарницький	6008	3072709	11,19	9,14	4665678	4820924	10,27	<b>0,03</b>
Десянський	5429	1934179	11,08	8,57	1763053	3023691	9,48	-0,25
Дніпровський	6980	3079363	11,34	9,07	7623082	4757445	10,46	<b>0,01</b>
Оболонський	7146	2952838	11,36	9,13	6812510	7786158	10,73	<b>0,21</b>
Печерський	9591	28636027	<b>11,65</b>	<b>12,16</b>	59848649	24511106	<b>13,24</b>	<b>0,39</b>
Подільський	11002	9146398	<b>11,79</b>	<b>10,75</b>	21766526	14849031	<b>12,13</b>	-0,09
Святошинський	6735	1837328	11,30	8,61	5539895	6098478	10,45	<b>0,34</b>
Солом'янський	8007	11158496	<b>11,47</b>	<b>10,32</b>	8758796	13486945	<b>11,01</b>	-0,42
Шевченківський	9920	27785203	<b>11,69</b>	<b>11,76</b>	18935438	39216590	<b>12,50</b>	-0,16
Медіана	7577	5143739	11,42	9,71	8190939	10636551	10,87	-0,02