

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ ІМЕНІ В.М. ГЛУШКОВА

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Симонов Денис Ігорович

УДК 519.8

ДИСЕРТАЦІЯ

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ІНТЕГРОВАНИХ ЛАНЦЮГІВ ПОСТАЧАННЯ

113 – «Прикладна математика»

Галузь знань 11 – «Математика та статистика»

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії.

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Симонов Д.І.

Науковий керівник:

Горбачук Василь Михайлович
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

Київ - 2023

АНОТАЦІЯ

Симонов Д.І. Математичні методи інтегрованих ланцюгів постачання. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика. – Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова Національної академії наук України, Київ. – 2023.

Зміст дисертації. У вступі обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету та задачі досліджень, розкрито наукову новизну та практичну цінність роботи, представлено її загальну характеристику.

У **розділі 1** розглянуто ключові аспекти управління ланцюгами постачання, визначаючи їхню критичну роль для успішної діяльності організацій у конкурентному середовищі. Однією з основних проблем визначається складність інтеграції ланцюгів постачання. Описано актуальність Аналізу і подальшої оптимізації ланцюгів постачання. Визначаються основні тенденції в управлінні інтегрованими ланцюгами постачання та перспективні напрямки дослідження, що є ключовими для підвищення ефективності та зниження ризиків організацій. Проаналізовано роботи вітчизняних (Бойченко М. В., Бочарова Н. А., Волинець Л.М., Глушков В.М., Горбачук, В.М., Гриценко С. І., Гуляницький Л.Ф., Задірака В. К., Загурський О. М., Заславський В.А., Кнопов П.С., Крикавський Є.В., Летичевський О.О., Макаренко М. В., Маковеева О. В., Михалевич В.С., Морозов А.А., Пепеляєв В.А., Семенова Н.В., Сергієнко І.В., Стецюк П.І., Хіміч О.М., Кузьменко В. М. та інших) та закордонних (Adewole A., Bowersox D. J., Cooper M. C., Frohlich M. T., Kotzab H., Kenneth L., Lambert D. M., Narasimhan R., Pagh J. D., Westbrook R.) вчених.

У **розділі 2** розглянуто математичні методи моделювання процесів в інтегрованих ланцюгах постачання. Введено означення "ланцюг постачання" та "постачальник першого рівня", а також описано властивості ланцюгів постачання, що дозволяють розвиватися в різних напрямках. Серед основних підходів визначені

функціональний, інформаційний та динамічний підходи. Описані три етапи інтеграції для досягнення рівноваги в ланцюгах постачання, а саме: внутрішньоорганізаційна інтеграція, міжорганізаційна інтеграція з партнерами компанії та розвиток гнучкої мережі організації. Наведено загальне рівняння динаміки процесу постачання. Запропоновано математичну модель системи постачання товару або послуг в межах певного ланцюга постачання з урахуванням рівня запасів, що виникають в наслідок інертності реагування системи на вихід зі стану рівноваги.

У **розділі 3** були проаналізовані фундаментальні математичні методи побудови нечітких когнітивних карт. Запропоновано метод побудови нечітких когнітивних карт для математичного моделювання процесів постачання з метою оптимізації роботи ланцюгів постачання. Складна проблема моделювання та управління системами досліджується за рахунок деталізації динамічних характеристик її складових частин ланцюгів постачання з використанням методів системного аналізу. Для побудови точної моделі складної системи запропоновано комбінувати досвід групи експертів та кореляційний аналіз накопичених даних. Розглянутий інструмент дозволяє виявляти силу впливу стохастичних факторів на стан системи постачання та надає інформацію для особи, що приймає рішення, о найбільш пріоритетних напрямках для впровадження оптимізаційних змін. Використання запропонованого методу розширює можливості для оптимізаційних методів, в тому числі дозволяє використовувати багатокритеріальну оптимізацію в поєднанні з методами системного аналізу, експертних оцінок, нейронних та семантичних мереж.

У **розділі 4** розглянуто алгоритм розв'язання задачі розміщення центрів обслуговування клієнтів з метою мінімізації виробничих, транспортних та інвестиційних витрат. Розглянуто два класи моделей: модель простої задачі розміщення та модель пошуку рішення на конкурентному ринку. Запропоновано багатоетапний алгоритм вибору локації з метою максимального врахування факторів впливу на якість прийнятого рішення та мінімізацію перспективних

інвестиційних ризиків. Запропонований алгоритм побудовано на використанні методів комбінаторної оптимізації, системного аналізу та перетворенні задачі в псевдобулеву модель, що дає змогу розв'язувати задачу розміщення за поліноміальний час. Розроблено багатоетапний метод вирішення багатокритеріальної задачі про оптимальний вибір локації, який дозволяє враховувати критерії оптимальності для усіх груп зацікавлених сторін, що приймають участь в процесі постачання, та вирішувати задачу про вибір локації за поліноміальний час. Для розробки алгоритму моделювання ризиків міграції споживачів та ступінь стійкості локацій до стану рівноваги було модифіковано гру "Game of Lofe".

У розділі 5 розглянуто декілька методів аналізу напрямів для оптимізації ланцюгів постачання. Запропоновано ітераційний метод пошуку оптимальної структури з урахуванням потужності ланок ланцюгів постачання та пропускної здатності шляхів між ними. Доведено теорему про величину максимального потоку в об'єднаному шляху. Виконано чисельне моделювання роботи запропонованого алгоритму пошуку напрямів для оптимізації структури мережі.

У розділі 6 розглянуто метод пошуку рішень у моделі управління запасами за невизначеності. Запропоновано алгоритм формулювання оптимальної стратегії управління запасами за допомогою розробленого методу визначення розміру оптимальної партії замовлення та формування оптимального плану постачання в умовах стохастичності попиту. В розділі виконано порівняння результатів моделювання альтернативних методів планування процесу управління запасами.

Ключові слова: ланцюг постачання, системний підхід, багатокритеріальна задача, оптимізація, математична модель, нечіткі когнітивні карти, потік, стохастичне програмування, управління запасами, експектиль, r -алгоритм.

ABSTRACT

Symonov D.I. Mathematical methods of integrated supply chains. – Qualifying scientific work as a manuscript.

Dissertation for a Doctor of Philosophy Degree by specialty 113 Applied mathematics. – V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the National Academy of Science of Ukraine. – Kyiv, 2020.

The contents of the dissertation. In the introduction the relevance of the research topic is substantiated, the research purpose and tasks are formulated, the research scientific novelty and practical value are explained, and its general description is presented.

In **Chapter 1**, the key aspects of supply chain management are considered, highlighting its critical role in enabling organizations to succeed in a competitive environment. One of the primary challenges is the complexity of supply chain integration. The significance of analyzing and further optimizing supply chains is discussed. The main trends in managing integrated supply chains and promising areas of research, crucial for enhancing efficiency and reducing organizational risks, are identified.

The author analyzes the works of domestic authors (Boychenko M.V., Bocharova N.A., Volynets L.M., Glushkov V.M., Gorbachuk V.M., Hrytsenko S.I., Gulyanytsky L.F., Zadiraka V.K., Zagurskyi O.M., Zaslavskyi V.A., Knopov P.S.), Krykavskyi E.V., Letichevskyi O.O., Makarenko M.V., Makoveieva O.V., Mykhalevych V.S., Morozov A.A., Pepelyaev V.A., Semenova N.V., Serhienko I.V., Stetsyuk P.I., Khimich O.M., Kuzmenko V.M. and others) and foreign (Adewole A., Bowersox D. J., Cooper M. C., Frohlich M. T., Kotzab H., Kenneth L., Lambert D. M., Narasimhan R., Pagh J. D., Westbrook R.) scientists.

In **Chapter 2**, discusses mathematical methods for modeling processes in integrated supply chains. It introduces the definitions of 'supply chain' and 'first-tier supplier,' outlining the properties that enable supply chains to evolve in various

directions. The primary approaches discussed are functional, information, and dynamic. The integration process is detailed across three stages to achieve balance in supply chains: intra-organizational integration, inter-organizational integration with company partners, and the development of a flexible organizational network. The section also presents the general equation governing the dynamics of the supply process. A mathematical model of the supply of goods or services within a specific supply chain has been proposed, taking into account inventory levels that arise due to the inertia of the system's response to deviations from the equilibrium state.

In **Chapter 3**, delves into the fundamental mathematical methods of constructing fuzzy cognitive maps. The proposed method involves building fuzzy cognitive maps to mathematically model supply processes, aiming to optimize the functioning of supply chains. The complex challenge of modeling and controlling systems is explored by scrutinizing the dynamic characteristics of supply chain components through system analysis methods. To construct a precise model of a complex system, the suggestion is to amalgamate the expertise of a group of experts with correlation analysis of accumulated data. This approach enables the identification of the strength of stochastic factors' influence on the supply system's state, providing decision-makers with crucial information on priority areas for implementing optimization changes. The utilization of this proposed method broadens the scope of optimization techniques, incorporating multi-criteria optimization alongside methods such as system analysis, expert assessments, and the integration of neural and semantic networks.

In **Chapter 4**, discusses the algorithm designed to address the challenge of optimizing the location of customer service centers with the goal of minimizing production, transportation, and investment costs. The section considers two classes of models: one for a straightforward location problem and another for finding a solution in a competitive market. To enhance the quality of decision-making and reduce potential investment risks, a multi-stage location selection algorithm is proposed. This algorithm is grounded in the application of combinatorial

optimization methods, system analysis, and the transformation of the problem into a pseudo-Bulge model. This strategic approach allows for the resolution of the location problem in polynomial time. A multi-stage method has been developed for solving a multi-criteria problem of optimal location selection, which allows considering optimality criteria for all stakeholder groups participating in the supply process and solving the location selection problem in polynomial time. To develop an algorithm for modeling consumer migration risks and the stability degree of locations to the equilibrium state, the 'Game of Lofe' was modified.

In **Chapter 5**, explores various methods for analyzing directions in supply chain optimization. An iterative method is proposed to determine the optimal structure, considering the capacity of supply chain links and the throughput of the paths between them. The section includes the proof of the theorem on the maximum flow in the combined path. Additionally, numerical modeling of the algorithm proposed for identifying directions to optimize the network structure is conducted.

In **Chapter 6**, The section discusses a method for finding solutions in a dynamic model of inventory management under uncertainty. It proposes an algorithm for formulating an optimal inventory management strategy, utilizing a developed method to determine the optimal order batch size and establish an optimal supply plan in the presence of stochastic demand. The section also provides a comparison of the results obtained from modeling alternative methods for planning the inventory management process.

Keywords: Supply Chain, System approach, Multi-criteria Problem, Optimization, Mathematical Model, Fuzzy Cognitive Maps, Dynamic Systems, flow, Stochastic Programming, Inventory Management, exponentiated, r-algorithm.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у наукових виданнях, включених на дату опублікування до переліку наукових фахових видань України за спеціальністю 113 – «Прикладна математика»:

1. Д. І. Симонов. “Конкурентні моделі розміщення центрів обслуговування клієнтів”. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: Математика і інформатика: зб. наук. пр.*, №42(1), с. 152-159, 2023. doi: 10.24144/2616-7700.2023.42(1).152-159.
2. Д.І. Симонов. “Пошук напрямів оптимізації в ланцюгах постачання за допомогою нечітких когнітивних карт”. *Математичне моделювання: науковий журнал*, №1(48), с. 32-39, 2023. doi: 10.31319/2519-8106.1(48)2023.280068.
3. Д.І. Симонов. “Аналіз потоку в мережі як метод оптимізації управління ланцюгом постачання”. *Журнал обчислювальної та прикладної математики*, №1, с. 5-14, 2023. doi: 10.17721/2706-9699.2023.1.01.
4. O. Palagin, D. Symonov. “Cybernetic model of rational world order under the paradigm of directed evolution”. *The International Scientific and Technical Journal "Problems of Control and Informatics"*, vol. 67 №6, pp. 54-66, 2022. doi: 10.34229/1028-0979-2022-6-5.
5. Д.І. Симонов, В.М. Горбачук. “Метод пошуку рішень у динамічній моделі управління запасами за невизначеності”. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки*, №4, с. 31-39, 2022. doi:10.17721/1812-5409.2022/4.4.
6. Д.І. Симонов. “Алгоритм визначення оптимального потоку в ланцюгах постачання з урахуванням багатокритеріальних умов та стохастичності процесів”. *Вісник Київського національного університету імені Тараса*

Шевченка. Серія фізико-математичні науки, №2, с. 109-116, 2021. doi: 10.17721/1812-5409.2021/2.15.

7. В.М. Горбачук, М.С. Дунаєвський, С.Б. Сулейманов, Л.О. Батіг, та Д.І. Симонов. “Моделі прийняття рішень на ринку хмарних послуг”. *Кібернетика та комп’ютерні технології, №3, с. 53–64, 2021. doi: 10.34229/2707-451X.21.3.5.*

Статті у інших наукових виданнях:

1. В.М. Горбачук, Л.О. Батіг, Д.І. Симонов. *Інноваційна поведінка на цифрових ринках. Цифрова економіка як фактор економічного зростання держави: колективна монографія (ред. О. Л. Гальцової), Херсон, Україна: Видавничий дім «Гельветика», 2021. с. 219-238.*
2. В.М. Горбачук, М.С. Дунаєвський, Д.І. Симонов. Поквартальне оцінювання економічної ефективності й цільової структури експорту Луганщини. *Східна Європа: економіка, бізнес та управління, №3, с.102-113, 2021.*
3. В.М. Горбачук, М.І. Лупей, С.-Б. Сулейманов, Л.О. Батіг, та Д.І. Симонов. “До системної інженерії великих даних”. *Збірник наукових праць університету кораблебудування імені адмірала Макарова, №2(489), с. 66–75, 2022. doi: 10.15589/znp2022.2(489).10.*

Тези наукових доповідей на конференціях:

1. Д. І. Симонов, В. М. Горбачук, “Оцінка параметрів хаотичних систем в циклі постачання”, на *Антикризове регулювання економіки у 2023 році: теорія та практика в умовах європейської інтеграції України: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції*, Одеса, 2023, с. 195-199). doi: 10.36059/978-966-397-290-9-46.
2. Д.І. Симонов, “Прогнозування попиту в умовах невизначеності при плануванні ланцюгів постачання під час запуску стартапу”, на *VII-а*

міжнародна наукова конференції “Моделювання і оптимізація у транспорті та логістиці”, Київ, 2022, с. 279 – 283.

3. D. Symonov. “A Markov chain in supply chain management”, in *5th International scientific conference “The nonlinear analysis and applications 2022”*, Kyiv, 2022, p. 6. doi: 10.13140/RG.2.2.14532.91524.
4. D. Symonov, “A markov chain in Supply Chain management”, in *XXXVII International conference problems of decision making under uncertainties (PDMU-2022)*, Sheki-Lankaran, 2022, pp. 111-112.
5. D. Symonov, “Using LSTM-Method in Supply Chain Planning”, in *Information Technology and Implementation (Satellite)*, Kyiv, 2021, pp. 137-138.
6. Д.І. Симонов, “Системи підтримки прийняття рішень при забезпеченні функціонування ланцюгів постачання” на *XIX Міжнародній науково-практичній конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем” (МПЗІС-2021)*, Дніпро, 2021, с. 173-174.
7. Д.І. Симонов, Є.Д. Симонов, “Визначення поточного стану ланцюга постачання та передбачення впливу шуму на якість роботи динамічної системи”, на *VI Міжнародній науково-практичній конференції “Прикладні системи та технології в інформаційному суспільстві”*, Київ, 2022, с. 195-199.
8. D. Symonov, “Optimization of dynamic processes in the administration of Supply Chains”, in *International experience “Mechanism for economic development in the context of global changes”*, Riga, 2021, pp. 65-70. doi: 10.30525/978-9934-26-081-0-15.
9. Д.І. Симонов, “Використання динамічної некооперативної гри для пошуку рішення про розвиток продукту” на *Міжнародному науковому симпозиуму «Інтелектуальні рішення-С». Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи)*, Київ – Ужгород, 2021, с. 75-76.

10. Д.І. Симонов, “Стійкість функції пропускної здатності вузлів в ланцюгах постачання”, in *7th International Scientific “Mathematical Modeling, Optimization and Information Technologies” (MMOTI-2021)*, Chisinau – Київ–Batumi, 2021, pp. 304-306.
11. Д.І. Симонов, Є.Д. Симонов, “Планування та управління ланцюгами постачання”, на *IV Міжнародній науково-практичній конференції “Прикладні системи та технології в інформаційному суспільстві”*, Київ, 2020, с. 194-200.
12. D. Symonov, “A mechanism for optimizing the supply chain management process”, in *The 6th International scientific and practical conference “Fundamental and applied research in the modern world”*, Boston, 2021, pp. 783-785.

ЗМІСТ

ВСТУП	15
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.....	26
1.1. Актуальні питання управління інтегрованими ланцюгами постачання	26
1.2. Висновки та зауваження.....	40
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В ІНТЕГРОВАНИХ ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ.....	42
2.1. Моделювання структури та процесів в ланцюгах постачання.....	42
2.2. Модель рівноваги Ерроу-Дебре для планування ланцюгів постачання	54
2.3. Модель рівноваги Ляпунова для ланцюгів постачання	60
2.4. Висновки до другого розділу.....	66
РОЗДІЛ 3. ПОШУК НАПРЯМІВ ОПТИМІЗАЦІЇ В ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЧІТКИХ КОГНІТИВНИХ КАРТ.....	67
3.1. Пошук напрямів оптимізації в ланцюгах постачання.....	67
3.2. Процес побудови нечітких когнітивних карт	69
3.3. Висновки до третього розділу	75
РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ВИБОРУ ЛОКАЦІЇ ДЛЯ РОЗМІЩЕННЯ ЦЕНТРУ ОБСЛУГОВУВАННЯ СПОЖИВАЧІВ.....	77
4.1. Вершинне покриття графу і вибір локацій.....	78
4.2. Формування множини пріоритетних локацій для розміщення ЦОС з урахуванням критеріїв відповідності інвестора	82
4.2.1. Вибір локацій для розміщення ЦОС без урахування конкуренції	82
4.2.2. Вибір локацій для розміщення ЦОС за наявності конкуренції	88
4.3. Формування множини пріоритетних локацій для розміщення ЦОС з урахуванням критеріїв очікувань потенційних споживачів.....	92
4.4. Оцінка привабливості ЦОС з використанням аналізу міграції клієнтів	102

4.5. Порівняння методів пошуку оптимального варіанту розміщення.....	107
4.6. Висновки до четвертого розділу	114
РОЗДІЛ 5. УПРАВЛІННЯ ПОТОКАМИ В ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ	116
5.1. Аналіз максимального потоку в мережі як метод пошуку напрямів для оптимізації ланцюга постачання	116
5.2. Фактори впливу на рівень максимального потоку в мережі	129
5.3. Висновки до п'ятого розділу	133
РОЗДІЛ 6. УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ В ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ	135
6.1. Визначення оптимального розміру партії замовлення	136
6.2. Визначення оптимального плану постачання.....	140
6.3. Висновки до шостого розділу	146
ВИСНОВКИ.....	147
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	149

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ECR	Efficient Consumer Response
CRP	Continuous Replenishment Planning
VMI	Vendor Managed Inventory
JIT	Just in Time
TQM	Total Quality Management
SCOR	Supply Chain Operations Reference
IMM	Inventory Management Models
EOQ	Economic Order Quantity
ROP	Reorder Point
ЦОС	Центр обслуговування споживачів
ОПР	Особа, що приймає рішення
	Technique for Order Preference by Similarity to Ideal
TOPSIS	Solution
NPV	Net Present Value
IRR	Internal Rate of Return
ROI	Return on Investment
PP	Payback Period

ВСТУП

Глобалізація та технологічний розвиток істотно збільшили конкуренцію за ресурси та ринки, підкреслюючи важливість ефективного управління ланцюгами постачання для досягнення конкурентних переваг. Успішне створення стабільних відносин між постачальниками та покупцями визначає успіх організацій і викликає інтерес управлінців, логістичних менеджерів та дослідників як ключовий аспект у сфері управління ланцюгами постачання.

Управління ланцюгами постачання – це інтегрована стратегія управління всіма потоками інформації та ресурсів, спрямована на отримання економічного ефекту в логістичних і виробничих процесах підприємства.

Дослідження світового досвіду управління інтегрованими ланцюгами постачання виявило ключові аспекти управління та визначило необхідність приділяти особливу увагу впорядкованим процесам, організації потоків до оптимально визначених локаціям. Ланцюг розглядається як логістична система, де спеціально організована інтеграція логістичних елементів максимізує ефективність матеріального потоку. Кінцевою метою управління ланцюгами постачання є забезпечення результативності логістичної системи, включаючи зниження витрат і максимізацію доходів через синергетичний ефект, який може виникати з консолідації партій замовлень, оптимізації ресурсів та стратегічного управління каналами постачання.

Не зважаючи на велику кількість досліджень у галузі теорії ланцюгів, дотепер існує дуже багато певних «вузьких місць», що обумовлено впливом стохастичних збурень при імовірнісному прогнозуванні якісної та кількісної оцінки моделі ланцюга постачання. Оптимізація конструкції ланцюга постачання забезпечує «ідеальне» зображення реальної ситуації, яка за побудовою не піддається звичайному моделюванню процесів.

Значна кількість важливих проблем оптимізації та підтримки прийняття рішень при організації функціонування ланцюгів постачання вирішується за

допомогою математичного моделювання. Серед основних труднощів, що виникають при розробці математичних моделей ланцюгів постачання, можливо виділити складність визначення меж системи, що передбачається описати за допомогою математичної моделі та невизначеності наявної інформації, у тому числі через стохастичність процесів. Побудова формальної математичної моделі ланцюгів постачання та визначення методів її розв'язання вимагає передбачити формалізацію методів вимірювання якісних та кількісних характеристик, тобто визначення шкал оцінок, що передбачено використовувати для вимірювання. Математичне моделювання – це ідеальне наукове знакове формальне моделювання, при якому опис об'єкта здійснюється мовою математики, а дослідження моделі проводиться з використанням тих чи інших математичних методів. Використання математичного моделювання при плануванні та обслуговуванні ланцюгів постачання обумовлено їх основними властивостями, тобто: модель повинна мати необхідну глибину опису, достатню для вирішення актуальних проблем об'єкта, з урахуванням обмежень; модель повинна бути достатньо якісною для використання її для прийняття рішень; модель завжди тісно пов'язана з проблемою, т. я. рішення проблеми завжди починається з моделювання проблемної ситуації об'єкта, а потім вже переходять до моделювання стратегічних альтернатив і моделювання наслідків прийнятого рішення, куди, природно, включаються такі елементи, як мета розвитку об'єкта управління, стан зовнішнього середовища, функціонування об'єкта та інше. Математичне моделювання в науці - це формальне використання мови математики для опису об'єктів та вирішення проблем за допомогою математичних методів. В контексті планування та обслуговування ланцюгів постачання важливо, щоб математична модель була достатньо глибокою, якісною та тісно пов'язаною з проблемною ситуацією, включаючи стратегічні альтернативи та наслідки прийнятого рішення.

Аналіз сучасних технологій планування та оптимізації ланцюгів постачання вказує на існування кількох суттєвих проблем у цих процесах.

Однією з ключових труднощів є недостатня наукова освітленість аспектів використання математичного моделювання ланцюгів постачання в умовах невизначеності. Ця невизначеність часто виникає внаслідок проблеми визначення меж системи та наявності нечітких характеристик, що ускладнює розробку ефективних та надійних моделей. Невідповідність моделей до реальних умов може призводити до низької якості прогнозів та, відповідно, плануванні в умовах мінливого попиту, технологічних змін та інших факторів, що впливають на ланцюг постачання.

Менеджери стикаються з проблемою відсутності системного підходу до планування стратегії процесу постачання в межах всього ланцюга постачання. Незважаючи на наявність сучасних методів математичного моделювання, зокрема сучасних моделей та методів системної динаміки, дослідження методів управління ланцюгами постачання свідчать про відсутність обміну інформацією при виборі локацій для розміщення, пануванні логістичних потоків, аналізу очікувань потенційних споживачів та розробкою майбутньої стратегії управління запасами. Для кожної окремої задачі існують певні алгоритми та методи, які розробляли відомі українські (серед яких можливо визначити: Глушков В.М., Михалевич В.С., Шор Н.З., Буркат, Бакаєв О.О., Сергієнко В.І., Кнопов П.С., Пепеляєв В.А., Горбачук В.М., Василенко В.В., Дейнеко Л.В., Лук'яненко В.В., Михайлишин Н.М. та багато інших) та світові (Ф. Уокер, Д. Кінг, Ф. Тейлор, Г. Саймон та багато інших) науковці, але для досягнення конкурентної переваги та сталого розвитку необхідна інтеграція цих методів в єдиний послідовний алгоритм, що надасть можливість для виконання структурованого, взаємопов'язаного аналізу. Відсутність чіткого взаємопов'язаного алгоритму планування та відсутність стандартизованих методів для вимірювання характеристик процесів на всьому етапі процесу постачання впливає на наявність суб'єктивності у вирішенні проблеми інтеграції, а процедури часто залежать від певної ситуації.

Забезпечення безперебійного потоку сировини та інших ресурсів, мінімізація витрат на запаси і пошук надійних постачальників – ключові

аспекти оптимізації управління організацією. Відповідно, вирішення питання інтеграції – це ключове питання будь-якого менеджера.

Актуальність теми. Аналіз сучасного стану планування та оптимізації ланцюгів постачання свідчить про недостатню увагу до питань математичного моделювання ланцюгів постачання в умовах невизначеності й ризику, характерних для практичних задач.

Актуальність теми інтегрованих ланцюгів постачання в сучасному бізнес-середовищі важлива через постійні трансформації у світі торгівлі та виробництва. Оптимізація інтегрованих ланцюгів постачання стає стратегічною необхідністю для організацій у контексті вибору локації для розміщення підприємств та центрів обслуговування. Глобалізація ринків змушує фірми уважно вивчати географічні аспекти, враховуючи різноманітні фактори, такі як: вартість праці, податкова політика, доступність ресурсів та очікування потенційних споживачів.

Аналіз потреб потенційних споживачів у контексті інтегрованих ланцюгів постачання дозволяє компаніям зрозуміти ринкові тенденції, прогнозувати попит та адаптувати виробничі процеси до змін у споживчому підході. Всі ці аспекти стають визначальними для конкурентоспроможності підприємств, особливо в умовах швидкої зміни технологій і вимог споживачів. Таким чином, дослідження інтегрованих ланцюгів постачання виходить за рамки традиційного підходу до ланцюгів постачання та стає стратегічною необхідністю для успішного функціонування сучасних бізнес-моделей.

Оптимізація потоку в інтегрованих ланцюгах постачання дозволяє покращити ефективність виробничих процесів, зменшити затрати та скоротити час доставки продукції. Стратегії управління запасами набувають ключового значення у вирішенні проблем нестабільності попиту та забезпеченні гнучкості підприємства.

Проблема полягає в тому, що в галузі управління ланцюгами постачання для вирішення зазначених питань використовуються переважно заходи, які більшою чи меншою мірою походять від управління операціями. Ці заходи, як

правило, орієнтовані лише на одну компанію і не враховують аспекти зовнішнього оточення. Відповідно, слід застосовувати заходи з управління ланцюгами постачання, які вирішують ці питання.

Актуальність і недостатня дослідженість цих питань визначили вибір теми, мети і завдань дисертаційної роботи, її теоретичну та методологічну основу.

Зв'язок з науковими програмами, планами, темами, проєктами.

Наукова спрямованість дисертації відповідає пріоритетним тематикам згідно переліку КМУ, що наведено у постанові від 07.09.2011 № 942 із оновленням від 09.05.2023 № 463, а саме у напрямку:

- розвиток новітніх галузей математики та математичної статистики;
- інформаційно-комунікаційні системи та мережі, моделювання та розв'язання надскладних задач.

Робота виконана в рамках таких науково-дослідних тем Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України:

- «Розробити методи трансформації документоорієнтованих інформаційних систем в хмарні сервіси» (№ державної реєстрації 0118U001111, 2020–2022 роки);
- «Розроблення проектних рішень та плану заходів по їх реалізації щодо модернізації та розвитку АІС Президія з урахуванням сучасних та перспективних інформаційних технологій» (№ державної реєстрації 0121U112884, 2021 рік);
- «Розробка хмарної платформи пацієнт-центричної телереабілітації онкологічних хворих на основі математичного моделювання» (№ державної реєстрації 0123U102942, 2023 рік).

Мета і завдання дослідження. Мета роботи – теоретико-методологічне обґрунтування доцільності використання математичного моделювання процесів в інтегрованих ланцюгах постачання.

Для досягнення мети у дисертаційній роботі передбачається вирішення таких завдань:

1. проаналізувати сучасні теоретико-методологічні підходи до планування та аналізу ланцюгів постачання;
2. проаналізувати методи пошуку напрямів для оптимізації, в тому числі з використанням математичних моделей;
3. розглянути методи вибору локації для розміщення центрів обслуговування споживачів, як одного з компонентів впливу на ефективність діяльності організації;
4. розглянути методи аналізу та оптимізація потоків в ланцюгах постачання, як один з методів усунення обмежень («вузьких місць») в рівні потужності ланцюга постачання;
5. розглянути методи аналізу стратегії управління запасами, як один з методів зниження навантаження на потоки та фактор впливу на собівартість.

Об'єкт дослідження. Процес математичного моделювання інтегрованих ланцюгів постачання в умовах невизначеності й ризику.

Предмет дослідження. Алгоритми та методи вирішення задач планування компонентів моделі інтегрованих ланцюгів постачання та алгоритмів пошуку оптимальних рішень.

Методи дослідження. Зазначені задачі розв'язуються за допомогою алгоритмів системного аналізу, теорії прийняття рішень, задач оптимізації та математичного програмування.

Наукова новизна одержаних результатів. Наукову новизну в цій роботі мають такі теоретичні та практичні результати:

– *вперше* запропоновано математичну модель системи постачання товару або послуг в межах певного ланцюга постачання з урахуванням рівня запасів, що виникають в наслідок інертності реагування системи на вихід зі стану рівноваги;

– *вперше* запропоновано алгоритм побудови нечіткої когнітивної карти, для математичного моделювання процесів постачання з метою оптимізації роботи ланцюгів постачання, з використанням концептів, знання про

взаємозв'язки яких перетворюються у зважений граф, що імітує систему, яка досліджується;

- *вперше* запропоновано метод еквівалентного розв'язання багатокритеріальної задачі про розміщення (оптимальний вибір локації) з використанням псевдобулевого перетворення, що дає змогу розв'язувати задачу про розміщення за поліноміальний час;

- *вперше* запропоновано метод побудови морфологічного блоку управління системою керування з використанням алгоритмів машинного навчання, де в якості функцій активації, використовувати комбіноване зважене значення коефіцієнтів рівноваги Ерроу-Дебре та Ляпунова.

- *вперше* запропоновано адаптований ітераційний метод пошуку оптимальної структури ланцюгів постачання з урахуванням потужності ланок ланцюгів постачання та пропускної здатності шляхів між ними, що надає інформацію про напрямки концентрації зусиль для оптимізації ресурсів організації

Набули подальшого розвитку:

- *запропоновано* модифікацію гри “Game of Lofe”, що надало можливість розробити алгоритм моделювання ризиків міграції споживачів та ступінь стійкості локацій до стану рівноваги;

- *запропоновано* адаптований ітераційний метод пошуку оптимальної структури ланцюгів постачання з урахуванням потужності ланок ланцюгів постачання та пропускної здатності шляхів між ними;

- *запропоновано* адаптований алгоритм визначення розміру оптимальної партії замовлення та формування оптимального плану постачання в умовах стохастичності попиту, спрямований на забезпечення максимізації прибутку в операціях постачання товарів за рахунок оптимізації витрат на обслуговування запасів, підвищення коефіцієнту оборотності запасів, зменшенню витрат на обслуговування зворотного капіталу та інше.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що отримані результати можуть бути ефективно використані для розв'язання

задач оптимізації роботи ланцюгів постачання, де необхідна обробка великих об'ємів даних, зокрема для розв'язання задач оцінки інвестиційних планування операційної діяльності нових підприємств, відокремлених підрозділів та визначення ризиків повернення інвестицій, розробки методів планування логістичних потоків та визначенню параметрів ресурсів, що забезпечують функціонування організації, методів керування програмами управління взаємовідносинами зі споживачами та партнерами в ланцюгах постачання.

Особистий внесок здобувача. Автором самостійно отримано основні результати дисертаційного дослідження та на захист виносяться вперше. В опублікованих в співавторстві наукових працях, зазначених в розділі «*Список опублікованих праць за темою дисертації*», здобувачем здійснено: у публікації [1] – моделювання та розв'язання задачі розміщення центрів обслуговування клієнтів з метою мінімізації виробничих, транспортних та інвестиційних витрат з використанням перетворення задачі в псевдобулеву модель, що дає змогу розв'язувати задачу про розміщення за поліноміальний час; у [2] – аналіз проблеми моделювання та управління інтегрованими ланцюгами постачання, дослідження фундаментальних математичних методів побудови нечітких когнітивних карт, розроблено алгоритм аналізу проблем в ланцюгах постачання з використанням нечітких когнітивних карт; [3] – запропоновано та виконано чисельне моделювання роботи запропонованого ітераційного алгоритму пошуку оптимальної структури ланцюгів постачання з урахуванням пропускнуої здатності ланок ланцюгів постачання та пропускнуої здатності шляхів між ними пошуку напрямів для оптимізації структури мережі; [4] – науковий керівник визначив напрям та методи дослідження, рекомендації щодо методів пошуку рішень у динамічній моделі управління запасами за невизначеності, здобувачем запропоновано алгоритм формулювання оптимальної стратегії управління запасами за визначених умов та обмежень, виконано моделювання роботи алгоритму з урахуванням монопродуктової стратегії, рівномірного розподілу продаж в циклі та

миттєвого постачання товару в момент початку циклу; [5] – розроблено та протестовано алгоритм розрахунку оптимального значення потоку в ланцюгах постачання з урахуванням вимог та очікувань ключових зацікавлених сторін в ланцюгу постачання, що передбачає можливість розглядати альтернативні пропозиції перш ніж формулювати обов’язки за контрактом, ґрунтуючись на залишкових можливостях після обрання найкращої альтернативи; [6] – розробка структури моделі ланцюга вартості для провайдерів хмарних послуг; [7] – розроблена математична модель еволюційного процесу з урахуванням ключових факторів впливу на загальний стан системи.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації доповідались та обговорювались на:

- IV Міжнародна науково-практична конференція «Прикладні системи та технології в інформаційному суспільстві» (Київ, 30 вересня, 2020);
- XXX Міжнародна науково-практична інтернет-конференція «Проблеми та перспективи розвитку сучасної науки в країнах Європи та Азії» (Переяслав, 30 вересня, 2020);
- IX Всеукраїнська науково-практична конференція «Глушковські читання» (Київ, 18 грудня, 2020);
- The 6th International scientific and practical conference “Fundamental and applied research in the modern world” (Boston, 20-22 January, 2021);
- I International Scientific and Practical Conference «Education and Science of today: Intersectoral Issues and Development of Sciences» (Cambridge, 19 March, 2021);
- Конференція «Актуальні питання розвитку фінансової системи в умовах інформаційної економіки» (Київ, 3 лютого, 2021);
- IV International Conference “Actual problems of fundamental science” (Lutsk, 01 – 05 червня, 2021);
- Mechanism for economic development in the context of global changes: international experience (Рига, 4-5 червня, 2021);

- Міжнародна науково-практична конференція «Реформування економічної системи в контексті міжнародного співробітництва: механізми, стратегії та інновації: матеріали» (м. Ужгород, 10-11 вересня 2021 року);
- Міжнародний науковий симпозиум «Інтелектуальні Рішення-С» (Київ, 28-30 вересня, 2021);
- Mathematical Modeling, Optimization and Information Technologies. International Scientific Conference. 7th edition. (Chisinau, 15 – 19 November, 2021);
- Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем «МПЗІС-2021» (Дніпро, 17-19 листопада, 2021);
- Information Technology and Implementation (Kyiv, 02 December, 2021);
- VI Міжнародна науково-практична конференція «Прикладні системи та технології в інформаційному суспільстві» (Київ, 30 вересня, 2022);
- VII–а міжнародна наукова конференція «Моделювання і оптимізація у транспорті та логістиці» (Київ, 21 – 25 березня, 2022);
- 5th International scientific conference «The nonlinear analysis and applications 2022» (Kyiv, 4–6 April, 2022);
- Xxxvii International conference problems of decision making under uncertainties «PDMU-2022» (Sheki-Lankaran, 23-25 November, 2022);
- Measurement and control in Complex Systems «MCCS – 2022» (Vinnytsia, 15-17 листопада, 2022);
- X Міжнародна науково-практична конференція «Стратегічні пріоритети соціально-економічного розвитку в умовах інституційних перетворень глобального середовища» (Одеса, 11 листопада, 2022);
- Всеукраїнська науково-практична конференція «Антикризове регулювання економіки у 2023 році» (Одеса, 17 лютого 2023).

Публікації. Основні наукові результати дисертаційної роботи у повній мірі викладено в 22 публікаціях, з яких: 7 статті опубліковано в фахових

журналах України; 3 статті у виданнях України, що не відносяться до категорії фахових за спеціальність 113-Прикладна математика; 12 тез доповідей опубліковано в збірниках доповідей міжнародних наукових та науково-практичних конференціях і семінарах.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, 6 розділів, загальних висновків, списку використаних літературних джерел, який містить 209 найменувань. Загальний обсяг дисертаційних досліджень викладено на 172 сторінках друкованого тексту, де обсяг основного тексту – 133 сторінки. Дисертація включає 15 (п'ятнадцять) рисунків, 16 (шістнадцять) таблиць.

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1.1. Актуальні питання управління інтегрованими ланцюгами постачання

Метою управління ланцюгами постачання є максимізація прибутку організації в наслідок перетворення отриманих товарів та послуг в продукт, який в подальшому доставляється кінцевому споживачу [1]. Традиційно вважалося, що управління ланцюгами постачання – це процес розподілу товарів та транспорту між внутрішніми та зовнішніми ланками ланцюга постачання. Протягом останніх років системи логістики в ланцюгах постачання стали значно більш складними, і необхідність планування та управління логістикою як єдиною та інтегрованою системою зростає [2]. Поняття "управління ланцюгами постачання" поступово еволюціонувало в напрямку більш широкого сенсу, охоплюючи додаткові аспекти, такі як участь постачальника в розробці продукту та стратегії маркетингу, орієнтованих на клієнта, а також створення цінності для клієнта [3]. Управління логістикою – тепер лише частина системи управління ланцюгами постачання [4].

Кожна організація має своє власне розуміння визначення "ланцюг постачання", відображаючи власні пріоритети та бачення [5-6], але загальне розуміння полягає в тому, що управління інтегрованими ланцюгами постачання сприяє прибутковості через ефективне керування процесами постачання та розподілом ресурсів, починаючи з трансформації сировини, через проміжні етапи виробництва, такі як складування, закінчуючи доставкою товарів на ринки [7-8]. Ефективне керування полягає у балансуванні між операційними витратами та головною метою стратегії організації. Для чого використовуються прогнозні моделі та оптимізаційні задачі, які дозволяють оптимізувати продуктивний портфель, мінімізувати тривалість циклів, підвищити точність прогнозів, тощо [9]. Необхідно зазначити, що для складних комплексних систем, якими є ланцюги

постачання, вкрай важливим є безпека процесів та здатність до тривалого функціонування без втрати ефективності [10].

В контексті ланцюгів постачання, інтеграція визначається як міра, в якій всі аспекти внутрішньої діяльності організації, а також діяльність її постачальників, клієнтів та інших учасників ланцюга постачання, з'єднані в єдину систему [11]. Ефективна реалізація інтеграції в ланцюгах постачання можлива шляхом систематичного вдосконалення ключових бізнес-процесів [12]. Управління ланцюгами постачання передбачає інтеграцію восьми ключових бізнес-процесів [13]:

- управління взаємовідносинами зі споживачами;
- управління сервісом та обслуговуванням споживачів;
- управління попитом;
- управління реалізацією товарів та послуг;
- управління виробництвом та процесами;
- управління постачанням;
- управління зворотними матеріальними потоками;
- управління зацікавленими сторонами в ланцюгу постачання.

Узагальнена модель ланцюга постачання наведена на рисунку 1.1.

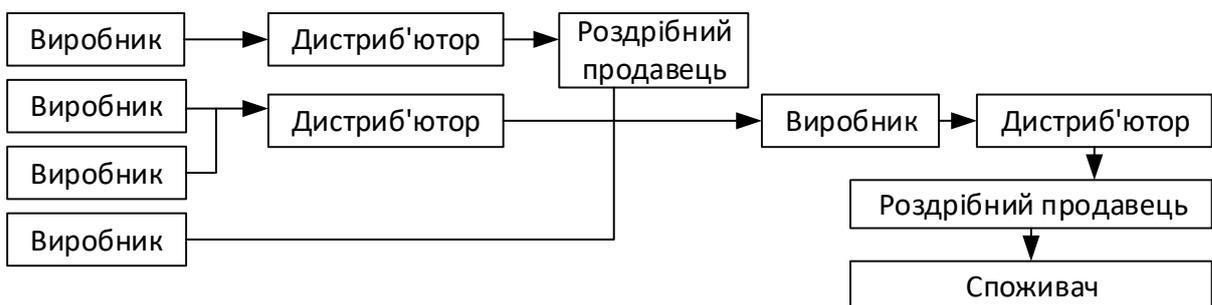


Рис. 1.1. Загальна схема прямого потоку в ланцюгу постачання

Організації розглядають ланцюги постачання як складні системи, де взаємозв'язок між компонентами формується через потоки товарів, фінансів, інформації та іншого. Відповідно, кожна система постачання піддається

впливу зовнішніх факторів і систем, та має можливість впливати на ці системи [3]. Більшість компаній отримують матеріали від численних постачальників [14], реалізуючи свою продукцію різним споживачам та співпрацюючи з іншими організаціями для підвищення гнучкості в управлінні ризиками відмов в постачанні [15]. Згідно з викладеною схемою на рисунку 1.1, в ланцюгу постачання передбачається переміщення товарів від виробника «першого рівня» до споживача [16]. Ланцюг постачання також передбачає наявність потоку інформації в обох напрямках та потік коштів в зворотному напрямку – від покупця до постачальника [17]. Однак ланцюг зворотного постачання відрізняється тим, що потік інформації [18] продовжує рухатися в обох напрямках, а товари повертаються від покупця до виробника, в той час як потік коштів прямує від постачальника до покупця.

Деякі ланцюги постачання об'єднуються [19] в єдиний потік для задоволення потреб різних типів споживачів, а загальний ланцюг постачання розгалужується на окремі гілки [20], кожна з яких направлена на різних споживачів. Багато продуктів є сумісними і можуть пересуватися одним потоком в ланцюгу, тоді як інші повинні залишатися відокремленими [21].

Відповідно, одним з основних параметрів якісного управління ланцюгами постачання є інтеграція різноманітних потоків в єдину динамічну систему [22], яка інтегрована в бізнес-процеси організації та має зворотний зв'язок для оперативного керування необхідними змінами (рисунок 1.2) [23].

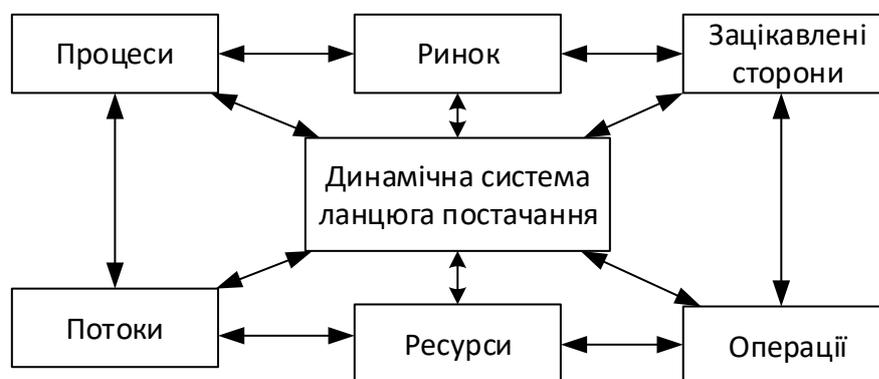


Рис. 1.2. Основні компоненти системи в ланцюгах постачання

Розуміння менеджерами складної динаміки залежності факторів та компонентів системи [24], наведених на рисунку 1.2, впливає на стійкість і продуктивність ланцюга постачання [23] та забезпечити його ефективність [25].

Важливо відзначити, що для ефективного управління ланцюгами постачання необхідно не лише враховувати процеси, які безпосередньо пов'язані із сферою постачання, але й забезпечити інтеграцію всіх процесів, що виходять за межі закупівельної та логістичної діяльності, не зважаючи на те, що перехід від координації до співробітництва вимагає високого рівня довіри і обміну інформацією між організаціями-партнерами [26]. В [27-28] автори визначають шість критичних питань, що потрібно вирішити для досягнення інтеграції ланцюгів постачання:

1. внутрішня інтеграція [29] всередині організації;
2. інтеграція з клієнтами;
3. інтеграція з постачальниками;
4. інтеграція технологій планування;
5. інтеграція інформаційних систем и обміну інформацією;
6. інтеграція процесу управління інтересами зацікавлених сторін [30].

Ланцюг постачання підтримує три типи потоків, які потребують уважного планування та тісної координації [31]:

- *матеріальні потоки*: представляють собою фізичні переміщення продуктів від постачальників до споживача та зворотні потоки для повернення продуктів, обслуговування та переробки;
- *інформаційні потоки*: включають передачу та відстеження замовлень для координації матеріальних потоків;
- *фінансові потоки*: визначають умови оплати, графіки платежів, податкові обов'язки та інші договірні відносини.

Забезпечення ефективного функціонування ланцюгів поставок – завдання, що вимагає врахування багатьох критеріїв та рішень і традиційно вирішується за допомогою поєднання експертного досвіду з використанням систем планування ресурсів, оцінки якості процесів [32] та інформаційної підтримки прийняття рішень [33]. Організаційне управління таким чином стикається з численними складнощами та відхиленнями в процесі постачання, пов'язаними з обмеженнями у системах управління, особливо в частині прогнозування змін у зовнішньому середовищі. Це виникає з обмежень людського досвіду та обмежень функціонування традиційних систем управління, які регламентовані певними правилами та інструкціями, також розробленими людьми [34].

Менеджери, які відповідають за планування ланцюгів постачання, повинні мати низку компетенцій, таких як: організація досліджень, проведення факторного та фінансового аналізу, критичне та системне мислення, інтеграція кращих практик у бізнес-процеси своєї організації, а також вміння утримувати позитивні відносини з менеджерами інших організацій та партнерами, розуміння законів і правил [35]. Згідно з проведеними дослідженнями, можна виділити три основні області компетенцій управлінців, які керують ланцюгами постачання. Перша область включає технічні навички та знання в галузі фінансів, інновацій, менеджменту і стратегії. Друга область включає специфічні знання в таких галузях, як логістика, планування потоків і процесів, безпека і законодавство, зокрема міжнародне право. Третя область компетенцій охоплює навички міжособистісного спілкування, лідерства, управління проектами та змінами [36].

Аналізуючи різноманітні дослідження світових науковців, можливо знайти багато робіт, пов'язаних з інтегрованими ланцюгами постачання. Наприклад, в роботі [37] розглядається максимальна продуктивність ланцюга постачання, а в роботі [38] – можливість скорочення циклу постачання та коректування максимального рівня запасів. Науковці вважають, що

найбільшою перешкодою до якісного менеджменту ланцюгами постачання, як і було зазначено раніше, є наявність використання моделей, які зосереджені на рівні індивідуальної суб'єктивності процесів, а не на побудові загальної адаптивної системи з можливістю концентрації на певних процесах і їх впливу на стан системи [39]. Отже, концепція інтегрованих ланцюгів постачання передбачає розгляд інтеграції, як рівня об'єднання різноманітних видів діяльності організації в єдину систему [26]. В процесі класифікації типів інтеграції ланцюгів постачання розглядають дві, найбільш поширені, форми: інтеграція прямого фізичного потоку між основними ланками ланцюга від виробника до споживача та зворотна інтеграція інформаційно-комунікаційних технологій від споживача до виробника [11]. Сучасний рівень технологій вимагає автоматизації переміщення «включення» поточних функцій з одного рівня на інший [40].

У дослідженні [41] гнучкість ланцюга постачання пропонують оцінювати за допомогою наступних аспектів:

- можливість швидкого узгодження з постачальниками змін в замовленнях на товари та послуги;
- адаптивність процесу постачання до змін у очікуваннях та вимогах споживачів;
- скорочення часу виробничого циклу та збільшення частоти випуску нових продуктів;
- зменшення тривалості циклу розробки;
- можливість здійснювати регулювання ресурсів для виробничого процесу.

Науковці і менеджери, як правило, розглядають два типи інтеграції ланцюгів постачання: горизонтальне та вертикальне.

Горизонтальна інтеграція передбачає побудову кооперації ланок одного рівня в ланцюгу постачання (рисунок 1.3).

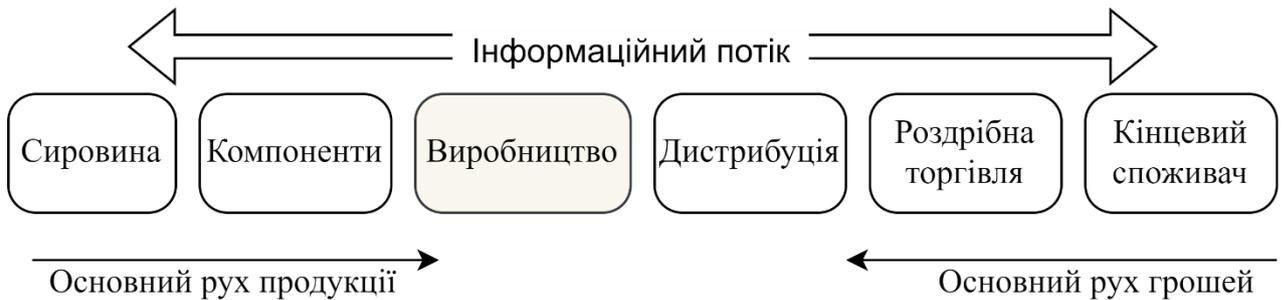


Рис.1.3. Горизонтальна інтеграція в ланцюгу постачання

При горизонтальній інтеграції організація концентрується (спеціалізується) на власних основних компетенціях та, для забезпечення решти потреб, покладається на інших постачальників товарів або послуг – організацій-партнерів в ланцюгу постачання. Таким чином, горизонтальна інтеграція створює більш мобільну та гнучку бізнес-модель, в якій організації фокусують власну увагу на основних операціях, що створюють продукт, а непрофільні, другорядні, операції передають на аутсорсинг. Організація втрачає контроль над діяльністю, яка передається на аутсорсинг, і взаємодіє окремо з учасниками ланцюга як постачальниками або клієнтами. Кожен фокусується на своїй основній сфері компетенції, такій як видобуток чи виробництво, і веде бізнес один з одним через окремі транзакції або довгострокові контракти.

Серед основних передумов використання горизонтальної інтеграції в ланцюгах постачання можна виділити наступні:

- Прагнення досягти економії за рахунок масштабу виробництва та обсягу замовлення. Прикладом можуть бути стратегічні альянси, утворені для мінімізації витрат за закупівлю товару за рахунок збільшення партії товару, що надає можливість отримати кращу ціну або зменшити накладні витрати на логістику за рахунок розподілу витрат серед учасників, або використання аутсорсингу.
- Покращити бізнес-орієнтованість і досвід на ринку. Необхідність конкурувати з організаціями з вертикальною інтеграцією на глобальних

конкурентних ринках вимагає від організацій шукати шляхи оптимізації витрат та конкурентних переваг. Незалежні компанії, які зосереджені на своєму конкретному бізнесі, можуть отримати більше досвіду, ніж структурні одиниці вертикально-інтегрованого холдингу, що може призвести до привабливіших цін, вищої якості або сукупності.

- Використання комунікаційних та виробничих компетенції локальних організацій-партнерів, які знають свої місцеві ринки.

Вертикальна інтеграція передбачає об'єднання організацій, що знаходяться попередньо, або/та подальше в ланцюзі постачання (рисунок 1.4).

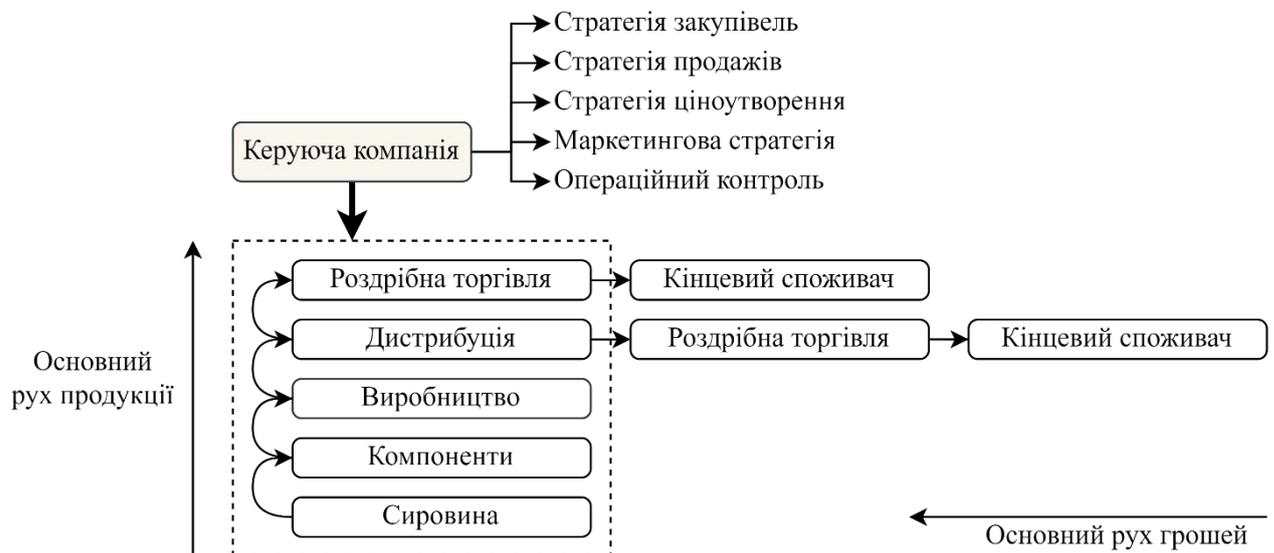


Рис.1.4. Вертикальна інтеграція в ланцюгу постачання

Як можна побачити на рисунку 1.4, вертикальна інтеграція, або вертикальне управління ланцюгом постачання, включає в себе практику об'єднання всього ланцюга постачання під одним керівництвом в межах однієї організації. Організація, що володіє вертикальною інтеграцією має можливість контролювати усі аспекти постачання: як низхідних так і висхідних потоків. Незважаючи на те, що вертикальна інтеграція надає організації можливість повного внутрішнього контролю, їй бракує гнучкості [42] включення варіативності виробництва продукту, тобто ця модель найбільш приваблива

для масового ринку. Вертикальна інтеграція, основна перевага якої полягає у повному контролі, означає, що усі аспекти бізнесу, відділи чи дочірні компанії, повністю належать материнській організації і уникають конкуренції на ринку. Їхні операції є прозорі для материнської компанії та можуть бути гармонізовані через директиви зверху. Головне керівництво має контроль над графіками, кадровою політикою, місцезнаходженням та іншими аспектами господарської діяльності (бізнесу). Навіть якщо вертикальна структура все ще використовується в деяких ланцюгах постачання, повна інтеграція від кінця до кінця може викликати значні труднощі.

Вважаючи зростаючу роль розвитку технологій, зростання доступності світових ринків, то для будь-якої організації очевидним є першочерговість завдання розробка стратегії організації. Стратегія формалізує ринкове, продуктове, виробниче бачення зацікавлених сторін, підґрунтям для яких є фінансова стратегія. Отже, припустивши наявність бізнес-стратегії організації, можливо визначити наступні етапи планування інтеграції в межах ланцюгів постачання [43]:

1. визначення стратегії функціонування організації: продукт, розміщення, потенційні споживачі, тощо;
2. визначення плану виробництва і реалізації кожного типу товарів;
3. визначення потреби в матеріалах та послугах, що необхідно постачати;
4. визначення структури та параметрів ланцюга постачання;
5. планування потоку по ланцюгу постачання на кожній ланці ланцюга та формування реєстру вимог до логістичного оператора та інших сервісних організації, що забезпечують роботу ланцюга постачання;
6. визначення «вузьких місць» ланцюга та планування задачі оптимізації;
7. розробка закупівельної стратегії, стратегії комунікацій та оптимізації інтегрованих процесів.

Одні з труднощів, що існують при проектуванні процесів, полягає в тому, що багато елементів математичних моделей, що описують процеси, [44-45] мають невизначені властивості. З точки зору теорії інформації, припущення

про рівну ймовірності настання негативних подій для усіх компонентів ланцюга постачання означало б, що для будь-якого конкретного елементу не має високого ступеня ймовірності прояву негативної події, що в дійсності не може бути. Визначення складності системи вимагає розуміння взаємозв'язку інформації з фізичними властивостями системи, тобто зв'язок ентропії та інформації. В даному випадку під ентропією розуміють особливі фізичні властивості системи, які знаходяться в рівновазі або утворюють чітко визначені ансамблі, а під інформацією - результат часової послідовності певних подій. Відповідно, для менеджера, що керує ланцюгами постачання, найбільшу увагу викликає можливість планування, контролю та прогнозування показників фізичних властивостей системи постачання, а своєчасне отримання інформації дозволить впливати на ці процеси [46-47].

Організації на шляху розвитку ресурсної інфраструктури стикаються з рядом перешкод та ризиків серед яких: несвоєчасність надходження або відсутність інформаційної бази щодо попиту, пропозиції, умов постачань, транспортно-логістичних операцій, цін на ресурси та товари для виробників, споживачів, посередників. Ці фактори впливають на функціонування ланцюгів постачання та ускладнюють математичне моделювання системи постачання. Вважаючи стохастичний характер процесів, то для моделювання ризиків можливо використовувати метод оцінки експектиля, описаний в [48].

Задача побудови математичної моделі об'єкта керування включає в себе вибір моделі відповідного класу та параметрів для цієї моделі. Мета полягає в досягненні оптимального значення функції розбіжності між роботою об'єкта та моделі [49]. Моделювання є творчим процесом, відмінним за своєю природою, з різними підходами та методами [50]. Не існує універсального рецепту або процедури, якою можна слідувати для гарантії успішного моделювання. Однак успішні розробники моделей дотримуються дисциплінованого процесу, що включає наступні етапи [51].

Побудована математична модель ланцюга постачання повинна мати властивості імітаційної моделі. Це дозволяє використовувати її для

моделювання майбутніх станів системи з урахуванням різноманітних змінних факторів, що впливають на цільову функцію. Імітаційний підхід відзначається розширеним набором інструментів для проектування, аналізу та оптимізації логістичних мереж. Це дозволяє отримати більш повне уявлення про роботу мережі та її внутрішніх процесів [52].

З метою мінімізації рівня невизначеності та негативного впливу випадкових процесів на ступінь ризиків невиконання контрактних зобов'язань агентами в ланцюгу постачання, рекомендується розробляти математичні моделі динамічних процесів. При цьому враховуються існуючі та прогнозовані можливості та обмеження кожного агента [53].

Процеси та потоки всередині ланцюгів постачання реалізуються через надання та споживання різних ресурсів, класифікованих як матеріальні та нематеріальні (такі, як час чи інформація). Щоб оптимально використовувати ці ресурси, необхідно ретельно планувати та виконувати операції.

Важливо відзначити, що виконання цих операцій відбувається динамічно, розгортаючись за різними часовими горизонтами. З урахуванням структури та динаміки операцій процесу поставок можна визначити різні стани, в яких він перебуває в різні моменти часу. Розробка моделі для адміністрування ланцюгів постачання повинна враховувати два ключових аспекта: демонстрацію властивостей системи та зручність для осіб, що приймають рішення. Основна мета моделі - вказати шляхи стабілізації циклів поставок, зниження собівартості та ризиків.

Для досягнення чіткої мети важливо створити модель проблеми, яка є визначальним компонентом аналізу системи. Декомпозиція складної системи ланцюгів постачання є ефективним інструментом, що дозволяє узагальнити увагу на конкретних проблемах чи завданнях. Оптимальне рішення для n -мірної задачі можна знайти, розбивши її на n етапів. Кожен етап представляє собою спрощену задачу, яку можна ефективно розв'язати. Використання рекурентного підходу дозволяє використовувати оптимальні рішення

попередніх завдань для вирішення наступних, що сприяє ефективності розрахунків.

Моделі управління ланцюгами постачання повинні мати можливість швидкої адаптації під впливом змін, як зовнішніх, так і внутрішніх факторів. Ці моделі повинні враховувати політики та правила, відповідно до яких працює ланцюг постачання, тобто дозволяють прогнозувати характер поведінки процесів та мати можливість аналізувати причини виникнення відхилень від стану рівноваги.

Серед ключових напрямів використання динамічних моделей можливо виділити наступні:

- система виявлення вузьких місць та пошуку напрямів оптимізації в ланцюгах постачання
- система вибору локації для розміщення центрів обслуговування споживачів
- система управління потоками в ланцюгах постачання
- система управління запасами в ланцюгах постачання
- система оцінки рівня сервісу та розрахунку ризиків;
- система тестування стійкості ланцюга постачання до внутрішніх і зовнішніх змін;
- програвання сценаріїв «що, якщо» при запуску нових виробничих об'єктів або нових транспортних політик.

Математичне моделювання ланцюгів постачання передбачає ітераційний цикл, що включає наступні етапи:

1. Визначення цілей і ключових показників ефективності:
 - визначення, формалізація та узгодження мети існування ланцюга постачання;
 - визначення ключових показників ефективності ланок;
 - встановлення мети процесу моделювання та формалізація очікувань від його використання;

- визначення найбільш впливових факторів, які впливають на якість процесів в межах ланки і на ризики.
2. Формулювання гіпотез та типів моделей:
 - формулювання початкової гіпотези щодо можливих типів моделей;
 - розгляд статистичних моделей для виявлення кореляції факторів впливу на процеси в ланцюгах;
 - розробка емпіричних моделей;
 - визначення експериментальних моделей для отримання додаткової інформації та перевірки якості побудованої моделі.
 3. Побудова математичної моделі:
 - розробка математичної моделі, враховуючи визначені фактори та параметри;
 - використання різних типів моделей відповідно до сформульованих гіпотез.
 4. Апробація моделі та моніторинг якості:
 - проведення апробації моделі для оцінки її ефективності в реальних умовах;
 - встановлення системи моніторингу та контролю якості роботи моделі.
 5. Корегування моделі:
 - внесення коректив при необхідності на основі отриманих результатів та змін в умовах функціонування ланцюга постачання;
 - адаптація моделі для забезпечення відповідності актуальним умовам та вимогам.

Цей структурований підхід до моделювання дозволяє системно розглядати кожен етап ітераційного циклу, що сприяє більш ефективному та логічному процесу математичного моделювання ланцюгів постачання.

Одним із ключових завдань при аналізі невизначеності та ризиків є визначення та подальше усунення обмежень, часто відомих як "вузькі місця". Працюючи над усуненням цих обмежень, можна досягти покращення

продуктивності системи, зменшення ризиків та, в підсумку, оптимізації вартості управління системою та витрат на виробництво. Під час аналізу обмежень важливо зосередитися на декількох ключових аспектах. По-перше, слід звертати увагу на процеси, характеристики яких постійно відхиляються від планових показників. Далі, обговорюються процеси, які мають найнижчу продуктивність в ланцюгу виробництва, а також ті, які відіграють ключову роль у виробництві готової продукції.

До інших важливих аспектів відноситься аналіз процесів з високим ризиком та тих, які характеризуються найвищими фінансовими витратами [54]. Цей підхід сприяє ідентифікації та розв'язанню проблем, які можуть найбільше впливати на ефективність та вартість виробничого процесу.

Незважаючи на складності прогнозування [55], пов'язані зі стохастичністю процесів, важливо вивчати історію поставок. Аналіз накопичених даних дозволяє визначити причини проблем та їх симптоми. Часовий горизонт аналізу повинен охоплювати достатньо далекий період, щоб показати походження проблеми та тривалий вплив прийнятих рішень. Більшість ненавмисних наслідків рішень проявляються протягом тривалого часу. Аналіз функціонування ланцюгів постачання підкреслює важливість використання ключових показників для оцінки ефективності їх роботи. Зокрема, такі показники повинні враховувати здатність ланцюга реагувати на зміни в попиті, якість обслуговування клієнтів, відповідність продукту сучасним тенденціям, екологічні аспекти та інші [56].

Невизначеність у діяльності ланцюга постачання, викликана, наприклад, широкими коливаннями попиту, мотивує компанії збільшувати запаси як засіб забезпечення неперервності їхньої роботи. Однак це призводить до збільшення витрат, а також уповільнює реакцію ланцюга на умови, що змінюються (оскільки для введення нових товарів у ланцюг, спочатку необхідно продати всі залишки старих продуктів) [57]. Стимул до накопичення виробничих ресурсів залежить, зокрема, від прогнозованого рівня попиту [58].

Важливі аспекти управління ланцюгами постачання включають [59]:

- планування попиту: вимагає більше, ніж просте прогнозування;
- інформаційна підтримка попиту: включає прогнозування та надання інформації щодо очікуваного попиту партнерам по ланцюгу постачання;
- вплив на попит: враховує плани маркетингу, рекламування, позиціонування продукту та стратегію ціноутворення;
- пріоритетизація попиту: включає управління замовленнями клієнтів та створення профілів клієнтів.

Позиції компаній або ланок у структурі ланцюга постачання визначають їх місцезнаходження [60] в ієрархії пріоритетів організації. Система постачання повинна залишатися прибутковою для всіх зацікавлених сторін у ланцюгу постачання [61].

1.2. Висновки та зауваження

Управління ланцюгами постачання є критично важливою складовою для досягнення успіху у конкурентному середовищі. Організаціям, для покращення стратегій управління, доводиться вирішувати низку складних проблем, які потребують детального аналізу. Однією з ключових проблем є складність інтеграції в ланцюгах постачання. Горизонтальна та вертикальна інтеграція в ланцюгах постачання розкривають проблеми втрати контролю, проблеми співпраці та необхідність оптимізації витрат.

Унікальність стратегій управління ланцюгами постачання відображається у різних підходах організацій. Аналіз цих унікальних підходів дозволяє визначити їх вплив на конкурентоспроможність та ефективність організацій. Оптимізація балансу операційних витрат та стратегій в управлінні ланцюгами постачання вимагає уваги до деталей та вивчення їх впливу на ефективність діяльності організацій.

Аналіз та оптимізація ланцюгів постачання є критичним етапом у сучасному управлінні, оскільки вони визначають ефективність, гнучкість та

конкурентоспроможність організацій. Гнучкість ланцюга постачання являється ключовим фактором для адаптації до змін у вимогах споживачів та швидкого реагування на зміни попиту на ринку, зміни в виробничих технологіях тощо. Технологічні вимоги та автоматизація стають важливими аспектами, особливо у зв'язку з швидким розвитком технологій. Менеджмент динаміки залежності факторів визначає стійкість та продуктивність ланцюгів постачання, і його дослідження спрямоване на розуміння впливу складної системи постачання на ефективність цієї системи. Дослідження може визначити оптимальні підходи до управління різними аспектами ланцюга постачання та їх інтеграції. Динаміка операцій поставок та планування попиту є об'єктом дослідження для стабілізації циклів поставок та оптимізації вартості управління, в тому числі за рахунок розробки оптимальних стратегій управління запасами, яка залежить від наявних обмежень потоків та попиту.

Відповідно, забезпечення ефективності функціонування ланцюгів постачання вимагає уваги до багатьох факторів, критеріїв та рішень, і їх дослідження може виявити стратегії для покращення результатів діяльності. Аналіз і усунення обмежень у ланцюгах постачання може сприяти підвищенню продуктивності та зниженню ризиків.

Узагальнюючи, вивчення та оптимізація ланцюгів постачання вимагають уваги до широкого спектру аспектів, від технічних моделей до стратегічного управління та взаємодії зовнішніх факторів. Одним з потужних інструментів для пошуку напрямів оптимізації стратегії управління інтегрованими ланцюгами постачання є математичне моделювання та побудова динамічних моделей, які мають можливість надати інформацію щодо складних взаємозв'язків в системі постачання і забезпечити менеджмент інформацією про актуальні напрями адаптації і змін.

РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В ІНТЕГРОВАНИХ ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ

2.1. Моделювання структури та процесів в ланцюгах постачання

Застосування комбінованих підходів до моделювання ланцюгів постачання є важливою складовою успішного управління виробництвом та постачанням товарів і послуг. Серед основних підходів до моделювання ланцюгів постачання можливо визначити наступні:

1) Функціональний підхід: опис функцій, які виконує система. Ефективним методом моделювання ланцюгів постачання є декомпозиція процесів на дискретні події, а систем на підсистеми. Це забезпечує підґрунтя для точного та детального опису процесів в ланцюгах постачання та дозволяє визначити ієрархію структурних компонентів до необхідного рівня деталізації.

2) Інформаційний підхід: опис даних, інформації та інформаційних потоків в системі та наявність зворотного зв'язку.

3) Динамічний підхід: опис характеру функціонування та розвитку моделі системи. Цей підхід описує, наскільки система відповідає визначеній кінцевій меті, описує контур керування системою, ключові показники ефективності функціонування системи, інтереси зацікавлених сторін та їх очікування від функціонування системи.

Сучасні організації для ефективного управління ланцюгами постачання використовують ряд концепцій та методів, серед яких можливо визначити наступні:

– ECR (Efficient Consumer Response) [62] – стратегія, що спрямована на оптимізацію і підвищення ефективності обміну товарами між виробниками, дистриб'юторами та роздрібними торговцями з метою задоволення потреб споживачів та зниження загальних витрат.

– CRP (Continuous Replenishment Planning) [63] – методологія, яка передбачає постійне поповнення запасів товарів на основі реальних продажів та попиту. Основна ідея: виробники та постачальники повинні регулярно відправляти товари на склади роздрібних торговців або інших споживачів, дотримуючись мінімального рівня запасів, щоб уникнути надлишкових запасів і забезпечити неперервний доступ до товарів для споживачів.

– VMI (Vendor Managed Inventory) [64] – це метод управління запасами, при якому постачальник товарів бере на себе відповідальність за керування запасами своїх товарів на складах або в точках продажу свого споживача (зазвичай роздрібного торговця або виробника). В рамках VMI, постачальник моніторить рівень запасів своїх товарів у споживача, а також забезпечує їхнє поповнення, коли це необхідно, без потреби в активному замовленні з боку споживача.

– JIT (Just in Time) [65] – система управління запасами та виробництвом, при якій товари або компоненти виготовляються або доставляються на виробництво лише в той момент, коли вони необхідні для виробництва або продажу.

– TQM (Total Quality Management) [66] – стратегія управління, спрямована на забезпечення високої якості продукції або послуг шляхом впровадження найкращих практик у всіх аспектах діяльності організації за допомогою постійного поліпшення процесів та досягнення задоволеності споживачів шляхом усунення дефектів і недоліків в продукції чи послугах.

– SCOR (Supply Chain Operations Reference) [67] – модель, що розроблена Supply Chain Council, яка використовується для управління та аналізу ланцюгів постачання, допомагає організаціям розуміти, оцінювати та вдосконалювати ефективність ланцюгів постачання за допомогою аналізу процесів і показників, бенчмаркінгу, впровадженню кращих практик і вдосконаленню організаційних структур, та впровадженню сучасних інформаційних систем.

– Inventory Management Models (IMM) – різноманітні математичні та аналітичні методи, які використовуються для оптимізації управління запасами товарів або компонентів в ланцюгах постачання. Ці моделі допомагають організаціям приймати стратегічні рішення щодо рівня запасів, замовлення товарів, оптимального розміру партій, розподілу ресурсів та інших аспектів управління запасами. Деякі з популярних моделей управління запасами включають у себе: модель оптимального розміру замовлення EOQ (Economic Order Quantity), модель мінімального рівня запасів ROP (Reorder Point), ABC Analysis, Multi-echelon Models, Safety Stock Models тощо.

Означення 2.1. Ланцюг постачання – це сукупність підмножини ланцюгів постачання $l_k \in L, k = \overline{1, K}$ по яким від постачальника $s_j^l \in S, j = \overline{1, m}$ до споживача $c_e \in C, e = \overline{1, h}$ переміщуються певні множини товару або послуг $\{p_i^{s_j}\}, i = \overline{1, n}$, де n – кількість видів товару або послуг, що закуповує кінцевий споживач c_e .

Означення 2.2. Постачальником першого рівня $s_0^l \in S$ називається організація з якої починається вхід в певний ланцюг постачання $l_k \in L, k = \overline{1, K}$, тобто яка є «першою ланкою» в l_k . Відповідно, кінцевим споживачем c_e , називається організація, що вказує на вихід з певного ланцюга постачання l_k , тобто, фактично, являє собою «останню ланку» ланцюга l_k .

Зауваження 2.1. Структура ланцюга постачання може бути значно складнішою, ніж зазначено в *Означенні 1.2.*, тобто в одному ланцюгу постачання може бути декілька постачальників першого рівня s_0^l та декілька кінцевих споживачів c_e . В такому випадку нумерацію індексів $j = \overline{1, m}$ слід починати з усіх організацій, що можливо визначити як «постачальник першого рівня».

На рисунку 2.1 наведено спрощену модель ланцюга постачання.

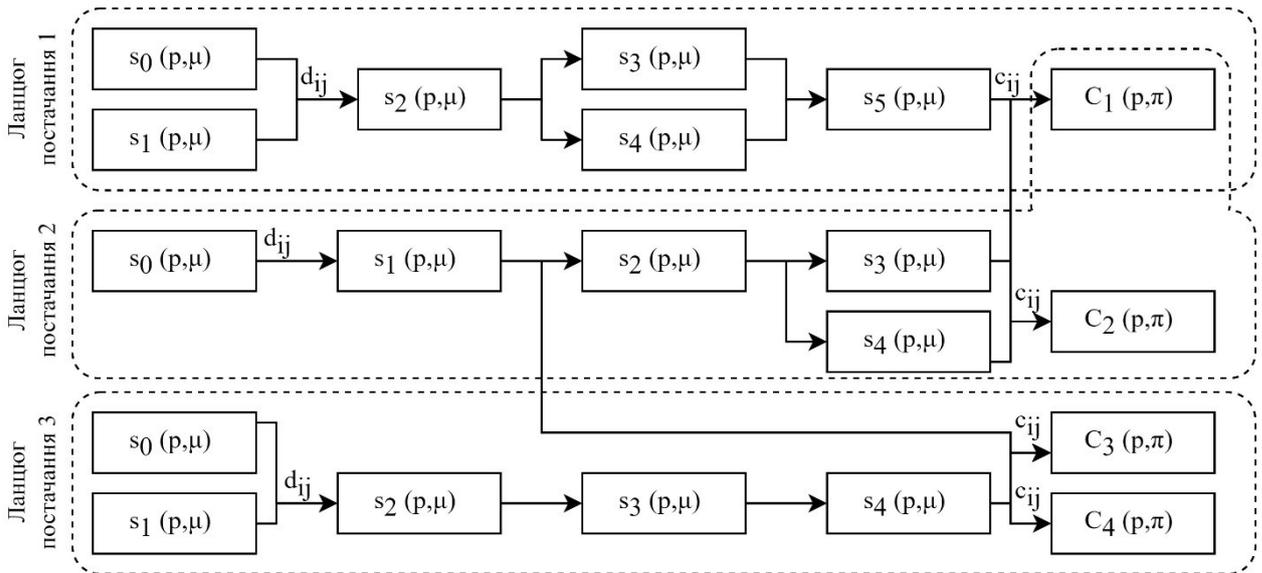


Рисунок 2.1. Узагальнена модель ланцюга постачання

Властивості ланцюгів постачання дозволяють розвиватися у різних напрямках (горизонтальному – збільшення ланок в ланцюгу постачання або вертикальному – декомпозиція поставок на декілька ланцюгів постачання з подальшою інтеграцією). Наведена на рисунку 2.1 узагальнена модель ланцюга постачання демонструє процес перетворення (додавання необхідних властивостей) та транспортування товару або послуг від постачальників $s_0^1, s_1^1, s_0^2, s_0^3, s_1^3$ до кінцевих споживачів c_1, c_2, c_3, c_4 . Для кожного постачальника визначаються властивості виробництва: множина товару або послуг $\{p_i^{s_j}\}$, що він здатен виробляти, та виробничі ресурси, тобто максимальний обсяг виробництва товару $\{\mu_i^{s_j}\}$.

Зазвичай, моделювання ланцюгів постачання виконується з метою створення еквівалентної моделі [68] для симуляції реального процесу постачання по всім ланкам ланцюга постачання. Це надає можливість не тільки мати інформацію про поточні показники ключових факторів ефективності на кожному етапі постачання, а й надає можливість прогнозувати майбутні події та показники. Ланцюги постачання являють собою складні системи, наявність їх математичних моделей позитивно

впливає на безпеку функціонування [69], у тому числі за допомогою наявності своєчасної інформації про необхідність структурно-технічних перетворень [70]. Використання математичних моделей спрощує процес досягнення рівноваги [71-72] в багатоетапних та багаторівневих системах постачання.

Стосунки між партнерами встановлюються протягом тривалого часу, поєднуючи стратегічні та тактичні бачення усіх учасників процесу постачання. Щоб досягти рівноваги між організаціями, задіяними в ланцюгу постачання, необхідно виконати три етапи інтеграції [73]:

- внутрішньоорганізаційна інтеграція: проектування, закупівлі, виробництво, розподіл і продажі;
- міжорганізаційна інтеграція з партнерами компанії: постачальниками, постачальниками постачальників, споживачами та споживачами споживачів;
- розвиток гнучкої мережі компаній, що забезпечує значний ступінь та швидкість реагування змін на ринку.

Деякі автори розробили та запропонували інші концепції, зосереджені на ефективності управління ланцюгом постачання:

- внутрішня реконфігурація: спрощення складних дій і зосередження на ключових процесах, що дозволяє швидше досягати необхідного результату;
- співпраця та обмін між організаціями: впровадження спільних процесів, в основі яких спільне бачення продукту або послуги, та управління ними;
- прискорення потоків по всьому ланцюгу;
- еволюція ролей в організації: внесення змін у механізми прийняття рішень, еволюції управлінських ролей, впровадження сучасне програмне забезпечення.

Таким чином, управління інтегрованими ланцюгом постачання вимагає від організації:

- забезпечення умов, що створюють сприятливе підґрунтя для співпраці з усіма зацікавленими сторонами ланцюга постачання;
- узгодженість цілей і задач між партнерами;

- інтеграція процесів і інфраструктури зі споживачами та постачальниками;
- взаємний обмін інформацією і даними між партнерами;
- взаємний розподіл ризиків та винагород, створюючи конкурентну перевагу для усіх учасників процесу постачання.

Використання математичних моделей ланцюгів постачання дозволяє знаходити оптимальні стратегії вирішення задач, пов'язаних з продуктом.

Зауваження 2.2. Для детального аналізу ланцюга постачання обмежим область аналізу одним ланцюгом постачання, визначив виробничі ресурси $\mu_i^{s_j}$, що виробник спроможний зосередитися на виробництво товару $\{p_i^{s_j}\}$ для постачання саме по цьому ланцюгу постачання.

Розглянемо ланцюг постачання, що складається з послідовності черг, процесів та має певний час обробки на кожній ланці ланцюга постачання, які залежать від виробничих ресурсів ланки μ_{s_i} . Загальне рівняння динаміки процесу виробництва товару для виконання замовлень в певній ланці ланцюга постачання можливо визначити наступною формулою [74]:

$$\frac{dQ_{s_i}(t)}{dt} = D_{s_i}(t) - P_{s_i}(t) + \beta_i \cdot (P_{s_i}(t) - Q_{s_i}(t-1)), \quad (2.1)$$

де Q_{s_i} – кількість товару, що необхідно виробляти в певній ланці ланцюга постачання в момент часу t , $s_i \in S, i = \overline{1, n}$, $Q_{s_i} \leq \mu_{s_i}$; D_{s_i} – функція щільності попиту в певній ланці ланцюга постачання в момент часу t ; P_{s_i} – функція щільності виробництва в певній ланці ланцюга постачання в момент часу t ; s_i – ланка, в якій аналізується стан в момент часу t ; β_i – параметр, що відображає наскільки швидко регулюється виробництво відносно зміни попиту для ланки (коефіцієнт інертності процесу, що залежить від виробничих ресурсів на певній ланці ланцюга постачання) s_i .

Означення 2.3. Щільність попиту – показник, який демонструє кількість товарів, послуг або інформації, що проходять через певну ланку ланцюга постачання протягом певного часового періоду t .

Означення 2.4. Швидкість виробництва – це кількість продукції або послуг, що здатна генерувати (виробляти/обробляти) певна ланка ланцюга постачання протягом певного часового періоду t .

Модель ланцюга постачання повинна надавати інформацію щодо руху товару або послуги від місць виробництва (постачальників) до місць кінцевого призначення (споживачів). Об'єм товару або послуг від кожного постачальника S_{i-1} визначається для певного ланцюга постачання $l_k \in L, k = \overline{1, K}$ (див. рисунок 2.1). Усі ланки ланцюга постачання мають різні виробничі ресурси та необхідний час на виробництво товарів або послуг. Це може впливати на виникнення дефіциту або профіциту товару на певних ділянках ланцюга постачання l_k .

Припустимо, що усі етапи постачання, які представлені ланками ланцюга постачання та які здійснюють транспортування товару або послуги від виробника до кінцевого споживача, мають можливість забезпечити пропускну здатність не менш ніж виробничі спроможності виробника.

Важливим показником стану системи постачання є показник її стану рівноваги. Один з факторів, що впливає на стан рівноваги, є зміна очікувань та можливостей виробника та/або очікування та можливостей споживачів.

Динаміку зміни запасів $R_{l_k}(t)$ в ланцюгу постачання l_k в момент часу t , який можна визначити, як час виникнення змін в очікуваннях або можливостях однієї зі сторін, можливо визначити за формулою:

$$\frac{dR_{l_k}(t)}{dt} = \sum_{k=1}^{i-1} Q_{S_k}(t-1) + P_{S_i}(t). \quad (2.2)$$

Забезпечення якості функціонування ланцюга постачання полягає в забезпеченні балансу попиту та пропозиції, в тому числі, за рахунок забезпечення якості потоку товару або послуг. Для менеджерів необхідно мати

інформацію про очікувані терміни виходу системи зі стану рівноваги, інформацію про який, використовуючи рівняння (2.2), можливо розрахувати за наступною формулою:

$$T_{\beta} = \frac{R_{l_k}(t)}{D_{c_i}(t)}, \quad (2.3)$$

де T_{β} – очікуваний час виходу системи зі стану рівноваги; D_{c_i} – функція щільності попиту кінцевого споживача (можливо поєднати в кластери) в певній ланці l_k ланцюга постачання в момент часу t .

Введемо змінну a_{π} , що визначає пріоритет товару та виконаємо перестановку, $a_{\pi_i} < a_{\pi_{i+1}} < \dots < a_{\pi_n}, i = \overline{1, n}$, де π_i – номер позиції впорядкованого атрибуту з урахуванням пріоритетів, тобто товар з пріоритетом a_1 буде отримано раніше ніж товар з атрибутом a_2 .

Як раніше було зазначено, функції виробництва та попиту мають стохастичний характер, також існують поняття мінімально обґрунтований рівень виробництва, вартість грошей, зайнятих в складських запасах, вартість ризиків несвоєчасного постачання та багато інших факторів. Ці фактори впливають на можливість забезпечення лінійності в кореляції функцій попиту і виробництва, вони вимагають впровадження систем управління запасами та замовленнями на кожній ланці ланцюга постачання. Відповідно, попит та асортимент товару може перевищувати виробничу здатність ланки, то доцільно використовувати порогові значення пріоритету $\underline{a}(s_i, p_j, t), p_j \in P_{s_i}$, що дозволить регулювати швидкість виробництва пріоритетної групи товару або послуг в потоку:

$$\begin{cases} a(s_i, p_j, t) \geq \underline{a}(s_i, p_j, t), \text{ то } Q(s_i, p_j, t) > 0, \\ a(s_i, p_j, t) < \underline{a}(s_i, p_j, t), \text{ то } Q(s_i, p_j, t) = 0 \end{cases}. \quad (2.4)$$

Відповідно, загальне рівняння динаміки процесу постачання (2.1) буде мати наступний вигляд:

$$\frac{dQ_{s_i}(t)}{dt} = H(\cdot) \cdot (D_{s_i}(t) - P_{s_i}(t) + \beta_i \cdot (P_{s_i}(t) - Q_{s_i}(t-1))), \quad (2.5)$$

де $H(a(s_i, p_j, t) - \underline{a}(s_i, p_j, t))$ – функція Хевісайда [75], що приймає вигляд за умов:

$$\begin{cases} \Delta a(s_i, p_j, t) < 0, \text{ то } H(a) = 0, \\ \Delta a(s_i, p_j, t) \geq 0, \text{ то } H(a) = 1 \end{cases} \quad (2.6)$$

Ланцюги постачання функціонують в умовах впливу багатьох факторів, як внутрішніх так і зовнішніх, та відповідають класифікації складних систем [76]. Визначимо величину ζ , с законом розподілу $f_\zeta(s)$, як величину, що характеризує вплив факторів на роботу ланцюга постачання. Це можуть бути фактори зовнішнього впливу або один чи декілька факторів внутрішнього впливу. Характеристику якості роботи ланцюга, відповідності планових показників (2.1) фактичним, можливо визначити як:

$$U = \varphi(\zeta), \quad (2.7)$$

де U – є випадковою величиною, закон розподілу якої визначається функцією φ та $f(\zeta)$ і для якої можливо існування зміщення середнього значення $M(U)$ на величину дисперсії випадкової величини σ_ζ^n , оскільки для:

- лінійної функції: $U = b_1 \cdot \zeta + b_0$, відповідно, $M(U) = b_1 \cdot M(\zeta) + b_0$;
- нелінійної функції: $U = \zeta^n$, відповідно, $M(U) = M(\zeta^n) = [M(\zeta)]^n + \sigma_\zeta^n$.

Таким чином, різниця між лінійною функцією U та нелінійною функцією U відрізняється лише на σ_ζ^n .

В процесі аналізу ланцюгів постачання, окрім деталізації та розподілу на ланки та ланцюги, доцільно розглядати послідовність зміни стану системи постачання $z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)$ в n -мірному просторі, за умови наявності інформації про початковий стан системи $z_1^0, z_2^0, \dots, z_n^0$ для початкового моменту часу t_0 . Відповідно, $z_n(t) = z_n^0(t_0 + \Delta t)$. Оскільки, як було раніше зазначено, ланцюги постачання складаються з послідовності ланок, по яким рухається

потік товару або послуг, то процес обслуговування на певному етапі (ланці) починається в момент часу $t_i^0 = t_{i-1}^0 + \Delta t_{i-1}$, де Δt_{i-1} – час виробництва або обробки товару на попередньому етапі.

Зауваження 2.3. Оскільки в ланцюгах постачання існує необхідність транспортування товару від одного виробника (постачальника) s_{i-1} до іншого s_i , а це вимагає певні затрати ресурсів, то доцільно етапи транспортування також розглядати, як певні ланки ланцюга постачання для яких існують певні оптимізаційні задачі.

В загальному випадку, підсистема i -ланки ланцюга постачання має можливість функціонувати протягом часу $t_{i+k} - t_i$, де $i+k \leq n$, n – кількість рівнів (послідовних підсистем – ланок) до поточної ланки, для якої визначається резерв часу, якщо не передбачені інші обмеження.

Для побудови принципово можливих варіантів системи управління ланцюгами постачання сформуємо морфологічний блок $\{MB\}$ законів управління в підсистемах [77]:

$$\{MB\} = \begin{pmatrix} u_{1(1)} & \dots & u_{1(l_1)} & \dots & u_{1(\xi_1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{i(1)} & \dots & u_{i(l_i)} & \dots & u_{i(\xi_i)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{n(1)} & \dots & u_{n(l_n)} & \dots & u_{n(\xi_n)} \end{pmatrix}, i = \overline{1, n}, \xi = \overline{1, \xi_{il}}, l \in I_i, \quad (2.8)$$

де $u_{il} = \{u_{i(l_0)}^\delta + \Delta u_{i(\xi_0)}^\delta\}$, $\delta = \overline{1, \delta_{il}}$ – вектор управління принципово можливими законами управління станами $z_n(t)$ підсистемами, що використовуються при наявності зовнішніх та/або внутрішніх факторів впливу.

Управління системою постачання вимагає наявності адаптивних алгоритмів корегування стану системи. З цією метою можливо, запропоновану В.С. Михалевичем та В.Л. Волковичем [77] модель побудови морфологічного блоку $\{MB\}$, доповнити функцією навчання та оновлення, використовуючи наступний алгоритм:

1. розробка морфологічного блоку ;

2. оцінка стану системи;
3. аналіз відповідності законів управління стану та цілям системи;
4. оцінка ефективності роботи поточного блоку;
5. машинне навчання моделі управління на накопичених даних [78];
6. аналіз можливостей для оптимізації та покращення блоку;
7. оновлення існуючого блоку або повернення до п.2;
8. тестування та оптимізація нової системи управління.

Псевдокод для процесу навчання морфологічного блоку:

```

system.initialize() # Ініціалізація системи та морфологічного блоку
morphologicalBlock.initialize()
while system.isRunning: # Основний цикл функціонування системи
    state = system.getState() # Отримання стану підсистем та факторів впливу
    externalFactors = system.getExternalFactors()
    controlVector = morphologicalBlock.getControlVector(state, externalFactors)
    system.applyControlVector(controlVector) # Вектор управління системи
    system.updateState() # Оновлення стану системи
    feedback = system.getFeedback()
    morphologicalBlock.learn(feedback) # Навчання морфологічного блоку
def updateMorphologicalBlock(): # Оновлення морфологічного блоку
    trainingData = collectTrainingData() # Збір даних для навчання
    machineLearningAlgorithm.train(morphologicalBlock, trainingData)

```

Цей псевдокод є загальним варіантом та вимагає додаткового вираховування конкретних деталей певної системи постачання та морфологічного блоку управління нею.

Відповідно, множину всіх принципово можливих варіантів проектування системи управління ланцюгами постачання можливо визначити наступним чином:

$$V^n = \{v_j^n\} = \{u_{1(l_1)}, \dots, u_{i(l_i)}, \dots, u_{n(\xi_n)}\} = \prod_{i=1}^n U_i, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}. \quad (2.9)$$

Робота системи управління за допомогою морфологічного блоку заснована на навчанні з використанням вагових коефіцієнтів стану та зовнішніх факторів за допомогою функції активації (наприклад, сигмоїди). В якості змінної функції активації може бути параметр стану рівноваги.

Сігмоїдна функція в межах функціонування системи управління на базі морфологічного блоку може використовуватися для:

- обмеження виходів: сігмоїдна функція перетворює зважену суму в діапазон значень від 0 до 1, що дозволяє обмежити виходи системи.
- моделювання нелінійностей: сігмоїдна функція допомагає моделювати нелінійні залежності між входами та виходами системи.
- зосередження значень навколо рівноважної точки: сігмоїдна функція дозволяє зосередити значення близько до точки рівноваги.
- нелінійна активація в нейронних мережах: сігмоїдна функція часто використовується як нелінійна функція активації в прихованих шарах мережі для взаємодії з великими діапазонами вхідних даних.

Оскільки ланцюги постачання, зазвичай, функціонують в економічних системах, то основою якості їх функціонування є забезпечення рівноваги ключових компонентів (показників) економічної системи для всіх зацікавлених сторін – учасників процесу постачання. Наявність інформації про ключові фактори впливу на дотримання балансу (рівновагу) надасть можливість розробити стратегію управління (2.8)-(2.9), яка забезпечить можливість тривалого функціонування системи в межах узгоджених критеріїв якості та забезпечувати необхідний потік товару або послуг (2.5).

Для планування взаємовідносин учасників процесу постачання в ланцюгу постачання можливо використовувати умову рівноваги Неша [79-80].

Означення 2.5. Стан рівноваги Неша – це стан, у якому жодній з зацікавлених сторін, учасників процесу постачання в ланцюгу постачання, не має доцільності змінювати своє рішення щодо умов співпраці.

Процес забезпечення рівноважного стану системи (2.9) можливо представити у вигляді гри нормальної форми:

$$G = \langle K, U, F \rangle, \quad (2.10)$$

де K – множина учасників процесу постачання, $S \subseteq K$, $C \subseteq K$; U – множина векторів керування (стратегій) u_i ; F – множина функцій вигравів (платежів) для кожного з учасників процесу постачання.

Означення 2.6. Гра в нормальній формі – це математична модель спільних дій учасників (гравців), де вони приймають рішення одночасно і не мають інформації про вибір інших гравців.

Стан рівноваги Неша гри G , що визначається (2.10), є вектор \bar{u} , що відповідає наступним властивостям:

1. $\bar{u} \in U = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_n), i = \overline{1, n}$;
2. $\bar{F}_i(\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_{i-1}, \bar{u}_i, \bar{u}_{i+1}, \dots, \bar{u}_n) = \max F_i(\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_{i-1}, \bar{u}_i, \bar{u}_{i+1}, \dots, \bar{u}_n), \bar{u}_i \in U, i = \overline{1, n}$.

Ситуація рівноваги Неша на конкурентному ринку виникає вкрай рідко, так як постійно змінюються умови і виникають нові пропозиції. Відповідно до (2.10) система буде функціонувати в стані рівноваги до того часу поки у жодній зі сторін не виникне бажання змінити своє рішення щодо умов співпраці.

При аналізі складних систем постачання, де фактори змінюються з часом, може стати необхідним застосування концепцій моделей рівноваги Ерроу-Дебре та Ляпунова. Ці моделі нададуть додаткову інформацію щодо впливу сторонніх факторів на рівновагу системи постачання.

2.2. Модель рівноваги Ерроу-Дебре для планування ланцюгів постачання

Модель рівноваги Ерроу-Дебре (обидва лауреати Нобелівської премії) є ключовим інструментом для аналізу та оптимізації ланцюгів постачання. Вона

виникла внаслідок спільних досліджень Кеннета Арроу та Жерара Дебре і знайшла широке застосування в економічних науках [81].

Модель Ерроу-Дебре дозволяє описувати взаємодію між постачальниками та виробниками, а також споживачами в системі постачання. Вона враховує рішення кожного учасника, спираючись на їх власні цілі та обмеження. Модель рівноваги Ерроу-Дебре допомагає знайти такі цінові та кількісні параметри, при яких усі сторони досягають рівноваги і немає мотивації змінювати свої рішення.

Ланцюги постачання складаються з множини зацікавлених сторін $K = \{k_i\}$ – учасників процесу постачання та споживання. Серед зацікавлених сторін можливо визначити дві групи: постачальники (виробники) $s_j \in S, S \subseteq K, j = \overline{1, m}$, та споживачі $c_i \in C, C \subseteq K, i = \overline{1, n}$. Необхідно зауважити, що в залежності від етапу постачання кожна ланка ланцюга постачання може бути одночасно і споживачем, для попередньої ланки, і виробником та постачальником для наступної ланки. Відповідно, від’ємне значення компоненти вказує на витрати, пов’язані з виробництвом, а позитивні – на реалізацію певного виду продукцію. В даному випадку термін «продукція» будемо вважати товар, послуга, ресурси, інформація тощо.

Для кожної зацікавленої сторони визначається функція корисності (переваги) $\lambda_j(p)$ певного продукту p_j .

Фінансові показники взаємодії учасників процесу постачання в ланцюгу постачання визначаються матриці :

$$\theta = \|\theta_{ij}\|, \quad (2.11)$$

за умов,

$$\sum_{i=1}^n \theta_{ij} = 1, j = \overline{1, m}, \quad (2.12)$$

$$\theta_{ij} \geq 0, \forall i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, \quad (2.13)$$

де θ_{ij} – показник розподілу фінансового результату між виробником (постачальником) та споживачем.

Загальний стан системи, визначено моделлю (2.10) та за умов (2.11)-(2.13), можливо визначити у вигляді:

$$G = \langle K, P, H \rangle, \quad (2.14)$$

за умов,

$$p_j \geq 0, p_j \in P, j = \overline{1, m}, \quad (2.15)$$

$$\sum_{j=1}^m h_j = 1, h_j \geq 0, h_j \in H, \quad (2.16)$$

де h_j – вектор ціни на продукцію p_j .

Зауваження 2.4. Цикл постачання має певний часовий інтервал, якщо аналізуються продукти ідентичних параметрів (найменування), але різного циклу постачання, то вони вважаються різними продуктами.

Стан рівноваги за моделлю Ерроу-Дебре можливо визначити наявністю виконання умов для наступних факторів:

1. Баланс між попитом та пропозицією як в середині ланцюга постачання, так і ззовні, з урахуванням структури ланцюга постачання:

$$\sum_{j=1}^m s_j(p) \geq \sum_{i=1}^n c_i(p), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, \quad (2.17)$$

де $\sum_{j=1}^m s_j(p)$ – загальний об'єм виробленої продукції з урахуванням технологічних потреб; $\sum_{i=1}^n c_i(p)$ – загальний об'єм попиту на вироблену продукцію.

2. Отримання фінансового результату виробниками з урахуванням рівноважних цін на вироблену продукцію:

$$\max_{s_j \in S} h_{s_j}(p) = \bar{h}_{s_j}(p), j = \overline{1, m}. \quad (2.18)$$

3. Досягнення споживачами c_i максимальної корисності від споживання виробленої продукції $\lambda_i(p)$ за умов наявності бюджетного обмеження у споживачів c_i :

$$\max_{c_i \in C} \lambda_{c_i}(p) = \bar{\lambda}_{c_i}(p), i = \overline{1, n}. \quad (2.19)$$

Відповідно, бюджетне обмеження, з урахуванням умов (2.17)-(2.19), можливо визначити за формулою:

$$\bar{h}_{s_j}(p) \leq \sum_{j=1}^m \theta_{ij} \bar{h}_{s_j}(p), \forall i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}. \quad (2.20)$$

Теорема 2.1. Припустимо, що для моделі Ерроу-Дебре система має стан рівноваги, якщо виконуються наступні умови:

- (а) технологічні можливості виробників $s_j(p)$ в ланцюгах постачання мають неперервну і монотонно зростаючу функцію та являють собою опуклу компоненту;
- (б) функція корисності $\lambda_{c_i}(p)$ для споживачів є неперервною та увігнутою;
- (в) кожна зацікавлена сторона, що є учасником процесу постачання, функціонує на ринку із досконалою конкуренцією;
- (г) кожний з виробників s_j спеціалізується на виробництві однієї групи товарів p ;
- (д) кожний споживач c_i в ланцюгу постачання має обмежений бюджет на закупку продукції.

Доведення теореми 2.1. За умови, що $s_j \in S$, $S \subseteq K$, $h_{s_j} \in \mathbb{R}^m$, для кожного споживача c_i визначимо функцію:

$$f_i(s_j, h_{s_j}) = \lambda_{c_i}(p) - h_{s_j} \cdot s_j, \forall i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}. \quad (2.21)$$

Враховуючи умову (а), множина $S \subseteq K$ є опуклою, а за умови (б) – можливо зробити висновок, що $\lambda_{c_i}(p)$ є неперервною увігнутою. Відповідно, функція f_i (2.21) також є неперервною та увігнутою.

Спираючись на теорему Какутані [82] можливо зробити висновок, що для будь-якої системи неперервних та увігнутих функцій, визначених на опуклій множині, існує хоча б один стаціонарний пункт. Множиною значень функції f_i є множина:

$$M = \left\{ f_i(s_j, h_{s_j}) \in \prod_{j=1}^m s_j \times \mathbb{R}^m \mid s_j(p) = \lambda_{c_i}(p), \forall i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m} \right\}. \quad (2.22)$$

Множина M є опуклою, так як опуклий добуток опуклих множин також опуклий. Таким чином, теорема Какутані гарантує що для системи функцій f_i існує хоча б один стаціонарний пункт, тобто існує таке значення (s_j, h_{s_j}) , для якого:

$$\nabla f_i(s_j, h_{s_j}) = 0, \forall i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, \quad (2.23)$$

що еквівалентно системі рівнянь:

$$\nabla \lambda_{c_i}(p) = p, \forall i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}. \quad (2.24)$$

Система рівнянь (2.23)-(2.24) являють собою умови рівноваги моделі Ерроу-Дебре. Відповідно, теорема 2.1 доведена.

Зауваження 2.5. Теорема Какутані не гарантує, що існує лише один стаціонарний пункт. В загальному випадку існує імовірність існування декількох стаціонарних пунктів, а бувають випадки існування нескінченного їх числа.

Для доведення існування рівноваги моделі Ерроу-Дебре (теорема 2.1) також можливо використати теорему Неша [83].

Теорема Неша стверджує, що для будь-якої гри з неперервними та увігнутими функціями виграшу існує хоча б одна рівновага по Нешу. Для ланцюга постачання, визначеного грою (2.10), та (2.14), рівновага Неша являє собою такий розподіл наборів споживання продукції $s_j(p)$ при якому жодний гравець множини K не має можливості покращити свій стан, змінив власний набір споживання при умові, що набори інших гравців залишаться

незмінними. Такий розподіл наборів споживання і є рівновагою в моделі Ерроу-Дебре.

Доведена теорема Ерроу-Дебре є важливим теоретичним фундаментом для планування ланцюгів постачання та прийняття стратегічних рішень в галузі управління виробництвом та ресурсами. На основі доведеної теореми можна сформулювати важливі висновки та визначити напрямки оптимізаційних задач при плануванні ланцюгів постачання, серед яких можливо виділити наступні:

- модель Ерроу-Дебре дозволяє уникнути складних і неефективних рішень при управлінні ланцюгами постачання: замість усунення проблем, які виникають в наслідок надлишків запасів або їх недостачі, можна спрямувати увагу на досягнення рівноваги за рахунок підвищення балансу між ціною та цінністю для споживачів;
- модель Ерроу-Дебре дозволяє оптимізувати використання ресурсів так, щоб досягти економічної ефективності;
- використання моделі Ерроу-Дебре підказує, що існує такий рівень цін, при якому попит і пропозиція взаємно зрівноважуються, що допомагає виробникам і постачальникам визначити оптимальні ціни для їх товарів та послуг;
- модель Ерроу-Дебре дозволяє проводити аналіз чутливості щодо змін у параметрах економічної системи. Це важливо для управління ризиками та прийняття рішень в умовах невизначеності [84];
- ґрунтуючись на модель Ерроу-Дебре можна розробляти оптимальні продуктові та маркетингові стратегії.

Відповідно, модель Ерроу-Дебре є потужним інструментом для аналізу та оптимізації ланцюгів постачання, які грають ключову роль в сучасних економічних системах. Використання інформації з моделі Ерроу-Дебре може сприяти підвищенню ефективності, стабільності та конкурентоспроможності організацій.

Як раніше було зазначено, активація зміни стану морфологічного блоку управління системою може бути здійснена за допомогою контролю зміни значення стану рівноваги. Нижче наведено псевдокод для функції активації з використанням значення рівноваги Ерроу-Дебре як центра сигмоїдальної функції:

```
class ActivationFunction:
    equilibriumValue = 0.5 # Рівноважне значення для центру сигмоїди
    def sigmoidActivation(self, x):
        # Сигмоїдальна функція активації з рівноважним центром
        return 1 / (1 + exp(-(x - equilibriumValue)))
# Приклад використання
activationFunction = ActivationFunction()
inputValue = 0.8 # Значення входу
# Виклик сигмоїдальної функції активації з використанням рівноважного
центру
outputValue = activationFunction.sigmoidActivation(inputValue)
```

У наведеному псевдокоді змінна *equilibriumValue* виступає як рівноважне значення, яке вказує на те, коли вихід сигмоїдальної функції буде близьким до 0.5. Це значення може бути налаштоване відповідно до особливостей системи, що керується, та очікувань ключових зацікавлених сторін.

2.3. Модель рівноваги Ляпунова для ланцюгів постачання

Теорема Ляпунова може бути використана для оцінки стабільності ланцюга постачання. Оцінку стабільності можливо здійснити за допомогою рівняння:

$$\frac{dV}{dt} = -k \cdot V, \quad (2.25)$$

де V – стан системи; k – коригуючий коефіцієнт.

В контексті ланцюгів постачання коригуючий коефіцієнт – це величина, що визначає, наскільки швидко система повертається до рівноважної точки після відхилення. Він використовується для оцінки стійкості системи та для розробки заходів щодо її поліпшення. Якщо коригуючий коефіцієнт функції Ляпунова k для ланцюга постачання низький, то це означає, що система повільно повертається до рівноважної точки після відхилення. Це може призвести до таких проблем, як дефіцити товарів або затримки в поставках. Для поліпшення стійкості [85] системи (2.25) можна вжити таких заходів, як:

- оптимізація системи керування запасами;
- оптимізація потоків в ланцюгах постачання;
- оптимізація політики ціноутворення;
- підвищення конкурентоздатності за рахунок оптимального розміщення логістичних центрів та центрів обслуговування споживачів;
- прогнозування ризиків;
- моделювання динамічних процесів та автоматизація процесів реагування на кризи, тощо.

Для того щоб довести, що система буде стабілізуватися (повертатися у стан рівноваги), необхідно показати, що її енергія буде зменшуватися з часом.

Теорема 2.2. Якщо система, що утворює ланцюг постачання, має достатньо сильний коригуючий коефіцієнт, то після збудження система буде повертатися до стану рівноваги.

Доведення теореми 2.2. Нехай $x(t)$ – це змінна, яка характеризує стан системи в момент часу t ; $f(x)$ – функція, яка визначає, як змінюється $x(t)$ з часом.

Теорема Ляпунова стверджує, що якщо існує функція $V(x,t)$, яка має наступні властивості [86-87]:

- a) $V(x,t) = 0, \forall t \geq 0$ – є монотонно зростаючою функцією, мінімальне значення функції Ляпунова досягається в точці рівноваги;
- b) $V(x,t) > 0, \forall t \geq 0, \forall x \neq \dot{x}$, де \dot{x} – стан рівноваги;

$$c) V'(x,t)f(x) < 0, \quad \forall t \geq 0, \forall x \neq \dot{x}.$$

Оскільки $V(x,t) \geq 0$, то енергія системи завжди невід'ємна та зростає з часом. Оскільки функція $V'(x,t)f(x) < 0, \forall x \neq \dot{x}$, то енергія системи завжди зменшується, коли система знаходиться в стані, відмінному від стану рівноваги. Отже, енергія системи буде постійно зменшуватися, поки система не досягне стану рівноваги. Якщо ми можемо знайти таку функцію Ляпунова та параметри $f(x)$, для яких виконуються всі три властивості, то ми можемо визначити, що система має достатньо сильний коригуючий коефіцієнт k , і теорема Ляпунова стверджує, що після збудження система буде повертатися до стану рівноваги.

У контексті ланцюга постачання функція $V(x,t)$ може бути визначена як функція від кількості товарів на складі, тоді функція $V'(x,t)f(x)$ буде визначати, як кількість товарів на складі змінюється з часом. Якщо функція $V'(x,t)f(x) < 0$, то кількість товарів на складі буде завжди зменшуватися, коли кількість товарів на складі перевищує стан рівноваги. Це означає, що система буде прагнути до стану рівноваги, в якому кількість товарів на складі відповідає попиту. Отже, теорема Ляпунова стверджує, що якщо ланцюг постачання має достатньо сильний коригуючий коефіцієнт, то система буде прагнути до стану рівноваги, в якому кількість товарів на складі відповідає попиту.

На практиці, коригуючий коефіцієнт ланцюга постачання може бути представлений як кількість товарів, які система замовляє, коли кількість товарів на складі падає нижче певного рівня. Якщо цей рівень є достатньо низьким, то система буде мати достатньо сильний коригуючий коефіцієнт, щоб забезпечити стабільність ланцюга постачання.

Ланцюги постачання залежать від багатьох факторів, як внутрішніх так і зовнішніх. Прикладами факторів впливу можуть бути: попит на товари або послуги, ціни на сировину та енергію, політична ситуація або погода.

Враховуючи зовнішні фактори впливу, ланцюги постачання можливо визначити як неавтономну систему [88]:

$$\dot{x} = X(x, t), \quad (2.26)$$

де $X = \{x_i\}, i = \overline{1, n}$, – фізичні параметри системи в час t .

Повна похідна функції Ляпунова $V(x, t)$ вздовж траєкторії руху показників стану системи має вигляд:

$$\dot{V}(x, t) = \frac{dV}{dt} + X \cdot \nabla V. \quad (2.27)$$

Якщо виконуються умови (а), (б) та (с) в обмеженій множині Ω простору E^n , що містить початок координат траєкторії руху показників стану системи, $\forall t \geq 0$, (де $\Omega = S(r)$ – гранична область значень стану системи, $S(r)$ – площа граничної області значень стану системи, r – радіус), то функція $V(x, t)$ являє собою функцію Ляпунова.

Стан системи (2.26) в ланцюгу постачання з урахуванням зовнішніх факторів збудження ζ буде мати наступний вигляд:

$$\dot{x} = X(x, t) + \zeta(x, t), \quad (2.28)$$

Незважаючи на наявність факторів збудження $\zeta(x, t)$ в (2.28), система має деякий стан рівноваги [89].

Теорема 2.3. Нехай для системи постачання в ланцюгу постачання в околі $\Omega: \|x\| < r, \forall t \geq 0$ існує функція Ляпунова $V(x, t)$, що задовольняє умовам асимптотично стійкого початку координат, тоді система знаходиться в стані рівноваги для любого ε , де $0 < \varepsilon < r$, існують такі два числа $\eta_1(\varepsilon) > 0$ та $\eta_2(\varepsilon) > 0$, що $\|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq 0$, за умови: $\|x(0)\| < \eta_1(\varepsilon)$, $\|\zeta(x, t)\| < \eta_2(\varepsilon)$, $\forall \|x\| < \varepsilon, \forall t \geq 0$.

Доведення теореми 2.3. Припустимо що існують додатно визначені функції $W_0(x)$, $W_1(x)$, $W_2(x)$, такі що околі Ω , $\forall t \geq 0$, виконуються умови:

$W_0(x) \leq V(x,t) \leq W_1(x)$, та $\dot{V}(x,t) \leq -W_2(x)$. Також припустимо, що частинні похідні в околі Ω , $\forall t \geq 0$, обмежені $M > 0$ так, що $\left| \frac{\partial V}{\partial x_i} \right| \leq M, i = \overline{1, n}, \forall t \geq 0$.

Враховуючи (2.27), отримаємо:

$$\dot{V}' = (X + \zeta) \nabla V + \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (2.29)$$

де \dot{V}' – похідна функції Ляпунова $\dot{V}(x,t)$ для системи постачання в ланцюгу постачання з урахуванням зовнішніх збуджень $\zeta(x,t)$.

Нехай існує $m_1 = \min \{ W_1(x) \}$, що належить околу $\Omega(\varepsilon) : \|x(t)\| = \varepsilon$, $\forall t \geq 0$.

В зв'язку з тим, що функція $W_1(x)$ є неперервною, то, відповідно, існує таке додатне число $\eta_1(\varepsilon)$, для якого $W_1(x) < m_1$ в околі $\Omega(\eta_1) : \|x(t)\| \leq \eta_1$. Таким чином, $V(x,t) < m_1$ в околі $\Omega(\eta_1) : \|x(t)\| \leq \eta_1$, та $V(x,t) > m_1$ в околі $\Omega(\varepsilon) : \|x(t)\| = \varepsilon$, $\forall t \geq 0$.

Нехай існує $m_2 = \min \{ \|W_2(x)\| \}$, на множині $\eta_1 \leq \|x(t)\| \leq \varepsilon$, та $\exists k \in (0,1) : |k-1| < 0.05$. Припустимо, що $\|\zeta(x,t)\| < \eta_2(\varepsilon)$, де $\eta_2(\varepsilon) = \frac{k \cdot m_2}{n \cdot M}$, для

$\forall x_i \in \Omega, \forall t \geq 0$. Також припустимо, що система постачання починає функціонувати в точці $x(t) \in \Omega(\eta_1), t = 0$, маючи траєкторію (2.28).

Визначимо її стан в час $t > 0$:

$$\begin{aligned} \dot{V}' &\leq W_2(x) + \nabla V \cdot \zeta \leq -m_2 + \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial V}{\partial x_i} \right| \cdot |\zeta_i| \leq \\ &-m_2 + n \cdot M \cdot |\zeta| \leq -(1-k) \cdot m_2 < 0. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Відповідно до (2.30), функція Ляпунова для системи постачання в ланцюгу постачання спадає вздовж кожної траєкторії системи (2.28), за умови початкового стану $\Omega(\eta_1) \cap \Omega(\varepsilon) = \emptyset$. Теорема доведена.

Грунтуючись на властивостях теорем 2.2 та 2.3, особа, що приймає рішення по управлінню ланцюгами постачання може отримати важливу інформацію щодо факторів впливу на стійкість ланцюгів як до внутрішнього так і зовнішнього впливу, та розробити програму мінімізації ризиків.

Значення функції рівноваги Ляпунова може використовуватися як додаткова змінна для функції активації. Система також передбачає наявність вагових коефіцієнтів, за допомогою яких можливо регулювати силу впливу значень коефіцієнтів рівноваги Ерроу-Дебре та Ляпунова. Нижче наведено псевдокод для зазначеної функції активації.

```
class CombinedActivationFunction:
```

```
    lyapunovEquilibrium = 0.7 # Рівноважне значення Ляпунова
    arrowDebreEquilibrium = 0.5 # Рівноважне значення Ерроу-Дебре
    lyapunovWeight = 0.6 # Ваговий коефіцієнт для значення Ляпунова
    arrowDebreWeight = 0.4 # Ваговий коефіцієнт для значення Ерроу-Дебре
    def combinedActivation(self, x):
        # Комбінована функція активації
        lyapunovActivation = 1 / (1 + exp(-(x - lyapunovEquilibrium)))
        arrowDebreActivation = 1 / (1 + exp(-(x - arrowDebreEquilibrium)))
        combinedOutput = lyapunovWeight * lyapunovActivation +
        arrowDebreWeight * arrowDebreActivation
        return combinedOutput
# Приклад використання
activationFunction = CombinedActivationFunction()
inputValue = 0.8 # Значення входу
outputValue = activationFunction.combinedActivation(inputValue)
```

В цьому прикладі *combinedActivation* використовує обидва значення рівноваги з Ляпунова та Ерроу-Дебре, враховуючи їх зважений вплив на результат..

2.4. Висновки до другого розділу

В розділі запропоновано математичну модель системи постачання товару або послуг в межах певного ланцюга постачання з урахуванням рівня запасів, що виникають на всіх ланках ланцюга постачання в наслідок інертності реагування системи на вихід зі стану рівноваги, де факторами впливу можуть бути зміни очікувані та можливостей ключових зацікавлених сторін процесу постачання: виробника та споживача. Застосування запропонованої моделі дозволяє оцінювати потенційний вплив зміни стану рівноваги на ефективність роботи всього ланцюга та прогнозувати терміни виходу системи зі стану рівноваги, що надає можливість менеджерам прийняти необхідні рішення задля мінімізації економічних і репутаційних наслідків.

Модифіковано метод побудови морфологічного блоку управління системою керування, запропонований В.С. Михалевичем та В.Л. Волковичем. Модифікований метод використовує функцію аналізу поточного стану системи керування на відповідність її цілям організації, що здійснює управління ланкою, або всім ланцюгом постачання. Функція аналізу пов'язана з функцією машинного навчання, яка, за допомогою аналізу накопичених даних про стан системи, надає рекомендації щодо адаптації правил для повернення системи в стан рівноваги. Впровадження модифікованого методу побудови морфологічного блоку управління системою керування надає менеджерам можливість систематичного виявлення слабких точок управління та ефективної адаптації стратегій до змін у внутрішньому та зовнішньому середовищі. Розроблений метод передбачає, в якості функцій активації, використовувати комбіноване зважене значення коефіцієнтів рівноваги Ерроу-Дебре та Ляпунова. Цей метод є корисним інструментом для оптимізації ланцюгів постачання, особливо в умовах складних та конкурентних ринків. Комбінування методів в процесі моделювання дозволяє уникнути недоліків кожного з окремих методів.

РОЗДІЛ 3. ПОШУК НАПРЯМІВ ОПТИМІЗАЦІЇ В ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЧІТКИХ КОГНІТИВНИХ КАРТ

3.1. Пошук напрямів оптимізації в ланцюгах постачання

Функціонування ланцюгів постачання пов'язане з керуванням невизначеністю у процесах та компонентах системи постачання, які впливають на забезпечення рівноваги (див. розділ 2). Багатофакторність та взаємопов'язаність процесів, низька якість прогнозів, затримка в отриманні інформації, мінливість стану навколишнього середовища, конфлікти інтересів зацікавлених сторін, зміна потреб споживачів та багато інше робить процес управління системою постачання вкрай важким.

Ефективна система постачання може бути спроектована тільки при повному та якісному розумінні динамічних характеристик її складових частин. Виявлення ступеню впливу та значущості факторів на систему дозволяє сконцентрувати увагу на найважливіших аспектах та економити ресурси. Моделювання адаптивної системи може забезпечити організації зниження часу реагування на запити споживача, більш низькі операційні витрати, підвищений рівень гнучкості процесів, зменшення рівня запасів та інше. Системна динаміка - потужний інструмент для вивчення впливу факторів на ефективність ланцюга постачання і розробки політики його функціонування [90]. Але використання потужного інструменту вимагає багато ресурсів які, зазвичай, доступні лише великим організаціям.

Забезпечення функціонування ланцюгів постачання пов'язано з виконанням практичних задач управління методами нечітких множин, що обмежує можливість використання традиційних інструментів системного аналізу. Менеджмент організацій прагне використовувати інструменти, які дозволяють усунути людський фактор в прийнятті рішень за невизначеності або неповноти інформації. Використання стандартних методів планування і

коригування за результатами моніторингу не дозволяють отримати очікуваних зацікавленими сторонами результатів, що обумовлено емерджентністю критеріїв для прийняття рішень та нетранзитивністю замкнутої системи функціонування процесів. Проте, використання багатокритеріальних моделей вимагає впровадження гібридних систем управління, де поєднуються досвід людини та логіка математичних моделей. Управління в таких моделях відбувається на двох рівнях: в просторі станів – системне курування за допомогою математичної логіки, та на рівні критеріїв – прийняття рішень людиною [91] за допомогою сукупності показників стану системи, які належать певної множині [92] імовірних (припустимих) станів.

Одним із сучасних методів системного моделювання є метод, що базується на побудові нечітких когнітивних карт процесів (Fuzzy Cognitive Maps) [93-95]. Перевагою використання нечітких когнітивних карт є простота побудови та інтерпретації, наочність причино-наслідкових зв'язків в процесах та ступінь впливу різноманітних факторів на сукупний стан системи. Використання нечітких когнітивних карт продемонструвало надійність цього методу для прийняття рішень автономними агентами – комп'ютерними системами, що оцінюють ситуацію, приймають рішення та виконують певну дію [96].

Нечіткі когнітивні карти призначені для моделювання та аналізу в системах прийняття рішень і системах управління [97-99], теорії ігор [100], у мультиагентних технологіях [101], при розробці геоінформаційних систем [102] та електричних мереж [103], для моделювання економічних та демографічних проблем [104].

Технологія використання когнітивних карт знаходиться в постійному пошуку можливості вдосконалення з метою розв'язування евристичних та аналітичних задач, що виникають при дослідженні слабоструктурованих проблем та складних систем.

Для будь-якої організації є актуальним завданням знайти інструмент виявлення найбільш пріоритетних напрямів для впровадження змін з метою

оптимізації роботи ланцюгів постачання. Розробка методів аналізу впливу факторів невизначеності на систему постачання з можливістю прогнозування майбутнього стану системи. Забезпечення простоти інтерпретації отриманих результатів користувачами без додаткових вимог до рівня їх компетенцій та зберігаючи надійність та точність аналізу за допомогою математичного моделювання.

3.2. Процес побудови нечітких когнітивних карт

Процес формування когнітивної карти можливо зобразити у вигляді наступної послідовності кроків:

- визначення множини змінних, що потенційно мають вплив на систему;
- визначення ключових показників ефективності системи, що контролює та досліджує особа, яка приймає рішення;
- аналіз причино-наслідкових зв'язків між змінними та показниками ефективності функціонування системи;
- визначення вагових коефіцієнтів;
- побудова когнітивної карти та адаптивної моделі;
- аналіз стійкості побудованої моделі;
- навчання моделі з використанням накопичених даних.

Визначення множини змінних $x_i \in X$ в системі постачання можливо здійснити за допомогою аналізу шляху товару по ланцюгу постачання від виробника (x_0 – виток в графі $G(X, E)$) до кінцевого споживача (x_n – сток в графі $G(X, E)$). В даному випадку метою аналізу буде формування графа (мапи) з зображенням усіх факторів (змінних), що впливають на можливість здійснювати процес постачання в межах узгоджених показників ефективності.

Вплив кожного фактору визначається ваговим коефіцієнтом ω_{ij} . Найбільшу зацікавленість викликає дослідження причино-наслідкового зв'язку (шлях у графі $G(X, E)$), що характеризується максимальним сукупним

значенням впливу $\sum \omega_{ij}$. Для спрощення інтерпретації сили впливу можливо виконати групування за діапазоном сили впливу, приклад наведено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1.

Діапазон значень вагового коефіцієнту

Діапазон значень ω_{ij}	Коментар
0,0	не впливає
$(0,0; 0,2] \vee [-0,2; 0,0)$	Дуже слабкий вплив (VL)
$(0,2; 0,4] \vee [-0,4; -0,2)$	Слабкий вплив (L)
$(0,4; 0,6] \vee [-0,6; -0,4)$	Середній вплив (M)
$(0,6; 0,8] \vee [-0,8; -0,6)$	Сильний вплив (H)
$(0,8; 1,0] \vee [-1,0; -0,8)$	Дуже сильний вплив (VH)

Відповідно, особу, яка приймає рішення, цікавить значення вихідної змінної x_j або змінних, що характеризує стан системи постачання, та визначається за формулою:

$$x_j = g \sum_{i=1}^n (x_i \cdot \omega_{ij}), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, x_i, x_j \in \mathbb{R}^+, \quad (3.1)$$

де x_i – значення вхідної змінної; g – коефіцієнт нормалізації (для розрахунку використовується сигмоїдальна функція $f(g) = \frac{1}{1+e^{-\lambda x}}, \lambda > 0$).

Функціонування ланцюгів постачання передбачає ітераційне виконання процесів, відповідно, існує імовірність накопичення рівня сигналу на певних ланках (процесах). Таким чином, рівняння (3.1) буде мати вигляд:

$$x_j(t) = g \left[\sum_{i=1}^n (x_i \cdot \omega_{ij}) + x_j(t-1) \right], i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, x_i, x_j \in \mathbb{R}^+, \quad (3.2)$$

Припустимо, що залишковий рівень сигналу, що переходить на наступну ітерацію, $x_j(t-1) \cong 0$. Відповідно, проектування нечіткої когнітивної карти необхідно виконувати тільки з урахуванням невизначеності змінних поточного циклу, а об'єднання виконуються за допомогою S -norm [91, 105].

Значення вихідної змінної поточної ітерації x_j можливо визначити за допомогою рівняння:

$$x_j = S_{i=1}^n (x_i \cdot T \cdot \omega_{ij}), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, x_i, x_j \in \mathbb{R}^+, \quad (3.3)$$

де T – операція T -norm [91, 105].

Розглянемо шлях $\mu_e = (x_1, x_n) = (e_1, e_2, \dots, e_l)$, де $e_l \in E$ – дуга в графі $G(X, E)$ інцидентна вершинам x_{l-1} та x_l . Таким чином, існує досяжна множина $D(x_0) = \bigcup_{x_i \in X} D(x_i)$ вершин графу $G(X, E)$, що являє собою певний фактор впливу на систему (змінну) та потребує дослідження максимуму сукупного впливу ω_{ij} . Відповідно, вплив ω_{ij} змінної x_0 на змінну x_n в шляху μ_e між $x_0 \xrightarrow{\sum e} x_n$ визначається рівнянням:

$$\omega_{0n} = S_{i=1}^n(T_{l \in L}(\omega_{\mu, \mu+1})), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, \quad (3.4)$$

де $T_{l \in L}$ – в якості операції T -norm використовується операція $\min()$, або $\prod_{i=1}^l e_i$, а в якості операції S -norm – операція $\max()$.

Нехай W – нечітка матриця ваг взаємного впливу змінних (факторів) $x_i \in X$ один на одного. Тоді для визначення опосередкованого впливу використовується операція транзитивного замикання матриці W :

$$\widehat{W} = W^1 \cup W^2 \cup \dots \cup W^k \cup \dots \cup 0, k = 2, 3, \dots, \quad (3.5)$$

де співвідношення W^k визначається рекурсивно [17]:

$$W^1 = W; W^k = W^{k-1} \circ R, k = 2, 3, \dots, \quad (3.6)$$

Оскільки $\omega_{ij} = [-1; 1]$ (дивись таблиця 3.1), то матриця W містить позитивно-негативні нечіткі зв'язки. Для подальшого аналізу матрицю W перетворимо в матрицю позитивних зав'язків R . Для перетворення використовується наступний алгоритм:

if $\omega_{ij} \geq 0$:

$$r_{2i-1, 2j-1} = \omega_{ij}$$

$$r_{2i, 2j} = \omega_{ij}$$

elif $\omega_{ij} < 0$:

$$r_{2i-1, 2j-1} = -\omega_{ij}$$

$$r_{2i, 2j} = -\omega_{ij}$$

else:

$$r_{2i-1, 2j-1} = 0$$

$$r_{2i, 2j} = 0$$

Відповідно, отримаємо:

$$\hat{R} = R^1 \cup R^2 \cup \dots \cup R^k \cup \dots \cup 0, k = 2, 3, \dots, \quad (3.7)$$

Для визначення динаміки впливу змінних на сукупний стан системи та взаємний вплив змінних одна на одну запишемо результати перетворення в подвійну матрицю A , що складається з позитивно-негативних пар елементів (a_{ij}, \bar{a}_{ij}) , що визначається за допомогою S -norm.

$$A = \|(a_{ij}, \bar{a}_{ij})\|, \quad (3.8)$$

де,

$$a_{ij} = S\{r_{2i-1,2j-1}, r_{2i,2j}\}, r_{ij} \in R, \quad (3.9)$$

$$\bar{a}_{ij} = S\{r_{2i-1,2j}, r_{2i,2j-1}\}, r_{ij} \in R, \quad (3.10)$$

Значення пар елементів (a_{ij}, \bar{a}_{ij}) використовуються для розрахунку основних інформаційних показників, що надають інформацію для прийняття рішення щодо факторів, які впливають як позитивно так і негативно на стан системи постачання. Серед основних показників можливо визначити наступні:

- міра довіри та функція рівня впливу факторів один на одного:

$$c_{ij} = \frac{|a_{ij} + \bar{a}_{ij}|}{|a_{ij}| + |\bar{a}_{ij}|}, \quad (3.11)$$

- функція взаємного впливу факторів один на одного:

$$d_{ij} = 1 - c_{ij}, \quad (3.12)$$

- вважаючи, що ланцюги постачання характеризуються наявністю взаємного впливу факторів, як в прямої послідовності, так і в зворотній:

$$\vec{c}_{ij} = \vec{c}_{ji} = \frac{|(a_{ij} + a_{ji}) + (\bar{a}_{ij} + \bar{a}_{ji})|}{|(a_{ij} + a_{ji})| + |(\bar{a}_{ij} + \bar{a}_{ji})|}, \quad (3.13)$$

- функція взаємного впливу факторів один на одного в прямої послідовності і в зворотній:

$$\vec{d}_{ij} = 1 - \vec{c}_{ij} = 1 - \vec{c}_{ji}, \quad (3.14)$$

- вплив фактору x_i на x_j :

$$p_{ij} = \text{sign}(a_{ij} + \bar{a}_{ij}) \cdot \max(|a_{ij}|, |\bar{a}_{ij}|), \forall a_{ij} \neq -\bar{a}_{ij}, \quad (3.15)$$

- взаємний позитивний вплив факторів x_i на x_j :

$$\vec{p}_{ij} = \vec{p}_{ji} = (a_{ij}Sa_{ji}), \quad (3.16)$$

- взаємний негативний вплив факторів x_i на x_j :

$$\vec{n}_{ij} = \vec{n}_{ji} = -|\bar{a}_{ij}|S|\bar{a}_{ji}|, \quad (3.17)$$

Оскільки системне моделювання відбувається з метою визначення факторів, що мають найбільший вплив на стан системи, то критично важливо виконати декомпозицію впливу кожного фактору. Відповідно, необхідно визначити наступні показники:

- міра довіри та функція рівня впливу фактору x_i на систему:

$$\vec{c}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n c_{ij}; \quad (3.18)$$

- міра довіри та функція рівня впливу системи на фактор x_i :

$$\bar{c}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{ij}; \quad (3.19)$$

- міра впливу фактору x_i на x_j :

$$\vec{D}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij}; \quad (3.20)$$

- міра впливу системи на x_j :

$$\bar{D}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{ij}; \quad (3.21)$$

Індикатори сукупного стану системи:

- Взаємний консонанс x_i та системи:

$$I_c = (\vec{c}_i S \bar{c}_j); \quad (3.22)$$

- Взаємний дисонанс x_i та системи:

$$I_d = (\vec{D}_i S \bar{D}_j). \quad (3.23)$$

Приклад 3.1. Нехай матриця W визначає ступінь впливу факторів на стан системи.

$$W = \begin{vmatrix} 0 & 0.8 & 0 & 0.6 & -0.2 \\ -0.2 & 0 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Виконаємо операцію транзитивного замикання матриці W :

$$\widehat{W} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Побудуємо матрицю позитивних зав'язків \widehat{R} :

$$\widehat{R} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Запишемо результати перетворення в подвійну матрицю A :

$$A = \begin{vmatrix} 0.14 & -0.36 & 0.80 & -0.35 & 0.66 & -0.28 & 0.60 & -0.216 & 0.07 & -0.20 \\ 0.08 & -0.20 & 0.08 & -0.22 & 0.60 & -0.17 & 0.05 & -0.12 & 0.04 & -0.02 \\ 0.02 & -0.01 & 0.02 & -0.10 & 0.02 & -0.06 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & -0.01 \\ 0.08 & -0.20 & 0.08 & -0.19 & 0.30 & -0.15 & 0.05 & -0.12 & 0.04 & -0.02 \\ 0.40 & -0.14 & 0.32 & -0.14 & 0.26 & -0.11 & 0.24 & -0.09 & 0.03 & -0.08 \end{vmatrix}.$$

Використовуючи матрицю A , побудуємо зведену таблицю оцінки факторів впливу (таблиця 3.2).

Таблиця 3.2.

Зведена таблиця оцінки факторів впливу

Фактор впливу	Консонанс впливу x_i на систему	Консонанс впливу системи на x_i	Дисонанс впливу x_i на систему	Дисонанс впливу системи на x_i	p_i вплив x_i на систему	p_i вплив системи на x_i
x_1	0.434	0.432	0.566	0.568	0.300	-0.068
x_2	0.447	0.456	0.553	0.544	0.020	0.122
x_3	0.485	0.455	0.515	0.545	-0.026	0.353
x_4	0.414	0.439	0.586	0.561	-0.034	0.122
x_5	0.441	0.439	0.559	0.561	0.229	-0.041

Як можливо побачити з таблиці 3.2, фактор впливу x_3 має значний позитивний вплив на систему (0,353), в порівнянні з іншими факторами; система, в свою чергу, має значний вплив на фактор x_1 , значення 0,3.

Консонанс впливу факторів x_i на систему та консонанс впливу системи на фактори x_i мають близькі значення, що свідчить про зміцнення системи відбувається впливом факторів x_i .

Розрахуємо індикатори сукупного стану системи. Взаємний консонанс x_i та системи визначається матрицею консонансу I_c , та матрицею дисонансу I_d :

$$I_c = \begin{pmatrix} 0.432 & 0.408 & 0.408 & 0.471 & 0.471 \\ 0.408 & 0.447 & 0.639 & 0.421 & 0.408 \\ 0.408 & 0.639 & 0.563 & 0.408 & 0.408 \\ 0.471 & 0.421 & 0.408 & 0.439 & 0.471 \\ 0.471 & 0.408 & 0.408 & 0.471 & 0.471 \end{pmatrix},$$

$$I_d = \begin{pmatrix} 0.568 & 0.614 & 0.592 & 0.561 & 0.529 \\ 0.614 & 0.553 & 0.438 & 0.592 & 0.614 \\ 0.592 & 0.438 & 0.438 & 0.667 & 0.592 \\ 0.561 & 0.592 & 0.667 & 0.561 & 0.561 \\ 0.529 & 0.614 & 0.592 & 0.561 & 0.529 \end{pmatrix}.$$

Аналізуючи матрицю I_c можливо зробити висновок, що найбільший вплив має фактор $x_{32} = x_{23} = 0,639$, а інші фактори мають майже рівне значення. Матриця I_d демонструє майже рівні значення по усіма факторам, але незначну перевагу мають фактори $x_{43} = x_{34} = 0,667$.

3.3. Висновки до третього розділу

Запропоновано алгоритм побудови нечіткої когнітивної карти, для математичного моделювання процесів постачання з метою оптимізації роботи ланцюгів постачання, з використанням концептів, знання про взаємозв'язки яких перетворюються у зважений граф, що імітує систему, яка досліджується. Запропонований алгоритм дозволяє виявляти силу впливу стохастичних факторів на стан системи постачання та надає інформацію для особи, яка приймає рішення, о найбільш пріоритетних напрямках для впровадження оптимізаційних змін. Використання запропонованого методу розширює можливості для оптимізаційних методів, в тому числі дозволяє

використовувати багатокритеріальну оптимізацію в поєднанні з методами системного аналізу, експертних оцінок, нейронних та семантичних мереж..

РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ВИБОРУ ЛОКАЦІЇ ДЛЯ РОЗМІЩЕННЯ ЦЕНТРУ ОБСЛУГОВУВАННЯ СПОЖИВАЧІВ

Кількісна оцінка вартості витрат на логістику «останньої милі» складає близько п'ятдесяти відсотків від загальних витрат на логістику. Ґрунтуючись на дослідженнях [106-110] проблема останньої милі є найбільш актуальною в ланцюгу постачання, як для постачальників товарів або послуг, так і для його споживачів.

Розміщення центру обслуговування впливає на ймовірність виникнення негативних факторів впливу, як на процеси всередині ланцюга постачання, так і на загальний операційний результат. Прагнення максимального наближення до споживача може негативно впливати на можливість функціонування оптимального логістичного каналу, що негативно впливає на собівартість і, як результат, на конкурентоспроможність організації на ринку [111].

Особливістю задач розміщення є те, що прийняте рішення має довгострокові наслідки в мінливому середовищі. Багато інформації, що використовується під час прийняття рішення про обрання місця розміщення, буде неактуальною в майбутньому, особливо та, що стосується попиту та уподобань споживачів [112], але більшість об'єктів вимушені залишати там, де вони були розміщені спочатку.

Задача розміщення спрямована на пошук рішення щодо мінімізації інвестицій у відкриття об'єкту, витрат на логістику та виробництво і збут, спрощення доступу споживачів до центрів надання послуг, зниження ризиків і конкуренції [113]. Метою задачі оптимізації є пошук найкращого варіанту балансу між вимогами та очікуваннями як споживачів, так й інвесторів [114-116].

Незважаючи на важливість зазначених факторів на прийняття рішень про розміщення, більшість стандартних методів пошуку оптимального розміщення їх не враховують. Недоліками традиційних методів вирішення задачі про розміщення є вимоги до наявності великих обчислювальних ресурсів для

знаходження оптимального рішення в залежності від кількості можливих комбінацій. Традиційні методи часто працюють з детермінованими моделями і не враховують стохастичних або випадкових факторів, можуть потребувати експертного знання для визначення обмежень і вагових коефіцієнтів, які використовуються при розрахунках, також вони часто не враховують оперативні зміни умов або зміни факторів впливу. Це акцентує увагу на важливості побудови багатокритеріальних моделей пошуку рішення про розміщення.

Завдання цього розділу надати рекомендації щодо методу спрощення пошуку рішення для NP-складних задач розміщення [117]; запропонувати інструмент для застосування додаткових змінних у математичній моделі задачі про розміщення, що, на думку особи, що приймає рішення (ОПР), мають можливість впливати на якість рішення про розміщення центрів обслуговування споживачів (ЦОС); забезпечити простоту інтерпретації отриманих результатів користувачами без додаткових вимог до рівня їх компетенцій, зберігаючи надійність і точність аналізу за допомогою математичного моделювання.

4.1. Вершинне покриття графу і вибір локацій

Припустимо, що територію, де є можливість розташувати ЦОС на множині доступних локацій, та існуючі локації потенційних споживачів, можливо зобразити у вигляді неорієнтованого графу:

$$G = \langle V, E \rangle, \quad (4.1)$$

де V – скінченна множина вершин, $v_i, v_j \in V(G)$; E – скінченна множина ребер, що з'єднують вершини v_i та v_j , $e_{ij} \in E$, $e_{ij} = (v_i, v_j)$.

Лема 4.1. Нехай існує граф G та підмножина $V' \subseteq V(G)$, тоді наступні твердження еквівалентні:

- а) V' утворює вершинне покриття G ;
- б) $V(G) \setminus V'$ утворює незалежну множину в G ;

в) $V(G) \setminus V'$ утворює кліку на додаток к G .

Аналізуючи інтереси зацікавлених сторін – учасників процес постачання та споживання [114-116] на території, яка розглядається для розміщення ЦОС, можливо зробити наступні припущення:

1. локація для розміщення ЦОС обирається з вільних міст, тобто на обраній локації не повинно бути ЦОС конкурентів;
2. локація для розміщення ЦОС повинна мати максимальний рівень відповідності вимогам (інтересам) інвестора;
3. локація для розміщення ЦОС повинна мати максимальний рівень відповідності вимогам потенційних споживачів.

Мапу потенційних локацій для розміщення ЦОС та локацій, де розташовані потенційні споживачі можливо зобразити у вигляді графу з дводольним розбиттям вершин $V(G) = V^a \cup V^b$, за умов $V^a \cap V^b = \emptyset$, де V^a, V^b – дві непересічні підмножини вершин графу G , всі ребра $e_{ij} \in E$ ведуть з вершин підмножини V^a в вершини підмножини V^b , або навпаки. Приклад мапи наведено на рисунку 4.1.

На рисунку 4.1. зображена принципова схема взаємозв'язку вершин на графі. Для кожної конкретної задачі розглядається власна схема зв'язків та розміщення. Необов'язково повинна бути можливість доступу споживачів з усіх локацій території, що розглядається, до усіх потенційних місць розміщення ЦОС. При наявності інтересу охопити усіх існуючих потенційних споживачів, інвестори мають можливість виконати задачу покриття вершин (споживачів) за допомогою декілька ЦОС.

Лема 4.2. Неорієнтований граф є дводольним, якщо і тільки якщо він не містить нечітких циклів, тобто циклів нечіткої довжини [118].

Доведення: наведено в [119].

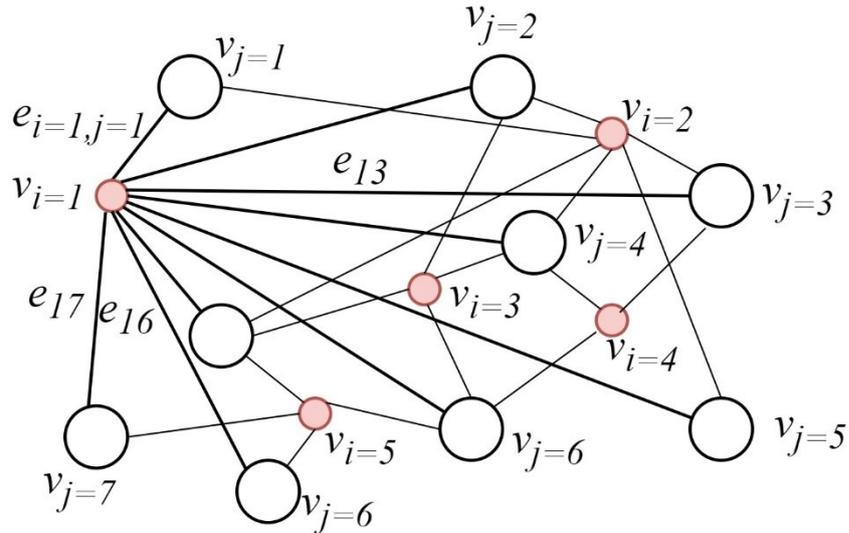


Рис.4.1. Приклад мапи доступних місць розміщення ЦОС та локацій потенційних споживачів

Оскільки для кожної потенційної локації для розміщення ЦОС $V^a \in V(G)$ розглядається можливість з'єднатися з кожною вершиною підмножини потенційних споживачів $V^b \in V(G)$, то доцільно ввести додаткову змінну – підграф $G'_i \subseteq G, G'_i = (V_i, E_i), i = \overline{1, n}$, де $V_i \subseteq V, V_i = \{V_i^a, V_i^b\}, i = \overline{1, n}$ $V_i^a = \{v_i\}$, $V_i^b = \{v_j\}, j = \overline{1, m}$ та за умови: $V^a \cap V^b = \emptyset$, $V_1^a \cap V_2^a \cap \dots \cap V_n^a = \emptyset$. Оскільки обов'язковою умовою побудови підграфу G'_i є наявність зв'язків з усіма точками підмножини $V^b \in V(G)$, то можливо зробити висновок, що підграф G'_i є зв'язним.

Означення 4.1. вершини $v_i \in V_i^a$ і $v_j \in V_i^b$ графу G , де $V_i^a, V_i^b \in V$, називається зв'язним, якщо в графі G існує шлях між ними.

Лема 4.3. для зв'язного дводольного графу G виконуються наступні твердження: існує множина підграфів $G'_i \subseteq G, G'_i = (V_i, E_i), i = \overline{1, n}$ для яких:

$$\{G'_i \subseteq G \mid G'_1 \cup \dots \cup G'_{i-1} \cup G'_i \cup G'_{i+1} \cup \dots \cup G'_n = G, i = \overline{1, n}\}, \quad (4.2)$$

за обмежень:

$$V_i = \left\{ (v_i \in V_i^a) \cup (v_j \in V_i^b, j = \overline{1, m}) \right\}, \quad (4.3)$$

$$V_1 \cap \dots \cap V_{i-1} \cap V_i \cap V_{i+1} \cap \dots \cap V_n = \{v_j\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}. \quad (4.4)$$

Доведення: Нехай $G = (V, E)$ – зв’язний дводольний граф. Оскільки граф G зв’язний, то підграф G'_i також є зв’язним, відповідно існує шлях між будь-якими двома вершинами підмножин V_i^a і V_i^b .

Розглянемо підграфи G'_1 та G'_2 :

$$G'_1 = (V_i, E_i) = \left((v_i \in V_i^a) \cup (v_j \in V_i^b), (e_{ij} \in E_i) \right), i = 1, j = \overline{1, m},$$

$$G'_2 = (V_i, E_i) = \left((v_i \in V_i^a) \cup (v_j \in V_i^b), (e_{ij} \in E_i) \right), i = 2, j = \overline{1, m}.$$

Оскільки $G'_1 \cap \dots \cap G'_n = \{v_j \in V_i^b, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}\}$, то

$$(G'_1 \cup G'_2) \setminus (G'_1 \cap G'_2) = \left((v_i \in V_i^a), (e_{ij} \in E_i) \right), i = \overline{1, 2}, j = \overline{1, m},$$

відповідно,

$$(G'_1 \cup \dots \cup G'_n) \setminus (G'_1 \cap \dots \cap G'_n) = \left((v_i \in V_i^a), (e_{ij} \in E_i) \right), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m},$$

таким чином, G'_i є зв’язним підграфом зв’язаного дводольного графу G . Отже існує шлях з кожної вершини підмножини V_i^a в кожну вершину підмножини V_i^b , а множина підграфів G'_i , для яких $G'_1 \cup \dots \cup G'_n \neq \emptyset$, є покриттям графу G , а $E(G'_1) \cap \dots \cap E(G'_n) = \emptyset$.

Таким чином, множина $\{G'_i\}$ є неперетинним покриттям графу G за умов (4.2)-(4.4). Лема доведена.

Відповідно до леми 4.3, для розміщення ЦОС інвестор має можливість обрати будь-яку пріоритетну за множиною власних критеріїв локацію. Також слід вважати наявність технічних обмежень ЦОС і локації, та множину критеріїв очікувань потенційних споживачів. Таким чином, інвестор, маючи перелік пріоритетних локацій для ЦОС виконує ітераційних процес покриття вершин графу, які представляють собою локації споживачів за наступним принципом:

$$G'_1 = (V_i, E_i) = \left((v_i \in V_i^a) \cup (v_j \in V_i^b), (e_{ij} \in E_i) \right), i=1, j = \overline{1, \tilde{m}_i},$$

$$G'_2 = \left((v_i \in V_i^a) \cup (v_j \in V_i^b, V_i^b = V \setminus V_1^b), (e_{ij} \in E_i) \right), i=2, j = \overline{\tilde{m}_{i-1}, \tilde{m}_i},$$

....

$$G'_n = \left((v_i \in V_i^a) \cup (v_j \in V_i^b, V_i^b = V \setminus (V_1^b \cup \dots \cup V_{i-1}^b)), (e_{ij} \in E_i) \right), i=n, j = \overline{\tilde{m}_{i-1}, m}.$$

за обмеженнями

$$G'_1 \cap \dots \cap G'_i \cap \dots \cap G'_n = \emptyset, i = \overline{1, n}.$$

де \tilde{m}_i – кількість вершин, які може покрити вершина $v_i \in V_i^a$ (певна локація ЦОС)

враховуючи її технічні обмеження, $\tilde{m}_n = \sum_{i=1}^n \tilde{m}_i$.

Отже, першочерговим завданням при виборі локації для розміщення ЦОС є формування пріоритетної множини локацій V^a з урахуванням критеріїв відповідності інвестора та критеріїв очікування потенційних споживачів.

4.2. Формування множини пріоритетних локацій для розміщення ЦОС з урахуванням критеріїв відповідності інвестора

4.2.1. Вибір локацій для розміщення ЦОС без урахування конкуренції

Припустимо, що ОПР приймає рішення про відкриття ЦОС без врахування додаткової інформації про локації, де розташовані ЦОС конкурентів. ОПР припускає, що має можливість зробити максимально можливу конкурентну пропозицію для своїх майбутніх споживачів, тобто [120]:

$$\min \left\{ p_{ij} \in P \mid p_{ij} = \int_0^{p^{\max}} c_{ij}^g \cdot f(D) dD, i \in I, j \in J \right\}, \quad (4.5)$$

де p_{ij} – ціна, за якою надаються послуги або товари ЦОС $v_i \in V^a$ споживачу $v_j \in V_i^b$, вона є конкурентною і влаштовує споживача; p^{\max} – максимальна ціна

на певний товар у доступних для споживача v_j в ЦОС v_i ; c_{ij}^g – прогнозовані витрати, пов’язані з забезпеченням діяльності та обслуговуванням споживачів v_j в локації v_i накопиченим підсумком за розрахунковий період оцінки інвестиційного проєкту; $f(D)$ – функція попиту.

Враховуючи (4.5), можна зробити висновок, що для забезпечення конкурентного існування організація повинна мати коридор можливостей для обрання ціни $c_{ij}^g \leq p_{ij} \leq p^{\max}$. Задача вибору місця розміщення ЦОС полягає в пошуку множини $V^a \subseteq V$, яка задовольняє умови конкурентного існування, тобто $V_{opt}^a = \{v_i \in V^a \mid \text{rank}(f_V(I), v_i) \leq n, V^a \neq \emptyset\}$, де n – кількість вершин v_i в рейтингу. Цільову функцію вибору місця розміщення ЦОС можна записати так [121-122]:

$$f_V(I) = \min \left\{ \sum_{i=1}^n d_i \cdot x_i + \sum_{j=1}^m \min \{c_{ij}^g \cdot x_i\} \right\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, \quad (4.6)$$

де $f_V(I)$ – функція потреби в інвестиціях та фінансовому забезпеченні певної локації v_i ; d_i – розмір інвестицій для відкриття ЦОС у локації v_i , $d_i \geq 0$, $c_{ij}^g \geq 0$.

Задачу розміщення ЦОС (4.6) можна переформулювати таким чином: «визначити таку підмножину вершин $v_i \in V^a$, графа $G = (V, E)$, де E – множина дуг графа, для якої значення $f_V(I)$ мінімальне, тобто задовольняє критеріям оптимальності, визначеним ОПР». Оскільки сформульована задача розміщення ЦОС є NP-складним завданням, тому доцільно розглянути її еквівалентний варіант, що спростить пошук рішення.

Нехай існує вектор \tilde{v}_i , для якого $\{\tilde{v}_i \in V' \mid \tilde{v}_1 \leq \tilde{v}_2 \leq \dots \leq \tilde{v}_n, i = \overline{1, n}\}$ є результатом сортування значень v_i . Якщо припустити існування бінарного вектору $\tau_i \in \{0, 1\}$, $\tau_i \neq \{1, \dots, 1\}$, то можна отримати такі нерівності визначення максимального та мінімального значення \tilde{x}_i [123-124]:

$$\min_{i|\tau_i=0} \{\tilde{v}_i\} = \tilde{v}_0 + \sum_{l=1}^{n-1} (\tilde{v}_{l+1} - \tilde{v}_l) \cdot \prod_{l=1}^{n-1} \tau_{i_l^j}, 1 \leq l \leq n,$$

$$\max_{i|\tau_i=0} \{\tilde{v}_i\} = \tilde{v}_n - \sum_{l=1}^{n-1} (\tilde{v}_n - \tilde{v}_l) \cdot \prod_{l=1}^{n-1} \tau_{i_l^j}, 1 \leq l \leq n,$$

Виконаємо ітераційне сортування рядків $i_1^j, i_2^j, \dots, i_n^j$ стовпців матриці $C = \{c_{ij}^g\}$ за умови, що отримаємо $c_{i_1^j}^g \leq c_{i_2^j}^g \leq \dots \leq c_{i_n^j}^g$.

Відповідно просту задачу вибору пріоритетних локацій для розміщення ЦОС (4.6) можна, з урахуванням позиції інвестора, переформулювати наступним чином:

$$f(\tau) = \sum_{i=1}^n f_i (1 - \tau_i) + \sum_{j=1}^m \left(c_{i_l^j}^g + \sum_{l=1}^{n-1} \left((c_{i_{l+1}^j}^g - c_{i_l^j}^g) \cdot \prod_{l=1}^{n-1} \tau_{i_l^j} \right) \right), \quad (4.7)$$

за умов,

$$\tau_i^* = 0 \Leftrightarrow x_i \in V^a, i = \overline{1, n}, \quad (4.8)$$

$$\tau_i \in \{0, 1\}, \tau \neq (1, \dots, 1), i = \overline{1, n}, 1 \leq l \leq n. \quad (4.9)$$

Приклад 4.1. Інвестору потрібно обрати місце розміщення ЦОС з декількох ділянок v_i , що знаходяться в трьох районах міста f_i (рисунок 4.2).

Обсяг необхідних інвестицій $d_i = (10, 12, 15, 18, 20, 22)^T$, очікувані витрати (собівартість) представлені матрицею витрат c_{ij}^g .

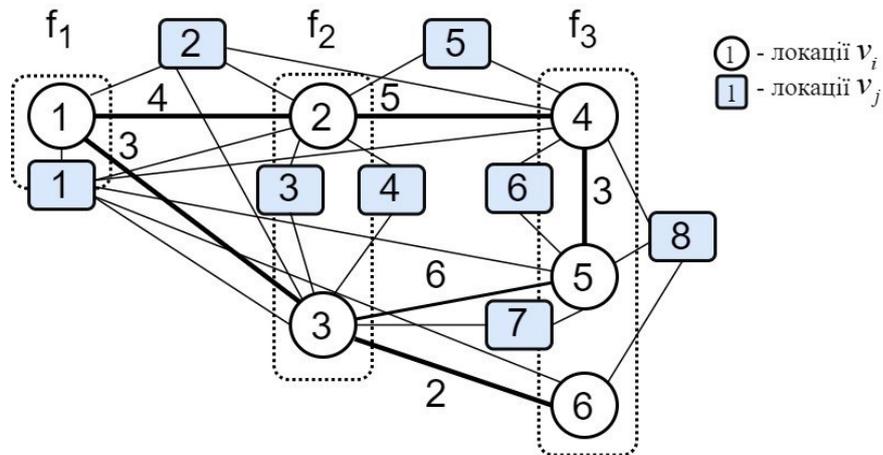


Рис.4.2. Мапа доступних місць розміщення ЦОС

Матриця витрат c_{ij}^g , $i = \overline{1, n}$ - локації для розміщення ЦОС, $j = \overline{1, m}$ - потенційні споживачі товарів або послуг ЦОС:

$$c_{ij}^g = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 6 & 5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Виконаємо сортування матриці $C = \{c_{ij}^g\}$ за умови: $c_{i_1}^g \leq c_{i_2}^g \leq \dots \leq c_{i_n}^g$.

$$c_{ij}^{g.sort} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \tau_i^{g.sort} = \begin{pmatrix} \tau_1 & \tau_5 & \tau_1 & \tau_1 & \tau_1 & \tau_1 & \tau_1 & \tau_1 \\ \tau_2 & \tau_6 & \tau_4 & \tau_4 & \tau_3 & \tau_2 & \tau_2 & \tau_2 \\ \tau_3 & \tau_1 & \tau_5 & \tau_5 & \tau_5 & \tau_3 & \tau_4 & \tau_3 \\ \tau_4 & \tau_2 & \tau_6 & \tau_6 & \tau_6 & \tau_6 & \tau_6 & \tau_4 \\ \tau_5 & \tau_3 & \tau_2 & \tau_2 & \tau_2 & \tau_4 & \tau_5 & \tau_5 \\ \tau_6 & \tau_4 & \tau_3 & \tau_3 & \tau_4 & \tau_5 & \tau_3 & \tau_6 \end{pmatrix}.$$

Наведені матриці $c_{ij}^{g.sort}$ і $\tau_i^{g.sort}$ мають декілька варіантів, які необхідно розглянути для отримання оптимального рішення, оскільки $c_{41}^{g.sort} = c_{51}^{g.sort}$, $c_{32}^{g.sort} = c_{42}^{g.sort}$ та ще декілька варіантів. Розрахуємо значення матриці $\{\tilde{x}_{ij}\}$:

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

Відповідно, для прикладу 1 рівняння (4.7)-(4.9) будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} f(\tau) = & 10(1 - \tau_1) + 12(1 - \tau_2) + 15(1 - \tau_3) + 18(1 - \tau_4) + 20(1 - \tau_5) + 22(1 - \tau_6) + \\ & + 1 \cdot \tau_1 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 + 1 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 3 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + \\ & + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_4 \cdot \tau_6 + \\ & + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5. \end{aligned}$$

Якщо спростити вираз, то отримаємо:

$$\begin{aligned} f(\tau) = & 9(1 - \tau_1) + 12(1 - \tau_2) + 15(1 - \tau_3) + 18(1 - \tau_4) + 20(1 - \tau_5) + 22(1 - \tau_6) + \\ & + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 + 1 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 4 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + \\ & + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_4 \cdot \tau_6 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 + \\ & + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6. \end{aligned}$$

Як можна побачити з рівняння, нова задача має меншу розмірність, але є еквівалентною початковому завданню.

Проаналізуємо отримані результати з урахуванням таких умов: якщо $f_i(\tau) + c_i^g \geq 0$, то існує оптимальне рішення; якщо $f_i(\tau) + c_i^g \leq 0$, то оптимальне рішення не існує. Зведемо результат розрахунку до таблиці 3.1.

Таблиця 4.1

Зведена таблиця розрахунків прикладу 4.1

i	1	2	3	4	5	6
$f_i(\tau)$	9	12	15	18	20	22
$\sum c_i^g$	18	15	11	9	14	11
$f_i(\tau) + \sum c_i^g$	27	27	26	27	34	33

Як можна побачити з наведеної таблиці, оптимальним рішенням розміщення ЦОС серед зазначених на рисунку 4.2 варіантів є обрання стратегії розміщення $V^a = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.

Розглянемо член рівняння з найбільшим коефіцієнтом $2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5$. Розрахуємо нижню межу о вартості оптимального рішення задачі при $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 1$ і $\tau_6 = 0$:

$$\begin{aligned} f^m(\tau) &= 96 - 9 \cdot \tau_1 - 12 \cdot \tau_2 - 15 \cdot \tau_3 - 18 \cdot \tau_4 - 20 \cdot \tau_5 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 + 4 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 + \\ &+ 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 = 96 - 9 \cdot 1 - 12 \cdot 1 - 15 \cdot 1 - 18 \cdot 1 - 20 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 + \\ &+ 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 29. \end{aligned}$$

Розрахуємо значення верхньої межі вартості оптимального рішення задачі, для цього припустимо, що:

$$1) \quad \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 1 \text{ і } \tau_1 = \tau_6 = 0.$$

$$f^{UB}(\tau) = 96 - 12 \cdot \tau_2 - 15 \cdot \tau_3 - 18 \cdot \tau_4 - 20 \cdot \tau_5 + 1 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 = 32.$$

Діапазон для оптимізації $\varepsilon = \frac{f^{UB}(\tau) - f^m(\tau)}{f^m(\tau)} = \frac{32 - 29}{29} = 0,1$, тобто

знаходиться в межах 10 відсотків), що є показником достатньо якісного рішення – обрати в якості локації, з урахуванням обраних критеріїв, локацію v_1 .

$$2) \tau_1 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 1 \text{ і } \tau_2 = \tau_6 = 0.$$

$$f^{UB}(\tau) = 96 - 9 \cdot \tau_1 - 15 \cdot \tau_3 - 18 \cdot \tau_4 - 20 \cdot \tau_5 + 1 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + \\ + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 = 38.$$

$$\varepsilon = \frac{38 - 29}{29} = 0,31, \text{ як можливо побачити, вартість рішення зростає,}$$

відповідно зростають потреби в методах оптимізації процесів.

$$3) \tau_1 = \tau_2 = \tau_4 = \tau_5 = 1 \text{ і } \tau_3 = \tau_6 = 0.$$

$$f^{UB}(\tau) = 96 - 9 \cdot \tau_1 - 12 \cdot \tau_2 - 18 \cdot \tau_4 - 20 \cdot \tau_5 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 + 1 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + \\ + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_4 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_4 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 = 45.$$

$$\varepsilon = \frac{45 - 29}{29} = 0,55.$$

$$4) \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_5 = 1 \text{ і } \tau_4 = \tau_6 = 0.$$

$$f^{UB}(\tau) = 96 - 9 \cdot \tau_1 - 12 \cdot \tau_2 - 15 \cdot \tau_3 - 20 \cdot \tau_5 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 + 1 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 4 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 + \\ + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + 1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_6 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 = 52.$$

$$\varepsilon = \frac{52 - 29}{29} = 0,79.$$

Судячи з результатів з розрахунків, найкращим варіантом розміщення ЦОС є варіант $v_1 \in V^a$, але виконаний аналіз враховує тільки фінансовий аспект та структуру графа G з прикладу 4.1. Остаточне рішення приймає ОПР, у тому числі за допомогою додаткової інформації, наприклад, про існуючий рівень конкуренції на ринку.

4.2.2. Вибір локацій для розміщення ЦОС за наявності конкуренції

Розглянемо ситуації планування виходу нового гравця на ринок з недосконалою конкуренцією, тобто значна частина послуг надається обмеженою кількістю постачальників та обмеженим, умовно-постійним попитом. Обсяг наданих послуг в певній локації залежить від кількості «прямих» конкурентів, та «потенційних» конкурентів, що можуть надавати послуги з іншими параметрами за відсутності можливості отримати послуги у «прямих» конкурентів. Процес пошуку оптимального варіанту розміщення ЦОС, з урахуванням інформації про очікування інвесторів та потреби потенційних споживачів можливо розглядати як гру декількох гравців, де в якості гравців будуть потенційні «прямі» конкуренти. Задачу можливо сформулювати у вигляді гри:

$$\Gamma = \langle R, V^a, U \rangle, \quad (4.10)$$

де $R = \{R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_g\}$, $g = \overline{1, k}$ – множина гравців, що відкривають та забезпечують функціонування ЦОС v_i з якої споживач v_j обирає постачальника товарів або послуг; $V^a = \{V_{R_g}^a\}$ – множина стратегій розміщення гравцем R_g власних ЦОС локаціях $v_i \in V^a$, V^a – множина можливих розміщень v_i , за умов $\{V_{R_g}^a \subseteq V^a \mid V_{R_g}^a \cap V_{R_{g+1}}^a = \emptyset, \dots, V_{R_g}^a \cap V_{R_k}^a = \emptyset, g = \overline{1, k}\}$; $U = \{u_{ij}\}$ – функція виграшу гравця R_g , що обрав стратегію розміщення $V_{R_g}^a = \{v_i\}$.

Кожний новий гравець R_g прагне обрати стратегію $V_{R_g}^{a.opt} = \{V_{R_{g=1}}^a \subseteq V^a \mid V_{R_{g=\{2,k\}}}^a \subseteq V^a, V_{R_{g=1}}^a \cap V_{R_{g=\{2,k\}}}^a = \emptyset\}$ та досягти, що найменш, ситуації, в якій хоча б один з розв'язків стійко належав множині Парето (T_2 -стійка задача) [125], тобто:

$$\nexists \left(V_{R_{g=1}}^a, V_{R_{g=\{2,k\}}}^a \right) : \begin{cases} U_{i=1} \left(V_{R_{g=1}}^a, V_{R_{g=\{2,k\}}}^a \right) \geq U_{i=1} \left(V_{R_g}^{a.opt}, V_{R_{g=\{2,k\}}}^{a.opt} \right) \\ U_{i=\{2,n\}} \left(V_{R_{g=1}}^a, V_{R_{g=\{2,k\}}}^a \right) > U_{i=\{2,n\}} \left(V_{R_g}^{a.opt}, V_{R_{g=\{2,k\}}}^{a.opt} \right) \end{cases}, g = \overline{1, k}, \quad (4.11)$$

або,

$$\exists \left(V_{R_{g=1}}^a, V_{R_{g=\{2,k\}}}^a \right) : \begin{cases} U_{i=1} \left(V_{R_{g=1}}^a, V_{R_{g=\{2,k\}}}^a \right) > U_{i=1} \left(V_{R_g}^{a.opt}, V_{R_{g=\{2,k\}}}^{a.opt} \right) \\ U_{i=\{2,n\}} \left(V_{R_{g=1}}^a, V_{R_{g=\{2,k\}}}^a \right) \geq U_{i=\{2,n\}} \left(V_{R_g}^{a.opt}, V_{R_{g=\{2,k\}}}^{a.opt} \right) \end{cases}, g = \overline{1, k}, \quad (4.12)$$

де, $V_{R_{g=1}}^a$ – стратегія поведінки існуючого учасника ринку – «лідера» R_1 (припустимо, що на час виходу нового гравця він один; $V_{R_{g=\{2,k\}}}^a$ – множина стратегій поведінки нових гравців, що планують вихід на ринок.

Процес аналізу ринкового балансу є ітеративним і потрібно змінювати умови (4.11)-(4.12) з урахуванням структури ринку та кількості «лідерів». Множину стратегій поведінки існуючих учасників ринку можливо аналізувати ітеративно, тобто проводити розрахунки по кожному окремо, що значно ускладнить процес розрахунку, а можливо в якості «еталону» визначити найбільш «успішного» конкурента. Перед будь-яким інвестором (новим гравцем) стоїть задача пошуку частини або всієї множини Парето-оптимальних рішень $\{V_{R_g}^{a.opt}\}$, які дозволяють максимізувати очікуваний прибуток та мінімізувати ризики для кожного з гравців ринку. Вирішення задачі пошуку оптимального рішення складається з вирішення послідовності пов'язаних задач $V_{R_g}^a(\cdot)$, що є складовими цільової функції $U_i \rightarrow \max$, [126], за допомогою оптимального розподілу обмежених ресурсів [127]. Процес аналізу вимагає наявності якісної інформації по вимогам до ресурсів, наявності обмежень, та критеріям оптимальності [128].

Припустимо, що момент прийняття рішення про відкриття ЦОС на ринку вже функціонує одна компанія-лідер R_1 , яка відкрила власні ЦОС на деякій множині існуючих локацій. Оскільки умовами задачі передбачено розподіл на «лідера» та «нового гравця», то можемо зробити припущення про певну перевагу в бік лідера.

Визначимо змінні для, з урахуванням обмеження на одного «лідера»:

$$- \text{«лідера»}: v_i^{(1)} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } : v_i \neq 0 \\ 0, & \text{якщо } : v_i = 0 \end{cases}, x_i^{(1)} \in V_{R_{g=1}}^a, i = \overline{1, n},$$

- «нового» гравця: $v_i^{(g)} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } v_i \neq 0 \\ 0, & \text{якщо } v_i = 0 \end{cases}, v_i^{(g)} \in V_{R_g=\{2,k\}}^a, i = \overline{1,n},$
- споживача: $v_j = \begin{cases} 1, & \text{якщо } v_j \rightarrow v_i^{(1)} \\ 0, & \text{якщо } v_j \rightarrow v_i^{(g)} \end{cases}, i = \overline{1,n}, j = \overline{1,m}.$

Пошук оптимального рішення базується на припущенні, що «оптимум» в задачі розміщення для лідера може тільки зростати, а в конкурентів тільки зменшуватися. Це припущення накладає ряд обмежень для ОПР, які можна усунути за допомогою введення додаткових змінних.

Якщо обмежити аналіз ситуацією, в якій існує лише дві групи гравців: 1. «лідер», тобто усі існуючі ЦОС; 2. «новий гравець», що планує відкриття ЦОС, то цільову функцію діяльності кожної з груп на конкурентному ринку можна записати у вигляді багатокритеріальної задачі:

$$\begin{cases} \max_{v_i^{(1)} \in V_{R_g=1}^a} \left\{ \sum_{i=1}^u p_{ij} \cdot v_j(v_i^{(1)}) \right\}, i = \overline{1,u}, 1 \leq u \leq n \\ \max_{v_i^{(2)} \in V_{R_g=2}^a} \left\{ \sum_{i=n-u}^n p_{ij} \cdot (1 - v_j) \right\}, i = \overline{(n-u),n} \end{cases}, \quad (4.13)$$

за умови,

$$\sum_{i=1}^n v_i^{(1)} = h^{(1)}, \quad (4.14)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i^{(2)} = h^{(2)}, \quad (4.15)$$

$$v_i^{(1)} + v_i^{(2)} \leq 1, i = \overline{1,n}, \quad (4.16)$$

$$v_i^{(1)} \in \{0,1\}, v_i^{(2)} \in \{0,1\}, v_j \in \{0,1\}, i = \overline{1,n}, j = \overline{1,m}, \quad (4.17)$$

де $h^{(1)} = |V_{R_g=1}^a|$ – кількість ЦОС, що відкрито «лідером»; $h^{(2)} = |V_{R_g=2}^a|$ – кількість ЦОС, що відкриває «новий гравець».

Багатокритеріальну задачу розміщення (4.13)-(4.17) можливо спростити за допомогою псевдобулевої функції [123]. Положимо, що споживачі обирають ЦОС з урахуванням власних очікувань від постачальника послуг та мають

можливість здійснювати обслуговування в декількох локаціях, то

$\hat{v}_j = \prod_{i \in I_j(v_i)} (1 - \hat{v}_i^{(2)})$, відповідно, цільову функцію можна записати так:

- для лідера:

$$\max_{v_i^{(1)}} \left\{ \sum_{j \in J} p_{ij} \cdot \prod_{i \in I_j(v_i)} (1 - v_i^{(2)}(\hat{v}_i^{(1)})) \right\}, \quad (4.18)$$

за умови,

$$\sum_{i=1}^n v_i^{(1)} = h^{(1)}, v_i^{(1)} \in \{0,1\}, \quad (4.17)$$

де $\hat{v}_i^{(2)}(v_i^{(1)})$ – оптимальне рішення для «нового гравця»;

- для «нового гравця»:

$$\max_{v_i^{(2)}} \left\{ \sum_{j \in J} p_{ij} \cdot \left(1 - \prod_{i \in I_j(v_i)} (1 - v_i^{(2)}) \right) \right\}, \quad (4.19)$$

за умови,

$$\sum_{i=1}^n v_i^{(2)} = h^{(2)}, v_i^{(2)} \in \{0,1\}, \quad (4.20)$$

Для наступних гравців розрахунок оптимального рішення розміщення є схожим на пошук рішення за допомогою (4.18)-(4.20) для «другого гравця», але в ролі обмежень додаються точки розміщення «лідера» та «другого гравця», тобто наступний гравець впорядковує множину місць імовірного розміщення ЦОС з урахуванням вільного простору.

Задача пошуку оптимального місця розміщення ЦОС пов'язана з прогнозуванням майбутнього стану параметрів системи з використанням нечіткої інформації (наприклад, щодо зміни очікувань споживачів). Нечіткість в постановці задачі багатокритеріальної оптимізації може міститися як в описі множини альтернатив, так і в описі функцій критеріїв. Використання нечіткої інформації формує нечітку множину стратегій гравців $V_{R_g}^a$, що задається відображенням $\mu_{V_{R_g}^a} : U \rightarrow M$, де U – універсальна множина, $U = S_{E_g} \cup \bar{S}_{E_g}$ та

$U \neq \underline{S}_{E_g} \cup \overline{S}_{E_g}$; M – упорядкована множина, $M = [0,1]$. Відповідно, лінійно упорядкована нечітка твірна множина імовірних стратегій гравця [23]:

$$V^a = \left\{ \left(V_{R_1}^a, \mu_{V_{R_1}^a} (V_{R_1}^a) \right), \dots, \left(V_{R_g}^a, \mu_{V_{R_g}^a} (V_{R_g}^a) \right) \right\} = \left\{ \left(V_{R_g}^a, \mu_{V_{R_g}^a} (V_{R_g}^a) \right) \right\}_{g=1, \overline{k}}^g. \quad (4.21)$$

де $\mu_{V_{R_g}^a} (V_{R_g}^a)$ – задана нечітка множина припустимих альтернатив в межах обраної стратегії гравця.

Зазвичай, ОПР визначає рівень припустимих відхилень критеріїв в оптимальному варіанті. Отже, у переважній більшості випадків, ОПР влаштовує багатокритеріальний пошук оптимального варіанту розміщення за умовно чіткими критеріями, що були визначені на етапі планування.

Враховуючи, що при прийнятті рішень ОПР повинен використовувати і інформацію про очікування споживачів, то на даному етапі найбільш можливо визначити множину локацій з оптимальними значеннями показників, тобто $V^{a.inv} \equiv V^a$, $V^a = \min_{0 \leq i \leq n} \{ f_i(V^a) \}$. Відповідно, $V^{a.inv} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.

4.3. Формування множини пріоритетних локацій для розміщення ЦОС з урахуванням критеріїв очікувань потенційних споживачів

4.3.1. Вибір кращої локації ЦОС з урахуванням пропозицій постачальників

На конкурентному ринку споживач має можливість обирати постачальника товару або послуг з множини наявних ЦОС. Дослідження свідчать, що, зазвичай, кожна група споживачів має певну підмножину ЦОС, які задовольняють усі їх потреби [129]. Споживачі формують власну підмножину ЦОС на основі сукупності характеристик: місцезнаходження та доступність продукту [130]; умов оплати, програми лояльності, місткості магазинів, програми покращення продажів та реагування на реклаमाції [131]; зручності оформлення замовлення, зручності отримання покупки, а ціновий фактор дещо

втратах своє значення [132]. В той час коли інвестори обирають місця розміщення ЦОС враховуючи густоту населених пунктів (локацій), умови транспортування, ціну землі та бізнес-зон, конкуренцію та багато інших факторів, потенційні споживачі мають власні вимоги, які можуть відрізнятися, або, навіть, конфліктувати з показниками інвесторів [133]. Відповідно, наявність ЦОС в певній локації не гарантує, що споживачі з найближчої локації (концентрації споживачів) будуть користуватися послугами цього ЦОС.

Розглянемо процес формування переваг у виборі ЦОС певним споживачем ґрунтуючись на інформації щодо його очікувань. Для аналізу переваг (критеріїв) використаємо метод аналізу альтернатив, наприклад метод TOPSIS [134].

Для визначення підмножини ЦОС, якими з максимальною імовірністю будуть користуватися споживачі, необхідно визначити пріоритетну підмножину ЦОС з урахуванням критеріїв, що являються важливими для кожного кластеру споживачів.

Алгоритм визначення пріоритетної підмножини ЦОС $V^b \subseteq V$, $V^b = \{v_i \in V^b \mid \text{rank}(f_V(\omega_{ij}^{(b)}), v_i) \leq n, V^b \neq \emptyset\}$, де $f(\omega_{ij}^{(b)})$ – функція визначення загального впливу зважених критеріїв оцінки на прийняття рішення споживачем; ω_{ij} – критерій оцінки відповідності пропозиції очікуванням споживача, для певної локації потенційних споживачів послуг ЦОС $v_j \in V^b$, $j = \overline{1, m}$ передбачає ітераційний процес розрахунку для кожного кластеру v_j .

Крок 1: визначити множину критеріїв $\{\omega_{ij}^{(b)}\}$, що впливають на прийняття рішення потенційними споживачами локації v_j , $i = \overline{1, m}$ про привабливості обслуговування в локації $v_i \in V^a$, $i = \overline{1, n}$. Визначити ступінь впливу (ваговий коефіцієнт η) критеріїв $\{\omega_{ij}^{(b)}\}$ на прийняття рішення про привабливості обслуговування в локації v_i . Побудувати додатно визначену матрицю критеріїв $W_{v_i}^b = (\omega_{ij}^{(b)})_{i=\overline{1, n}, j=\overline{1, m}}$ для кожної локації кластеру потенційних споживачів послуг

ЦОС v_j . Визначити фактичні показники критеріїв $\{\omega^{(a)}\}$ локацій v_i . Побудувати додатно визначену матрицю критеріїв $W_{v_i}^a = (\omega_{ij}^{(a)})_{i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}}$ де міститься інформація для кожної локації ЦОС.

Крок 2: побудувати нормалізовану матрицю критеріїв $W_{v_i}^{a.norm} = (\hat{\omega}_{ij}^{(a)})_{i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}}$:

$$\hat{\omega}_{ij}^{(a)} = \begin{cases} \frac{\omega_{ij}^{(a)} - \min\{\omega_i^{(a)}\}}{\max\{\omega_i^{(a)}\} - \min\{\omega_i^{(a)}\}}, & \text{якщо: } f(\hat{\omega}_{ij}^{(a)}) \rightarrow \max \\ 1 - \frac{\omega_{ij}^{(a)} - \min\{\omega_i^{(a)}\}}{\max\{\omega_i^{(a)}\} - \min\{\omega_i^{(a)}\}}, & \text{якщо: } f(\hat{\omega}_{ij}^{(a)}) \rightarrow \min \end{cases}, \quad i = \overline{1,n}, j = \overline{1,m}, \quad (4.22)$$

Крок 3: Побудувати матриці зважених критеріїв $W_{v_i}^{a.\eta} = (\tilde{\omega}_{ij}^a)_{i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}}$:

$$\tilde{\omega}_{ij}^a = (\hat{\omega}_{ij}^a) \cdot \eta_j, \quad i = \overline{1,n}, j = \overline{1,m}. \quad (4.23)$$

Крок 4: визначити «найкращій» та «найгірший» рівень показників критеріїв матриць $W_{v_i}^{a.\eta}$:

$$\tilde{\omega}_j^{a.best} = \max_i(\tilde{\omega}_{ij}), \quad \tilde{\omega}_j^{a.worst} = \min_i(\tilde{\omega}_{ij}), \quad i = \overline{1,n}, j = \overline{1,m}. \quad (4.24)$$

Крок 5: визначити Мангеттенську метрику відстані кожного критерію $\tilde{\omega}_{ij}^a$ до «найкращого» та «найгіршого» рівня показників $W_{v_i}^{a.best} = (\omega_l^{(b.best)})_{l=\overline{1,L}}$ і $W_{v_i}^{a.worst} = (\omega_l^{(b.worst)})_{l=\overline{1,L}}$, та побудуємо матриці $W_{v_i}^{a.max} = (\tilde{\omega}_{ij}^{a.max})_{i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}}$ та $W_{v_i}^{a.min} = (\tilde{\omega}_{ij}^{a.min})_{i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}}$:

$$\tilde{\omega}_{ij}^{a.max} = \sum_{\substack{i=\overline{1,n} \\ j=\overline{1,m}}} |\tilde{\omega}_{ij}^a - \tilde{\omega}_j^{a.best}|, \quad \tilde{\omega}_{ij}^{a.min} = \sum_{\substack{i=\overline{1,n} \\ j=\overline{1,m}}} |\tilde{\omega}_{ij}^a - \tilde{\omega}_j^{a.worst}|. \quad (4.25)$$

Крок 6: визначити зведений рівень показників $W_{v_i}^{a.max}$ і $W_{v_i}^{a.min}$, та побудуємо матриці $W^{a.best-local}$ і $W^{a.worst-local}$:

$$W^{a.best-local} = \frac{\tilde{\omega}_{ij}^{a.max}}{\tilde{\omega}_{ij}^{a.max} - \tilde{\omega}_{ij}^{a.min}}, \quad W^{a.worst-local} = \frac{\tilde{\omega}_{ij}^{a.min}}{\tilde{\omega}_{ij}^{a.max} - \tilde{\omega}_{ij}^{a.min}}. \quad (4.26)$$

Крок 7: визначити рівень мінімального порогу $0 \leq \omega_{\text{lim}} \leq 1$ (значення критерію), досягнення якого означає, що локація $v_i \in V^a$ відноситься до пріоритетної підмножини ЦОС $V^a \subseteq V$.

Приклад 4.2. Розглянемо процес формування підмножини локацій для ЦОС з урахуванням наступних даних (рисунок 4.1).

Таблиця 4.2

Мінімальні показники критеріїв, що очікують споживачі в певному кластері

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$v_{j=1}$	1000	2	1	4	4
$v_{j=2}$	1200	1	5	5	3
$v_{j=3}$	1200	2	2	4	3
$v_{j=4}$	1600	2	3	1	4
$v_{j=5}$	1200	1	2	5	3
$v_{j=6}$	1800	2	3	2	2
$v_{j=7}$	1300	1	5	4	3
$v_{j=8}$	1100	2	1	4	3
	$f(\omega_1) \rightarrow \min$	$f(\omega_2) \rightarrow \max$	$f(\omega_3) \rightarrow \max$	$f(\omega_4) \rightarrow \min$	$f(\omega_5) \rightarrow \max$

Таблиця 4.3

Вагові коефіцієнти критеріїв споживачів в певному кластері

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5		ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$v_{j=1}$	0,3	0,05	0,15	0,3	0,2	$v_{j=5}$	0,05	0,3	0,3	0,2	0,15
$v_{j=2}$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	$v_{j=6}$	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2
$v_{j=3}$	0,15	0,25	0,3	0,15	0,15	$v_{j=7}$	0,2	0,25	0,15	0,25	0,15
$v_{j=4}$	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1	$v_{j=8}$	0,1	0,2	0,15	0,25	0,3

Таблиця 4.4

Фактичні показники критеріїв локацій ЦОС для v_i

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$v_{i=1}$	420	2	3	8	3
$v_{i=2}$	630	4	7	3	3
$v_{i=3}$	1050	1	5	4	5
$v_{i=4}$	1575	3	6	5	4
$v_{i=5}$	1995	3	3	2	3
$v_{i=6}$	2730	3	4	5	4

Використовуючи (4.22) побудуємо матрицю $W_{v_i}^{a.norm}$.

Таблиця 4.5

Нормалізована матриця фактичних показників критеріїв локацій ЦОС

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$v_{i=1}$	1,00	0,33	0,00	0,00	0,00
$v_{i=2}$	0,91	1,00	1,00	0,83	0,00
$v_{i=3}$	0,73	0,00	0,50	0,67	1,00
$v_{i=4}$	0,50	0,67	0,75	0,50	0,50
$v_{i=5}$	0,32	0,67	0,00	1,00	0,00
$v_{i=6}$	0,00	0,67	0,25	0,50	0,50

Побудуємо матрицю зважених критеріїв для першого кластеру споживачів

 $W_{v_i}^{a,\eta}$ використовуючи (4.23).

Таблиця 4.6

Матриця зважених критеріїв для v_i

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$v_{i=1}$	0,30	0,02	0,00	0,00	0,00
$v_{i=2}$	0,27	0,05	0,15	0,25	0,00
$v_{i=3}$	0,22	0,00	0,08	0,20	0,20
$v_{i=4}$	0,15	0,03	0,11	0,15	0,10
$v_{i=5}$	0,10	0,03	0,00	0,30	0,00
$v_{i=6}$	0,00	0,03	0,04	0,15	0,10

Використовуючи (4.24) визначимо «найкращий» рівень показників критеріїв для першого кластеру споживачів, матриця $W_{v_i}^{a,\eta}$.

Таблиця 4.7

Значення «найкращого» рівня показників критеріїв для v_i

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
Найкращий	0,30	0,05	0,15	0,30	0,20

Визначимо Мангеттенську (4.25) метрику відстані кожного критерію до «ідеального» рівня показників критеріїв для v_i .

Таблиця 4.8

Мангеттенська метрика відстані значень показників критеріїв для v_i

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$v_{i=1}$	0,00	0,03	0,15	0,30	0,20
$v_{i=2}$	0,03	0,00	0,00	0,05	0,20
$v_{i=3}$	0,08	0,05	0,08	0,10	0,00
$v_{i=4}$	0,15	0,02	0,04	0,15	0,10
$v_{i=5}$	0,20	0,02	0,15	0,00	0,20
$v_{i=6}$	0,30	0,02	0,11	0,15	0,10

Для кожної локації виконуємо ітераційно кроки 2-6, та визначимо зведений рівень показників для всіх існуючих локацій v_i за допомогою (4.26).

Таблиця 4.9

Зведений рівень показників для v_i

	$v_{j=1}$	$v_{j=2}$	$v_{j=3}$	$v_{j=4}$	$v_{j=5}$	$v_{j=6}$	$v_{j=7}$	$v_{j=8}$
$v_{i=1}$	0,68	0,83	0,77	0,5	0,85	0,7	0,72	0,83
$v_{i=2}$	0,28	0,24	0,19	0,15	0,19	0,23	0,21	0,35
$v_{i=3}$	0,31	0,44	0,49	0,49	0,53	0,49	0,46	0,39
$v_{i=4}$	0,45	0,39	0,38	0,43	0,38	0,4	0,42	0,43
$v_{i=5}$	0,57	0,63	0,64	0,57	0,58	0,64	0,52	0,58
$v_{i=6}$	0,68	0,59	0,61	0,68	0,55	0,6	0,6	0,55

Припустимо, що рівень мінімального порогу $\omega_{\text{lim}} = 0,4$. Відповідно, отримаємо наступну матрицю локацій $v_i \in V^a$, що відноситься до пріоритетної підмножини ЦОС $V^a \subseteq V$.

Розглянутий метод дозволяє суттєво спростити задачу вибору локації для відкриття нового ЦОС, але його обмеженням є відсутність інформації щодо повноти задоволення потреб потенційних споживачів, що може бути суттєвим фактором на висококонкурентному ринку. Для цього доцільно використовувати адаптований алгоритм покриття множини вимог.

Таблиця 4.10

Зведений рівень показників для v_i

	$v_{j=1}$	$v_{j=2}$	$v_{j=3}$	$v_{j=4}$	$v_{j=5}$	$v_{j=6}$	$v_{j=7}$	$v_{j=8}$	Σ
$v_{i=1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	8
$v_{i=2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{i=3}$	0	1	1	1	1	1	1	0	6
$v_{i=4}$	1	0	0	1	0	0	1	1	4
$v_{i=5}$	1	1	1	1	1	1	1	1	8
$v_{i=6}$	1	1	1	1	1	1	1	1	8

Відповідно, $V^a = \{v_1, v_3, v_5, v_6\}$.

Розглянутий алгоритм доцільно використовувати, коли споживачі готові перекривати недоліки одних критеріїв перевагами інших. Якщо такої можливості не існує, то слід розглянути можливість використати інші методи, наприклад метод покриття множини.

4.3.2. Вибір кращої локації ЦОС з урахуванням максимального покриття потреб споживачів

Припустимо, що ЦОС призначений обслуговувати споживачів певного району. Статистичні данні свідчать, що кількість ЦОС в великих містах країн

світу знаходиться в діапазоні від 10 до 100 одиниць, медіана близько 25 одиниць [135]. Враховуючи, що задача вибору локації для розміщення ЦОС не є такою, що потребує частого оновлення, а аналіз потреб споживачів спрямований для отримання додаткової інформації для прийняття рішення, то цілком припустимо використання жадібного алгоритму для вирішення задачі про покриття множини [136-140]. Нехай існує множина потенційних споживачів $V^b = \{v_{j=1}, v_{j=2}, \dots, v_{j=m}\}$ усіх існуючих локацій $V^a = \{v_i\}$, що утворюють локальний ринок. Кожна група споживачів v_j має власний набір критеріїв $\{\omega^{(b)}\}$, для яких визначені вагові коефіцієнти $\{\eta\}$, що впливають на прийняття рішення про вибір ЦОС v_i , які мають власні параметри критеріїв $\{\omega^{(a)}\}$. Введемо матрицю $Q^b = \{q_{ij}^{(b)}\}$, де $q_{ij}^{(b)}$ визначається наступним чином:

$$q_{ij}^{(b)} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } \omega_{ij}^{(a)} \geq \omega_{ij}^{(b)} \cdot \hat{\eta}_j, \\ 0, \text{ якщо } \omega_{ij}^{(a)} < \omega_{ij}^{(b)} \cdot \hat{\eta}_j, \end{cases} \quad i = \overline{1, n} \quad j = \overline{1, m}, \quad (4.27)$$

де $\hat{\eta}$ – коефіцієнт відповідності рівня вимог, що припускає споживач, $0 < \eta \leq 1$, та визначається наступним чином:

$$\hat{\eta} = \begin{cases} \omega_{ij}^{(b)} \cdot \eta, \text{ якщо бажаний стан } f(\omega_{ij}^{(b)}) \rightarrow \max, \\ \omega_{ij}^{(b)} \cdot (2 - \eta), \text{ якщо бажаний стан } f(\omega_{ij}^{(b)}) \rightarrow \min, \end{cases} \quad i = \overline{1, n} \quad j = \overline{1, m}.$$

Оскільки діяльність ЦОС відбувається на конкурентному ринку, то цілком імовірно припущення, що кожна вимога $\{\omega_i^{(b)}\}$ споживачів v_j буде задоволена

хоча б в одному ЦОС v_i , тобто $\sum_{j=1}^m q_{ij}^{(b)} \geq 1, \forall i = \overline{1, n}$. Введемо додаткову змінну g_j

, що демонструє наявність v_i у множині ЦОС, що задовольняє потреби споживача v_j , та визначається за принципом:

$$g_j^{(b)} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } Q_j^b \in \text{Cover}, \\ 0, \text{ якщо } Q_j^b \notin \text{Cover}, \end{cases} \quad j = \overline{1, m}. \quad (4.28)$$

Відповідно, цільову функцію можливо зазначити в наступному вигляді:

$$\sum_{j=1}^m g_j^{(b)} \rightarrow \min, \quad (4.29)$$

за обмеженнями,

$$\sum_{j=1}^m q_{ij}^{(b)} \cdot g_j^{(b)} \geq 1, \quad \forall i = \overline{1, n}. \quad (4.30)$$

В даному випадку не розглядається модель зваженого покриття множини, так як було зроблено припущення, що потрібно задовольнити усі вимоги споживачів. Відповідність або невідповідність вимогам була визначена на етапі побудови матриці Q^{y_j} .

Незважаючи на спрямованість методу, що розглядається, враховувати усі вимоги потенційних споживачів, доцільно додатково впровадити використання «параметру відсікання», який буде визначати локації, що не можливо розглядати в якості альтернатив. Наприклад, в якості «параметру відсікання» можливо використовувати параметр (вимогу) відстані від локації споживачів до локації ЦОС. Можливо додатково використати метод альтернативного порівняння параметрів (вагові коефіцієнти), які дозволять нівелювати «параметр відсікання». Наприклад, якщо ціна на товари або послуги значно нижче ніж у наближених ЦОС, то ймовірно споживач буде готовий витратити час та ресурси на подолання додаткової відстані. Також необхідно визначити кількості обмеження на комбінування альтернативних варіантів з множини ЦОС. Наприклад, зазвичай споживачі не мають наміру постійно обслуговуватися в більше ніж 2-3 ЦОС. Це обумовлено наявністю програм лояльності (накопичення бонусів в більше ніж 3 ЦОС не має матеріального інтересу у споживачів), при обслуговуванні більше ніж у трьох ЦОС споживач не формує «споживчих привичок». Рішення про обмеження на кількість ЦОС в множені кожної альтернативи приймає ОПР, ґрунтуючись на дослідженнях та досвід.

Приклад 4.3. Визначити множину ЦОС, що в максимально покриває потреби споживачів усіх локацій v_j , враховуючи показники (таблиці 4.11-4.12).

Таблиця 4.11

Фактичні показники критеріїв локацій ЦОС для v_j

	ω_1^a								ω_2^a	ω_3^a	ω_4^a	ω_5^a
	$v_{j=1}$	$v_{j=2}$	$v_{j=3}$	$v_{j=4}$	$v_{j=5}$	$v_{j=6}$	$v_{j=7}$	$v_{j=8}$				
$v_{i=1}$	420	520	980	1050	1700	2040	1870	2070	2	3	8	3
$v_{i=2}$	630	480	370	430	620	1060	1520	1420	4	7	3	3
$v_{i=3}$	1050	1070	720	690	1620	1310	890	1320	1	5	4	5
$v_{i=4}$	1575	2100	1900	1020	670	290	1030	870	3	6	5	4
$v_{i=5}$	1995	2800	2100	1070	1420	380	290	470	3	3	2	3
$v_{i=6}$	2730	3200	2400	1620	1830	1020	410	1010	3	4	5	4

Таблиця 4.12

Мінімальні показники критеріїв, що очікують споживачі в певному кластері

	ω_1^b	ω_2^b	ω_3^b	ω_4^b	ω_5^b		ω_1^b	ω_2^b	ω_3^b	ω_4^b	ω_5^b
$v_{j=1}$	1000	2	1	4	4	$v_{j=5}$	1200	1	2	5	3
$v_{j=2}$	1200	1	5	5	3	$v_{j=6}$	1800	2	3	2	2
$v_{j=3}$	1200	2	2	4	3	$v_{j=7}$	1300	1	5	4	3
$v_{j=4}$	1600	2	3	3	4	$v_{j=8}$	1100	2	1	4	3

Побудуємо матрицю Q^b використавши формули (4.27)-(4.28), визначивши коефіцієнт припустимості рівня вимог на рівні $\eta = 0.9$.

Таблиця 4.13

Можливості ЦОС задовольнити потреби споживачів в певному кластері y_i

	$ q_i^{y_1} $	$ q_i^{y_2} $	$ q_i^{y_3} $	$ q_i^{y_4} $	$ q_i^{y_5} $	$ q_i^{y_6} $	$ q_i^{y_7} $	$ q_i^{y_8} $
x_1	3	3	4	3	3	3	2	3
x_2	4	5	5	4	5	4	4	4
x_3	4	5	4	3	4	3	5	3
x_4	3	4	3	4	5	4	4	4
x_5	3	3	4	4	4	5	4	5
x_6	3	3	3	4	4	4	3	4

Обмеживши кількість ЦОС в «альтернативі» на рівні ≤ 3 , визначимо множини локацій ЦОС, що спроможні задовольняють вимоги потенційних споживачів за умов (4.29)-(4.30):

$$v_j \quad v_i$$

$$v_1: \quad v_1 \cup v_3, v_1 \cup v_3, v_2$$

$$v_2: \quad v_2, v_3, v_1 \cup v_4$$

$$v_3: \quad v_2, v_1 \cup v_3, v_3 \cup v_4$$

$$v_4: \quad v_2 \cup v_3, v_4 \cup v_5, v_5 \cup v_6, v_1 \cup v_4 \cup v_5, v_1 \cup v_5 \cup v_6$$

$$v_5: \quad v_2, v_4$$

$$v_6: \quad v_5$$

$$v_7: \quad v_3, v_4 \cup v_5$$

$$v_8: \quad v_5, v_3 \cup v_4, v_3 \cup v_6$$

Частота входження локації v_i в множину, що задовольняє вимоги v_j :

$$v_1: 6 \quad v_2: 5 \quad v_3: 9 \quad v_4: 7 \quad v_5: 7 \quad v_6: 3$$

Отже, оптимальний вибір для максимального задоволення споживачів, це стратегія $V^{a.cust} \subseteq V$, $V^a = \{v_1, v_3, v_4, v_5\}$.

4.4. Оцінка привабливості ЦОС з використанням аналізу міграції клієнтів

Як було зазначено в розділі 4.1, моделювання взаємовідносин між ЦОС v_i та потенційними споживачами v_j , можливо зобразити у вигляді дводольного зв'язаного графу $G = \langle V, E \rangle$. Враховуючи пріоритети та вимоги інвесторів, використовуючи методи, описані в розділі 3.2, можливо визначити підмножину переважних для інвестора локацій $V^{a.inv} \subseteq V$, а за допомогою методів, описаних в розділі 3.3, можливо визначити найкращі локації для потенційних споживачів

$V^{a.cust} \subseteq V$. Відповідно, маючи інформацію про підмножини $V^{a.inv} \subseteq V$ та $V^{a.cust} \subseteq V$, можливо визначити оптимальну підмножину локацій:

$$V^{a.opt} = V^{a.inv} \cap V^{a.cust} \quad (4.31)$$

Оскільки потужність $\aleph_0 = |V^{a.opt}| \leq \aleph_0 = |V^b|$, то доцільно розглянути можливість підмножини $V^b \subseteq V$, зв'язаного графу G , розбити на кластери, які потенційно будуть обслуговуватися в локаціях підмножини $V^{a.opt}$. Кількість кластерів повинна дорівнювати потужності підмножини $V^{a.opt}$, тобто $k_n, n = \overline{1, N}, N = |V^{a.opt}|$.

Оскільки більшість факторів враховується при визначенні підмножини $V^{a.opt}$, то при проектуванні мережі обслуговування графу G'_n необхідно зосередитися на двох факторах: максимальна пропускна здатність кожного ЦОС v_i та відстань від потенційного споживача v_j кластеру k_n до ЦОС, в якому він обслуговується.

Для кластеризації локацій потенційних споживачів v_j можливо використовувати метод *к-середніх* (*k-means*) [141-142] та моделювання соціальної системи [143]. В якості центроїдів будемо використовувати локації $v_i \in V^{a.opt}$.

Припустимо, що $\Delta(v_i, v_j)$ – відстань між векторами v_j та центроїдами v_i , тобто відстань між ЦОС та локаціями потенційних споживачів. Відповідно:

$$\Delta(v_i, v_j) = \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (v_i - v_j)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.32)$$

Маючи інформацію про відстань від v_i та v_j , об'єднаних в кластер k_n , можливо «призначити» підмножину споживачів $v_j \in V^b$ до певної локації $v_i \in V^{a.opt}$. «Призначення» здійснюється за допомогою виконання умов наступного рівняння:

$$k(v_j) = \arg \min_{j=1,m} \{ \Delta(v_i, v_j) \}, i = \overline{1, n}, v_i \in V^{a.opt}, v_j \in V^b. \quad (4.33)$$

Оскільки, як було зазначено вище, кожна локація $v_i \in V^{a.opt}$ може мати обмеження на об'єм наданих послуг, то рівень попиту в кластері k_n , який «призначено» до локації v_i , може перевищувати її можливості. Відповідно, для вирішення цієї проблеми існує два варіанти:

1. зменшити розмір кластеру k_n , відповідно і об'єм споживання, не змінюючи параметри ЦОС v_i , розподіливши «зайвих» споживачів v_j на інші ЦОС;
2. залишити розмір кластеру k_n , відповідно і об'єм споживання, та змінити параметри ЦОС v_i .

Після змін параметрів ЦОС v_i , або перерозподілу споживачів v_j , інвестор має можливість уточнити підмножину $V^{a.opt}$. Для остаточного вирішення щодо локації для розміщення ЦОС, окрім стандартних показників інвестиційних проектів (NPV, IRR, ROI, PP тощо) [144], можливо використати додатковий параметр – *показник міграції клієнтів в циклах споживання*. Для моделювання даного показника можливо використати адаптований алгоритм, заложений в гру «Game of Live» [145].

Алгоритм визначення показника міграції споживачів:

1. Визначення матриці відстаней $\Delta(v_i, v_j)$ для $v_i \in V^{a.opt}$ та $v_j \in V^b$.
2. Визначення вектору максимальної виробничої спроможності $P(v_i)$ для кожної локації v_i .
3. Визначення вектору очікуваного попиту $D(v_j)$ для кожного потенційного споживача v_j .
4. Кластеризація потенційних споживачів v_j за допомогою (3.32)-(3.33) та «призначення» їх до певної локації v_i .

5. Визначення рівня очікуваного попиту $D(v_j)$ в локації v_i від кластеру k_n , що «призначено» до локації v_i .
6. Визначення спроможності задовольнити попит $D(v_j)$ локацією v_i .
7. Визначення необхідності перерозподілу підмножини споживачів, попит яких не має можливості задовольнити в локації v_i в наслідок виникнення наступних станів:
 - завантаження ЦОС на постійній основі перевищує 85% максимальної пропускної здатності, що спричиняє дискомфорт у споживачів [146-147];
 - завантаження ЦОС на постійній основі не перевищує 40% максимальної пропускної здатності, що спричиняє дискомфорт у споживачів та є причиною зниження якості послуг, що надаються в ЦОС [146-147].
8. Перерозподіл (міграція) підмножини споживачів, попит яких не має можливості задовольнити в локації v_i , що відповідають вимогам «привабливості» ($0,4 \leq D(v_j) \leq 0,85$) та мають найменшу відстань до потенційного споживача v_j . Якщо для локації v_i , яка має рівень поточного попиту $D(v_j) < 0,4$, існує можливість підвищити рівень до $D(v_j) \geq 0,4$ за допомогою парозподілу «вивільнених» споживачів, то умова «привабливості» ($0,4 \leq D(v_j) \leq 0,85$) на цьому циклі ітерації ігнорується.
9. Перевірка стану рівноваги системи (дивись розділ 1).
10. Зупинка алгоритму. Проектування динамічної соціальної системи [148-149], що має вигляд графу G'_n відбувається ітераційно, виконуючи кроки п.1-п.9. до досягнення стану рівноваги.

Приклад 4.4. Нехай існує матриця відстаней $\Delta(v_i, v_j)$ розміром 50x500 (де 50 – кількість ЦОС v_i ; 500 – кількість потенційних споживачів v_j). Визначені вектори максимальної виробничої спроможності $P(v_i)$ для кожної локації v_i та рівень очікуваного попиту $D(v_j)$ в локації v_j . Припустимо, що потенційні споживачі v_j мають однаковий попит.

Після 986 ітерацій було досягнуто стану рівноваги системи, тобто об'єм потенційних споживачів v_j , які вимагали перерозподілу (міграції) до інших кластерів та ЦОС v_i , досяг рівню 4,27%. Тестування на рівні 10 000 ітерацій продемонструвало показник перерозподілу на рівні 4,23% при значенні $\sigma = 0,614$.

На рисунку 4.3. наведена теплова мапа активності міграції споживачів.

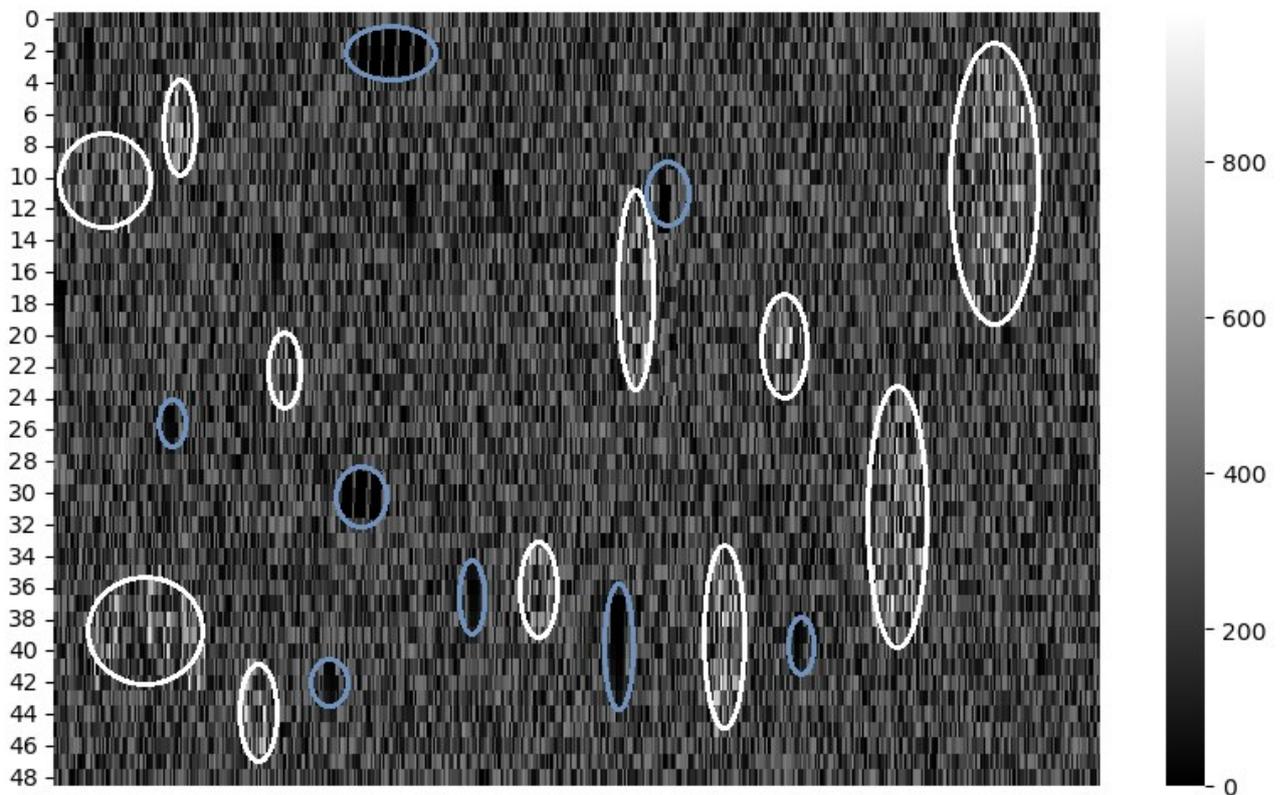


Рис. 4.3. Мапа активності міграції споживачів

Як можна побачити на рисунку 4.3, на мапі активності міграції існують локальні зони підвищеної активності (позначено білою лінією), та локальні зони умовної стабільності, тобто низького рівня міграції (позначено блакитною лінією). Враховуючи, що для визначення показника міграції споживачів використовується підмножина пріоритетних локацій $v_i \in V^{a.opt}$, то інвестори, використовуючи інформацію про міграцію, мають можливість ще скоротити підмножину для вибору оптимального варіанту розміщення ЦОС. Якщо припустити, що для прикладу 4.4 використовувалася підмножина $v_i \in V^{a.opt}$, яка нараховувала 50 потенційних локацій, то після аналізу можливо $v_i \in V^{a.opt_mig}$ скоротити до 8 локацій (на рисунку 4.3. позначені блакитною лінією). Також інвестори мають звернути увагу на локації, які мають найбільший рівень міграції, що може свідчити про велику концентрацію потенційних споживачів на обмеженій території, та незадоволений попит.

4.5. Порівняння методів пошуку оптимального варіанту розміщення

В якості альтернативного методу пошуку оптимального варіанту розміщення нового ЦОС можливо використовувати метод, що дозволяє вирішувати одну з базових задач комбінаторної оптимізації, – багатокритеріальну задачу про призначення [150]. Вважаючи наявність множини критеріїв, що визначають оптимальну стратегію інвестора, то цілком імовірно зробити висновок, що задача пошуку оптимального варіанту розміщення нового ЦОС є багатокритеріальною. Серед критеріїв вибору $v_l^{(i)}$, де $l = \overline{1, L}$ – індекс критерію оцінки, можливо виділити наступні:

1. Відстань Δ_{ij} , $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$ від ЦОС $v_i \in V^a$ до потенційних споживачів $v_j \in V^b$. Оптимальною метрикою для визначення цього критерію є

$$\text{«Мангеттенська метрика»}: v_1^{(i)} = \sum_{j=1}^m |\Delta(v_i, v_j)|, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}.$$

2. Якість інфраструктури в оточені локації ЦОС $v_i \in V^a$:

$$v_2^{(i)} = \sum_{i=1}^n (a_i \cdot \omega_i), i = \overline{1, n}, \text{ де } a_i - \text{ критерій оцінки якості інфраструктури; } \omega_i$$

– ваговий коефіцієнт критерію оцінки поточного параметру, $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$.

3. Вартість обслуговування та отримання прав власності: $v_3^{(i)} = rent_i + util_i$, де $rent_i$ – вартість отримання прав на користування (оренда); $util_i$ – вартість обслуговування.

4. Потенціал розвитку бізнесу в районі потенційного розміщення ЦОС $v_i \in V^a$

$$: v_4^{(i)} = \sum_{i=1}^n (e_i \cdot \omega_i^{(1)}) + \sum_{i=1}^n (g_i \cdot \omega_i^{(2)}), \text{ де } e_i - \text{ економічні показники в районі}$$

потенційного розміщення; g_i – демографічні показники; $\omega_i^{(1)}, \omega_i^{(2)}$ – вагові коефіцієнти критеріїв оцінки поточного параметру, $\omega_i^{(1)} + \omega_i^{(2)} = 1$.

5. Рівень конкуренції в районі потенційного розміщення ЦОС: $v_5^{(i)} = n$, де n – кількість конкурентів в районі потенційного розміщення.

6. Нормативно-регуляторні обмеження: $v_6^{(i)} = \sum_{i=1}^n (\lambda_i \cdot \omega_i)$, $i = \overline{1, n}$, де λ_i –

критерій оцінки наявного обмеження щодо можливості здійснювати діяльність ЦОС; інфраструктури ω_i – ваговий коефіцієнт критерію оцінки,

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1.$$

Наведений список критеріїв не є вичерпним і може бути доповнений або оновлений залежно від ситуації, цілей та задач ключових зацікавлених сторін.

Використання багатокритеріальної задачі про призначення дозволяє досліджувати множину варіантів розміщення та визначити оптимальний варіант для зацікавлених сторін за допомогою аналізу цільової функції та основних обмежувальних факторів (критеріїв).

Багатокритеріальна задача про призначення полягає в розміщенні n об'єктів на n потенційних локаціях, за умови що для одного об'єкту можливо обрати

лише одне місце розміщення. В умовах задачі, що розглядається, множина об'єктів, які необхідно розмістити, складається з усіх ЦОС (конкуренти; власні, потенційні локації для розміщення, тощо). Узагальнену модель багатокритеріальної задачі про призначення у випадку багатofакторності впливу на вибір оптимальної стратегії можна представити у наступному вигляді:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} v_{ij} + \sum_{i_1=1}^n \sum_{j_1=1}^n \dots \sum_{i_k=1}^n \sum_{j_k=1}^n v_{i_1 j_1} \cdot v_{i_2 j_2} \cdot \dots \cdot v_{i_k j_k} \cdot \prod_{p=1}^k x_{i_p j_p} \rightarrow \min, \quad (4.34)$$

за обмеженнями,

$$\sum_{i=1}^n v_{i i_k} = \sum_{j=1}^n v_{j_1 j_k} = 1, \quad \forall i = \overline{1, n}, \quad \forall j = \overline{1, n}, \quad (4.35)$$

$$v_{ij} \in \{0, 1\}, \quad x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо об'єкт } i \text{ розташований в } j \text{ локації, } p_i = j, \\ 0, & \text{інакше} \end{cases} \quad (4.36)$$

$$c_{ij} \geq 0, \quad \forall k = \overline{1, m}, \quad (4.37)$$

$$v_{i_k j_k} = \begin{cases} v_{i_k j_k}, & \text{якщо } i \neq j, \\ 0, & \text{якщо } i = j \end{cases}, \quad \forall i = \overline{1, n}, \quad \forall j = \overline{1, n}, \quad (4.38)$$

де c_{ij} – сума інвестицій (витрати) на відкриття об'єкту i в локації j ; $v_{i_k j_k}$ – певний критерій цінності для інвестора об'єкту v_i ; p_i – вектор перестановки з n елементів, $p_n = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, $p_n \in \mathbb{N}$ на локацію j .

Пошук оптимального рішення багатокритеріальної задачі про призначення має обмеження щодо інтерпретації результатів розрахунків, так як складно довести оптимальність рішення, а ОПР, має бути задіяною тільки на етапі пошуку і підготовки даних та на етапі прийняття рішення з багатьох альтернативних варіантів. Задача про призначення в формулюванні (4.34)-(4.38) є NP-складною. Для спрощення вирішення задачі про призначення, зазвичай, зменшують кількість критеріїв, що розглядаються, а може негативно вплинути на якість рішення. Отже, для вирішення квадратичної задачі про призначення доцільно використовувати технологію виділення ядра (*kernelization*), яка дозволяє спростити задачу за допомогою еквівалентної заміни множини

факторів $\{v_{i_k j_k}\}$ на зміні меншого розміру зберігаючи структуру та властивості базової задачі [151-152]. Детальний алгоритм спрощення квадратичної задачі про призначення за допомогою методу ядра не розглядається в межах даної роботи. Серед найбільш поширених алгоритмів розв'язання квадратичної задачі про призначення можливо виділити наступні:

Угорський метод або метод Куна-Манкреса (УМ). Переваги методу: гарантія досягнення оптимального розв'язку задачі; висока ефективність та швидкість обчислень; простота реалізації алгоритму. Обмеження методу: складність інтерпретації результатів аналізу; висока залежність від початкових даних; метод може бути менш ефективним для складних проблем [153-155].

Метод відпалу (МВ). Переваги методу: здатний уникнути локальних мінімумів, дозволяючи робити глобальний пошук оптимального рішення; метод може адаптуватися до складних і нелінійних функцій; алгоритм методу дозволяє уникнути зациклення. Обмеження методу: метод може вимагати значної кількості ітерацій, що впливає на час виконання для складних задач; визначення параметрів методу (таких як температура та швидкість охолодження) може бути нетривіальним завданням і впливати на швидкість та точність збіжності [156-157], метод розв'язання описано в [158].

Локальний пошук або метод табу (МТ). Переваги методу: метод здатний шукати глобальні оптимуми в усьому просторі можливих варіантів; метод не вимагає глибокого розуміння оптимізаційних алгоритмів та надає можливість легко інтерпретувати результати обчислювань; метод може бути легко модифікований для врахування різних критеріїв, обмежень та правил. Обмеження методу: метод залежить від початкового рішення, тобто може застрягнути в субоптимальних рішеннях; у деяких випадках метод табу може вимагати багато ітерацій для досягнення оптимального рішення, що може вплинути на час виконання; визначення правил, за якими рухи стають табу чи забороненими, може бути складним завданням та впливати на ефективність алгоритму [159-162].

Генетичний алгоритм з інверсією (ГА). Переваги методу: за рахунок гнучкості та універсальності алгоритм може бути застосований до широкого спектру задач оптимізації; генетичний алгоритм з інверсією добре підходить для задач, де цільова функція може бути неоднорідною або нелінійною; завдяки використанню мутацій та інших операторів, алгоритм може виявити як глобальні, так і локальні оптимуми. Обмеження методу: генетичні алгоритми, у тому числі з інверсією, можуть вимагати значних обчислювальних ресурсів, особливо при обробці великої кількості генів; чутливість алгоритму від початкових налаштувань (розмір популяції, ймовірності схрещування та мутації тощо); як й інші еволюційні алгоритми, генетичний алгоритм з інверсією може стикатися з проблемою застрягання в локальних оптимумах, особливо в складних задачах з багатомірним простором пошуку; оцінка ефективності та аналіз збіжності генетичних алгоритмів може бути важким завданням, оскільки їх поведінка залежить від багатьох факторів. [163-167].

З метою порівняння якості роботи алгоритмів для розв'язання квадратичної задачі про призначення (4.34)-(4.38) та алгоритму, що поєднує описані методи в розділах 4.1-4.4, назвемо його багатоетапний алгоритм (БА), було згенеровано квадратичні матриці розміром від 3×3 до 200×200 , було зроблено припущення, що загальна кількість критеріїв, що впливають на прийняття рішення, дорівнює десяти. Для написання програм розв'язання задач було використано мову програмування Python, а для розв'язання було використано хмарний сервіс Google Colab [168], з наступними параметрами: CPU Cores: 2, Nvidia V100, Memory Total: 12.68 GB, Disk Total: 225.83 GB., тарифний план: Colab Pro. Виконання алгоритмів здійснювалося послідовно, запуск наступного алгоритму відбувався тільки після отримання результатів роботи попереднього. В таблиці 3.14 наведено порівняння використання алгоритмами обчислювальних ресурсів.

Необхідно зазначити, що в таблиці 4.14 не розглядається час на вирішення задачі пошуку оптимального рішення. Також необхідно зазначити, що багатоетапний алгоритм спрямований на пошук мінімальної підмножини оптимальних варіантів локацій для розміщення, тобто остаточне рішення

повинен прийняти ОПР, а методи, що розв'язують квадратичну задачу про призначення спрямовані на пошук єдиного оптимального варіанту, але вони мають обмеження щодо врахування додаткової інформації (критеріїв) зі сторони потенційних споживачів та інвесторів.

Таблиця 4.14

Витрати обчислювальних ресурсів для розв'язання задачі про вибір локації

Параметри	Алгоритм розв'язання				
	БА	УМ	МВ	МТ	ГА
CPU Usage	15.7%	25.4%	63.6%	74.2%	59.6%
Memory Used	0.32 GB	0.51 GB	0.62 GB	0.56 GB	0.65 GB
Network kB Sent/Received	997/1182	97/112	6782/6735	1217/1712	1645/1593

Як можна побачити з таблиці 4.14, найбільш вимогливим до обчислювальних ресурсів є метод табу, а найменш вимогливим виявився багатоетапний алгоритм. На рисунку 4.4 наведені графіки зростання потреби у часі для розв'язання задачі про вибір локації.

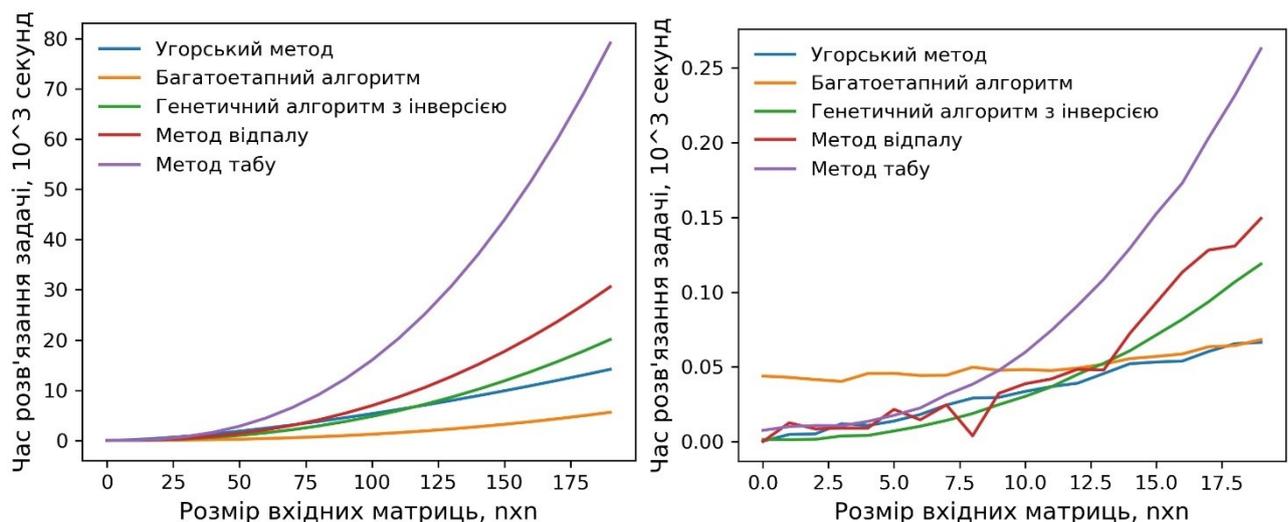


Рис. 4.4. Графік зростання часу, необхідного на пошук оптимального рішення в процесі розв'язання задачі про призначення

Як можна побачити на рисунку 4.4, найбільш вимогливим до часу методом, в процесі вирішення задачі (4.34)-(4.38), є метод табу. Імовірно це пов'язано з необхідністю виконання більшої кількості ітерацій для пошуку оптимального рішення ніж інші розглянуті методи, а це впливає на час розв'язання. Як раніше було зазначено, угорський метод продемонстрував високу швидкість вирішення задачі та майже лінійну динаміку зростання потреби у часі, але за зростанням

часу він має більший показник часу ніж запропонований багатоетапний алгоритм. Багатоетапний алгоритм має високі показники, порівнюючи з іншими розглянутими алгоритмами, на матрицях малого розміру. Це обумовлено наявністю як автономних етапів пошуку оптимальної підмножини рішень, так і послідовних етапів, що закладені в алгоритмі. Але цей алгоритм демонструє найменші вимоги до часу розв'язання задачі про пошук локацій (призначенні) на великих матрицях. Вирішити проблему високих початкових вимог до часу можливо за допомогою використання розподілених алгоритмів обчислювань автономних етапів багатоетапного алгоритму.

Задача про пошук локації для розміщення ЦОС (задача про призначення) не є тривіальною задачею, тобто задачею що виконується повсякденно в регулярних, короткочасних циклах. Відповідно, проблема складності розрахунків та вимоги до обчислювальних ресурсів є другорядними. Основна вимога до алгоритму вирішення подібного класу задач – точність та оптимальність отриманого рішення. Для порівняння оптимальності отриманого рішення можна використати наступну формулу:

$$A_a = \left(1 - \frac{f_a^{n \times n}(c_{ij}^{n \times n}) - \min \{ f_a^{n \times n}(c_{ij}^{n \times n}), a = \overline{1, m} \}}{f_a^{n \times n}(c_{ij}^{n \times n})} \right) \cdot 100\%, \quad (4.39)$$

де $f_a^{n \times n}(c_{ij}^{n \times n}) = \frac{1}{k} \left(\sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}^{n \times n} \right) \right)$, $k = \overline{1, K}$, $i, j = \overline{1, n}$, – значення цільової функції

для певного алгоритму a і розміру вхідних матриці $n \times n$; k – кількість експериментів для певного алгоритму a і розміру вхідних матриці $n \times n$.

На рисунку 4.5 наведено графіки зменшення точності алгоритмів, що порівнюються за допомогою (4.39), відповідно до зростання розміру вхідних матриць.

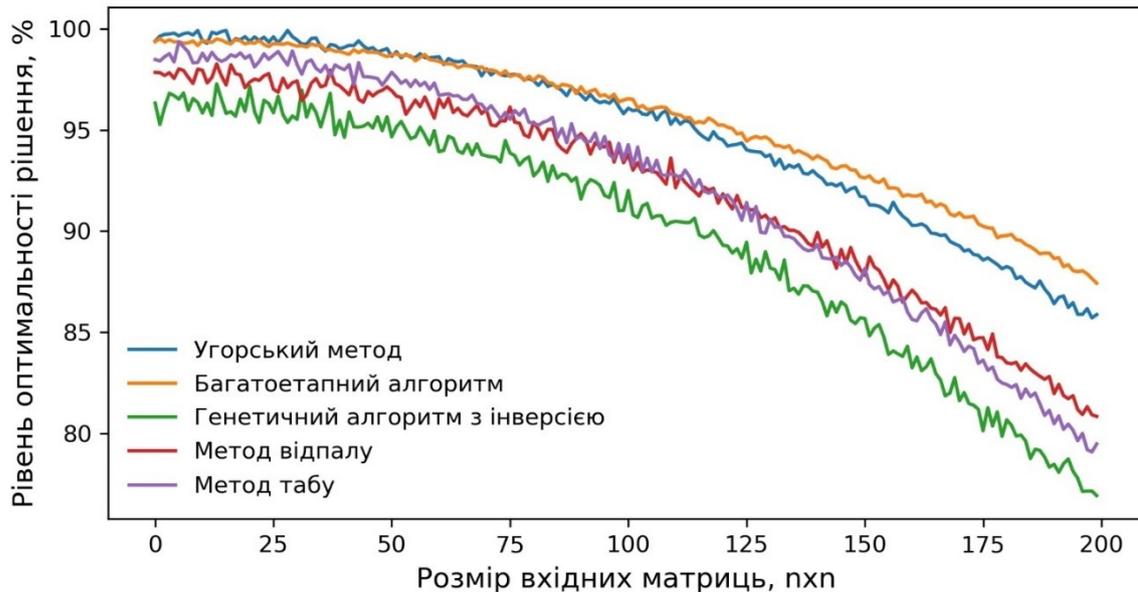


Рис. 4.5. Графік спадання точності розв'язання задачі про призначення

Усі алгоритми (рисунок 4.5) мають майже лінійний характер спаду. Найбільш стійким до зростання розміру вхідних матриць, аналізуючи точність отриманого рішення, є запропонований багатоетапний алгоритм та угорський метод. Найгірший результат впливу розміру вхідних матриць на якість отриманого рішення має генетичний алгоритм з інверсією.

Необхідно зазначити, що незважаючи на декілька експериментів, які визначили параметри динаміки спаду, частково це може бути обумовлено випадковим характером даних вхідних матриць. Загалом, евристичні або ітераційні методи не гарантують знаходження глобального оптимуму, але можуть бути ефективними для вирішення деяких типів задач, зокрема квадратичну задачу про призначення. Вони можуть бути повільними для складних задач або задач з великими просторами пошуку, але їх швидкість також залежить від реалізації, налаштувань та характеристик вхідних даних.

4.6. Висновки до четвертого розділу

В розділі сформульовано багатокритеріальну задачу про розміщення (оптимальний вибір локації) з поєднанням критеріїв зміни системи

(бізнессередовища) в часті та вимог до повноти інформації для прийняття рішень на конкурентному ринку з урахуванням інтересів усіх зацікавлених сторін.

Розроблено багатоетапний метод вирішення багатокритеріальної задачі про розміщення (оптимальний вибір локації), який дозволяє враховувати критерії оптимальності для усіх груп зацікавлених сторін, що приймають участь в процесі постачання. Розроблений метод, за рахунок поетапного зменшення множини пріоритетних локацій та використання псевдобулевого перетворення, дозволяє розв'язувати задачу про розміщення за поліноміальний час. Метод продемонстрував високу стійкість до зростання розміру вхідних даних, що дозволяє використовувати його для вирішення складних задач високої розмірності.

Для розробки багатоетапного методу було виконано модифікацію гри “Game of Lofe”, що надало можливість розробити алгоритм моделювання ризиків міграції споживачів та ступінь стійкості локацій до стану рівноваги. За допомогою цього методу можливо визначити імовірність інвесторам досягти точки самоокупності інвестицій, використовуючи інформацію про кількість циклів до можливого початку міграції споживачів, якщо умови надання їм послуг будуть незмінними.

РОЗДІЛ 5. УПРАВЛІННЯ ПОТОКАМИ В ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ

5.1. Аналіз максимального потоку в мережі як метод пошуку напрямів для оптимізації ланцюга постачання

Ланцюг постачання – це складна система, що виконує функцію забезпечення виробництва певними матеріальними та нематеріальними ресурсами. Якість управління ланцюгами постачання безпосередньо впливає на конкурентоспроможність організації [169]. В процесі побудови ланцюгів постачання менеджери прагнуть інтегрувати всі необхідні процеси для підвищення ефективності і результативності потоків матеріалів, інформації та активів [170]. Ланцюги будуються за принципом спеціалізації, виробничої орієнтації і доступності сировинної бази в кожній конкретній країні [171]. Сучасні організації в значній мірі залежать від широкого спектру продуктів і послуг, вироблених на глобальному конкурентному ринку, для організації власної діяльності [172].

У процесі планування ланцюгів постачання однією з важливих тем є визначення пропускну здатності ланок на кожному етапі постачання. Максимальний потік [173] кожної ланки впливає на можливість своєчасного виконання плану, терміни обробки завдань, доступність послуг, товарів та визначення оптимального плану розміщення виробництва.

Означення 5.1. Потік – це вимірний показник руху матеріальних і нематеріальних цінностей від постачальника до споживача, виражений в умовних одиницях виміру: штуки, послуги, метри, кілограми, долари, обсяг інформації, тощо.

Ланцюги постачання мають відповідати за стабільність потоку матеріалів, інформації та фінансових елементів [174-175], необхідних у виробничому процесі [41]. Це вимагає аналізувати багатовимірні параметри,

що впливають на кінцевий результат. Ланцюг постачання є інтегрованою системою, яка синхронізує ряд взаємопов'язаних процесів, з метою [176]: створити попит на продукти або послуги; купувати сировину, матеріали та інші ресурси; перетворити придбану сировину і матеріали в готову продукцію; підвищити цінність продуктів, що виробляються; поширити вироблені продукти роздрібним торговцям або покупцям; сприяти обміну інформацією між різними ланками ланцюга.

Потоки всередині ланцюга постачання включають в себе всі логістичні операції, пов'язані з обслуговуванням клієнтів і дії, пов'язані з обслуговуванням контрактів: прийом і обробка замовлень, планування поставок, управління запасами, зберігання, ціноутворення, комунікації з постачальниками і споживачами, повернення товару, гарантійне обслуговування та інше. Визначення пропускної здатності потоку є вкрай важливим для будь-якої організації, що обумовлено необхідністю наявності інформації про доступність ресурсу, його характеристик та умов постачання. Наприклад, через наявність високого рівня пропускної здатності потоку матеріали певного типу часто можливо придбати великими партіями зі значною економією, а стандартизація операцій дозволяє знизити час обробки, але це може негативно вплинути на час обробки запасів, що вплине на обсяг складських запасів і пов'язані з цим витрати [22]. З іншого боку, зростання факторів невизначеності (виникнення форс-мажорних обставин) в ланцюгах з низьким запасом пропускної здатності з боку постачальника тягне до виникнення зривів в програмах виробництва по всьому ланцюгу. Прикладом є ситуація з дефіцитом чіпів на ринку автомобілебудування, яка виникла літом 2021 року [177].

Для моделювання процесу аналізу пропускної здатності потоку необхідно виконати декомпозицію ланцюгів постачання за видами ресурсів (конкретного товару або послуги). В межах цієї статті не передбачено детальний аналіз впливу зриву графіку постачання одного товару або послуги

на необхідність коригування програми виробництва та перегляд програми постачання інших товарів, необхідних для виробництва готової продукції або послуги. На кожному етапі ланцюга постачання необхідно фіксувати параметри змінних (як фактичні, так і прогнозні значення), щоб мати можливість використовувати їх значення для виявлення обмежень в математичних моделях існуючої системи постачання, та мати можливість виявити стохастичність процесів [178]. При проєктуванні мережі, де задіяні всі проміжні пункти [179], доцільно використовувати графові методи, які дають змогу наглядно продемонструвати зв'язок між парами певних заданих об'єктів та визначити оптимальний шлях ресурсів [180].

Для проєктування й аналізу мережі необхідно знайти баланс у методах, які заплановано використовувати. Алгоритми повинні надавати точну й повну інформацію, але не бути занадто вимогливими до ресурсів та рівня підготовки користувачів [181].

5.1.1. Постановка завдання

Припустимо, що структурні компоненти ланцюга постачання (ланки) – це множина вершин графа $G(X, E)$ [182]. З урахуванням основних функцій ланок (вершин), вершини розподілені на три умовні групи: виробники (джерела) $\{x_i \in X^p \mid X^p \subseteq X, i = \overline{0, p}\}$; «логістична мережа» $\{x_i \in X^l \mid X^l \subseteq X, i = \overline{p+1, n-1}\}$; кінцевий споживач (стік) $x_n \in X^c$, множина X^c може бути певним кластером потенційних споживачів (див. розділ 4). Відповідно граф $G(X, E)$ є об'єднанням множин $X^p \cup X^l \cup X^c$, пов'язаних множиною ребер $e_i \in E(G)$. Припущення щодо неорієнтованого графа зроблено з урахуванням можливості зворотного потоку товару від кінцевого споживача x_n до виробника $x_i \in X^p$, яке є доволі частим явищем на ринку

харчової промисловості. Також доцільно розглядати як неорієнтований граф «логістичну мережу» $x_i \in X^l$, що дає змогу перерозподіляти потік між вершинами в процесі постачання від виробника $x_i \in X^p$ до кінцевого споживача x_n . Під кінцевим споживачем мається на увазі організація, яка консолідує потоки товарів або послуг для власної потреби.

Продуктивність ланцюга постачання залежить від обмежень кожного з компонентів трьох груп. Будь-яка система постачання першочергово проєктується, виходячи з можливостей генерувати потік виробниками, які є першими ланками ланцюга постачання – джерела X^p , тобто наявності вільного обсягу товару на ринку. Обмеження щодо потреби кінцевого споживача x_n визначає особа, яка приймає рішення, враховуючи обмеження щодо наявності товару на ринку? можливостей «логістичної мережі» X^l та інфраструктурних обмежень і потреб кінцевого споживача x_n . Враховуючи вищезазначене, найбільшій увазі при управлінні ланцюгами постачання вимагає управління «логістичною мережею», яка безпосередньо впливає на можливість постачати необхідний товар або послуги до кінцевого споживача з узгодженими параметрами: якість, вартість, терміни, обсяг та інше. Отже, надалі увага буде сконцентрована на дослідженні процесу управління максимальним потоком «логістичної мережі».

Цільова функція управління сегментом ланцюга постачання, що визначили як «логістична мережа», полягає в балансуванні пропускну здатності ланок $x_i \in X^l$ у ланцюгу постачання:

$$f(x_i, v(x_i)) = \left| \sum_i f(x_{ij}) - \sum_j f(x_{ji}) \right| \rightarrow \max, \quad (5.1)$$

за обмеженнями:

$$\sum_i f(x_{ij}) = \sum_j f(x_{ji}), \quad (5.2)$$

$$f(x_{ij}) + f(x_{ji}) \leq v(x_i), \quad (5.3)$$

$$0 \leq f(x_i), i \in \overline{p+1, n-1}, \quad (5.4)$$

де $f(x_i, v(x_i))$ – надлишок пропускної здатності вершини x_i ; $f(x_{ij})$ – вихідний потік у вершині x_i , $f(x_{ij}) = \sum_i v_{e_{ij}}$; $f(x_{ji})$ – потік, що заходить у вершину $x_i \in X^l$; $v(x_i)$ – пропускна здатність вершини $x_i \in X^l$.

5.1.2. Аналіз резервів для оптимізації мережі

Розглянемо фрагмент графу $G(X, E)$, який було визначено як «логістична мережа», $\{x_i \in X^l \mid X^l \subseteq X, i = \overline{p+1, n-1}\}$. Як раніше було зазначено, підграф, що розглядається, є неорієнтованим графом $G(X^l, E^l)$ з максимальною пропускною здатністю вершини $v(x_i) = f(x_{ij}) \cup f(x_{ji})$.

Лема 5.1. Припустимо існування мінімального розрізу $c_1(S_1, T_1)$, який розділяє у вершині $x_i \in X^l$ усі вершини підграфу $G(X^l, E^l)$ на дві множини S_1 і T_1 так, що $\{x_i \in S_1 \mid S_1 \subseteq X^l, x_i \in S_1 \wedge x_i \notin T_1\}$. Також припустимо існування вершин x_l та x_k , і вони є такі, що $\{x_l, x_k \in T_1 \mid T_1 \subseteq X^l, x_l, x_k \in T_1 \wedge x_l, x_k \notin S_1\}$. Відповідно можна зробити припущення щодо існування розрізу $c_2(S_2, T_2)$, який розділяє вершини x_l і x_k на дві множини S_2 і T_2 та не перетинає розріз $c_1(S_1, T_1)$, відповідно отримаємо дві множини:

1. $\{x_l \in S_2 \mid S_2 \subseteq T_1, S_2 \setminus S_1, S_2 \setminus T_2, T_1 \in X^l\}$,
2. $\{x_k \in T_2 \mid T_2 \subseteq T_1, T_2 \setminus S_1, T_2 \setminus S_2, T_1 \in X^l\}$.

Доведення: Зробимо припущення щодо існування розрізу $c_3(S_3, T_3)$, який розділяє вершини x_l і x_k за умови $c_3 \cap c_1$. Унаслідок розбиття утворюються такі множини:

$$\begin{cases} S_1 \cap S_3 = M_1 \\ S_1 \cap T_3 = M_2 \\ S_3 \cap T_1 = M_3 \\ T_1 \cap T_3 = M_4 \end{cases}, \quad (5.5)$$

Аналізуючи множини $\{M_1\}$, $\{M_2\}$, $\{M_3\}$, $\{M_4\}$, можна зробити висновок, що вершина x_i може належати: $x_i \in M_1 \vee x_i \in M_2$.

Зробимо припущення, що $x_i \in M_1$, $x_l \in M_3$, $x_k \in M_4$. Вважаючи, що $c_1(S_1, T_1)$ є мінімальним розрізом $G(X^l, E^l)$, що відсікає $x_i \in S_1$ від вершин множини T_1 , то, порівнявши його з розрізом $c(M_1, M_2 \cup M_3 \cup M_4)$, отримаємо:

$$\begin{aligned} c(M_1, M_3) + c(M_2, M_3) + c(M_1, M_4) + c(M_2, M_4) &\leq \\ &\leq c(M_1, M_2) + c(M_1, M_3) + c(M_1, M_4) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Вважаючи, що $c(M_2, M_3) \neq \emptyset$, тобто $c(M_2, M_3) \geq 0$, то:

$$c(M_2, M_4) \leq c(M_1, M_2) \quad (5.7)$$

Відповідно отримаємо:

$$\begin{aligned} c(M_3, M_4) + c(M_1, M_4) + c(M_2, M_4) &\leq \\ &\leq c(M_1, M_2) + c(M_3, M_4) + c(M_2, M_3) + c(M_1, M_4) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Нерівність (5.8) демонструє:

1. *Ліва частина:* пропускна здатність розрізу $c(M_1 \cup M_2 \cup M_3, M_4)$, який розділяє вершини x_l і x_k , за умови відсутності перетину розрізу $c_1(S_1, T_1)$;
2. *Права частина:* пропускна здатність мінімального розрізу $c_3(S_3, T_3)$, який розділяє вершини x_l і x_k .

Відповідно до вищенаведеного, можна зробити висновок, що $c_2(S_2, T_2)$ є шуканим мінімальним розрізом $c(M_1 \cup M_2 \cup M_3, M_4)$.

Лема 5.2. Припустимо існування мінімального розрізу $c_1(S_1, T_1)$, який розділяє у вершині x_i усі вершини підграфа $G(X', E')$ на дві множини S_1 і T_1 так, що $\{x_i \in S_1 \mid S_1 \subseteq X', x_i \in S_1 \wedge x_i \notin T_1\}$. Вершина x_i є відокремленою від будь-якої іншої вершини підграфа $G(X', E')$. Також припустимо існування вершини x_l як такої, що $\{x_l \in T_1 \mid T_1 \subseteq X', x_l \in T_1 \wedge x_l \notin S_1\}$. Відповідно можна зробити припущення щодо існування розрізу $c_2(S_2, T_2)$, який розділяє вершини x_i і x_l на дві множини S_2 і T_2 та не перетинає розріз $c_1(S_1, T_1)$, відповідно $\{x_l \in S_2 \mid S_2 \subseteq T_1, S_2 \setminus S_1, S_2 \setminus T_2, T_1 \in X'\}$.

Доведення: Зробимо припущення щодо існування розрізу $c_3(S_3, T_3)$, який розділяє вершини x_i і x_l за умови $c_3 \cap c_1$. Внаслідок розбиття утворюються такі множини:

$$S_1 \cap S_3 = M_1, S_1 \cap T_3 = M_2, S_3 \cap T_1 = M_3, T_1 \cap T_3 = M_4, \quad (5.9)$$

де $x_i \in M_1, x_l \in M_4$.

Беручи до уваги вищенаведені аргументи при доведенні леми 5.1 та нерівність (5.8), можна зробити висновок, що для леми 5.2 нерівність (5.8) демонструє:

1. *Ліва частина:* пропускна здатність розрізу $c(M_1 \cup M_2 \cup M_3, M_4)$, який розділяє вершини x_i і x_l ;

2. *Права частина:* пропускна здатність мінімального розрізу $c_3(S_3, T_3)$, який розділяє вершини x_i і x_l .

Відповідно розріз $c(M_1 \cup M_2 \cup M_3, M_4)$ є розрізом $c_2(S_2, T_2)$.

Відповідно до результатів доведення леми, можна зробити такий висновок:

якщо розріз $c_1(S_1, T_1)$ є мінімальним розрізом, що розділяє вершину x_i і будь-який інший вузол або вершину підграфу $G(X^l, E^l)$, то в процесі пошуку балансу та максимального потоку можливо виконати агрегацію вершин множини $S_1 \subseteq X^l$ в один вузол, представлений вершиною $x_i \in S_1$.

5.1.3. Алгоритм пошуку максимального потоку в мережі постачання

Розглянемо алгоритм пошуку максимального потоку в мережі постачання, використовуючи цілочисельний метод визначення пропускної здатності ланок (вершин).

Алгоритм пошуку Форда-Фалкерсона [183]:

1. Надати змінним значення: $f(e) := 0$ для $\forall e \in E^l(G)$, відповідно $f(x_{ij}) := 0$ та $f(x_{ji}) := 0$.
2. Визначити f -збільшувальний шлях p по ланках ланцюга постачання ($\max(p) = n - 1$), визначеного підграфом $G(X^l, E^l)$: **if** відповідний шлях p відсутній **then stop**.
3. Розрахувати значення $\gamma = \min_{x_i \in X^c} f(x_i)$.
4. Оновити значення: $f(x_i) = \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + \gamma$, **go to n.2**.

Використання алгоритму Форда-Фалкерсона дає змогу суттєво спростити пошук шляху p у підграфі $G(X^l, E^l)$ з урахуванням максимальної пропускної здатності ланок ланцюга, але він має ряд недоліків. Окрім відсутності можливості оптимізувати використання ланок (наприклад, надавати інформацію щодо доцільності об'єднання в хаби), алгоритм Форда-Фалкерсона може не дозволити отримати рішення, тобто нескінченна ітерація циклів унаслідок обрання невдалого початкового маршруту.

Теорема 5.1. Якщо і тільки якщо не існує f -збільшувального шляху, то довільний потік $f(x_{ij})$, або $f(x_{ji})$, або, якщо припустимо одночасний потік в обидві сторони з однієї вершини, то $f(x_i) := f(x_{ij}) + f(x_{ji})$ є максимальним.

Доведення: З урахуванням алгоритму Форда-Фалкерсона припустимо існування f -збільшувального шляху. Знайдемо потік більшої пропускної здатності, такий, що буде більшим від наявного потоку $f(x_{ij})$, який буде свідчити про те, що наявний $f(x_{ij})$ потік не є максимальним.

Якщо не існує f -збільшувального шляху, то можна зробити висновок, що вершина x_{ji} недосяжна із вершини x_{ij} у підграфі $G(X^l, E^l)$. Припустимо що $T_1 \subseteq X^l$ – множина вершин, що можна досягнути з вершини x_i , такої, що $\{x_i \in S_1 \mid S_1 \subseteq X^l, x_i \in S_1 \wedge x_i \notin T_1\}$, у підграфі $G(X^l, E^l)$.

$$f(x_{ij}) = f_{e_{ij}}(x_i) \text{ для } e_{ij} \in \delta_G^+(T^l), \text{ та } f_{e_{ij}}(x_{ji}) = 0 \text{ для } e_{ij} \in \delta_G^-(T^l).$$

Відповідно,

$$f(x_i) = \sum_{e \in \delta_G^+(T^c)} f_e(x_{ij}). \quad (5.10)$$

Рівняння (5.10) свідчить про максимальність потоку $f_e(x_i)$. Якщо усі пропускні здатності в мережі є цілочисельними, то існує цілочисельний максимальний потік [184].

Розглянемо алгоритм пошуку максимального потоку, який використовує потоково-еквівалентну побудову дерева з множин вершин, що розглядаються.

Означення 5.2. Поліус N_i – це множина вузлів, що виконують функцію джерела і/або стоку графа, між якими виконується пошук максимального потоку.

Алгоритм пошуку максимального потоку передбачає ітераційне виконання послідовності кроків з метою побудови потоково-еквівалентної мережі графу $G(X, E)$ [185].

Алгоритм пошуку максимального потоку:

1. Агрегація вершин у вузол за методом мінімального розрізу $c_i(S_i, T_i)$ у підграфі $G(X^l, E^l)$.
2. Обрати два полюси N_i та N_j підграфа $G(X^l, E^l)$ та виділити мінімальний розріз.
3. Знайти дуги дерева, використавши значення мінімального розрізу $c_i(S_i, T_i)$, розраховане на етап 2. **if** ($n > p-1$): **go to n.2.**, **else: then stop.**

Теорема 5.2. Величина максимального потоку в об'єднаному єдиному шляху від вузла N_i до вузла N_j підграфу $G(X^l, E^l)$, що визначаються як полюси, дорівнює:

$$f_{ij} = \min \{v_{ia}, v_{ab}, \dots, v_{dj}\}. \quad (5.11)$$

Доведення: Припустимо, що існує дуга, яка об'єднує полюси N_i та N_j . Також припустимо існування мінімального розрізу $c_N(S_N, T_N)$ з величиною максимального потоку f_{ab} , що розділяє N_a , такий, що $\{N_a \in S_N \mid S_N \in X^l, S_N \setminus T_N\}$, та N_b , такий, що $\{N_b \in T_N \mid T_N \in X^l, T_N \setminus S_N\}$.

Величина максимального потоку f_{ab} дорівнює величині мінімального розрізу в підграфі $G(X^l, E^l)$. Зробимо припущення, що $\{N_a \in S_N^* \mid S_N^* \subset S_N\}$ та $\{N_b \in T_N^* \mid T_N^* \supset T_N\}$, відповідно можна розглянути два варіанти:

1. $N_i \in S_N^*$, $c(S_N^*, T_N^*) \geq f_{ij} = c(S_N, T_N)$. Розріз $c(S_N, T_N)$ не є мінімальним розрізом між вузлами N_i та N_j .
2. $N_i \in S_N \cap T_N^*$.

Припустимо, що існує мінімальний розріз $c(S, T)$, такий, що $(S, T) = (S_1 \cap S_2, T_1 \cap T_2)$, де $c(S_1, T_1)$ – мінімальний розріз, що не перетинає

$c(S_N, T_N)$, а $c(S_2, T_2)$ – мінімальний розріз, що не перетинає $c(S_N^*, T_N^*)$. Також припустимо, що $N_i \in S$, $N_a \in T$, відповідно $N_b, N_j \in T$. Оскільки $c(S, T)$ розділяє N_i та N_a , то $f_{ia} = c(S, T)$, відповідно:

$$f_{ij} \leq c(S, T), \quad f_{ij} = c(S_N, T_N). \quad (5.12)$$

Оскільки $c(S_N^*, T_N^*)$ розділяє N_i та N_a , то:

$$f_{ia} \leq c(S_N^*, T_N^*), \quad (5.13)$$

$$f_{ia} = c(S, T), \quad (5.14)$$

$$f_{ia} \geq c(S_N, T_N), \quad (5.15)$$

відповідно для двох варіантів:

$$c(S_N, T_N) \leq c(S_N^*, T_N^*), \quad (5.16)$$

а за умови мінімального розрізу N_a та N_b :

$$c(S_N, T_N) \geq c(S_N^*, T_N^*), \quad (5.17)$$

таким чином, з (5.16) та (5.17) випливає, що:

$$f_{ab} = c(S_N, T_N) = c(S_N^*, T_N^*). \quad (5.18)$$

Грунтуючись на (5.18), можна зробити висновок, що:

$$f_{ij} = \min\{f_{ia}, f_{ab}, \dots, f_{dj}\} = \min\{v_{ia}, v_{ab}, \dots, v_{dj}\}.$$

Теорема доведена.

5.1.4. Моделювання роботи алгоритму на прикладі

Розглянемо чисельний приклад оптимізації логістичної частини ланцюга постачання. Нехай $A(e_{ij})$ – матриця суміжності неорієнтованого підграфу $G(X^l, E^l)$, що демонструє структуру «логістичної мережі» ланцюга постачання.

$$A(e_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матриця $D(G)$ – матриця пропускну́ї здатності дуг неорієнтованого підграфу $G(X', E')$.

$$D(G) = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 7 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 5 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 4 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 3 & 0 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ітерація 1: Вершини N_1 і N_5 визначимо якості полюсів. Отримаємо мінімальний розріз: $S_1 = \{N_1, N_2, N_3, N_4\}$, $T_1 = \{N_5, N_6, N_7\}$.

$$\begin{aligned} c(N_1, N_2, N_3, N_4 | N_5, N_6, N_7) &= e(N_2, N_5) + e(N_3, N_7) + \\ &+ e(N_3, N_6) + e(N_4, N_5) + e(N_4, N_6) = 4 + 4 + 5 + 3 + 3 = 19 \end{aligned}$$

Матриця пропускну́ї здатності після першої ітерації:

$$D_1(G) = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 8 & 4 \\ 7 & 0 & 6 & 4 \\ 8 & 6 & 0 & 6 \\ 4 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ітерація 2: Вершини N_7 і N_5 визначимо якості полюсів. Отримаємо мінімальний розріз:

$$\begin{aligned} c(N_7 | N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6) &= c(N_7 | S_1, N_5, N_6) = \\ &= e(S_1, N_7) + e(N_5, N_7) + e(N_6, N_7) = 6 + 4 + 6 = 14 \end{aligned}$$

Ітерація 3: Вершини N_5 і N_6 визначимо якості полюсів. Отримаємо мінімальний розріз:

$$c(N_5 | N_1, N_2, N_3, N_4, N_6, N_7) = c(N_5 | S_1, N_6, N_7) = \\ = e(S_1, N_5) + e(N_5, N_6) + e(N_5, N_7) = 7 + 6 + 4 = 17$$

Ітерація 4: Вершини N_1 і N_2 визначимо якості полюсів. Отримаємо мінімальний розріз:

$$c(N_1 | N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7) = e(N_1, N_2) + e(N_1, N_3) + e(N_1, N_4) = 10 + 7 + 8 = 25$$

Ітерація 5: Вершини N_2 і N_3 визначимо якості полюсів. Отримаємо мінімальний розріз:

$$c(N_1, N_2 | N_3, N_4, N_5, N_6, N_7) = e(N_2, N_5) + e(N_2, N_3) + \\ + e(N_1, N_3) + e(N_1, N_4) = 4 + 5 + 7 + 8 = 24$$

Ітерація 6: Вершини N_4 і N_6 визначимо якості полюсів. Отримаємо мінімальний розріз:

$$c(N_4 | N_1, N_2, N_3, N_5, N_6, N_7) = e(N_1, N_4) + e(N_4, N_5) + e(N_4, N_6) = 8 + 3 + 3 = 14$$

Матриця максимальних потоків $f(G)$ буде мати такий вигляд:

$$f(G) = \begin{pmatrix} \infty & 25 & 25 & 25 & 19 & 19 & 19 \\ 25 & \infty & 24 & 24 & 19 & 19 & 19 \\ 25 & 24 & \infty & 14 & 19 & 19 & 19 \\ 25 & 24 & 14 & \infty & 19 & 19 & 19 \\ 19 & 19 & 19 & 19 & \infty & 17 & 14 \\ 19 & 19 & 19 & 19 & 17 & \infty & 14 \\ 19 & 19 & 19 & 19 & 14 & 14 & \infty \end{pmatrix}.$$

Величина максимального потоку: $f_{ij} = \min\{25, 24, 19, 17, 14, 14\} = 14$.

Отже, «логістична мережа» має можливість забезпечити доставку 14 одиниць товару. Складемо матрицю завантаження вузлів $l(G)$ та матрицю надлишків ресурсів $\bar{l}(G)$.

$$l(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0.6 & 0.125 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0.125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0.3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{l}(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0,1 & 0,4 & 0,875 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,875 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0,7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,7 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матриця надлишків ресурсів $\bar{l}(G)$ надає інформацію щодо можливого напрямку оптимізації: або скорочення ресурсів на цих ланках ланцюга постачання, або розширення потужності ланцюга постачання шляхом оптимізації постачання по цих ланках.

5.2. Фактори впливу на рівень максимального потоку в мережі

В розділі 5.1 було зазначено, що максимальний потік в мережі постачання впливає на можливість задовольнити потреби ключових зацікавлених сторін: споживачів, інвесторів, постачальників, тощо. Рівень максимального потоку може бути обмежуючим фактором в ланцюгу постачання, що визначає спроможність обслуговувати споживачів в одиницю часу.

Оскільки ланцюг постачання є складною системою з множиною взаємопов'язаних факторів впливу, що змінюються в часі, то одним із основних векторів аналізу є потік $f_{ij}(t)$, що вийшов із джерела $x_{ij} \equiv s$ та заходить у вершину $x_{jk} \equiv s'$ с деякою затримкою у часі Δt_i .

Пропускна здатність «логістичної мережі» в ланцюгу постачання з урахуванням фактору часу буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} f(x_i, t) = & \sum_{e_{ij} \in \delta_G^-(x_i)} \int_0^{\max\{0, t_i - \Delta t(e_i)\}} f_{e_{ij}}(t) dt - \\ & - \sum_{e_{ij} \in \delta_G^+(x_i)} \int_0^{t_i} f_{e_{ij}}(t) dt \geq 0, t \in [0, T] \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (5.19)$$

за обмеженнями:

$$\sum_i f_i(x_{ij}) = \sum_i f_i(x_{ji}), \quad (5.20)$$

$$\forall e_i \in E(G) \setminus \{s\}, \quad (5.21)$$

$$0 \leq f(x_i), i \in \overline{1, n-1}, \quad (5.22)$$

де $f_{e_{ij}}(t)$ – потужність потоку, що поступає в ребро $e_{ij} \in E(G)$ в момент часу t_i та покидає ребро e_{ij} в момент часу $t_i = t_{i-1} + \Delta t_i$.

Вирішення задачі (5.19)-(5.22) дозволяє визначити максимальний потік з урахуванням фактору часу, що надасть менеджерам інформацію щодо реальної спроможності системи обслуговувати потреби споживачів.

Теорема 5.3. Пошук максимального потоку в часі вирішується з такою ж оцінкою складності, що й задача про потік мінімальної вартості.

Доведення. Доведення наведено в [183].

Задачу пошуку потоку мінімальної вартості можна представити у наступному вигляді [169]:

$$f(x_i, c_{e_{ij}}) = \sum_{e_{ij} \in E(G)} c_{e_{ij}} \cdot x_i \rightarrow \min, \quad (5.23)$$

за обмеженнями:

$$\sum_i f_i(x_{ij}) - \sum_j f_i(x_{ji}) = \begin{cases} -f_i, j = s, \\ 0, j \neq s, s', \\ f_i, j = s', \end{cases} 0 \leq f_i(x) \leq v(x_i), \forall i, j, \quad (5.24)$$

$$\sum_i f_i(x_{ij}) + \sum_i f_i(x_{ji}) \leq v(x_i), \forall i, j. \quad (5.25)$$

Вирішення задачі (5.23)-(5.25) дозволяє визначити максимальний потік мінімальної вартості, що надасть менеджерам інформацію щодо очікуваної собівартості обслуговування певного об'єму товару або послуг.

Для розв'язання задач (5.19)-(5.22) та (5.23)-(5.25) можливо використання алгоритму на основі ефективних реалізацій r -алгоритмів Шора [186–190]. Оскільки в задачі (5.23)-(5.25) існує обмеження (5.25), то існує

імовірність, що вирішення задачі (5.23)-(5.25) не дозволить знайти оптимальний потік.

Теорема 5.4. Потік $f_{ij}(c_{ij})$ є оптимальним якщо і тільки якщо в мережі з модифікованими дуговими вартостями c_{ij} графу $G(X, E)$ не існує відмінних циклів.

Доведення. Доведення наведено в [191].

Враховуючи задачі (5.1)-(5.4), (5.19)-(5.22) та (5.23)-(5.25), можливо зробити висновок, що задача пошуку оптимального потоку в ланцюгу постачання є багатокритеріальною, яку можна записати у наступному вигляді:

$$\left\{ f(x_i, v(x_i)) \cdot \omega_1 - f(x_i, t) \cdot \omega_2 - f(x_i, c_{e_{ij}}) \cdot \omega_3 \right\} \rightarrow \max, \quad (5.26)$$

за обмеженнями:

$$\sum_i f_i(x_{ij}) = \sum_i f_i(x_{ji}), \quad (5.27)$$

$$\forall e_i \in E(G) \setminus \{s\}, \quad (5.28)$$

$$0 \leq f(x_i), i \in \overline{p+1, n-1}. \quad (5.29)$$

де $f(x_i, v(x_i))$ – визначається за допомогою рівняння (5.1); $f(x_i, t)$ – визначається за допомогою рівняння (5.19); $f(x_i, c_{e_{ij}})$ – визначається за допомогою рівняння (5.26); ω_δ – відповідні вагові коефіцієнти впливу на цільову функцію, що визначаються ОПР, $\sum_\delta \omega_\delta = 1, \delta = 1, 2, \dots$

За допомогою рішення багатокритеріальної задачі (5.26)-(5.29), менеджери мають можливість отримати інформацію про оптимальні параметри системи, що забезпечать функціонування ланцюга постачання. Ґрунтуючись на інформацію про параметри оптимального стану системи, менеджери формують вимоги щодо критеріїв пошуку постачальника, об'ємам партій замовлень, логістичним потокам тощо. Параметри, отримані на даному

етапі також являють собою обмеження для вибору альтернатив каналів постачання та оптимізації параметрів ланок в ланцюгу постачання.

Приклад 5.1. Використовуючи інформацію про пропускну здатність вершин графу $D(G)$, планові витрати часу на шлях до кожної вершини $T(G)$, та вартість здійснення транспортування $C(G)$, визначити оптимальний потік (маршрут) в ланцюгу постачання. Вагові коефіцієнти компонентів цільової функції: $\omega_1 = 0,5$ $\omega_2 = 0,2$ $\omega_3 = 0,3$ Приклад наведено в [192].

$$D(G) = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 0 & 9 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 9 & 2 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T(G) = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C(G) = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 & 3 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 9 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Оскільки значення $D(G)$, $T(G)$ та $C(G)$ мають різні одиниці виміру, то доцільно виконати нормалізацію за допомогою наступної формули:

$$a_{ij} = \frac{a_{ij} - \min\{a_i\}}{\max\{a_i\} - \min\{a_i\}}, \quad i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m},$$

де a_{ij} – значення певної комірки матриць $D(G)$, $T(G)$ та $C(G)$.

Для нормалізованих матриць $D(G)$, $T(G)$ та $C(G)$, використовуючи (5.26)-(5.29) отримаємо оптимальне значення маршруту з урахуванням вимог, що відображені в вагових коефіцієнтах ω_s , та матрицях $D(G)$, $T(G)$, $C(G)$:

$$G_{opt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Відповідно, оптимальний потік може генерувати шлях $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 7$.

Проаналізуємо вплив складових факторів цільової функції один на одного за допомогою коефіцієнту кореляції. Результати продемонстровані на рисунку 5.1.

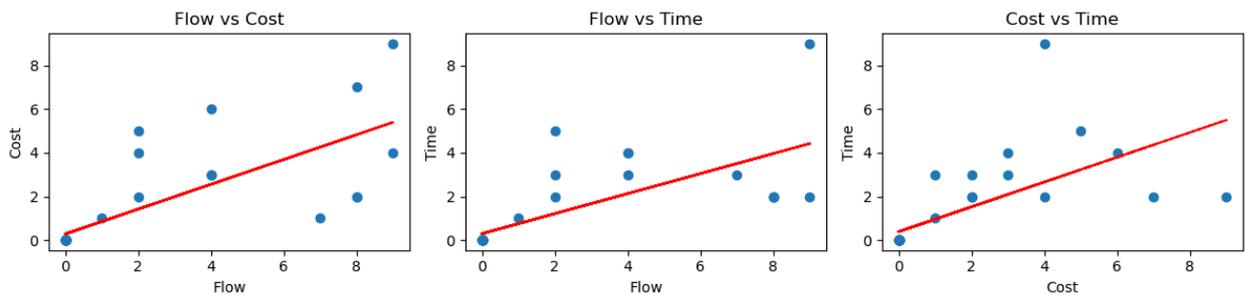


Рис. 5.1. Графік кореляції між матрицями $D(G)$, $T(G)$ та $C(G)$

Як можна побачити на рисунку 5.1, існує певна кореляційна залежність між значеннями матриць $D(G)$, $T(G)$ та $C(G)$, але розмах значень дуже великий ($\geq 3 \cdot \sigma$). Для прикладу 5.1, це може свідчити про слабкий зв'язок між параметрами цільової функції (потужність, вартість, час), що ускладнює планування ланцюгів постачання.

5.3. Висновки до п'ятого розділу

Запропоновано адаптований ітераційний метод пошуку оптимальної структури ланцюгів постачання з урахуванням потужності ланок ланцюгів постачання та пропускної здатності шляхів між ними. Запропоновано ітераційний метод агрегації для аналізу та оптимізації максимального потоку,

що дозволяє ефективно визначати напрямки концентрації зусиль для оптимізації ресурсів організації. Багатокритеріальний метод визначення оптимального потоку може бути ключовим інструментом для менеджерів управління ланцюгами постачання, дозволяючи їм ефективно враховувати динамічні зміни та підтримувати оптимальний рівень функціонування системи у часі. Метод дозволяє планувати потоки всередині ланцюга постачання, які ґрунтуються і, зі свого боку, впливають на процеси планування операцій, пов'язаних зі обслуговуванням споживачів та виконанням контрактних обов'язків, дозволяють отримувати інформацію щодо можливих ризиків в ланцюгах постачання та планувати дії по управлінню ними.

Одним з результатів роботи запропонованого методу є інформація про рівень використання наявних ресурсів. Ця інформація може бути використана особами, що приймають рішення про парозподіл зайвих ресурсів та оптимізацію процесів для підвищення діяльності організації.

РОЗДІЛ 6. УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ В ЛАНЦЮГАХ ПОСТАЧАННЯ

Будь-яка організація, що здійснює господарську діяльність, стикається з необхідністю управління запасами. Формування якісної стратегії управління запасами є стратегічним завданням організацій [193]. Тимчасова відсутність можливості задовольнити попит може бути причиною втрати клієнтів [194]. Інтегровані ланцюги постачання передбачають планування та координацію потоків матеріалів й інформації між усіма ланками [195], а формування складських запасів дозволяє керувати ризиками виникнення дефіциту в наслідок коливань обсягів пропозиції та попиту. В [196] описано застосування оптимальних стратегій управління запасами з нелінійною функцією витрат, що є актуальним при плануванні процесів зі значними коливаннями показників. Однак, останнім часом досить багато проблем в ланцюгах постачання виникає в наслідок необхідності балансування між вимогами постачальника та можливостям покупця в баченні оптимального розміру партії товару та впливу факторів невизначеності [33]. Управлінські рішення щодо запасів повинні прийматися на рівні окремих продуктів, що ускладнює проблему загального використання наявних ресурсів та визначення пріоритетів [197]. Глобалізація та уніфікація товарів підвищує вимоги до забезпечення стабільності циклів постачання [198] по ланкам та вимоги до економічної ефективності операцій на усіх ланках процесу постачання.

Постановка цілі та задачі дослідження: Ціль дослідження є розробка моделі управління запасами з метою максимізації прибутку в процесі постачання товарів за допомогою оптимізації витрат на обслуговування запасів. Використання моделі дозволить мінімізувати витрати на зберігання товарів, підвищити рівень обслуговування клієнтів і тим самим знизити об'єм недоотриманого прибутку, зменшити вимоги до розміру складу та інше.

Для досягнення цілі вирішуються наступні задачі:

- визначення оптимального розміру партії замовлення;
- визначення оптимального плану постачання;
- формулювання оптимальної стратегії управління запасами;
- порівняльний аналіз результативності роботи запропонованої моделі.

Вирішення зазначених задач дозволить менеджерам, що управляють інтегрованими ланцюгами постачання, мати необхідну інформацію для розробки оптимальної стратегії управління запасами.

6.1. Визначення оптимального розміру партії замовлення

Для комерційних організацій критерієм ефективності стратегії функціонування є забезпечення прибутку від своєї діяльності [199-202] на який, безпосередньо, впливає розмір операційних витрат. Одна з основних статей витрат пов'язана з обслуговуванням системи управління запасами: закупівлі, технологічні коефіцієнти переробки, обслуговування залишків та інше [203]. На рівень витрат значний вплив має обертання складських запасів, яке залежить від якості прогнозування попиту, розміру партій замовлень та циклічності поставок.

При розрахунку оптимального розміру партії замовлення необхідно враховувати, що замовлений товар повинен бути на складі на момент початку циклу, але бажано не раніше, так як це негативно впливає на значення цільової функції в наслідок збільшення витрат на зберігання товару.

Розглянемо керовану систему управління запасами з дискретним часом циклу постачання та одним продуктом у портфелі постачання. Зробимо припущення, що функція попиту в циклі має рівномірний розподіл, а постачання партії товару здійснюється миттєво в момент початку циклу. Цільова функція, що визначає якість функціонування системи управління запасами [204-205], можливо записати у вигляді:

$$\left\{ \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m F_{ij}^{pr} - \sum_{j=m+1}^M F_{ij}^{ov} \right) \right\} \rightarrow \max, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, M}, \quad (6.1)$$

де F_{ij}^{pr} – дохід від реалізації товару в циклі t_i ; F_{ij}^{ov} – витрати в циклі t_i .

Робота системи постачання повинна забезпечити максимальний рівень різниці між дохідною частиною F_{ij}^{pr} та витратами F_{ij}^{ov} , за умови, що $F_{ij}^{pr} \geq F_{ij}^{ov}$.

Проаналізуємо кожний компонент цільової функції.

Дохідна частина може складатися з багатьох факторів, але в межах дослідження розглянемо чотири, найбільш впливові, компоненти: дохід від реалізації замовлень, що виникли у циклі t_i і товар для їх виконання в повному обсязі міститься на складі; замовлень, що виникли в циклі t_i і товар для їх реалізації є дефіцитними, але які були узгоджені з клієнтами, що їх відвантаження відбудеться в циклі t_{i+1} а оплата здійсниться в циклі t_i ; замовлень, що виникли в циклі t_i , товар для їх реалізації є дефіцитними, але які були узгоджені з клієнтами, що їх відвантаження і оплата відбудуться в циклі t_{i+1} ; залишки минулих циклів, що реалізують в циклі t_i , тобто товар вже сплачено. Для визначення інтервалу обмежень $D \in [a, b]$ можливо використати декілька варіантів:

1. Проаналізувати накопичені данні та присвоїти значення для $a_i = \min_{\forall i} \{x_i^s\}, i = \overline{1, n}$, для $b_i = \max_{\forall i} \{x_i^s\}, i = \overline{1, n}$, де x_i^s – фактичний об'єм реалізації товару в циклі t_i .
2. Використати регресійну модель. Наприклад, визначити прогнозне значення продаж товару x_i^p за допомогою лінійної регресії: $x_i^p = b_0 + b_1 \cdot x_i^s, i = \overline{1, n}$, де b_0 – вільний член рівняння регресії; b_1 –

коефіцієнт рівняння; x_i^s – незалежна змінна, та присвоїти значення для

$$a_i = x_i^p - t_\gamma \frac{\sigma_{x_i^s}}{\sqrt{n_i}}, i = \overline{1, n}, \text{ для } b_i = x_i^p + t_\gamma \frac{\sigma_{x_i^s}}{\sqrt{n_i}}, i = \overline{1, n}.$$

Модель «дохідної» частини цільової функції, з урахуванням обмежень щодо факторів впливу на систему, буде мати вигляд [157, 206]:

$$\begin{aligned} F_{ij}^{pr} = & \int_{a_i}^{x_i^{ord}} p_i^s \cdot D_i \cdot f(D) dD + \int_{x_i^{ord}}^{\infty} p_i^s \cdot (1 + (1 - r)) \cdot x_i^{ord} \cdot f(D) dD + \\ & + \int_0^{\infty} r \cdot p_i^c \cdot (x_i^{ord} - D) \cdot f(D) dD + \int_{x_i^{ord}}^{\infty} r \cdot p_i^s \cdot (D - x_i^{ord}) \cdot f(D) dD, \end{aligned} \quad (6.2)$$

де x_i^{ord} – оптимальний об'єм замовлення товару на цикл t_i ; p_i^s – ціна реалізації товару в циклі t_i ; p_i^c – ціна закупівлі товару в циклі t_i ; x_i^0 – залишок товару на початок циклу t_i ; r – коефіцієнт дисконтування.

На «витратну» частину рівняння (6.1) також впливає багато факторів, але розглянемо декілька з них: витрати на закупівлю товару в обсязі x_i^{ord} ; вартість зберігання товару; втрати в наслідок відмови клієнтів очікувати поставки товару (штраф); вартість грошей, витрачених на закупівлю товару. Відповідно, витратна частина буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} F_{ij}^{ov} = & p_i^c \cdot (x_i^{ord} - x_i^0) + \int_{a_i}^{x_i^{ord}} p_i^{stock} \cdot (x_i^{ord} - D_i) \cdot f(D) dD + \\ & + \int_{x_i^{ord}}^{\infty} p_i^s \cdot (D_i - x_i^{ord}) \cdot f(D) dD, \end{aligned} \quad (6.3)$$

де p_i^{stock} – вартість зберігання одиниці товару в циклі t_i .

Враховуючи (6.1)-(6.3), узагальнена модель буде матиме вигляд:

$$F = \left\{ \begin{aligned} & \int_{a_i}^{x_i^{ord}} p_i^s \cdot D_i \cdot f(D) dD + \int_{x_i^{ord}}^{\infty} p_i^s \cdot (2 - r) \cdot x_i^{ord} \cdot f(D) dD + \\ & + \int_0^{\infty} r \cdot p_i^c \cdot (x_i^{ord} - D) \cdot f(D) dD + \\ & + \int_{x_i^{ord}}^{\infty} r \cdot p_i^s \cdot (D - x_i^{ord}) \cdot f(D) dD - p_i^c \cdot (x_i^{ord} - x_i^0) - \\ & - \int_{a_i}^{x_i^{ord}} p_i^{stock} \cdot (x_i^{ord} - D_i) \cdot f(D) dD - \int_{x_i^{ord}}^{\infty} p_i^s \cdot (D_i - x_i^{ord}) \cdot f(D) dD \end{aligned} \right\} \rightarrow max. \quad (6.4)$$

Оскільки функція доходу є увігнутою, то оптимальне значення можливо визначити як:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dx_i^{ord}} &= p_i^s \cdot (2-r) \int_{x_i^{ord}}^{\infty} f(D) dD + r \cdot p_i^c \cdot \int_0^{\infty} f(D) dD - \\ &- r \cdot p_i^s \cdot \int_{x_i^{ord}}^{\infty} f(D) dD - p_i^c - p_i^{stock} \cdot \int_{a_i}^{x_i^{ord}} f(D) dD + p_i^s \cdot \int_{x_i^{ord}}^{\infty} f(D) dD = 0. \end{aligned}$$

Виконаємо ймовірнісне перетворення (6.4):

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dx_i^{ord}} &= p_i^s \cdot (2-r) \left(1 - \int_a^{x_i^{ord}} f(D) dD \right) + \\ &+ r \cdot p_i^c \cdot \int_0^{\infty} f(D) dD - r \cdot p_i^s \cdot \left(1 - \int_a^{x_i^{ord}} f(D) dD \right) - \\ &- p_i^c - p_i^{stock} \cdot \int_{a_i}^{x_i^{ord}} f(D) dD + p_i^s \cdot \left(1 - \int_a^{x_i^{ord}} f(D) dD \right). \end{aligned}$$

отримаємо:

$$\begin{aligned} p_i^s \cdot (2-r) - r \cdot p_i^s - p_i^c + p_i^s + r \cdot p_i^c \int_0^{\infty} f(D) dD &= \\ = (p_i^s \cdot (2-r) - r \cdot p_i^s + p_i^{stock} + p_i^s) \int_{a_i}^{x_i^{ord}} f(D) dD. \end{aligned}$$

Оптимальний об'єм замовлення товару в циклі t_i можливо отримати з рівняння:

$$\int_{a_i}^{x_i^{ord}} f(D) dD = \frac{p_i^s \cdot (3-2r) - p_i^c \cdot (1-r)}{p_i^s \cdot (3-2r) + p_i^{stock}}, \quad (6.5)$$

Проінтегрувавши (6.5), отримаємо,

$$\frac{x_i^{ord} - a_i}{b_i - a_i} = \frac{p_i^s \cdot (3-2r) - p_i^c \cdot (1-r)}{p_i^s \cdot (3-2r) + p_i^{stock}},$$

відповідно,

$$x_i^{ord} = a_i + \frac{(b_i - a_i) \cdot (p_i^s \cdot (3-2r) - p_i^c \cdot (1-r))}{p_i^s \cdot (3-2r) + p_i^{stock}}. \quad (6.6)$$

На рисунку 6.1 зображена динаміка впливу змін вартості грошей і вартості зберігання на розмір оптимальної партії замовлення x_i^{ord} .

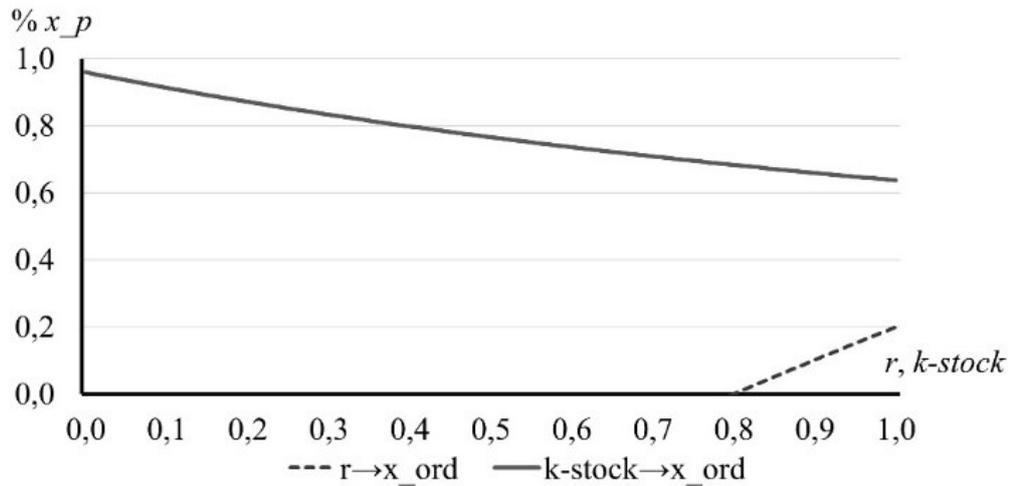


Рис. 6.1. Вплив вартості грошей і вартості зберігання на об'єм замовлення

Як можливо побачити на рисунку 6.1, існує суттєвий, майже лінійний, вплив вартості грошей на економічно-обґрунтований розмір партії замовлення. Здійснювати закупку товару доцільно при умові, що $p_i^c / p_i^s \leq r$. Вартість зберігання товару на складі має менш суттєвий вплив на економічно-обґрунтований розмір партії замовлення $\lim_{k-stock \rightarrow \infty} x^{ord} = 0$, де $k-stock = p_i^{stock} / p_i^c$, але вже при $p_i^{stock} \approx p_i^c$ скорочується об'єм партії замовлення до $0.62 \cdot x^p$. Таким чином, коефіцієнт дисконтування r та співвідношення вартість зберігання p_i^{stock} і вартості товару p_i^c стають додатковими обмеженнями цільової функції.

6.2. Визначення оптимального плану постачання

Зробимо декілька припущень:

1. об'єм доступного на ринку товару в будь-який момент часу не є обмеженим;

2. Розмір партії товару, що постачається, визначено точно та дорівнює x_i^{ord} , а попит – випадкова невід'ємна величина з визначеним певним законом розподілу [207];

3. витрати на корегування плану продажів x_i^p являють собою опуклу функцію відхилень від x_i^p та x_i^s .

Сформулюємо математичну модель задачі управління запасами:

$$\left\{ \sum_{i \in I} p_i^c \cdot x_i^p + M \left[\sum_{i \in I} f_i(\xi_i - x_i^p) \right] \right\} \rightarrow \min, \quad (6.7)$$

за умов

$$\sum_{i \in I} k_{ij} \cdot x_i^p \leq h_{ij}, i \in I, j \in J, h \in H, \quad (6.8)$$

$$x_i^p \geq 0, i \in I, \quad (6.9)$$

де k_{ij} – вектор операційних коефіцієнтів; h_{ij} – вектор обмежень (наприклад, $p_i^c \cdot x_i^p \leq B_i$ – обмеження щодо бюджету на закупівлі товару B_i , або $v^x \cdot x_i^p \leq V$ – обмеження на кількість товару, що зберігається на складі через обмеження розміру складу V та розміру товару v^x , та інші); ξ_i – випадкова величина i -го циклу; $f_i(\cdot)$ – функція витрат, що пов'язані з впливом ξ_i .

Розглянемо функцію Лагранжа для (6.7)-(6.9), ввівши вектор множників Лагранжа $\lambda = \{\lambda_h\}$, та виконаємо заміну $M[f_i(\xi_i - x_i^p)] = \varphi_i(x_i^p)$. Отримаємо:

$$L(x, \lambda) = \sum_{i \in I} p_i^c \cdot x_i^p + \sum_{i \in I} \varphi_i(x_i^p) + \sum_{h \in H} \lambda_h \cdot \left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} k_{ij} \cdot x_i^p - h_{ij} \right), \quad (6.10)$$

Визначимо вектор $x = \{x_i^p\}$, та $\tilde{p}_i^c(\lambda) = \min \left\{ p_i^c + \sum_{h \in H} k_{ij} \cdot \lambda_h \right\}$, то

мінімальне значення можливо отримати при досягненні наступних умов:

$$\bar{x}_i(x) = \begin{cases} x_i^p, \text{ якщо } : \tilde{p}_i^c(\lambda) = p_i^c + \sum_{h \in H} k_{ij} \cdot \lambda_h \\ 0, \text{ інші} \end{cases}, \quad (6.11)$$

Якщо значення дорівнює x_i^p , то індекс стану призначимо як $i^*(i, \lambda)$.

Визначимо через $\psi(x, \lambda)$ (6.10), враховуючи (6.11):

$$\begin{aligned}\psi(x, \lambda) &= \sum_{i \in I} \tilde{p}_i^c(\lambda) \cdot x_i^p - \sum_{h \in H} \lambda_h \cdot h_{ij} + \sum_{i \in I} \varphi_i(x_i^p) = \\ &= \sum_{i \in I} (\tilde{p}_i^c(\lambda) \cdot x_i^p + \varphi_i(x_i^p)) - \sum_{h \in H} \lambda_h \cdot h_{ij},\end{aligned}$$

Відповідно,

$$\psi(\lambda) = \min \{ \psi(x, \lambda) \} = \sum_{i \in I} \left(\min (\tilde{p}_i^c(\lambda) \cdot x_i^p + \varphi_i(x_i^p)) \right) - \sum_{h \in H} \lambda_h \cdot h_{ij}, \quad (6.12)$$

Таким чином, задача пошуку оптимального закупівельного плану зводиться до задачі оптимізації:

$$\{ \tilde{p}_i^c(\lambda) \cdot x_i^p + \varphi_i(x_i^p) \} \rightarrow \min, x_i^p \geq 0, i \in I. \quad (6.13)$$

Для розв'язання задачі оптимізації оптимальне значення множників Лагранжа можливо визначити за допомогою пошуку узагальненого градієнту:

$$g_\psi(\lambda) = \{ g_\psi^h(\lambda) \} = \sum_{i \in I} k_{i^*(i, \lambda)j} \cdot x_i^p(\lambda). \quad (6.14)$$

На рисунку 6.2 наведено модель функціонування процесу забезпечення організації запасами. Модель функціонування передбачає циклічне замовлення економічно-обґрунтованих партій товару x_i^{ord} в циклі планування t_i . Забезпечення запланованого об'єму продаж x_i^p може відбуватися за допомогою декількох ітерацій постачання в циклі t_i . Кількість поставок в циклі t_i залежить від вартості грошей та витрат на зберігання товару, розраховується за формулою: $n = (x_i^p - x_i^0) / x_i^{ord}$.

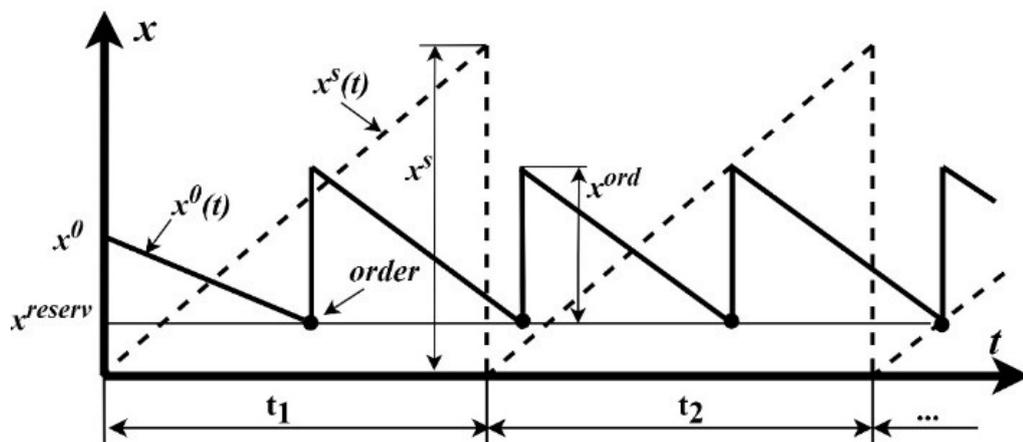


Рис.6.2. Стан системи управління запасами

Оптимальна закупівельна стратегія для кожного циклу t_i полягає у наступному алгоритмі:

1. визначення рівня страхового запасу x^{reserv} , що дозволяє компенсувати потребу в товарі на ймовірний час затримки в постачанні товару з урахуванням оптимального розміру партії замовлення x_i^{ord} ;
2. визначення рівня залишків x_i^0 на початок циклу t_i ;
3. якщо поточні залишки $x_i^0 \leq x^{reserv}$, то необхідно зробити замовлення на партію розміром x_i^{ord} , якщо залишки $x_i^0 > x^{reserv}$, то замовлення робити не потрібно.

Приклад 6.1. Умови взято в [157, с. 627], завдання 16.20. Обмеження задачі: для перевірки роботи алгоритму використаємо інформацію щодо попиту $0 \leq D \leq 5$, а щільність розподілу будемо використовувати для ситуації рівномірно розподіленого попиту. Задано наступні змінні: ціна продаж: 10 дол., ціна закупки – 8 дол., вартість зберігання – 1 дол., штраф за дефіцит – 10 дол., коефіцієнт дисконтування – 0,9.

Потрібно визначити оптимальну партію замовлення за умови миттєвого здійснення поставки, а незадовільнений попит накопичується, тобто буде реалізовано в наступних періодах. Зробимо розрахунки за допомогою (6.6):

$$x_i^{ord} = \frac{5 \cdot (10 \cdot (3 - 2 \cdot 0,9) - 8 \cdot (1 - 0,9))}{10 \cdot (3 - 2 \cdot 0,9) + 1} = 4,31.$$

Отже, оптимальна партія замовлення – 4,31 одиниця. Якщо використати задану в завданні 16.20 [15], щільність попиту $f(D) = 0,08 \cdot D$, то отримаємо наступний результат:

$$x_i^{ord} = \sqrt{\frac{\left(\frac{10 \cdot (3 - 2 \cdot 0,9) - 8 \cdot (1 - 0,9)}{10 \cdot (3 - 2 \cdot 0,9) + 1} \right)}{0,04}} = 4,64.$$

Отриманий результат відповідає наведеному в [157], але модель більш чутлива до кореляції між ціною закупки та реалізації, чутлива к вартості грошей та витратам на зберігання товару на складі.

Приклад 6.2. Для аналізу якості роботи запропонованої моделі використаємо приклад, що наведено на сайті Kaggle Inc. – платформи для змагань з аналітики та прогнозного моделювання. Завдання передбачає моделювання продажу швидкопсувних товарів великого еквадорського роздрібного продавця продуктів харчування *Comprasión Favorita*. Компанія заснована 1952 році та працює на ринках Еквадору, Коста-Ріки, Чилі, Панами, Парагваю та Перу [208]. В якості альтернативного методу прогнозування x_i^p використано лінійну регресію, як найбільш простий та поширений метод прогнозування. На рисунку 6.3 зображено моделювання за лінійною регресією даних з [208].

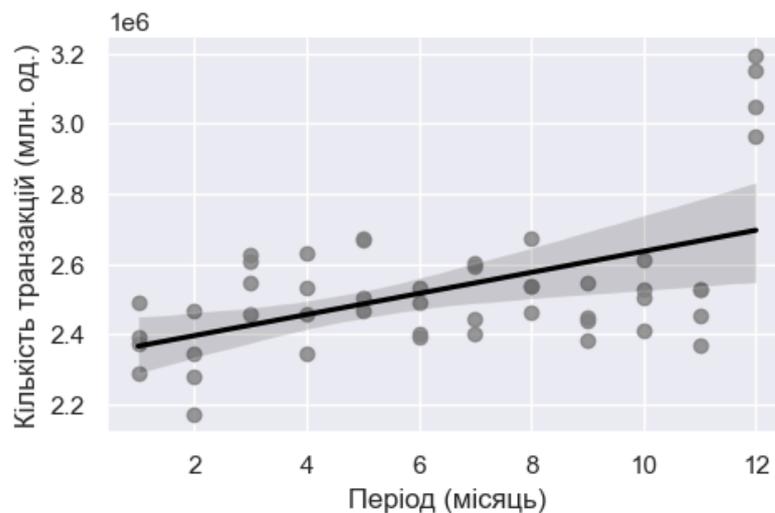


Рис. 6.3. Прогноз за лінійною регресією

Як можливо побачити на рисунку 6.3, модель регресії має низку прогнозну якість, це означає що рівняння регресії не дозволяє охопити значну частину можливих значень показників продаж.

Для моделювання використані наступні припущення:

- змінні: $p_i^c = 0,8$ у.о., $p_i^s = 1,0$ у.о., $p_i^{stock} = 0,001$ у.о., $r = 0,95$;

- моделювання відбувалося за умови накопичення дефіциту, тобто дефіцит, що виникає в поточному циклі, має бути відвантажено в наступному.

На рисунку 6.4 наведено порівняння рівня складських запасів та їх реалізація для двох варіантів роботи декількох циклів постачання.

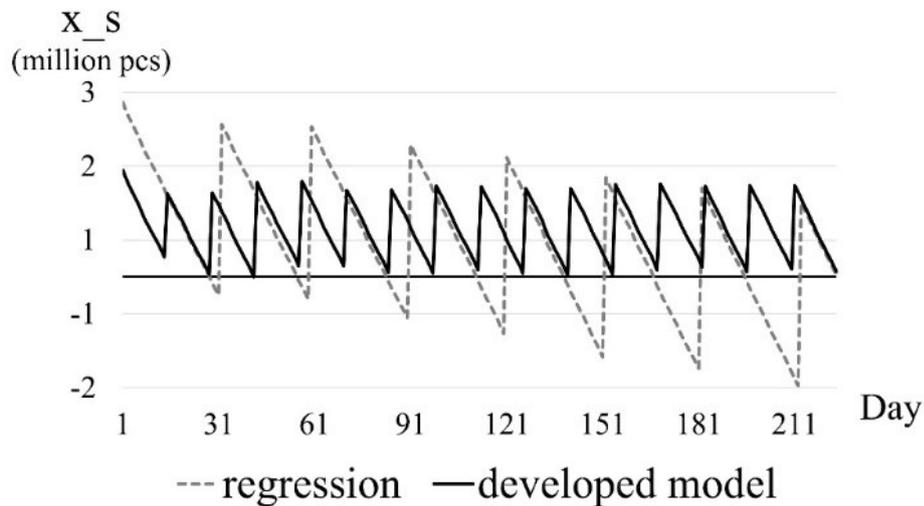


Рис.6.4. Порівняння динаміки запасів

Як можливо побачити з рисунка 6.4, розроблена модель дозволяє зменшити рівень складських залишків, та за допомогою збільшення циклів постачання, що обумовлено використанням оптимального розміру партії поставки, мати бездефіцитний характер. Необхідно зазначити, що використання в якості альтернативного методу порівняння лінійної регресії має певні обмеження, які можливо уникнути, наприклад, використавши запропоновані методи [209].

Аналізуючи результати моделювання за допомогою регресійної моделі і запропонованої моделі, можливо зробити висновок, що за рахунок запропонованого алгоритму планування та управління, результативність процесу управління запасами може покращитися за наступними статтями: зберігання товару – до 40 відсотків, що обумовлено, окрім вищенаведеного, зниженням витрат на зберігання товару (зниження вимог до площі складу не враховано); зниження витрат на обслуговування оборотного капіталу – до 20

відсотків, за рахунок зниження потреб в оборотному капіталі та зростанні коефіцієнту оборотності; зниження втрат внаслідок відсутності товару – в наслідок відсутності інформації про вимоги клієнтів щодо задовільних термінів очікувань, розрахувати зростання показника викликає труднощі, але необхідно зазначити, що скорочення циклу постачання сприяє скороченню термінів очікування покупцями дефіцитного товару.

6.3. Висновки до шостого розділу

Запропоновано адаптований алгоритм визначення розміру оптимальної партії замовлення та формування оптимального плану постачання в умовах стохастичності попиту, спрямований на забезпечення максимізації прибутку в операціях постачання товарів за рахунок оптимізації витрат на обслуговування запасів, підвищення коефіцієнту оборотності запасів, зменшенню витрат на обслуговування зворотного капіталу та інше

Розроблена модель дозволяє визначати оптимальну закупівельну стратегію для кожного циклу постачання. Модель враховує оптимальні значення рівня страхового запасу, рівня залишків та розміру партії замовлення. Ця модель демонструє вищу ефективність порівняно з традиційними методами, такими як моделі лінійної регресії.

Продемонстровано, що модель дозволяє зменшити рівень складських залишків, та за допомогою збільшення циклів постачання, що обумовлено використанням оптимального розміру партії поставки, мати бездефіцитний характер. Це сприяє підвищенню ключових показників ефективності закупівельної діяльності.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі проведено дослідження методів управління інтегрованими ланцюгами постачання, розроблено математичні методи оцінювання, прогнозування і керування складними системами постачання товарів або послуг в умовах невизначеності та недостатньої інформації.

Розроблені моделі мають суттєве значення для створення систем підтримки прийняття рішення щодо планування інтегрованих ланцюгів постачання від етапу проектування інвестиційного проєкту до етапів оптимізації діючих систем. Управління ланцюгами постачання є важливою та актуальною темою для України, особливо в умовах наявних системних загроз.

Основні наукові результати

1. Запропоновано математичну модель системи постачання товару або послуг в межах певного ланцюга постачання з урахуванням рівня запасів, що виникають в наслідок інертності реагування системи на вихід зі стану рівноваги. Модель дозволяє оцінювати вплив зміни стану рівноваги на ефективність роботи всього ланцюга постачання.
2. Модифіковано метод побудови морфологічного блоку управління системою керування. Розроблений метод передбачає оптимізацію системи керування за допомогою алгоритмів машинного навчання, де в якості функцій активації, використовувати комбіноване зважене значення коефіцієнтів рівноваги Ерроу-Дебре та Ляпунова.
3. Запропоновано алгоритм побудови нечіткої когнітивної карти, для математичного моделювання процесів постачання з метою оптимізації роботи ланцюгів постачання, з використанням концептів, знання про взаємозв'язки яких перетворюються у зважений граф, що імітує систему, яка досліджується.
4. Запропонований алгоритм побудови нечіткої дозволяє виявляти силу впливу стохастичних факторів на стан системи постачання та надає

інформацію для особи, яка приймає рішення, о найбільш пріоритетних напрямках для впровадження оптимізаційних змін.

5. Розроблено багатоетапний метод вирішення багатокритеріальної задачі про оптимальний вибір локації, який дозволяє враховувати критерії оптимальності для усіх груп зацікавлених сторін, що приймають участь в процесі постачання, та вирішувати задачу про вибір локації за поліноміальний час.

6. Модифіковано гру “Game of Lofe”, що надало можливість розробити алгоритм моделювання ризиків міграції споживачів та ступінь стійкості локацій до стану рівноваги.

7. Запропоновано адаптований ітераційний метод пошуку оптимальної структури ланцюгів постачання з урахуванням потужності ланок ланцюгів постачання та пропускної здатності шляхів між ними, що надає інформацію про напрямки концентрації зусиль для оптимізації ресурсів організації.

8. Запропоновано адаптований алгоритм визначення розміру оптимальної партії замовлення та формування оптимального плану постачання в умовах стохастичності попиту.

Практичне значення роботи полягає в тому, що отримані результати можуть бути ефективно використані для розв’язання задач оптимізації роботи ланцюгів постачання, де необхідна обробка великих об’ємів даних, зокрема для розв’язання задач оцінки інвестиційних планування операційної діяльності нових підприємств, відокремлених підрозділів та визначення ризиків повернення інвестицій, розробки методів планування логістичних потоків та визначенню параметрів ресурсів, що забезпечують функціонування організації, методів керування програмами управління взаємовідносинами зі споживачами та партнерами в ланцюгах постачання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Н. А. Бочарова. “Основні показники оцінки ефективності ланцюгів постачань”, *Економіка транспортного комплексу*, №34, с.128-142, 2019. doi:10.30977/ЕТК.2225-2304.2019.34.0.128.
2. Rushton. *The Handbook of Logistics and Distribution Management: Understanding the Supply Chain. 5th ed. London, UK: Kogan Page, 2014. 689 Pages.*
3. С. І. Гриценко. “Модельовання системи цінностей еколанцюга постачань як домінанта транспортно-логістичних кластерів”, *Вісник економічної науки України*, №1, с. 31-34, 2019.
4. Д. І. Симонов. “Механізм оптимізації процесу управління ланцюгами постачання”, in *The 6th International scientific and practical conference “Fundamental and applied research in the modern world”*, (January 20-22, 2021), Boston, USA: BoScience Publisher, pp. 783-785, 2021.
5. Н. А. Бочарова. “Удосконалення структури механізму формування ланцюга постачань”, *Економіка транспортного комплексу*, № 33, с. 45-59, 2019.
6. О. В. Маковеева. “Напрямки підвищення ефективності логістичної системи виробничих підприємств”, *Бізнесінформ*, №5, с. 436-442, 2020.
7. Certified Supply Chain Professional. Learning System. (2020). [Online]. Available: ASCM. Chicago, IL.
8. М. В. Макаренко, та І. М. Барський. “Перспективи розвитку глобальних ланцюгів поставок контейнерними суднами”, *Економічний вісник Донбасу. Маркетинг і логістика*, №1(59), с. 43-48, 2020. doi:10.12958/1817-3772-2020-1(59)-43-48
9. L. Kenneth. *Procurement and supply chain management*. New York, NY, USA: Pearson, 2016. 671 Pages.

10. О.О. Летичевський, С.О. Горбатюк, та В.О. Горбатюк. “Алгебраїчне моделювання в системах міжнародної та місцевої обслуговуючої логістики”, *Проблеми програмування*, №4, с. 88-97, 2020. doi: 10.15407/pp2020.04.088
11. R. Narasimhan, and J. Jayaram. “Causal Linkage in Supply Chain Management; An Exploratory Study of North American Manufacturing Firms”, *Decision Science*, vol. №29(3), pp. 579-605, 1998.
12. А.А. Морозов. “Реализация модели интеграции цепи поставок в агромашиностроении”, *Компьютерная математика*, №1, с. 20-27, 2016.
13. В. М. Колосок, М. М. Бірюков. “Аналіз підходів до формування економічних механізмів управління ланцюгами постачань”, *Вісник Приазовського державного технічного університету. Серія : Економічні науки*, №34, с. 313-319, 2017.
14. C. Thongrawd, B. Mee-ngoan, and K. Jermstittiparsert. “The Supply Chain Innovation, Supply Chain Transaction Cost, Supply Chain Risk and Supply Chain Responsiveness and the Supply Base and Its Complexity”, *International Journal of Supply Chain Management, London*, vol. 8, №4, 371 Pages, 2019.
15. В.М. Горбачук. “Дослідження операцій і ланцюгів постачання для досягнення корпоративної порівняльної переваги”, *Науковий вісник Херсонського державного університету*, випуск 7, №5, . с. 178-183, 2014.
16. Л.М. Бухаріна, Д.І. Титарчук. “Раціоналізація ланцюгів постачання в системі матеріально-технічного забезпечення на промисловому підприємстві”, *Вісник Приазовського державного технічного університету. Серія : Економічні науки*, випуск 31, №1, с. 103-110, 2016.
17. Noriza Mohd Jamala, Wee Sin Yia, Thoo Ai China and Norhalimah Idrisa. “Effects of Supply Chain Flexibility towards Supply Chain Collaboration and Supply Chain Agility”, *International Journal of Supply Chain Management*, vol. 8, №1, 562 Pages, 2019.

18. Л.М. Волинець. “Перспективні напрямки управління ланцюгами постачання вантажів у технології змішаних перевезень”, *Економіка транспортного комплексу*, №34, с. 99-114, 2019.
19. G. Pérez-Lechuga, F. Venegas-Martínez, M. A. Montufar-Benítez and J. Mora-Vargas. “On the Dynamics in Decoupling Buffers in Mass Manufacturing Lines: A Stochastic Approach”, *Mathematics*, vol. 10, №10, 1686 Pages, 2022.
20. Д. Кочубей. “Управління мережевою структурою ланцюгів постачання”, *Зовнішня торгівля: економіка, фінанси, право*, №3, с. 19-27, 2019.
21. S. Pryke. *Successful Construction Supply Chain Management: Concepts and Case Studies, 2nd Edition*. Hoboken, NJ, USA: Wiley-Blackwell, 2020. 384 Pages.
22. Adewole, J.J. Struthers. *Logistics and Global Value Chains in Africa. The Impact on Trade and Development*. Cham, Switzerland: Nature Switzerland AG, 2019. 335 Pages. doi: 10.1007/978-3-319-77652-1.
23. D. M. Lambert, M. C. Cooper, J. D. Pagh. “Supply Chain Management: Implementation Issues and Research Opportunities”, *The International Journal of Logistics Management*, vol. 9, №2, pp. 1-19, 1998.
24. О.М. Куницька, Д. Р. Приходько. “Проблеми управління цепочкой поставок при увеличении уровня участников”, *Науково-технічний збірник "Вісник Національного транспортного університету". Серія "Технічні науки"*, випуск 1, №37, с. 189-194, 2017.
25. О. М. Загурський. “Показники оцінки ефективності ланцюга постачань”, *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка та енергетика АПК*, випуск 298, №9, с. 99-104, 2018.
26. H. Kotzab, S. A. Seuring, and M. Muller. *Research Methodologies in Supply Chain Management*. Heidelberg, Germany: Physica-Verlag, 2005. 619 Pages.
27. Д.І. Симонов. “Вплив компетенцій менеджерів на якість функціонування ланцюгів постачання”, in *Education and science of today: intersectoral issues*

- and development of sciences: Collection of scientific papers «ΛΟΓΟΣ» with Proceedings of the I International Scientific and Practical Conference, Cambridge, 2021, pp. 130-131. doi: 10.36074/logos-19.03.2021.v2.40.*
28. М. В. Бойченко. “Управління ланцюгами поставок: шляхи вдосконалення”, *Економічний вісник Донбасу*, №3(61), с. 154-159, 2020. doi: 10.12958/1817-3772-2020-3(61)-154-159.
 29. D. J. Bowersox, D. J. Closs, T. P. Stank. “Ten Mega-Trends That Will Revolutionize Supply Chain Logistics”. *Journal of Business Logistics*, vol. 21, №2, pp. 1-16, 2000.
 30. F. C. Martins, A. T. Simon, R. S. Campos. “Supply Chain 4.0 challenges”. *Gestão & produção*, vol. 27, №3, pp.1-22, 2020. doi: 10.1590/0104-530X5427-20.
 31. H. Jung, B. Jeong, F. F. Chen. *Trends in Supply Chain Design and Management. Technologies and Methodologies*. London, UK: Springer London, 2007. 451 Pages. doi: 10.1007/978-1-84628-607-0.
 32. О. М. Криворучко. “Модель аналізу результативності логістичної діяльності”. *Економіка транспортного комплексу*, №36, с. 129-140, 2020.
 33. Д.І. Симонов. “Оптимізація динамічних процесів при адмініструванні ланцюгів постачання”. In *Mechanism for economic development in the context of global changes: international experience*, Рига, 2021, с. 65-70. doi: 10.30525/978-9934-26-081-0-15.
 34. R. Sarker, C. Newton. *Optimization modelling: a practical introduction*. Boca Raton, FL, USA: Taylor & Francis Group, 2007. 502 Pages.
 35. Д.І. Симонов. “Системи підтримки прийняття рішень при забезпеченні функціонування ланцюгів постачання”. *Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (МПЗІС-2021)*, Дніпро, 2021, с. 173-174.

36. J.W. Yen-Chun, S.K. Huang, M. Goh, and Y.-J. Hsieh. “Global logistics management curriculum: perspective from practitioners in Taiwan”. *Supply Chain Management: An International Journal*, №4, pp. 376-388, 2013.
37. R. McCrie. *4—training and development for high performance. Security Operations Management (Third Edition)*. Boston, MA, USA: Butterworth-Heinemann, 2016, pp. 113–143.
38. M. T. Frohlich, R. Westbrook. “Arcs of Integration: An International Study of Supply Chain Strategies”. *Journal of Operations Management*, vol. 19, №2, pp. 185-200, 2001.
39. S. Lazarenko, A. Makarenko. “Computational Complexities of Modeling of Dynamical Systems with Anticipation”. *Journal of Automation and Information Sciences*, vol. 51, issue 4, pp. 55-65, 2019. doi: 10.1615/JAutomatInfScien.v51.i4.50.
40. M. T. Frohlich, R. Westbrook. “Arcs of Integration: An International Study of Supply Chain Strategies”. *Journal of Operations Management*, vol. 19, №2, pp. 185-200, 2001.
41. J. L. García-Alcaraz, C. Sánchez-Ramírez, L. Avelar-Sosa, and G. Alor-Hernández. *Techniques, Tools and Methodologies Applied to Global Supply Chain Ecosystems*. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2020. 457 Pages. doi: 10.1007/978-3-030-26488-8.
42. Y. Dong, C.R. Carter, M. E. Dresner. “Just in Time Purchasing and Performance: An Exploratory Analysis of Buyer and Supplier Perspectives”. *Journal of Operations Management*, vol. 19, pp. 471-483, 2001.
43. T. Ardliana, N. Pujawan, and N. Siswanto. “The Impact of Limited Carbon Emission on Supply Chain and Emission Cost”, in *Proceedings of the 4th International Conference on Applied Science and Technology on Engineering Science (iCAST-ES 2021)*, Kalimantan Timur, 2021, pp. 304-308. doi: 10.5220/0010944500003260

44. І.В. Сергієнко, О.М. Хіміч. “Математичне моделювання: від МЕЛІМ до екзафлопсів”. *Вісник НАН України*, №8, с. 37-50, 2019. doi: 10.15407/visn2019.08.037.
45. О.М. Хіміч. “Математичне моделювання складних систем на основі суперкомп’ютерних технологій”. *Стенограма наукової доповіді на засіданні Президії НАН України*, Київ, 2018, с. 58-65. doi: 10.15407/visn2018.08.058.
46. S. Zhang , Y. Mei, Q. Bao , and L. Shao. *Coordination Strategy for a New Retail Supply Chain Based on Combination Contract*. London, UK: Hindawi, 2021. doi: 10.1155/2021/7697429.
47. Д.І. Симонов. “Системна динаміка як інструмент планування ланцюгів постачання”. In *Débats scientifiques et orientations prospectives du développement scientifique: collection de papiers scientifiques «ΛΟΓΟΣ» avec des matériaux de la I conférence scientifique et pratique internationale*, Paris, 2021, pp. 122-123. doi: 10.36074/logos-05.02.2021.v3.35.
48. Kuzmenko V. A New Family of Expectiles and its Properties. *Cybernetics and Computer Technologies*. 2020. 3. P. 43–58. <https://doi.org/10.34229/2707-451X.20.3.5>.
49. В. К. Задірака, О. М. Коломис. “Комп’ютерна технологія побудови математичних моделей неперервних виробничих процесів заданої якості”. *Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки*, №3, с. 65-75, 2010.
50. M. Treder. *The Chief Data Officer Management Handbook. Set Up and Run an Organization’s Data Supply Chain*. Berkeley, CA, USA: Apress, 2020. 435 Pages. doi: 10.1007/978-1-4842-6115-6.
51. J. Randers. *Elements of the system dynamics method*. New York, NY, US: Productivity Press, 1995. 320 Pages.

52. K. Jermsittiparsert, S. Srisawat. “The Role of Supply Chain Visibility in Enhancing Supply Chain Agility”. *International Journal of Innovation, Creativity and Change*, volume 5, №2, pp. 485-501, 2019.
53. V. Zaslavskyi, M. Pasichna. System Approach Towards the Creation of Secure and Resilient Information Technologies in the Energy Sector. *Information & Security: An International Journal*, vol. 43, №3, pp. 318-330, 2019. DOI: 10.11610/isij.4324.
54. O. Izmailova, K. Krasovska, V. Zaslavskyi. Assessing the Variety of Expected Losses upon the Materialisation of Threats to Banking Information Systems. *Information & Security: An International Journal*, vol. 45, pp. 89-118, 2020.
55. G. A. Zsidisin, M. Henke. *Revisiting Supply Chain Risk*. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2019. 468 Pages. doi: 10.1007/978-3-030-03813-7.
56. J. Heizer, C. Munson, and B. M. Render. *Operations Management: Sustainability and Supply Chain Management (12th Edition)*. Hoboken, NJ, USA: Pearson Education, 2016. 912 Pages.
57. D. Ivanov, and B. Sokolov. *Adaptive Supply Chain Management*. London, UK: Springer Verlag, 2010. doi: 10.1007/978-1-84882-952-7.
58. M. Nakano. *Supply Chain Management. Strategy and Organization*. Gateway East, Singapore: Springer Nature Singapore Pte Ltd, 2020. 239 Pages. doi: 10.1007/978-981-13-8479-0.
59. Є.В. Крикавський. “Промислові ланцюги поставок: між ефективністю та відповідальністю”. *Економічна теорія та історія економічної думки. Актуальні проблеми економіки*, №5, с. 30-41, 2016.
60. D. Waters. *Logistics: An Introduction to Supply Chain Management*. Great Britain, London: Palgrave Macmillan ltd, 2003. 507 Pages.
61. В.М. Горбачук. “До вимірювання складності продуктів і успішності економік”, на *Сучасні проблеми управління підприємствами: теорія та практика*, Київ, 2016, с. 315-317.

62. K.S. Bhutta, F. Huq, F. Maubourguet. *Efficient Consumer Response — Increasing Efficiency through Cooperation*. In: Seuring, S., Goldbach, M. (eds) *Cost Management in Supply Chains*. Heidelberg, Germany: Physica, 2002. doi: 10.1007/978-3-662-11377-6_12.
63. R.C. Vergin, K. Barr. “Building Competitiveness in Grocery Supply Through Continuous Replenishment Planning”. *Industrial Marketing Management*, vol/ 28, pp. 145-153, 1999. doi: 10.1016/S0019-8501(98)00010-8.
64. R. Lotfi, B. Kargar, M. Rajabzadeh, F. Hesabi, and E. Özceylan, “Hybrid Fuzzy and Data-Driven Robust Optimization for Resilience and Sustainable Health Care Supply Chain with Vendor-Managed Inventory Approach”, *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 24, №2, pp. 1216, 2022. doi: 10.1007/s40815-021-01209-4.
65. F.L. Aityassinea, et al., “The mediating effect of just in time on the relationship between green supply chain management practices and performance in the manufacturing companies”. *Uncertain Supply Chain Management*, №9, pp. 1081-1090, 2022. doi: 10.5267/j.uscm.2021.x.007.
66. J.R. Saragih, A.K. Tarigan, I.G. Pratama, J. Wardati, and E.F. Silalahi. “The impact of total Quality Management, Supply Chain Management practices and Operations Capability on firm performance”. *Polish Journal of Management Studies*, №21(2), pp. 384-397, 2020. doi: 10.17512/pjms.2020.21.2.27.
67. R. Alshawabkeh, H.K. Al-Awamleh, M.I. Alkhawaldeh, R.K. Kanaan, S.I. Al-Hawary, A.A. Mohammad, R.A. Alkhawaldah. “The mediating role of supply chain management on the relationship between big data and supply chain performance using SCOR model”. *Uncertain Supply Chain Management*, №10, pp. 729–736, 2022. doi: 10.5267/j.uscm.2022.5.002.
68. А.Ф. Верлань, С.А. Положаенко. “Применение эквивалентной модели для оценки состояния систем”. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. пр.*, №18, с. 18-25, 2018.

69. Н.Д. Панкратова. “Системная стратегия гарантированной безопасности функционирования сложных технических систем”. *Кибернетика и системный анализ*, №46(2), с. 81-91, 2010.
70. И. В. Сергиенко. “Модели и информационные технологии для поддержки принятия решений при проведении структурно-технологических преобразований”. *Кибернетика и системный анализ*, №45(2), с. 26-49, 2009.
71. В.М. Горбачук. “Базові властивості рівноважних моделей міжнародної торгівлі”. *Комп'ютерна математика*, №1, с. 25-34, 2015.
72. В.М. Горбачук, М.С. Дунаєвський, О.О. Морозов. “Характеристики рівноваг ланцюгів постачання”. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. пр.*, №19, с. 31-37, 2019. doi: 10.32626/2308-5916.2019-19.31-37.
73. D. Estampe. *Supply chain performance and evaluation models*. Hoboken, NJ? USA: Wiley-ISTE, 2014. 158 Pages.
74. C. D'apice, S. Göttlich, M. Herty, and B. Piccoli. *Modeling, Simulation, and Optimization of Supply Chains - A Continuous Approach*. Philadelphia, PA, USA: the Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010. 208 Pages.
75. С. М. Куш, Д. О. Прогонов, Смирнов В.П. *Теорія сигналів. Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи. Частина 1 Математичні моделі детермінованих сигналів. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів вищих навчальних закладів спеціальності 125 «Кібербезпека», освітня програма «Системи технічного захисту інформації»*. Київ, Україна: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 27 с..
76. Н.Д. Панкратова. *Системний аналіз: теорія та застосування: підручник*. Київ, Україна: Вид-во “Наукова думка” НАН України, 2019. 352 с.
77. В.С. Михалевич, В.Л. Волкович. *Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем*. Москва, РФ: Наука, 1982. 285 с.

78. A. Makarenko. "Multiple-Valued Artificial Neural Networks". In *International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, (14-19 July 2019), Budapest, Hungary: IEEE, pp. 1-6, 2019. doi. 10.1109/IJCNN.2019.8851726
79. В.М. Горбачук. “Олігополістичні рівноваги Курно–Неша–Вальраса”. *Комп’ютерна математика*, №2, с. 58-65, 2016.
80. В.М. Горбачук, Н. І. Гаркуша. “Втрата ефективності в рівновагах Неша”. *Математичне моделювання в економіці: Зб. наук. пр.*, №3, с. 79-89, 2013.
81. K. Arrow, G. Debreu “A Social Welfare Function for Economic Allocation”. *Journal of Political Economy*, №59(4), pp. 328-346, 1951.
82. І.М. Терещенко. *Загальна теорія ігор: навчальний посібник для здобувачів ступеня магістра за освітньою програмою «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та комп’ютерного зору»*. Київ, Україна: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 91 с.
83. J. Nash. “Non-cooperative games”. *Annals of Mathematics*, №54(2), pp. 286-295, 1951.
84. В.М. Горбачук, О.С. Макаренко. “Особливості прийняття рішень людиною для розв’язання складних міждисциплінарних проблем”. *Системні дослідження та інформаційні технології*, №3, с. 73-87, 2017.
85. Т.Т. Лебедєва, Н.В. Семенова, Т.І. Сергієнко. “Стійкість і регуляризація частково цілочислових задач векторної оптимізації за можливих збурень критеріїв”. *Доповіді Національної академії наук України*, №5, с. 16-22, 2022. doi: 10.15407/dopovidi2022.05.016.
86. А.А. Мартинюк. “До теорії стійкості розривних динамічних систем”. *Доповіді Національної академії наук України*, №1, с. 3-9, 2023. doi: 10.15407/dopovidi2023.01.003.
87. H. Damak, M.A. Hammami, A. Kicha. “A Converse Theorem on Practical h-Stability of Nonlinear Systems”. *Mediterr. J. Math.*, vol. 17, №88, 2020. doi: 10.1007/s00009-020-01518-2.

88. Kumar, R.K. Vats, and A. Kumar, (2020). “Approximate Controllability of Second-order Non-autonomous System with Finite Delay”. *J Dyn Control Syst*, №26, pp. 611–627, 2020. doi: 10.1007/s10883-019-09475-0.
89. Ж. Ла-Салль, С. Лефшец. *Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова*. Москва, РФ: Издательство “МИР”, 1964. 168 с.
90. D. Symonov, “System dynamics as a tool for planning Supply Chain”. In *Débats scientifiques et orientations prospectives du développement scientifique: collection de papiers scientifiques «ΛΟΓΟΣ» avec des matériaux de la I conférence scientifique et pratique internationale*, Vinnytsia-Paris, 2021, pp. 122-123. doi: 10.36074/logos-05.02.2021.v3.35.
91. R. Fadhiilah, B. Surodjo. “Sifat-Sifat Subgrup Fuzzy Intuitionistik atas Norm (t-Norm dan s-Norm)”. *Jurnal Matematika Integratif*, №18(2), pp. 141–155, 2022. doi: 10.24198/jmi.v18.n2.40461.141-155.
92. B. Navas de Maya, R. E. Kurt. “Marine accident learning with Fuzzy Cognitive Maps: a method to model and weight human-related contributing factors into maritime accidents”. *Ships and Offshore Structures*, №17(3), pp. 555-563, 2022. doi: 10.1080/17445302.2020.1843843.
93. E.I. Papageorgiou. *Fuzzy Cognitive Maps for Applied Sciences and Engineering. From Fundamentals to Extensions and Learning Algorithms*. Berlin, Germany: Springer, 2014. 395Pages. doi:10.1007/978-3-642-39739-4.
94. T. Nachazel. “Fuzzy cognitive maps for decision-making in dynamic environments”, in *Genetic Programming and Evolvable Machines*, pp. 101–135, 2021. doi: 10.1007/s10710-020-09393-2.
95. N. Abhishek, D. Reckien, M. Maarseveen. “Generalised fuzzy cognitive maps: Considering the time dynamics between a cause and an effect”. *Applied Soft Computing*, vol. 92, №106309, 2020. doi: 10.1016/j.asoc.2020.106309.
96. V.A. Zaslavskiy, O.A. Horbunov. *The type-variety principle in ensuring the reliability, safety and resilience of critical infrastructures*. Modern optimization methods for decision making under risk and uncertainty. A.A.

- Gaivoronski, P.S. Knopov, V.A. Zaslavskiy (eds.) Boca Raton, FL: CRC Press, 2023. P. 245–274. DOI: 10.1201/9781003260196.
97. Y.P. Kondratenko, D. Simon. “Structural and Parametric Optimization of Fuzzy Control and Decision Making Systems. Recent Developments and the New Direction in Soft-Computing Foundations and Applications”. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, №361, pp. 273–289, 2018. doi: 10.1007/978-3-319-75408-6_22.
 98. J. Chen, X. Gao, and J. Rong. “Enhance the Uncertainty Modeling Ability of Fuzzy Grey Cognitive Maps by General Grey Number”. *IEEE Access*, №8, pp. 163844-163856, 2020.
 99. K. Poczeta, E.I. Papageorgiou, and V.C. Gerogiannis. “Fuzzy Cognitive Maps Optimization for Decision Making and Prediction”. *Mathematics*, №8, p. 2059, 2020. doi:10.3390/math8112059.
 100. T. Li, G. Peng, Q. Zhu, and T. Başar. “The Confluence of Networks, Games, and Learning a Game-Theoretic Framework for Multiagent Decision Making Over Networks”. *IEEE Control Systems*, №42, pp. 35-67, 2022. doi: 10.1109/MCS.2022.3171478.
 101. J. Bajo, P. Mathieu, and M.J. “Cuaresma. Multi-agent technologies in economics”. *Intell. Syst. Account. Finance Manag.*, №24, pp. 59-61, 2017. doi: 10.1002/isaf.1415.
 102. V. Nikolova, P. Zlateva, “Complex Geoinformation Analysis of Multiple Natural Hazards Using Fuzzy Logic”. *Intelligent Systems for Crisis Management*, Gi4DM, pp. 107–131, 2018. doi: 10.1007/978-3-030-05330-7_5.
 103. E. Antoniou, E. Vergini, and P. Groumpos. “Applying a Revised Approach of Fuzzy Cognitive Maps on a Hybrid Electrical Energy System”. *International Journal of Business and Technology*, №6(3), p. 5, 2018. doi: 10.33107/ijbte.2018.6.3.05.
 104. Infante-Moro, J. C. Infante-Moro, and J. Gallardo-Pérez. “Los mapas cognitivos difusos y su aplicación en la investigación de las ciencias sociales:

- estudio de sus principales problemáticas”. *Education in the Knowledge Society (EKS)*, №22, p. e26380, 2021. doi: 10.14201/eks.26380.
105. Barnabas. *Mathematics of Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*. Berlin, Germany: Springer, 2012. 276 Pages. doi: 10.1007/978-3-642-35221-8.
106. E. Demir, A.A. Syntetos, T. Woensel. “Last mile logistics: Research trends and needs”. *IMA Journal of Management Mathematics*, №33(4), pp. 549–561, 2022. doi: 10.1093/imaman/dpac006.
107. P. Klein, B. Popp. “Last-Mile Delivery Methods in E-Commerce: Does Perceived Sustainability Matter for Consumer Acceptance and Usage?” *Sustainability*, №14(24), p. 16437, 2022. doi: 10.3390/su142416437.
108. X. Kou, Y. Zhang, D. Long, X. Liu, and L. Qie. “An Investigation of Multimodal Transport for Last Mile Delivery in Rural Areas”. *Sustainability*, №14, p. 1291, 2022. doi: 10.3390/su14031291.
109. M. Lagin, J. Håkansson, C. Nordström, R.G. Nyberg, and C. Öberg. “Last-mile logistics of perishable products: a review of effectiveness and efficiency measures used in empirical research”. *International Journal of Retail & Distribution Management*, №50(13), pp. 116-139, 2022. doi: 10.1108/IJRDM-02-2021-0080.
110. Risberg, H. Jafari. “Last mile practices in e-commerce: framework development and empirical analysis of Swedish firms”. *International Journal of Retail & Distribution Management*, №50(8/9), pp. 942-961, 2022. doi: 10.1108/IJRDM-10-2021-0513.
111. В. М. Глушков. *Макроэкономические модели и принципы построения ОГАС*. Москва: «Статистика», 1975. 160 с.
112. X. Cabezas, S. García. “A semi-Lagrangian relaxation heuristic algorithm for the simple plant location problem with order”. *Journal of the Operational Research Society*, pp. 2391-2402, 2022. doi: 10.1080/01605682.2022.2150573.

113. S.H. Amar, A. Abouabdellah, and Y.E. Ouazzani. “A distance reduction approach for simple plant location problem”, In *International Conference on Electrical and Information Technologies (ICEIT)*, Rabat, 2017, p. 17472617.
114. M. Pelegrín. “New variants of the simple plant location problem and applications”. *Eur. J. Oper. Res.*, №306, pp. 1094-1108, 2022. doi: 10.1016/j.ejor.2022.10.027.
115. Marín, M. Pelegrín-García. “Adding incompatibilities to the Simple Plant Location Problem: Formulation, facets and computational experience”. *Comput. Oper. Res.*, №104, pp. 174-190, 2019. doi: 10.1016/j.cor.2018.12.018.
116. L. Galli, A.N. Letchford, and S.J. Miller. “New valid inequalities and facets for the Simple Plant Location Problem”. *Eur. J. Oper. Res.*, №269, pp. 824-833, 2018. doi: 10.1016/j.ejor.2018.03.009.
117. L. Galli, A.N. Letchford. “A separation algorithm for the simple plant location problem”. *Oper. Res. Lett.*, №49, pp. 610-615, 2021. doi: 10.1016/j.orl.2021.06.011.
118. N. Deo. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*. Mineola, TX, USA: Dover Publications, 1975. 496 Pages.
119. M. Hunacek. “Fundamentals of graph theory by Allan Bickle”. *The Mathematical Gazette*, vol. 106, issue 566, pp. 379 – 380, 2022. doi: 10.1017/mag.2022.105.
120. Д.І. Симонов, В.М. Горбачук. “Метод пошуку рішень у динамічній моделі управління запасами за невизначеності”. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки*, №4, pp. 31-39, 2022. doi: 10.17721/1812-5409.2022/4.4.
121. Л.Ф. Гуляницький, О. Мулеса. *Прикладні методи комбінаторної оптимізації: навч. посіб.* Київ, Україна: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2016. 142 с.
122. P. M. Pardalos, D.-Z. Du, R. L. Graham. *Handbook of Combinatorial Optimization*. New York, NY, USA: Springer, 2013. 3409 Pages.

123. E. Boros, P. Hammer. “Pseudo-Boolean optimization. Discret”. *Appl. Math.*, №123, pp. 155–225, 2002. doi: 10.1016/S0166-218X(01)00341-90.
124. S. Benati, R. Rizzi, C. “Tovey. The complexity of power indexes with graph restricted coalitions”. *Math. Soc. Sci.*, №76, pp. 53-63, 2015. doi: 10.1016/j.mathsocsci.2015.04.001.
125. Т.Т. Лебедєва, Н.В. Семенова, Т.І. Сергієнко. “Ядро стійкості векторної задачі оптимізації за умов збурень критеріальних функцій”. *Доповіді Національної академії наук України*, №1, с. 17-23, 2021. doi: 10.15407/dopovidi2021.01.017.
126. Б.В. Норкин. “О сходимости локально Парето-оптимального поиска”. *Теория оптимальных решений: сб. науч. пр.*, с. 52-57, 2015.
127. В.В. Семенов. “Дворівнева оптимізація розподілу міжбюджетних трансфертів при заданих обмеженнях”. *Доповіді Національної академії наук України*, №10, с. 11-20, 2019. doi: 10.15407/dopovidi2019.10.011.
128. Н. В. Семенова, Л. Н. Колечкина, А. Н. “Нагорная. Векторные задачи оптимизации с линейными критериями на нечетко заданном комбинаторном множестве альтернатив”. *Кибернетика и системный анализ*, №47(2), с. 88-99, 2011.
129. Rohani, F. Chua. “Location Analytics for Optimal Business Retail Site Selection. Communication Systems and Applications”. *Lecture Notes in Computer Science*, p. 10960, 2018. doi: 10.1007/978-3-319-95162-1_27.
130. Andrian, S. Supardi. “The Choice Of Place And Product Availability To Retail Business Continuity”. *Jurnal Ilmiah Manajemen Forkamma*, №1.4(2), pp. 162-175, 2021. doi: 10.32493/frkm.v4i2.9883.
131. S. Dedić, S. Muratović, S. Filipović. “Identification of logistic elements of customer service using principal component analysis”. *Ekonomске ideje i praksa*, №45, 2022. doi: 10.54318/eip.2022.sd.322.
132. L.A. Bragin, S. Panasenko, A. Nikishin, T.V. Pankina, and S.B. Aleksina. “Supply Chain Management in Delivery of Goods to Increase Customer

- Loyalty in Electronic Commerce”. *International Journal of Supply Chain Management*, №9, pp. 740-745, 2020. doi: 10.59160/ijscm.v9i4.5203.
133. Jin, G. Li, J. Wang, S. M. Muhammad, Y. Yu, and Z. Lin. “Location choice and optimization of development of community-oriented new retail stores: A case study of Freshippo stores in Nanjing City”. *Progress in Geography*, №39(12), pp. 2013-2027, 2020. doi: 10.18306/dlkxjz.2020.12.005.
134. M. El Alaoui. *Fuzzy TOPSIS Logic, Approaches, and Case Studies. First edition*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2021. 216 Pages. doi: 10.1201/9781003168416.
135. Q. Xu, J. Li. “The Relationship between the Unicost Set Covering Problem and the Attribute Reduction Problem in Rough Set Theory”. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020. doi: 10.1155/2020/5359691.
136. V. Chvatal. “A Greedy Heuristic for the Set-Covering Problem”. *Mathematics of Operations Research*, №4(3), pp. 233-235, 1979.
137. R. Bar-Yehuda, S. Even. “A linear-time approximation algorithm for the weighted vertex cover problem”. *Journal of Algorithms*, №2(2), pp. 198-203, 1981. doi: 10.1016/0196-6774(81)90020-1.
138. V. Reyes, I. Araya. “A GRASP-based scheme for the set covering problem”. *Operational Research*, №21, pp. 2391–2408, 2021. doi: 10.1007/s12351-019-00514-z.
139. G. Bergantiños, M. Gómez-Rúa, N. Llorca, M. Pulido, and J. Sánchez-Soriano. “Allocating costs in set covering problems”. *European Journal of Operational Research*, vol. 284, issue 3, pp. 1074-1087, 2020. doi: 10.1016/j.ejor.2020.01.031.
140. L. Weerasena. “Algorithm for generalised multi-objective set covering problem with an application in ecological conservation”. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, vol. 10, issue 2, pp. 167 – 186, 2020. doi: 10.1504/IJMMNO.2020.106534.

141. О.О. Слабоспицька, П.І. Стецюк, О.М. Хом'як. “Пошук максимальних незалежних множин вершин графа для вдосконалення програмних проєктів”. *Проблеми програмування*, №3-4, с. 73-84, 2022. doi: 10/15407/pp2022.03-04.073.
142. П. І. Стецюк, В. О. Стовба, С. С. Трегубенко, та О. М. Хом'як. “Модифікації двоетапної транспортної задачі та їхні застосування”. *Кібернетика та системний аналіз*, т.58, №6, с.54–70, 2022.
143. Makarenko. *Sustainable development and principles of social systems modeling*. Chişinău, RM: Generis Publisher, 2020. 173 p.
144. *The standard for project management and A guide to the project management body of knowledge : (PMBOK® guide)*. Newtown Square, PA, USA: Project Management Institute, Inc., 2021.
145. M. Gardner. “Mathematical Games”. *Scientific American*, vol. 223, issue 4, pp. 120–123, 2022. doi: 10.1038/scientificamerican1070-120.
146. S.K. Jang, J.S. Kim, Y.S. Kim, and J.W. Kim. “The impact of occupancy on customer behavior in shopping malls”. *Journal of Retailing and Consumer Services*, №68, p. 102714, 2023.
147. A.J. Kim, H.J. Cho, and J.W. Kim. “The effect of store crowding on consumer behavior”. *Journal of Retailing and Consumer Services*, №49, pp. 141-149, 2019.
148. В.В. Завертаний, О.С. Макаренко. “Взаємодія та мінливість кооперативних стратегій у системах штучного життя з неоднорідним простором”. *Аналіз, моделювання та управління: зб. наук. пр. відд. прикл. нелін. аналізу ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ»*, №1, с. 27-41, 2013.
149. P.M. Kappeler. “Social Systems”. *Animal Behaviour*, pp. 315–349, 2021. doi: 10.1007/978-3-030-82879-0_13.
150. Л.Ф. Гуляницький, І. І. Рясна. (2016). “До формалізації задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах”. *Теорія оптимальних рішень: зб. наук. пр.*, с. 17-25, 2016.

151. И.В. Сергиенко, В.П. Шило. “Технология ядра для решения задач дискретной оптимизации”. *Кибернетика и системный анализ*, №53(6), с. 73-83, 2017.
152. І.В. Сергієнко, В.П. Шило, С.В. Чупов, П.В. Шило. “Про розв’язання квадратичної задачі про призначення”. *Кибернетика та системний аналіз*, №56(1), с. 64–69, 2020.
153. V. Traneva, S. Tranev, V. Atanassova. “An Intuitionistic Fuzzy Approach to the Hungarian Algorithm”. *Lecture Notes in Computer Science*, p. 11189, 2019. doi: 10.1007/978-3-030-10692-8_19.
154. X. Gong, H. Li, and X. Yang. “A Task Planning Simulation Method Based On Hungarian Algorithm”. *Journal of Physics: Conference Series*, p. 2219, 2022. doi: 10.1088/1742-6596/2219/1/012041.
155. Y. Xie, Y. Luo, and X. Huo. “Solving a Special Type of Optimal Transport Problem by a Modified Hungarian Algorithm”. *Trans. Mach. Learn. Res.*, 2023. doi: 10.48550/arXiv.2210.16645.
156. Н.З. Шор, І.В. Сергієнко, В.П. Шило, та П.І. Стецюк. *Задачі оптимального проектування надійних мереж*. Київ, Україна: Наукова думка, 2005. 230 с.
157. H.A. Taha. *Operations Research: An Introduction, Global Edition (10th Edition)*. Harlow, UK: Pearson Education Limited, 2017. 849 Pages.
158. A. Makarenko, J. “Brajon. Logical Gates on Gliders in Restricted Space Domain Cellular Automata”. In *International Conference on Cellular Automata for Research and Industry, ACRI 2020*, Lodz, Poland, December 2–4, 2020. Pages 222–225. https://doi.org/10.1007/978-3-030-69480-7_22.
159. F.W. Glover. Tabu Search. In: Gass, S.I., Fu, M.C. (eds) *Encyclopedia of Operations Research and Management Science*. Boston, MA, USA: Springer, pp. 1537–1544, 2013. doi: 10.1007/978-1-4419-1153-7_1034.
160. F.W. Glover, G. A. Kochenberger. *Handbook of Metaheuristics*. New York, NY, USA: Springer New York, 2006. 557 Pages. doi: 10.1007/b101874.

161. F.W. Glover, M. Laguna, R. Martí. *Principles and Strategies of Tabu Search*. New York, NY, USA: Chapman and Hall/CRC, 2018. 17 Pages.
162. R. Sharda, S. Voß, C. Rego, and B. Alidaee. *Metaheuristic Optimization via Memory and Evolution*. Heidelberg, DE: Springer-Verlag, 2005. 466 Pages. doi: 10.1007/b102147.
163. M. Affenzeller, S. Wagner, S. Winkler, and A. Beham. *Genetic Algorithms and Genetic Programming: Modern Concepts and Practical Applications*. New York, NY, USA: Chapman and Hall/CRC, 2009. 379 Pages. doi: 10.1201/9781420011326.
164. L. Davis. *Handbook Of Genetic Algorithms. First Edition*. Ontario, CA: Thomson Publishing Group, 1991. 385 Pages.
165. Z. Michalewicz. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Heidelberg, DE: Springer Berlin. 387 Pages. doi: 10.1007/978-3-662-03315-9.
166. S. Jin, R. Madariaga. “Background velocity inversion with a genetic algorithm”. *Geophysical Research Letters*, №20, pp. 93-96, 1993. doi: 10.1029/92GL02781.
167. Nigam, R. Pollice, and A. Aspuru-Guzik. “Parallel tempered genetic algorithm guided by deep neural networks for inverse molecular design”. *Digital Discovery*, №1, pp. 390-404, 2022. doi: 10.1039/d2dd00003b.
168. Google Colab. [Online]. Available: <https://colab.research.google.com>. Accessed on: May 20, 2023.
169. А.Ф. Годонога, Ш.А. Блануца, та Б.М. Чумаков. “Алгоритм налаштування вхідних та вихідних потоків у процесі виробництва”. *Теорія оптимальних рішень*, №18, с. 34-39, 2019.
170. A. Costinot, J. Vogel, S. Wang. “An Elementary Theory of Global Supply Chains”. *The Review of Economic Studies*, №80(1), с. 109-144, 2013.
171. Sukati, A. B. Hamid, R. Baharun, R. M. Yusoff, та M. A. Anuar. “The study of supply chain management strategy and practices on supply chain

- performance”. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, №40(1), с. 225-233, 2012.
172. J. Meredith, S. Shafer. *Operations and Supply Chain Management for MBAs. 6th ed.* Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2016. 372 Pages.
173. Д.І. Симонов. “Алгоритм визначення оптимального потоку в ланцюгах постачання з урахуванням багатокритеріальних умов та стохастичності процесів”. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Серія фізико-математичні науки*, №2, с. 109-116, 2021. doi: 10.17721/1812-5409.2021/2.15.
174. D. Shang, V. Kuzmenko, and S. “Uryasev Cash flow matching with risks controlled by buffered probability of exceedance and conditional value-at-risk”. *Annals of Operations Research*, vol. 260, issue 1-2, pp. 501–514, 2018. doi: 10.1007/s10479-016-2354-6.
175. N.F. Keçeci, V. Kuzmenko, and S. Uryasev. “Portfolios dominating indices: Optimization with second-order stochastic dominance constraints vs. minimum and mean variance portfolios”. *Journal of Risk and Financial Management*, vol. 9, issue 4, p. 11, 2016. doi: 10.3390/jrfm9040011.
176. H. Min. *Essentials of Supply Chain Management, The: New Business Concepts and Applications.* Hoboken, NJ, USA: Pearson FT Press, 2015. 488 Pages.
177. IDC. (2021) *The PC Shipment Wave Continues as Volumes Are Forecast to Grow 18.2% in 2021 with a 5-Year CAGR of 2.5%, According to IDC.* [Online] Available from: <https://www.idc.com>. [Accessed: 19th September 2021].
178. В.В. Бойко, В.Н. Кузьменко. Ускорение сходимости метода декомпозиции "Progressive Hedging”. *Теорія оптимальних рішень: Зб. наук. пр.*, №17, с. 79-84, 2018.
179. П.І. Стецюк, О.П. Бисага, С.С. Трегубенко. “Двоетапна транспортна задача з обмеженням на кількість проміжних пунктів”. *Комп’ютерна математика*, №2, с. 119-128, 2018.

180. Л.Ф. Гуляницький, А.І. Павленко. “Моделювання залежних від часу проблем пошуку оптимальних маршрутів: огляд”. *Математичне моделювання в економіці*, №1-2, с. 102-116, 2017.
181. L. Chen, R. Kyng, Y.P. Liu, R. Peng, M.P. Gutenberg, and S. Sachdeva. “Maximum Flow and Minimum-Cost Flow in Almost-Linear Time”. *IEEE 63rd Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS)*, pp. 612-623, 2022.
182. Г.А. Донец, Л.Н. Колечкина. “Подход к решению экстремальных задач с помощью графов”. *Теорія оптимальних рішень*, с. 142-148, 2016.
183. Korte, J. Vygen. *Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms*. Heidelberg, DE: Springer Berlin, 2007. 627 Pages. doi: 10.1007/978-3-540-71844-4.
184. G.B. Dantzig, D.R. Fulkerson. *On the Max Flow Min Cut Theorem of Networks. Linear Inequalities and Related Systems*. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, pp. 215–221, 1956.
185. О.О. Ємець, Є.М. Ємець, та Ю.Ф. Олексійчук, “Поліноміальний метод наближеного розв’язання комбінаторної задачі знаходження максимального потоку в мережі”. *Доповіді Національної академії наук України*, №4, с. 33-37, 2013.
186. П. І. Стецюк, О. П. Лиховид, В. О. Жидков, та А. А. Супрун. “Оптимізаційні задачі модернізації пропускних здатностей дуг відмовостійких мереж”. *International Scientific Technical Journal "Problems of Control and Informatics"*, №66(5), с. 5–20, 2021. doi: 10.34229/1028-0979-2021-5-1.
187. Н.З. Шор. *Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения*. Київ, Україна: Наук. думка, 1979. 200 с.
188. П.И. Стецюк. τ -алгоритмы и эллипсоиды. *Кибернетика и системный анализ*, №1, с. 113–134, 1996.

189. P.I. Stetsyuk. “Shor’s r-algorithms: theory and practice. Optimization Methods and Applications”. Cham, ZG: Springer International Publishing, vol. 130, pp 495–520, 2017. doi: 10.1007/978-3-319-68640-0_24.
190. П.И. Стецюк. “Теория и программные реализации r-алгоритмов Шора”. *Кибернетика и системный анализ*, №53(5), с. 43–57, 2017.
191. Те С. Ну. *Integer programming and network flows*. Boston, MS, USA: Addison-Wesley Pub. Co, 1969. 452 Pages.
192. Д.І. Симонов. “Аналіз потоку в мережі як метод оптимізації управління ланцюгом постачання”. *Журнал обчислювальної та прикладної математики*, №1, с. 5-14, 2023. doi: 10.17721/2706-9699.2023.1.01.
193. Z. Hao, J. Li, J. Cai. “Allocation of inventory responsibilities in overconfident supply chains”. *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 305, pp. 207-221, 2022. doi: 10.1016/j.ejor.2022.05.042.
194. X. Shaia, S. Xioigb, C. Zhaigc. “Mitigating supply disruption risks by diversifying competing suppliers and using sales effort”. *International Journal of Production Economics*, vol. 255, p. 108637, 2022. doi: 10.1016/j.ijpe.2022.108637.
195. S. Ambroszkiewicz, S. Bylka. “Relatively optimal policies for stock management in a supply chain with option for inventory space limitation”. *Applied Mathematical Modelling*, vol. 114, 2022. doi: 10.1016/j.apm.2022.09.033.
196. С.С. Демченко, А.П. Кнопов, В.А. Пепеляев. “Оптимальные стратегии для систем управления запасами с выпуклой функцией издержек”. *Кибернетика и системный анализ*, №6, с. 113-120, 2000.
197. E.A. Silver, D.F. Pyke, D.J. Thomas. *Inventory and production management in supply chains. Fourth edition*. Boca Raton, CL, USA: CRC Press, 2017. 812 Pages.

198. B. Raa, T. Aouam “A shortfall modelling-based solution approach for stochastic cyclic inventory routing”. *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 305, p. 674-684, 2022. doi: 10.1016/j.ejor.2022.06.001.
199. П.С. Кнопов, Т.В. Пепеляева, И.Ю. Демченко. “Об одной полумарковской модели управления запасами”. *Кибернетика и системный анализ*, №52(5), с. 81-88, 2016.
200. N. H. Shah, M. Mittal. *Optimization and inventory management*. Singapore, SG: Springer, 2020. 470 Pages. doi: 10.1007/978-981-13-9698-4.
201. S.M. Bragg. *Inventory accounting: a comprehensive guide*. Hoboken, NJ, USA: J. Wiley, 2005. 243 Pages.
202. Waters. *Inventory control and management. 2nd ed.* Chichester, England: John Wiley & Sons Inc (Verlag), 2003. 391 Pages.
203. В. Леонтьев, В. Холлис, П. Ченери, та Г. Кларк. *Дослідження структури американської економіки: теоретич. та емпірич. аналіз за схемою витрати-випуск*. Пров. з англ. А. С. Ігнат'єва; За ред. А. А. Конюса. - Москва: Госстатиздат, 1958. 640 с.
204. Л.Ф. Гуляницький. “Агрегована задача управління виробництвом та зберіганням продукції”. *Комп'ютерна математика*, №1, с. 36-44, 2017.
205. В.И. Норкин, А.А. Гайворонский, В.А. Заславский, та П.С. Кнопов. “Модели оптимального распределения ресурсов для защиты объектов критической инфраструктуры”. *Кибернетика и системный анализ*, №54(5), с. 13-26, 2018.
206. G. Hadley, T. Whitin. “Analysis of Inventory Systems”. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 1963. 452 Pages.
207. В.С. Михалевич, В.А. Трубин, Н.З. Шор. *Оптимизационные задачи производственно-транспортного планирования: Модели, методы, алгоритмы*. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 264 с.

208. Store Sales - Time Series Forecasting. Use machine learning to predict grocery sales. [Online]. Available: <https://www.kaggle.com/competitions/store-sales-time-series-forecasting/data>. Accessed on: May 29, 2023.
209. С.В. Єршов, Т.І. Лико. “Методи побудови регресійних моделей на основі нечітких даних”. *Комп’ютерна математика*, №1, с. 43-49, 2015.