

**Прогнозування ризику виникнення аварійних ситуацій на АЕС
методом прискореного моделювання**

***Ключові слова:* АЕС, ризик, аварійні ситуації, прискорене моделювання.**

Що таке прискорене моделювання і чим обґрунтовується необхідність його використання.

При розробці та експлуатації високовідповідальних та екологічно небезпечних об'єктів (блоки АЕС, магістральні нафто- та газопроводи тощо) першочергову роль мають питання забезпечення їх безвідмовної роботи. Імовірнісний аналіз безпеки (ІАБ) є необхідною складовою прийняття обґрунтованих рішень як на етапі проектування, так і під час експлуатації, що дозволяють суттєво зменшити ризик виникнення аварійних ситуацій.

Уже давно минули ті часи, коли для аналізу надійності використовувались спрощені моделі, функціонування яких могло бути описано марковським чи напівмарковським процесом із скінченою чи зліченою множиною станів. У цьому найпростішому випадку можна було або отримати явні аналітичні формули, або скласти системи рівнянь, які розв'язуються відомими чисельними методами (наприклад, Гауса-Зейделя). Прагнення досягти максимальної адекватності моделей суттєво їх ускладнило, що зробило неможливим використання аналітичних методів і поставило під сумнів застосування асимптотичних підходів, які ґрунтуються на методі малого параметра. Безсумнівно геніальною та революційною була ідея використання імітаційного моделювання систем (метод Монте-Карло), яка виникла у 50-х роках минулого століття. Певний час вважалось, що саме метод Монте-Карло є тим універсальним методом, що дозволить вирішити всі проблеми, пов'язані із дослідженням систем складної структури із взаємозалежними елементами та умовами функціонування, які важко формалізувати. І до цих пір метод Монте-Карло вважається основним в інженерній практиці. У той же час майже одночасно із виникненням самого методу було помічено основний недолік методу Монте-Карло:

якщо ймовірність події, яка досліджується, зменшується, то час моделювання, необхідний для досягнення заданої точності оцінки, необмежено зростає. От саме тому і виникла нагальна потреба розробки методів, здатних скоротити час моделювання. У сучасних умовах скорочення часу моделювання імовірнісних характеристик систем може відбуватися за рахунок:

- збільшення кількості процесорів та удосконалення їх характеристик (використання багатопроцесорних комплексів СКІТ-3 та СКІТ-4);
- застосування спеціальних прийомів моделювання, метою яких є зменшення дисперсії оцінок (*variance reduction techniques*).

За своєю суттю метод Монте-Карло ідеально лягає у схему розпаралелення, тому скорочення часу відбувається майже пропорційно до кількості процесорів (незначні втрати часу спричиняють обміни інформацією між процесорами). Таке прискорення не потребує розробки якихось математичних методів – це чисто апаратне прискорення. У той же час сучасні системи (зокрема, системи атомних електростанцій) мають високу надійність, і прискорення у 100, чи навіть 500 разів, буде замалим для досягнення потрібної точності оцінки за реальний час, а не за тижні чи місяці. Тому протягом останніх десятиліть особливу увагу приділяють розробці методів прискореного моделювання (*fast simulation methods*), націлених на зменшення дисперсії оцінки (якщо дисперсія дорівнює нулю, то метод перестає бути наближенням – це фактично буде точна аналітична формула). Розробка таких методів – це тренд сучасної теорії надійності.

Запропоновано багато різноманітних підходів до зменшення дисперсії оцінки, серед яких в першу чергу слід відзначити аналітико-статистичні методи (*analytical-statistical methods*), метод суттєвої вибірки (*importance sampling*) та метод розшарованої вибірки (*stratified sampling*). Загальна ідея “прискорення” полягає у наступному. Кількість реалізацій N алгоритму, потрібних для досягнення заданих відносної похибки ε та достовірності оцінки γ , визначається формулою:

$$N = c(\varepsilon, \gamma) \frac{\text{Var}}{p^2},$$

де $c(\varepsilon, \gamma)$ – це деякий коефіцієнт, Var – це дисперсія оцінки, а p – це ймовірність, яку потрібно оцінити. У випадку стандартного методу Монте-Карло $Var = p(1-p)$, і $N \rightarrow \infty$, якщо $p \rightarrow 0$. **Метою** практично усіх методів прискореного моделювання є заміна початкового випадкового процесу, що описує поведінку системи з точки зору її надійності, на дещо змінений випадковий процес. Оцінка є функціоналом від траєкторій цього нового процесу, причому виконані дві умови:

- оцінка лишається незміщеною;
- $Var \sim p^2$ (це умова обмеженості відносної середньоквадратичної похибки).

Таким чином, за рахунок зменшення дисперсії кількість реалізацій, необхідних для досягнення потрібних відносної точності та достовірності оцінки, лишається обмеженою, незалежно від того, чи є система високонадійною, чи ні. Чим більш надійною є система (тобто, чим меншою є ймовірність p її відмови), тим більшого виграшу в часі моделювання можна досягти.

Використання прискореного моделювання для дослідження немарковських систем.

Перші спроби зменшити дисперсію оцінки були зроблені ще у 60-ті роки минулого століття. Але статей було мало і носили вони невпорядкований характер. Серед робіт, які найбільш суттєво вплинули на увесь подальший розвиток прискореного моделювання, слід у першу чергу відзначити роботу академіка НАН України **Ігоря Миколайовича Коваленка** (1980 р.):

Коваленко И.Н. К расчету характеристик высоконадежных систем аналитико-статистическим методом // Электронное моделирование. – 1980. – 2, № 4. – С. 5–8.

Саме ця невелика стаття визначила увесь подальший напрямок досліджень української школи прискореного моделювання. Вперше було запропоновано ідею прискореного моделювання систем, які описуються **суттєво багатовимірними процесами теорії масового обслуговування**. Таку назву отримали випадкові процеси,

що описують поведінку систем, в яких в кожен момент часу з ймовірністю 1 функціонують щонайменше два елемента з немарковськими розподілами (не експоненціальний, не ерланговський, не гіперерланговський тощо) тривалості безвідмовної роботи та відновлення. Це означає, що для дослідження системи не може бути застосованим апарат марковських чи напівмарковських процесів із скінченою чи зліченою множиною станів. Окрім того, не існують моменти регенерації, тобто і апарат регенеруючих процесів також не може стати у нагоді. Слід зазначити, що припущення про експоненціальність розподілу використовувалось здебільшого заради отримання аналітичних оцінок, і зовсім не завжди обґрунтовувалось наявною статистикою. Можливість відмовитись від цього припущення суттєво підвищує адекватність моделей і достовірність отриманих результатів.

Фактично кожен співробітник відділу *математичних методів теорії надійності складних систем* в тій чи іншій степені сприяв розвитку теорії прискореного моделювання: **Л.О.Завадська, І.М.Коваленко, І.М.Кузнєцов, М.Ю.Кузнєцов, О.Є.Литвиненко, О.Т.Мар'янович, О.М.Наконечний, О.М.Хом'як, В.Д.Шпак, А.А.Шумська** (перелік робіт у алфавітному порядку див. у кінці статті).

Якщо простими словами описати основну *ідею* моделювання, то вона полягає у тому, щоб імовірності усіх рідкісних подій обчислювати аналітично, а моделювати лише ті особливості побудови та функціонування системи, які неможливо врахувати аналітичними формулами. Методи, які поєднують статистичне моделювання з аналітичним обчисленням імовірностей малоімовірних подій, які можуть призвести до відмови системи, отримали назву *аналітико-статистичних*.

Використання прискореного моделювання дає *можливість*:

- досліджувати системи з урахуванням усіх основних особливостей їх структури та функціонування (адекватність моделі);
- не спиратись на припущення про експоненціальність тих чи інших розподілів – немарковський випадок (адекватність моделі);

- досягти рівномірно високої точності оцінки при незначних витратах часу на моделювання незалежно від того, чи є система надійною, чи ні (тобто, не виникає питання, а що таке надійна система?);
- отримувати відмову системи у кожній реалізації алгоритму із своїм ваговим коефіцієнтом, тобто визначати перерізи відмов та окремі елементи, які найбільш суттєво впливають на відмову системи (“слабкі місця”).

Застосування прискореного моделювання в атомній енергетиці: минулий досвід та перспективи.

Однією з найбільш перспективних сфер практичного застосування прискореного моделювання є оцінка та прогнозування надійності систем атомних електростанцій. Досвід автора у цій сфері можна розділити на три періоди.

1. Радянський період (1983 – 1989).
2. Німеччина (1990 – 1995).
3. Незалежна Україна (з 1995 року).

На початку 80-х років минулого століття були отримані перші теоретичні результати з прискореного моделювання, які реалізували загальні ідеї І.М.Коваленка для певних класів резервованих систем. Виникла потреба перевірки ефективності цих методів на практиці. Оскільки військова тематика займала лідируючі позиції, то саме цей напрямок був обраний як найбільш перспективний. У 1985 році між Інститутом кібернетики та ОКБ “Рубін” (СПб) було заключено договір про співробітництво, який давав доступ співробітникам Інституту до реальних схем та статистичних даних стосовно надійності елементів. Об’єктом дослідження були корабельні енергетичні системи, а точніше досліджувалась надійність енергетичних систем атомних підводних човнів серії “Тайфун”. Для обчислювальних машин серії ЕС було створене відповідне програмне забезпечення та впроваджено на підприємстві ОКБ “Рубін”. Була також розроблена “Методика забезпечення гарантованих показників надійності складних технічних систем”. За результатами апробації методу було прийнято до впровадження у промислову експлуатацію (акт, підписаний Генеральним

конструктором “Рубіна” академіком АН СРСР І.Д.Спаським). Практична реалізація методів прискореного моделювання для зазначеного вище класу систем була б неможливою без величезної роботи, виконаної програмістами відділу Д.Алексєєвим, А.Шумською та О.Ющенко.

Неоцінений досвід спілкування з інженерами найвищої кваліфікації автор набув у Німеччині, де він працював протягом декількох періодів з 1990 по 1995 рік. У 1990 році ще за часів Радянського Союзу автору вдалось отримати стипендію Фонду Олександра фон Гумбольдта. Місцем роботи був Інститут з дослідження безпечного функціонування реакторів (Institut für Sicherheitsforschung und Reaktortechnik), який належав до величезного Центру ядерних досліджень у м. Юліху (Kernforschungsanlage (KFA) Jülich), пізніше Науково-дослідний центр (KFA-Forschungszentrum Jülich). *Метою досліджень* була розробка методів обчислення характеристик надійності систем атомних електростанцій, що описуються великими та складними деревами відмов. Складність дерева відмов визначалась не тільки великою кількістю вершин (декілька сотень), але й наявністю відмов за загальною причиною (*Common Cause Failures*). Це означає присутність спільних елементів у різних підсистемах, що суттєво ускладнює знаходження мінімальних перерізів відмов, які власне і визначають структуру самої системи. Сумісна робота із співробітниками Інституту дозволила розробити алгоритм та відповідне програмне забезпечення для знаходження основних мінімальних перерізів відмов, а також для обчислення на їх основі основних показників надійності систем атомних електростанцій, які описуються деревами відмов, див.

Hennings W., Kusnezow N. Algorithmus und Eingabebeschreibung der Rechenprogramme FAMOCUT und CUTQ zur Lösung sehr großer und komplexer Fehlerbäume. – KFA-Forschungszentrum Jülich GmbH, Institut für Sicherheitsforschung und Reaktortechnik, KFA-ISR-IB-10/92, 1992. – 22 S.

Kusnezow N. FAMOCUTN. Ein Programm zur analytischen Auswertung großer und komplexer Fehlerbäume unter Berücksichtigung negierter Eingänge. – Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit (GRS) mbH, 1994. – 24 S.

Під час роботи в Ядерному центрі м. Юліха були також проведені сумісні дослідження із співробітниками Національного Дослідницького центру *"Курчатовський інститут"* (м. Москва). Об'єктом дослідження була обрана двофазна система, яка є моделлю системи розхолодження реактора. Складність та висока надійність системи не дозволяли використовувати існуючі методи та програмні засоби. Тому було розроблено оригінальний метод, в основі якого лежали ідеї прискореного моделювання. Були розроблені також відповідні алгоритм та програмне забезпечення, див.

Hennings W., Kuznetsov N. KURT – a computer code for reliability analysis of two-phased systems by rapid simulation method. – KFA-Forschungszentrum Jülich GmbH, Institut für Sicherheitsforschung und Reaktortechnik, KFA-ISR-IB-7/93, 1993. – 14 P.

Удосконалену модель двохфазної системи було використано в одному із розділів дисертації О.М.Хом'як, де запропоновані сучасні методи прискореного моделювання. Результати "німецького" періоду досліджень узагальнені у статті, надрукованій у провідному американському журналі:

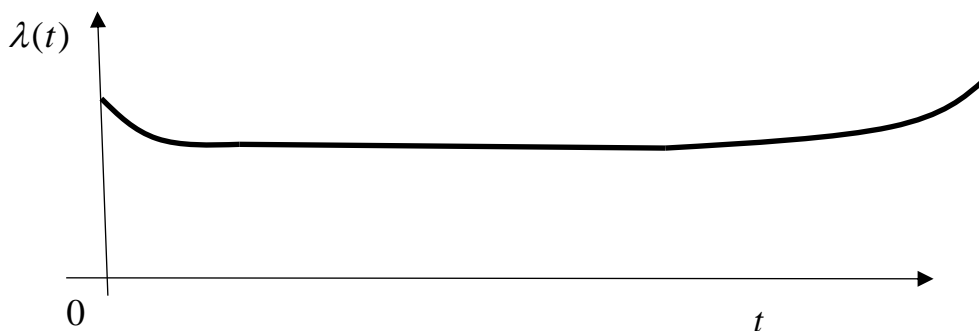
Hennings W., Kuznetsov N. FAMOCUTN and CUTQN – computer codes for fast analytical evaluation of large fault trees with replicated and negated gates // IEEE Transactions on Reliability. – 1995. – **44**, № 3. – P. 368–376.

Імовірнісний аналіз безпеки систем АЕС методами прискореного моделювання та його вплив на прийняття рішення про продовження строку експлуатації обладнання АЕС.

Згідно нещодавно прийнятої Енергетичної стратегії України на період до 2035 року атомна енергетика і надалі складатиме основу енергетичної незалежності держави. Тому першочерговою задачею є забезпечення надійного функціонування діючих блоків АЕС на термін, що виходить за межі проектного періоду. Із часом елементи блоків старіють і їх характеристики надійності змінюються. Однією із найважливіших характеристик, що визначають надійність елемента чи системи, є ризик відмови (небезпека відмови):

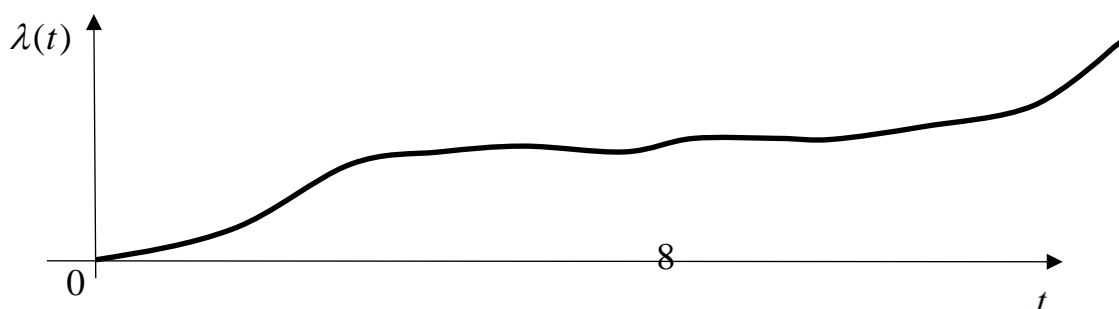
$\lambda(t) dt = \mathbf{P}\{\text{в інтервалі } (t, t + dt) \text{ відбудеться відмова за умови,}$
що до моменту t елемент (система) працювали безвідмовно}\}.

Типовий графік $\lambda(t)$ для елементів виглядає наступним чином:



На початковому етапі ризик відмови є дещо більшим, оскільки даються взнаки дефекти виготовлення елемента, далі протягом достатньо великого проміжку часу ризик є наближеним до константи. Саме на цьому періоді час безвідмовної роботи елемента можна вважати експоненціально розподіленим, що дає можливість використовувати потужний апарат марковських процесів та відповідне програмне забезпечення. Саме на цей період припадає час планової експлуатації АЕС. Але далі за рахунок фізико-хімічних процесів, температурних режимів тощо відбувається старіння елементів, і ризик відмови починає зростати. У цьому випадку використання стандартних методів та відповідного програмного забезпечення може надати занадто оптимістичний прогноз щодо часу продовження експлуатації блока АЕС. Марковська модель перестає бути адекватною до реальної ситуації. От саме на цьому етапі доцільним є використання прискореного моделювання, яке орієнтується на модель, адекватну системі, що функціонує у понадпроектний період (немарковська модель).

Типовий графік $\lambda(t)$ для системи виглядає наступним чином:



Блоки АЕС містять елементи трьох типів:

- відновлювані елементи, відмова яких встановлюється миттєво;
- періодично контрольовані елементи, відновлення яких може початись лише в момент чергового контролю;
- невідновлювані елементи.

За рахунок елементів другого та третього типів ризик відмови системи має вигляд “синусоїди” відносно монотонно зростаючої прямої. Це означає, що ніякі теоретичні міркування не в змозі обґрунтувати асимптотичний експоненціальний розподіл часу безвідмовної роботи системи. Єдиною альтернативою є високоточні чисельні методи, одним з яких є прискорене моделювання.

Резюмуючи, можна відзначити наступні *переваги прискореного моделювання (ПМ)*:

- на відміну від аналітичних методів, які ґрунтуються на припущенні про експоненціальність тих чи інших розподілів, ПМ можна використовувати для моделей, які максимально враховують структурні та функціональні особливості реальних систем; це особливо важливо, коли розглядається функціонування системи у понадпроектний період, коли ризик відмови елементів є суттєво зростаючою функцією;
- практика використання ПМ для проведення імовірнісного аналізу безпеки реальних систем показала суттєве скорочення часу моделювання порівняно з методом Монте-Карло (інколи на декілька порядків);
- використання програмного забезпечення, розробленого співробітниками Інституту кібернетики імені В.М.Глушкова, дає змогу не тільки зробити прогностичні розрахунки ризику відмови системи, зокрема, у понадпроектний термін, але й виявляти найбільш слабкі місця з точки зору надійності; це може сприяти прийняттю математично обґрунтованих рішень стосовно часу проведення технічного обслуговування та вчасної заміни обладнання блоків АЕС, яке використало свій ресурс надійності; саме такий підхід є вельми перспективним при проведенні імовірнісного аналізу для визначення терміну, на

який можна продовжити строк роботи обладнання діючих блоків АЕС без суттєвого ризику виникнення аварійних ситуацій.

Перелік публікацій співробітників відділу, пов'язаних із прискореним моделюванням

1. Завадская Л.А. О применении аналитико-статистического метода к исследованию одной высоконадежной резервированной системы // Методы исследования операций и теории надежности в анализе систем. – Киев: Институт кибернетики АН УССР, 1979. – С. 19–25.
2. Завадская Л.А. Оценка надежности системы с контролем и профилактикой аналитико-статистическим методом // Кибернетика. – 1981. – № 2. – С. 56–59.
3. Завадская Л.А. Об одном подходе к ускорению моделирования систем с резервированием // Электронное моделирование. – 1984. – 6, № 6. – С. 57–60.
4. Коваленко И.Н. Аналитико-статистический метод расчета характеристик высоконадежных систем // Кибернетика. – 1976. – № 6. – С. 82–92.
5. Коваленко И.Н. К расчету характеристик высоконадежных систем аналитико-статистическим методом // Электронное моделирование. – 1980. – 2, № 4. – С. 5–8.
6. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Методы расчета высоконадежных систем. – М.: Радио и связь, 1988. – 176 с.
7. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Моделирование высоконадежных систем. – В кн.: Надежность технических систем: справочник. – М.: Радио и связь, 1985. – С. 194–204.
8. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Исследование отклонения нестационарного коэффициента готовности восстанавливаемой системы от его стационарного значения // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – № 2. – С. 79–92.
9. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Кривуца В.Г. Опыт практического применения методов статистического моделирования в теории надежности // Кибернетика. – 1987. – № 5. – С. 111–117.

10. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Кривуца В.Г. Метод статистического моделирования (метод Монте-Карло). – В кн.: Надежность и эффективность в технике. – М.: Машиностроение, 1987. – 2. – С. 208–250.
11. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Наконечный А.Н. Оптимизация характеристик надежности систем на основе использования количественных оценок непрерывности и методов ускоренного моделирования // В кн.: Проблемы устойчивости стохастических моделей. – М.: ВНИИСИ. Труды семинара, 1988. – С. 79–84.
12. Kovalenko I.N., Kuznetsov N.Yu., Pegg Ph.A. Mathematical theory of reliability of time dependent systems with practical applications. – Chichester: Wiley, 1997. – 303 p.
13. Коваленко И.Н., Наконечный А.Н. Приближенный расчет и оптимизация надежности. – Киев: Наукова думка, 1989. – 180 с.
14. Кузнецов И. М. Верхні та нижні оцінки кількості k -вимірних підпросторів ваги $\omega = 3$ над скінченним полем / III Міжнародна конференція “Обчислювальна та прикладна математика”. – Київ, 2009. – С. 45.
15. Кузнецов И. Н. Верхние и нижние оценки количества некоторых k -мерных подпространств заданного веса над конечным полем // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – № 6. – С. 51–64.
16. Кузнецов И. Н. Оценка вероятности немонотонного отказа на периоде занятости системы $M/G/m/r$ методом ускоренного моделирования // Проблемы управления и информатики. – 2012. – № 2. – С. 82–92.
17. Кузнецов И.Н. Статистическая проверка гипотезы об асимптотической нормальности стационарного распределения числа требований в системе $GI/G/\infty$ в условиях большой загрузки. – Кибернетика и системный анализ. – 2017. – № 3. – С. 138–144.
18. Кузнецов И.Н., Шумская А.А. Оценка стационарных вероятностей состояний системы обслуживания $\bullet/G/\infty$ при различных видах входящего потока требований // Кибернетика и системный анализ. – 2017. – Т. 53, № 2. – С. 122–133.

19. Kuznetsov I., Shumska A. Evaluation of steady-state probabilities of queueing system with infinitely many servers for different input flow models. In: Optimization Methods and Applications, Eds. S. Butenko, P. Pardalos and V. Shylo, 2017, P. 273–286.
20. Кузнецов Н.Ю. Об одном методе нахождения вероятности безотказной работы высоконадежных систем // Кибернетика. – 1983. – № 1. – С. 68–74.
21. Кузнецов Н.Ю. Нахождение вероятности безотказной работы высоконадежных систем, описываемых кусочно-линейными агрегатами // Доклады АН УССР. – 1983. – Сер. А, № 5. – С. 71–75.
22. Кузнецов Н.Ю. Применение аналитико-статистического метода к расчету вероятности безотказной работы систем, описываемых кусочно-линейными агрегатами // Доклады АН УССР. – 1983. – Сер. А, № 8. – С. 66–69.
23. Кузнецов Н.Ю. Знаходження ймовірності виходу напівмарковського процесу за кусково-постійний рівень аналітико-статистичним методом // Доповіді АН УРСР. – 1983. – Сер. А, № 10. – С. 59–62.
24. Кузнецов Н.Ю. Нахождение стационарных вероятностей состояний системы $G|G|n|0$ с входящим потоком требований, близким к пуассоновскому // Кибернетика. – 1984. – № 2. – С. 74–79.
25. Кузнецов Н.Ю. Анализ надежности сложных систем с переменным режимом использования // Исследования операций и АСУ. – 1984. – Вып. 24. – С. 14–27.
26. Кузнецов Н.Ю. Нахождение нестационарного коэффициента готовности восстанавливаемой системы аналитико-статистическим методом // Теория сложных систем и методы их моделирования. – М.: ВНИИСИ. Труды семинара, 1984. – С. 87–94.
27. Кузнецов Н.Ю., Наконечный А.Н., Травин С.Я. Анализ надежности корабельных систем произвольной структуры на стадии проектирования // Вопросы эксплуатации и надежности. – 1984. – № 56. – С. 34–47.
28. Кузнецов Н.Ю. Общий подход к нахождению вероятности безотказной работы структурно-сложных систем аналитико-статистическим методом // Кибернетика. – 1985. – № 3. – С. 86–94.

29. Кузнецов Н. Ю. Вычисление коэффициента оперативной готовности восстанавливаемой системы аналитико-статистическим методом // Кибернетика. – 1985. – № 5. – С. 95–101.
30. Кузнецов Н. Ю. Два алгоритма построения оценки вероятности монотонного отказа // Доклады АН УССР. – 1985. – Сер. А, № 3. – С. 65–68.
31. Кузнецов Н. Ю. Общий подход к нахождению нестационарных характеристик надежности систем аналитико-статистическим методом // Доклады АН УССР. – 1985. – Сер. А, № 4. – С. 66–69.
32. Кузнецов Н. Ю. Применение аналитико-статистического метода к расчету надежности систем с контролем и профилактикой // Теория сложных систем и методы их моделирования. – М.: ВНИИСИ. Труды семинара, 1985. – С. 148–154.
33. Кузнецов Н. Ю.Ю. Аналитико-статистический метод построения количественных оценок непрерывности характеристик систем массового обслуживания и резервированных систем // Проблемы устойчивости стохастических моделей. – М.: ВНИИСИ. Труды семинара, 1986. – С. 54–62.
34. Кузнецов Н. Ю. Аналитико-статистический метод нахождения нестационарного коэффициента готовности у альтернирующего процесса восстановления // Кибернетика. – 1986. – № 1. – С. 125–127.
35. Kuznetsov N.Yu. New variance reduction methods and their application for complex systems reliability evaluations / The 18th European Meeting of Statisticians (EMS). – Berlin: Humboldt University, 1988. – P. 121.
36. Кузнецов Н. Ю. Об оценке влияния надежности различных групп элементов на надежность всей системы в целом // Кибернетика. – 1989. – № 5. – С. 110–119.
37. Кузнецов Н. Ю. Методы ускоренного моделирования характеристик высоконадежных систем // Статистика и управление случайными процессами. – М.: Наука, 1989. – С. 77–86.
38. Кузнецов Н. Ю. Методы ускоренного моделирования высоконадежных систем и их применение к оценке влияния надежности элементов на надежность системы / Тезисы Пятой Вильнюсской конференции по теории вероятностей и математической статистике, 1989. – 3. – С. 330–331.

39. Кузнецов Н. Ю. Оценка вероятности функционального отказа высоконадежных систем методом ускоренного моделирования // Кибернетика и системный анализ. – 1991. – № 4. – С. 30–41.
40. Hennings W., Kusnezow N. Algorithmus und Eingabebeschreibung der Rechenprogramme FAMOCUT und CUTQ zur Lösung sehr großer und komplexer Fehlerbäume. – KFA-Forschungszentrum Jülich GmbH, Institut für Sicherheitsforschung und Reaktortechnik, KFA-ISR-IB-10/92, 1992. – 22 S.
41. Hennings W., Kuznetsov N. KURT – a computer code for reliability analysis of two-phased systems by rapid simulation method. – KFA-Forschungszentrum Jülich GmbH, Institut für Sicherheitsforschung und Reaktortechnik, KFA-ISR-IB-7/93, 1993. – 14 P.
42. Kusnezow N. FAMOCUTN. Ein Programm zur analytischen Auswertung großer und komplexer Fehlerbäume unter Berücksichtigung negierter Eingänge. – Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit (GRS) mbH, 1994. – 24 S.
43. Kuznetsov N.Yu. Fault trees – problems and the modern state of investigations // Кибернетика и системный анализ. – 1994. – № 4. – С. 128–150.
44. Hennings W., Kuznetsov N. FAMOCUTN and CUTQN – computer codes for fast analytical evaluation of large fault trees with replicated and negated gates // IEEE Transactions on Reliability. – 1995. – **44**, № 3. – P. 368–376.
45. Кузнецов Н.Ю. Нахождение перманента матрицы методом существенной выборки // Кибернетика и системный анализ. – 1996. – № 6. – С. 3–11.
46. Кузнецов Н.Ю. Применение метода расслоенной выборки к решению задачи о ранце // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 1. – С. 73–82.
47. Кузнецов Н.Ю. Нахождение вероятности отказа на периоде регенерации марковской системы методом существенной выборки // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 2. – С. 72–79.
48. Кузнецов Н.Ю. Ускоренное моделирование вероятности отказа системы на интервале занятости при неэкспоненциальных распределениях, определяющих процесс отказа и восстановления элементов // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – № 3. – С. 84–95.

49. Кузнецов Н.Ю. Ускоренное моделирование вероятности отказа системы, состоящей из элементов существенно различной надежности // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – № 6. – С. 48–58.
50. Kuznetsov N.Yu. Fast simulation of highly reliable systems consisting of components with essentially different reliability characteristics // Probabilistic Analysis of Rare Events: Theory and Problems of Safety, Insurance and Ruin. – Riga: Aviation University, 1999. – P. 107–112.
51. Кузнецов Н.Ю. Взвешенное моделирование вероятности монотонного отказа системы при существенно различных характеристиках надежности ее элементов // Кибернетика и системный анализ. – 2000. – № 2. – С. 45–54.
52. Кузнецов Н.Ю. Расчет вероятности бесперебойной работы магистрального нефтепровода аналитико-статистическим методом (последовательная модель) // Кибернетика и системный анализ. – 2000. – № 4. – С. 132–145.
53. Кузнецов Н.Ю. Ускоренное моделирование вероятности невыполнения планового задания магистральным нефтепроводом // Кибернетика и системный анализ. – 2001. – № 1. – С. 124–134.
54. Кузнецов Н.Ю. Сравнительный анализ вклада в отказ системы на интервале занятости монотонных и немонотонных траекторий // Кибернетика и системный анализ. – 2001. – № 5. – С. 71–80.
55. Kuznetsov N.Yu. Fast simulation of the steady-state availability of non-Markovian systems // Міжнародна конференція “Моделювання та оптимізація складних систем (МОСС-2001)”. – Київ: Київський університет, 2001. – 1. – С. 36–37.
56. Кузнецов Н.Ю. Ускоренное моделирование стационарного коэффициента готовности немарковских систем // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 1. – С. 89–98.
57. Кузнецов Н.Ю. Моделирование монотонного отказа системы в случае различных порядков малости случайных величин, определяющих ее функционирование // Кибернетика и системный анализ. – 2005. – № 1. – С. 128–137.

58. Кузнецов Н.Ю. Условия ограниченности относительной погрешности при ускоренном моделировании надежности немарковских систем // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – № 4. – С. 63–80.
59. Кузнецов Н.Ю. Применение ускоренного моделирования к нахождению количества “хороших” перестановок // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 6. – С. 80–89.
60. Кузнецов Н.Ю. Оценка количества “хороших” перестановок методом ускоренного моделирования / International Workshop “Problems of Decision Making under Uncertainties”. – Київ: Київський національний університет, 2007. – С. 80.
61. Кузнецов Н.Ю. Оценка количества “хороших” перестановок модифицированным методом ускоренного моделирования // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 4. – С. 101–109.
62. Kuznetsov N. Yu. Fast simulation technique in reliability evaluation of Markovian and non-Markovian systems / Simulation and Optimization Methods in Risk and Reliability Theory. – New York: Nova Science Publishers, 2009. – P. 69–112.
63. Кузнецов Н.Ю. Оценка количества латинских прямоугольников методом ускоренного моделирования // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 1. – С. 76–84.
64. Kuznetsov N.Yu. Evaluation of the reliability of repairable $s-t$ networks by fast simulation method / Examining Robustness and Vulnerability of Networked Systems. – Amsterdam: IOS Press, 2014. – P. 120–140.
65. Кузнецов Н.Ю. Оценка надежности восстанавливаемых $(s-t)$ -сетей методом ускоренного моделирования // Проблемы управления и информатики. – 2014. – № 3. – С. 61–73.
66. Кузнецов Н.Ю. Ускоренное моделирование методом Монте-Карло количества “хороших” перестановок на многопроцессорном комплексе СКИТ-4 // Кибернетика и системный анализ. – 2016. – Т. 52, № 1. – С. 57–63.
67. Кузнецов М.Ю. Застосування методу Монте-Карло до розв’язання задачі про p -медіану / Міжнародна наукова конференція “Сучасна інформатика: проблеми,

- досягнення та перспективи розвитку”. – Київ: Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2017. – С. 45–46.
68. Kuznetsov N. Application of the Monte Carlo method to the solution of the travelling salesman problem / International Conference “Modern Stochastics: Theory and Applications. IV”. – Kyiv: Taras Shevchenko National University, 2018. – P. 39.
69. Кузнецов Н.Ю., Кузнецов И.Н. Оценка стационарных вероятностей состояний системы обслуживания $GI/G/\infty$ методом существенной выборки // Проблемы управления и информатики. – 2016. – № 1. – С. 89–96.
70. Кузнецов Н.Ю., Кожешкурт В.И., Осташевский В.Б. Применение ускоренного моделирования для расчета оптимального количества запасных элементов, обеспечивающих требуемую надежность системы // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2008. – **10**, № 1. – С. 69–79.
71. Кузнецов Н.Ю., Литвиненко А.Е. Ускоренное моделирование надежности судовых энергетических систем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1989. – № 4. – С. 64–73.
72. Кузнецов Н.Ю., Литвиненко А.Е. Вычисление вклада элементов в надежность сложных технических систем с восстановлением методом ускоренного моделирования // Доклады АН УССР. – 1988. – Сер. А, № 10. – С. 71–74.
73. Кузнецов Н.Ю., Наконечный А.Н. К анализу надежности АЭС аналитико-статистическим методом // Электронное моделирование. – 1985. – **7**, № 3. – С. 77–81.
74. Кузнецов Н.Ю., Хомяк О.Н. Оценка вероятности функционального отказа резервированной системы методом существенной выборки // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – № 4. – С. 64–76.
75. Kuznetsov N., Khomyak O. Fast simulation of highly reliable networks with varying random external load. In: Optimization Methods and Applications, Eds. S.Butenko, P.Pardalos and V.Shylo, 2017, P. 253–272.
76. Kuznetsov N.Yu., Shumska A.A. Fast simulation of the nonstationary failure rate of the repairable system / International conference “Modern Stochastics: Theory and Applications III”. – Kyiv: Taras Shevchenko National University, 2012. – P. 67.

77. Кузнецов Н.Ю., Шумская А.А. Оценка опасности отказа резервированной системы методом ускоренного моделирования // Проблемы управления и информатики. – 2013. – № 3. – С. 50–62.
78. Кузнецов Н.Ю., Шумская А.А. Оценка отклонения стационарных вероятностей состояний системы $GI/G/m/r$ от вероятностей состояний системы $M/M/m/r$ аналитико-статистическим методом // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 5. – С. 51–60.
79. Кузнецов Н.Ю., Шумская А.А., Хомяк О.Н. Ускоренное моделирование функционального отказа $(s-t)$ -сети с восстановлением // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – № 3. – С. 39–51.
80. Кузнецов Н.Ю., Шумская А.А., Хомяк О.Н. Оценка надежности восстанавливаемых сетей с переменной нагрузкой методом ускоренного моделирования // Международная научная конференция “Современная информатика: проблемы, достижения, и перспективы развития”, 2013. – С. 93–94.
81. Марьянович О.Т. Об инвариантности скорости сходимости метода ускоренного моделирования нестационарного коэффициента готовности альтернирующего процесса // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1986. – № 6. – С. 175–178.
82. Марьянович О.Т. К нахождению нестационарного коэффициента готовности сложных систем с восстанавливаемыми элементами аналитико-статистическим методом // Кибернетика. – 1987. – № 2. – С. 87–91.
83. Масол В. И., Кузнецов И.Н. Применение ускоренного моделирования к оценке количества некоторых k -мерных подпространств над конечным полем // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – № 3. – С. 69–83.
84. Masol V. Evaluation of the probability to obtain a subspace of a given weight over a finite field / V. Masol, I. Kuznetsov / Int. Conference “Stochastic Analysis and Random Dynamic”. – Lviv, 2009. – P. 155–156.

85. Наконечный А.Н. Аналитико-статистическая оценка вероятности безотказной работы одного класса систем с переменным режимом использования // Кибернетика. – 1985. – № 2. – С. 121–122.
86. Наконечный А.Н. О представлении вероятности безотказной работы системы в виде среднего от w -функционала обрывающегося марковского процесса // Кибернетика. – 1985. – № 5. – С. 91–94.
87. Наконечный А. Н. Об одном классе стохастических экстремальных задач с редкими событиями // Кибернетика. – 1988. – № 1. – С. 80–83.
88. Наконечный А. Н. Экстремальные задачи с редкими событиями // Кибернетика. – 1990. – № 5. – С. 55–58.
89. Наконечный А.Н. Об одном классе систем с переменным режимом использования // К анализу надежности сложных систем аналитико-статистическим методом. – Препр./ АН УССР. Ин-т кибернетики; 82-2. – Киев, 1982. – С. 3–9.
90. Хомяк О.Н. Нахождение вероятности пересечения функционалов от траекторий двух цепей Маркова методом существенной выборки // Проблемы управления и информатики. – 2013. – № 4. – С. 123–128.
91. Хомяк О.Н. Применение ускоренного моделирования для оценки вероятности пересечения случайного уровня марковским процессом // Проблемы управления и информатики. – 2014. – № 1. – С. 110–119.
92. Хомяк О.Н. Оценка вероятности функционального отказа системы с переменной эффективностью методом ускоренного моделирования // Проблемы управления и информатики. – 2014. – № 4. – С. 68–77.
93. Хом'як О.М. Прискорене моделювання ймовірності перетину двох марковських процесів // Міжнародна наукова конференція “Обчислювальна та прикладна математика”, 2012. – С. 90.
94. Khomyak O.M. Fast simulation of the probability of two Markov chains intersection // International Conference “Modern stochastics: theory and applications III”, 2012. – P. 67.

95. Хом'як О.М. Оцінка ймовірності функціональної відмови резервованої системи методом прискореного моделювання // Міжнародна наукова конференція "Питання оптимізації обчислень (ПОО-XL)", 2013. – С. 271–273.
96. Шпак В.Д. Об оценке вероятности обрыва регенерирующего процесса в течение фиксированного времени методом статистического моделирования // Кибернетика. – 1983. – № 1. – С. 75–79.
97. Шпак В.Д. Общий подход к построению несмещенных аналитико-статистических оценок для показателей надежности и эффективности систем // Доклады АН УССР. – 1990. – Сер. А, № 3. – С. 75–78.
98. Шпак В.Д. Аналитико-статистические оценки нестационарных характеристик надежности и эффективности полумарковских систем // Кибернетика. – 1991. – № 3. – С. 103–107.
99. Шумская А.А. Ускоренное моделирование коэффициента неготовности восстанавливаемой системы с ограниченной относительной погрешностью оценки // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – № 3. – С. 45–58.
100. Шумская А.А. Оценка стационарной вероятности потери в системе массового обслуживания с рекуррентными потоками требований // Кибернетика и системный анализ. – 2004. – № 2. – С. 133–145.
101. Шумська А.А., Кузнецов І.М. Знаходження стаціонарної ймовірності втрати вимоги у багатоканальній системі обслуговування / Int. Workshop "Problems of Decision Making under Uncertainties". – Kyiv, 2007. – С. 140–141.