

# ВАРИАНТЫ $r$ -АЛГОРИТМОВ С ПРОГРАММНЫМ ВЫБОРОМ КОЭФФИЦИЕНТОВ РАСТЯЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВА

Вычислительная схема предлагаемых алгоритмов в основном соответствует схеме  $r$ -алгоритма. Основное отличие состоит в том, что вместо оператора растяжения  $r$ -алгоритма  $R_\alpha(\eta)$  [2], ( $R_\alpha(\eta) = (\alpha - 1)\eta\eta^T + 1$ ,  $|\eta| = 1$ ) используется следующий оператор  $\tilde{R}_\sigma(\tilde{\eta}) = \sigma\tilde{\eta}\tilde{\eta}^T + I$ . Здесь  $\tilde{\eta}$  – вектор  $R^1$ ,  $\sigma$  – нормирующий множитель,  $\sigma \in R^1$ ,  $\sigma > 0$ . В отличие от оператора  $R_\alpha(\eta)$ , вектор  $\tilde{\eta}$  не обязательно нормирован: условие  $|\tilde{\eta}| = 1$  не требуется.

**Свойства оператора  $\tilde{R}_\sigma(\tilde{\eta})$ .**

1.  $\tilde{R}_\sigma(0) = I$  (при этом значение нормирующего множителя не имеет значения).

2. Пусть  $|\tilde{\eta}| > 0$  и  $\eta = \tilde{\eta} / |\tilde{\eta}|$ . Тогда  $\tilde{R}_\sigma(\tilde{\eta}) = R_\alpha(\eta)$ , где  $\alpha = 1 + \sigma |\tilde{\eta}|^2$ . Таким образом, если  $\tilde{\eta} \neq 0$ , то оператор  $\tilde{R}_\sigma(\tilde{\eta})$  является оператором растяжения по направлению  $\tilde{\eta} / |\tilde{\eta}|$  с указанным значением коэффициентом растяжения.

Выбор направления растяжения пространства  $\tilde{\eta}$  будет в точности соответствовать  $r$ -алгоритму, если  $\tilde{\eta}_{k+1} = \tilde{g}_{k+1}^* - g_k^*$  (разность субградиентов в преобразованном пространстве).

Значение нормирующего множителя  $\sigma$  определяется на основании субградиентов  $\tilde{g}_{k+1}^*, \tilde{g}_k^*$ :  $\sigma_{k+1} = \sigma(\tilde{g}_{k+1}^*, \tilde{g}_k^*)$ . Естественным требованием на функцию  $\sigma(g_1, g_2)$  будет выполнение условия  $\sigma(\mu g_1, \mu g_2) = \sigma(g_1, g_2) / \mu^2$ , где  $\mu \in R^1, \mu > 0$  (это условие обеспечивает независимость работы алгоритма от множителя на целевую функцию).

## Примеры нормирующих множителей.

$$1. r(\sigma_0): \sigma_0(g_1, g_2) = 1/|g_2 - g_1|^2.$$

$$\alpha = 2.$$

$(r(\sigma_0))$  является  $r$ -алгоритмом с коэффициентом растяжения равным 2)

$$2. r(\sigma_1): \sigma_1(g_1, g_2) = 1/|(g_2 | * | g_1 |).$$

$$1 \leq \alpha \leq \infty.$$

$$3. r(\sigma_2): \sigma_2(g_1, g_2) = 1/(|g_1|^2 + |g_2|^2).$$

$$1 \leq \alpha \leq 3.$$

$$4. r_n: \sigma_n(g_1, g_2) = 1; \eta = g_2/|g_2| - g_1/|g_1|.$$

$$1 \leq \alpha \leq 5.$$