

**Тези доповідей співробітників
відділу методів негладкої оптимізації
у працях VIII міжнародної школи-семінару
«Теорія прийняття рішень»
Ужгород, УжНУ, 2016**

1. **Березовський О.А.** Достатня умова отримання глобального екстремуму неопуклої квадратичної оптимізаційної задачі двоїстим підходом // Праці VIII міжнародної школи-семінару "Теорія прийняття рішень". – Ужгород, УжНУ, 2016. – С. 43.
2. Горбачук В.М., **Чумаков Б.М.**, Сирку А.А. Стохастичний аналіз активного резерву // Праці VIII міжнародної школи-семінару "Теорія прийняття рішень". – Ужгород, УжНУ, 2016. – С. 94–95.
3. **Журбенко Н.Г.** О двух модификациях γ -алгоритма // Праці VIII міжнародної школи-семінару "Теорія прийняття рішень". – Ужгород, УжНУ, 2016. – С. 120.
4. **Лаптин Ю.П.** Декомпозиция по переменным и точные штрафные функции // Праці VIII міжнародної школи-семінару "Теорія прийняття рішень". – Ужгород, УжНУ, 2016. – С. 156–157.
5. **Стецюк П.И.** Оптимальный $2d$ -эллипсоид и растяжение пространства по разности нормированных субградиентов // Праці VIII міжнародної школи-семінару "Теорія прийняття рішень". – Ужгород, УжНУ, 2016. – С. 249–250.

Детальна інформація про [1 – 5] є на стор. 2 – 20 цього документу.

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
“УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”**



**VIII МІЖНАРОДНА ШКОЛА-СЕМІНАР
ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ**

Ужгород, 26 вересня – 1 жовтня 2016 р.

ПРАЦІ ШКОЛИ-СЕМІНАРУ

УЖГОРОД – 2016

Програмний комітет:

Асташкін В.І., Бабич М.Д., Бардачов Ю.М., Белько І.В., Бідюк П.І., Бодянський Є.В., Величко В.Ю., Винокурова О.А., Волошин О.Ф. – співголова, Воронін А.М., Гаращенко Ф.Г., Гече Ф.Е., Головач Й.І., Григорків В.С., Гуляницький Л.Ф., Гупал А.М., Задирака В.К., Зайченко Ю.П., Згуровський М.З., Івохін Є.В., Котов В.М., Крак Ю.В., Кривонос Ю.Г., Кудін В.І., Лепа Р.М., Литвиненко В.І., Литвинов В.В., Любчик Л.М., Маляр М.М., Марков К., Михальов О.І., Мікловда В.П. – співголова, Оксіюк О.Г., Онищенко А.М., Панкратова Н.Д., Провотар О.І., Семенова Н.В., Сергієнко І.В., Скатков О.В., Снитюк В.Є., Тесля Ю.М., Федунов Б.Є., Хапко Р.С., Чикрій А.О., Шило В.П., Яджак М.С.

Організаційний комітет:

Маляр М.М. – голова, Гече Ф.Е., Глебена М.І., Гренджа В.І., Кузка О.І., Млавець Ю.Ю., Мулеса О.Ю., Мулеса П.П., Повідайчик М.М., Поліщук В.В., Шаркаді М.М., Штимак А.Ю.

Підготовка матеріалів до друку: Маляр М.М., Млавець Ю.Ю., Повідайчик М.М.

Рецензування: Волошин О.Ф., Гуляницький Л.Ф.

Праці VIII міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень». – Ужгород, УжНУ, 2016. – 287 с.

ДОСТАТНЯ УМОВА ОТРИМАННЯ ГЛОБАЛЬНОГО ЕКСТРЕМУМУ НЕОПУКЛОЇ КВАДРАТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ДВОЇСТИМ ПІДХОДОМ

В [1] запропоновано достатню умову точності двоїстої оцінки [2] для квадратичної оптимізаційної задачі загального вигляду

$$f^* = \inf_{x \in T \subseteq R^n} f_0(x), \quad (1)$$

де $T = \{x: f_i(x) \leq 0, i \in I^{LQ}, f_i(x) = 0, i \in I^{EQ}; x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n\}$; $f_i(x) = x^T A_i x + b_i^T x + c_i$, $i \in \{0\} \cup I^{LQ} \cup I^{EQ}$ – квадратичні функції. Щоб сформулювати цю умову, необхідно ввести наступні позначення:

- $L(x, u) = x^T A(u)x + b^T(u)x + c(u)$ – функція Лагранжа задачі (1);
- $D (\bar{D})$ – множина двоїстих змінних $u \in R^m$, при яких матриця $A(u)$ додатньо (невід’ємно) визначена;
- $U^+ = \{u: u_i \geq 0, i \in I^{LE}\}$;
- $\psi^* = \sup_{u \in D \cap U^+} (\psi(u) = \inf_{x \in R^n} L(x, u)) \leq f^*$ – двоїста оцінка задачі (1) [2];
- x^* и u^* – вектори, в яких досягаються значення f^* і ψ^* відповідно;
- для кожного $u \in (\bar{D} \setminus D) \cap U^+$ визначено множину $J(u) = \{j: \lambda_j(u) = 0, j \in \{1, \dots, n\}\}$,

де $\lambda_j(u)$, $j = \overline{1, n}$, – власні числа матриці $A(u)$ функції Лагранжа задачі (1), $\xi_j(u)$ – відповідні їм власні вектори.

У цих позначеннях справедлива

Теорема [1]. Якщо існує такий вектор p і таке додатнє число $\tilde{\varepsilon} > 0$, що для любого $\varepsilon \in (0, \tilde{\varepsilon})$

$$\forall u \in (\bar{D} \setminus D) \cap U^+ \exists j \in J(u) \text{ таке, що } \xi_j^T(u)(b_0 + \sum_{i=1}^m u_i b_i + \varepsilon p) \neq 0, \quad (2)$$

то $\psi^* = f^*$. Причому, якщо умова (2) виконується при $p = 0$, то $x^* = -A^{-1}(u^*)b(u^*)/2$.

Приклади застосування даної умови для виявлення випадків, коли можна гарантувати знаходження значення і точки глобального екстремуму квадратичної задачі двоїстим підходом, можна знайти в [1], де розглянуто спеціальну задачу, яка зустрічається при синтезі управління, мінімізуючого область локалізації інваріантної множини сімейства нелінійних систем, та в [3], де розглянуто задачу побудови кулі мінімального об’єму з заданим центром, описаної навколо перетину однаково орієнтованих еліпсоїдів.

Література

1. Berezovskyi O.A. On solving of a special optimization problem connected with determination of invariant sets of dynamical systems // Journal of Automation and Information Sciences. – 2015 – 47 (5). – P. 69–77.
2. Шор Н.З., Стеценко С.И. Квадратичные экстремальные задачи и недифференцируемая оптимизация. – К.: Наук. думка, 1989. – 208 с.
3. Березовский О.А., Шулинок И.Э. Использование двойственного подхода для решения одной геометрической задачи // Компьютерная математика. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2016. – № 2. (в печати)

СТОХАСТИЧНИЙ АНАЛІЗ АКТИВНОГО РЕЗЕРВУ

Міністерство оборони (Department of Defense, DoD) відповідає за підготовку збройних сил для майбутнього, яке є невизначеним і невідомим. DoD типово оцінювало майбутні потреби і спроможності, виходячи з репрезентативних сценаріїв планування. Такий підхід забезпечує спільну точку зору персоналу DoD з деяких узгоджених ситуацій, але прийняття рішень при такому підході до невизначеності вимагає оцінювання наслідків для розподілу можливих майбутніх подій. Стохастична модель активного резерву (Stochastic Active-Reserve Analysis, SARA) Інституту оборонних аналізів (Institute for Defense Analyses, IDA) США спрямована на модифікацію існуючої конструкції планування DoD як засобу оцінки альтернативних силових структур, що може забезпечувати аналітичну базу для рішень DoD з розміщення ресурсів, вибору обсягу та управління військовими силами в умовах невизначеності. Зазначена модель була спочатку побудована для організації з оцінки витрат та оцінювання програм Офісу Міністра оборони (Office of the Secretary of Defense, Cost Assessment and Program Evaluation, OSD CAPE), щоб проаналізувати компроміси між альтернативними комбінаціями активного резерву, коли попит (на силові структури) є невизначеним. Проте SARA може використовуватися для перевірки багатьох варіантів комбінування загальних сил і для відповіді на такі питання:

- як змінюються величина і вірогідність попиту на військові підрозділи, виходячи з наявних наукових шкіл і припущень про майбутній світ, військову стратегію та планування сил;
- як змінюватиметься і скільки коштуватиме досяжна пропозиція військових одиниць, здатних розгортатися, в залежності від альтернативних програм і стратегій щодо структури сил, комбінації активних резервів, готовності та стратегії управління силами;
- при яких обставинах пропозиція сил буде достатньою для задоволення попиту;
- наскільки типовими і великими є проєктовані нестачі окремих підрозділів.

OSD CAPE звернулася до IDA стосовно розробки моделі SARA, очікуючи, що у найближчі десятиліття DoD зіштовхнеться з великою кількістю рішень, які потребуватимуть ретельного аналізу. Сьогодні головні нагальні рішення пов'язані зі зниженням цільових потужностей (військових) служб. Майбутні рішення ускладнюватимуться поточними бюджетними тисками, світовими подіями, новими технологіями і новою стратегією національної безпеки. CAPE вважає, що інвестиції в аналітичну спроможність моделі SARA допомагатиме інформувати й доповнювати процеси прийняття рішень DoD, досягаючи ефективніших за вартістю загальних сил.

Модель SARA може служити таким важливим функціям управління:

- забезпечення спільного початку відліку для проведення аналізів альтернативної структури активного компонента (active component, AC) і резервного компонента (reserve component, RC), готовності та стратегій управління силами;
- сприяння комунікації у DoD щодо відкритих кейсів планування, які надає SARA зі спільною для персоналу DoD множиною припущень, правил і даних;
- оцінювання наслідків невизначеності для планування сил DoD;
- демонстрування і пояснення відмінностей між службами при виборі структури та управління активних і резервних сил;
- забезпечення випробувального стенду для створення й оцінювання ідей з цілями розвитку стратегій і програм, а також з навчальними цілями.

Побудована модель як структура, в якій користувач надає входи, що відповідають на кілька питань з боку попиту і пропозиції. З боку попиту цими питаннями є:

- що, на думку користувача, трапиться в майбутньому;
- наскільки ймовірною є кожна обставина;

- який перелік сил потрібен, щоб впоратися з кожною непередбачуваною обставиною.

З боку пропозиції такими питаннями є:

- наскільки великими є сили користувача;
- яку комбінацію сил планує користувач;
- яким чином користувач планує управляти своїми силами;
- якими є мобілізаційні стратегії користувача;
- якими є ротаційні стратегії користувача;
- як користувач вибудовує свою лінію підготовки сил і за яких умов можна її скорочувати;
- якими є витрати на сили користувача.

Модель використовує ці входи для імітації 10 тисяч 20-річних майбутностей і пропозицій наявних сил, щоб задовольняти змінні потреби для кожної майбутності. Модель відслідковує нестачі у кожній майбутності, а також витрати, пов'язані з розташуванням і розгортанням (сил), дозволяючи демонструвати компроміси між вартістю і ризиком (вимірюваним як незадоволений попит). Крім вартості і ризику, модель також відстежує напруження сил. Методологічно SARA включає блок входів (модель попиту, що генерує попит на сили), блок моделей управління задіяними силами і блок виходів (модель, що відстежує фінансову вартість цих сил).

Входи SARA вказують діапазон операцій, частоту та очікувану тривалість операцій, список військ для кожної операції, на основі чого моделюється попит (на активний резерв) – 10 тисяч 20-річних майбутностей. Входи також вказують структуру сил, стратегію управління силами, вимоги до підготовки (сил), рівень розгортання, порядок розгортання, використання резервних компонентів, на основі чого, з урахуванням попиту, генеруються пропозиції – підрозділи, готові задовольняти помісячний попит. Нарешті, входи вказують склад підрозділів, вартість персоналу, обладнання, підготовки тощо, на основі чого, з урахуванням пропозицій, генеруються вартості підрозділів у кожному стані готовності, використовуючи модель AC/RC вартості армії.

Виходами SARA є ризик (незадоволений попит, напруження сил), вартість (20-річний розподіл витрат, зокрема витрати воєнного часу), границя ризику і вартості (структури сил, що мінімізують вартість з даним ризиком, а також ризик з даною вартістю). Кожний блок SARA здійснює аналіз на рівні підрозділу. Для застосування моделі SARA користувач має спершу вирішити, які типи підрозділів аналізувати та на якому рівні (бригади, батальйону чи роти). Водночас SARA може подовжуватися на найменші рівні цілісних підрозділів, які разом тренуються й розгортаються. Оскільки SARA моделює кожний тип підрозділу незалежно від інших, то можна оцінювати певні типи підрозділів на різних рівнях. Усі підрозділи даного типу мають оцінюватися на однаковому рівні.

SARA дозволяє планувати сили за невизначеності, моделюючи попит на структуру сил як функцію ймовірності різних видів операційної діяльності, що мають місце у даному місяці. Для кожного виду операцій задається діапазон операцій і вказується вимога до умовної військової одиниці. Гнучко моделюється процес генерування збройних сил й оцінюється здатність різних силових структур задовольняти попит. Кожна з цих силових структур концептуально пов'язується з конкретною операційною вартістю і вимогою до підбору персоналу. Ефективність конкретної силової структури вимірюється ступенем, до якого вона задовольняє операційні вимоги. Імітація 10 тисяч можливих майбутностей дозволяє оцінювати розподіл операційних нестач, а відтак і ризиків, пов'язаних з альтернативними силовими структурами. Також оцінюється вартість кожної силової структури. Це дозволяє характеризувати кожну силову структуру у просторі ризику та вартості при даній множині операційних ймовірностей та ідентифікувати силові структури на ефективній границі. Врешті-решт, порівнюючи ефективні границі, пов'язані з різними припущеннями стосовно операційних ймовірностей, можна побачити, як обсяг сил і вартість, пов'язана з даним рівнем ризику, залежать від очікувань щодо природи майбутніх вимог.

О ДВУХ МОДИФИКАЦИЯХ r -АЛГОРИТМА

Более 40 лет назад был разработан субградиентный алгоритм минимизации с растяжением пространства в направлении разности двух последовательных градиентов – r -алгоритм [1]. Практика использования r – алгоритма показывает, что до сих пор он является одним из наиболее эффективных алгоритмов негладкой оптимизации. Однако теоретическое исследование эффективности r – алгоритма далеко не закончено (даже для класса выпуклых функций).

В докладе будут представлены два субградиентные алгоритма оптимизации с преобразованием пространства: $\alpha(\varepsilon)$ -алгоритм и $r(\sigma)$ -алгоритм. Эти алгоритмы содержат основной элемент r -алгоритма – использование операторов растяжения пространства с большими коэффициентами (в отличие, например от метода эллипсоидов).

Краткая характеристика $\alpha(\varepsilon)$ -алгоритма состоит в следующем. Алгоритм основан на использовании: ε -субградиентов; процедуры одномерного спуска; построения эллипсоидов локализации ε -решения; операторов преобразования пространства. Существенным параметром алгоритма является коэффициент уменьшения объема локализатора ε -решения на каждой итерации алгоритма q . Параметр q определяет программно вычисляемые значения коэффициентов операторов растяжения пространства. Получена следующая оценка трудоемкости $\alpha(\varepsilon)$ -алгоритма для решения задачи ε -оптимизации. Для числа итераций k алгоритма, за которые он обеспечивает решение 2ε -оптимизации, справедлива следующая оценка: $k \leq n \ln(1/\gamma) / \ln(1/q)$, где γ – относительная точность решения задачи. Численные эксперименты показывают, что (по числу итераций) эффективность $\alpha(\varepsilon)$ -алгоритма сравнима с эффективностью r -алгоритма Н.З. Шора. Однако трудоемкость одной итерации $\alpha(\varepsilon)$ -алгоритма существенно больше.

Краткая характеристика $r(\sigma)$ -алгоритма состоит в следующем. Вычислительная схема $r(\sigma)$ -алгоритма соответствует r -алгоритму. Отличие состоит лишь в следующем. Вместо оператора растяжения $R_\alpha(\eta)$ будет использоваться следующий оператор $\tilde{R}_\sigma(\tilde{\eta}) = \sigma \tilde{\eta} \tilde{\eta}^T + I$. Здесь $\tilde{\eta}$ – вектор R^1 , σ - нормирующий множитель, $\sigma \in R^1$, $\sigma > 0$. В отличие от оператора $R_\alpha(\eta)$, вектор $\tilde{\eta}$ не нормирован, то есть выполнение условия $|\tilde{\eta}| = 1$ не требуется. Различные варианты алгоритма будут определяться выбором нормирующего множителя σ . Легко видеть, что, если $|\tilde{\eta}| \neq 0$, то $\tilde{R}_\sigma(\tilde{\eta}) = R_\alpha(\tilde{\eta} / |\tilde{\eta}|)$, где $\alpha = 1 + \sigma |\tilde{\eta}|^2$. Таким образом, величины коэффициентов растяжения пространства на итерациях $r(\sigma)$ -алгоритмов не постоянны, они вычисляются в процессе его работы. Алгоритмы не требуют использования процедуры одномерного спуска по направлению. Они могут использоваться с постоянным шаговым множителем. Вычислительная схема $r(\sigma)$ -алгоритмов с постоянным шагом в некотором смысле проще схемы r -алгоритма. Это позволяет автору надеяться на возможность теоретического исследования эффективности $r(\sigma)$ -алгоритмов.

Литература

1. Шор Н.З., Журбенко Н.Г. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов. Кибернетика. - Киев: Наук. думка, 1971. -№3 . – С. 51-59.
2. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их применение. Киев: Наук.думка, 1979. – 200 с.

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ПО ПЕРЕМЕННЫМ И ТОЧНЫЕ ШТРАФНЫЕ ФУНКЦИИ

Схемы декомпозиции широко применяются при решении оптимизационных задач, обладающих специальной структурой (см., например, [1]). Существенные проблемы при использовании схем декомпозиции по переменным возникают в случае, когда множество допустимых точек подзадач становится пустым при некоторых значениях связывающих переменных. Для преодоления этих проблем используются точные штрафные функции. В работе рассматриваются подходы, позволяющие определять значения штрафов без решения сложных вспомогательных задач. Это существенно для применения точных штрафных функций в схемах декомпозиции. Представляемый материал основан на результатах, изложенных в [3].

Рассмотрим задачу

$$f^* = \min \{f_0(x) : x \in C\}, \quad (1)$$

где $C = \{x : f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, x \in R^n\}$, $f_i : R^n \rightarrow R, i = 0, \dots, m$ – выпуклые функции.

Положим $\Phi_\beta(x) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m \beta_i f_i^+(x)$, $F_\lambda(x) = f_0(x) + \lambda h^+(x)$, где $h(x) = \max \{f_i(x), i = 1, \dots, m\}$,

$$f^+(x) = \max \{0, f(x)\},$$

$$\Phi_\beta^* = \min \{\Phi_\beta(x) : x \in R^n\}, \quad (2)$$

$$F_\lambda^* = \min \{F_\lambda(x) : x \in R^n\}. \quad (3)$$

$\Phi_\beta(x)$ ($F_\lambda(x)$) называется точной штрафной функцией, если решения задач (1) и (2) (соответственно (3)) совпадают. Для определения значений штрафных коэффициентов на каждой итерации оптимизационных алгоритмов решаются некоторые вспомогательные задачи (например, линейризация исходной задачи). Однако в схемах декомпозиции решений отдельных подзадач для этого недостаточно.

Лемма 1. Пусть множество C компактно и замкнуто, значения штрафных коэффициентов фиксированы, заданы число $\varepsilon > 0$ и последовательность точек $x_k, k = 1, 2, \dots$, сходящаяся к решению \tilde{x} задачи (2) (или решению задачи (3)). Пусть каждой x_k по некоторому правилу P поставлена в соответствие точка $z_k = P(x_k), z_k \in C, k = 1, 2, \dots$, и выполняются неравенства

$$\varphi(x_k) \geq f_0(z_k) + \varepsilon \|z_k - x_k\|, \text{ если } x_k \notin C, k = 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где $\varphi(x) = \Phi_\beta(x)$ (соответственно $\varphi(x) = F_\lambda(x)$). Тогда $\tilde{x} \in C$.

Использование функции F_λ . Для $x \notin C$ и правила $P : R^n \rightarrow C$ обозначим

$$\lambda_p(x, \varepsilon) = \max \left(0, \frac{f_0(z) + \varepsilon \|z - x\| - f_0(x)}{h^+(x)} \right), \text{ где } z = P(x), \quad (5)$$

$$\lambda_p(\varepsilon) = \sup \{\lambda_p(x, \varepsilon) : x \notin C\} \quad (6)$$

Пусть для решения задачи (3) применяется некоторый сходящийся алгоритм A . Значения штрафных коэффициентов уточняются (увеличиваются) по ходу работы алгоритма. Обозначим λ_k значение коэффициента λ на итерации k . Для $k=1$ значение $\lambda_1 > 0$ считается заданным. При построении алгоритмом A точки x_k на итерации k используется значение λ_k . Если в точке x_k неравенство (4) выполняется при $\lambda = \lambda_k$, полагаем $\lambda_{k+1} = \lambda_k$, в противном случае $\lambda_{k+1} = \lambda_p(x_k, \varepsilon) + R$, где $R > 0$ – заданный параметр. Соотношения (4) выполняются, если $\lambda > \lambda_p(\varepsilon)$, число уточнений коэффициентов λ_k конечно, если $\lambda_p(\varepsilon) < \infty$.

Использование штрафных функций с существенно завышенными значениями штрафных коэффициентов приводит к проблемам, связанным с ошибками округления, ухудшением сходимости оптимизационных алгоритмов. Поэтому важной характеристикой правила P является величина $\lambda_p(\varepsilon)$, которая существенно зависит от правила P . Для того, чтобы минимизировать $\lambda_p(\varepsilon)$, нужно использовать в качестве правила P для каждой точки x_k решение вспомогательной задачи (построение оптимального правила P)

$$z_k = P(x_k) = \arg \min_z \{f_0(z) + \varepsilon \|z - x_k\| : z \in C\}. \quad (7)$$

Для приближенного решения этой задачи используются эвристические алгоритмы.

Пусть $x \notin C$, $y_0 \in C$, $\pi_C(x, y_0)$ – точка пересечения отрезка $[x, y_0]$ с границей множества C . Процедура поиска точки $\pi_C(x, y_0)$ может быть реализована достаточно эффективно.

Теорема 1. Пусть множество C ограничено, функция f_0 липшицева на C , задана точка $y_0 \in C$, $h(y_0) < 0$, $P(x) = \pi_C(x, y_0)$, для $x \notin C$. Тогда $\lambda_p(\varepsilon) < \infty$.

Правило $P(x) = \pi_C(x, y_0)$ позволяет строить достаточно эффективные процедуры уточнения штрафного коэффициента.

В докладе рассматриваются подходы, позволяющие улучшить качество рассмотренного правила P , применение этого правила при использовании функции Φ_β и в схемах декомпозиции по переменным.

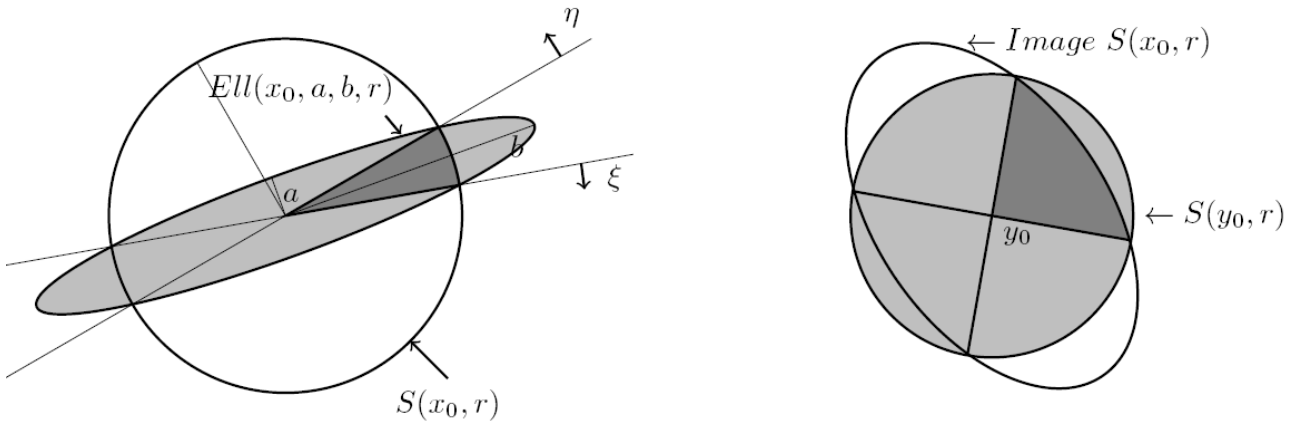
Полученные результаты будут полезны при разработке алгоритмов декомпозиции выпуклых блочных задач оптимизации со связывающими переменными большой размерности.

Литература

1. Shor N.Z. Nondifferentiable Optimization and Polynomial Problems. – London: Kluwer Academic Publishers, 1998. – 381 p.
2. Лаптин Ю.П. Вопросы построения точных штрафных функций // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10: Прикладная математика. 2013. Вып. 4. – С. 21–31.
3. Лаптин Ю.П. Точные штрафные функции и выпуклые продолжения функций в схемах декомпозиции по переменным // Кибернетика и системный анализ. – 2016, – № 1.- С. 96 – 108.

ОПТИМАЛЬНЫЙ 2d-ЭЛЛИПСОИД И РАСТЯЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВА ПО РАЗНОСТИ НОРМИРОВАННЫХ СУБГРАДИЕНТОВ

Оптимальным 2d-эллипсоидом будем называть минимальный по объему эллипсоид $Ell(x_0, a, b, r)$ с центром в точке x_0 , который содержит выпуклое тело $W \in E^n$, полученное в результате пересечения n -мерного шара $S(x_0, r) = \{x: \|x - x_0\| \leq r\}$ и двух полупространств $P(x_0, \xi) = \{x: (x - x_0, \xi) \leq 0\}$ и $P(x_0, \eta) = \{x: (x - x_0, \eta) \leq 0\}$, таких, что $-1 < (\xi, \eta) < 0$, $\|\xi\| = 1$, $\|\eta\| = 1$ [1, 2 стр. 123–125]. Его проекция на плоскость представлена на рисунке, справа.



Отношение объема $Ell(x_0, a, b, r)$ к объему шара $S(x_0, r)$ равно $q = \sqrt{1 - (\xi, \eta)^2} < 1$; длина полуоси в направлении $\xi - \eta$ равна $a = r\sqrt{1 + (\xi, \eta)} < r$; длина полуоси в направлении $\xi + \eta$ равна $b = r\sqrt{1 - (\xi, \eta)} > r$, а во всех $n - 2$ ортогональных к ξ и η направлениях длины полуосей равны r . Преобразование эллипсоида $Ell(x_0, a, b, r)$ в "новый" шар $S(y_0, r)$ радиуса r (проекция на плоскость представлена на рисунке, слева) реализуется с помощью оператора

$$T_2(\xi, \eta) = R_{\alpha_1} \left(\frac{\xi - \eta}{\|\xi - \eta\|} \right) R_{\alpha_2} \left(\frac{\xi + \eta}{\|\xi + \eta\|} \right), \quad \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + (\xi, \eta)}} > 1, \quad \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - (\xi, \eta)}} < 1 \quad (1)$$

и отвечает последовательному применению оператора растяжения пространства $R_\alpha(\zeta) = I_n + (\alpha - 1)\zeta\zeta^T$, где I_n – единичная $n \times n$ -матрица, в двух ортогональных направлениях: "растяжение" в направлении разности векторов ξ и η с коэффициентом $\alpha_1 > 1$ и "сжатие" в направлении суммы векторов ξ и η с коэффициентом $\alpha_2 < 1$.

Лемма 1. Пусть $n \times n$ -матрица B_k – такая, что $\|B_k^{-1}(x_k - x^*)\| \leq r$; g_1 и g_2 – n -мерные векторы, такие, что $(x_k - x^*, g_1) \geq 0$, $(x_k - x^*, g_2) \geq 0$ и $-\|B_k^T g_1\| \|B_k^T g_2\| < (B_k^T g_1, B_k^T g_2) < 0$. Если

$$B_{k+1} = B_k R_{\beta_1} \left(\frac{\xi - \eta}{\|\xi - \eta\|} \right) R_{\beta_2} \left(\frac{\xi + \eta}{\|\xi + \eta\|} \right), \quad \xi = \frac{B_k^T g_1}{\|B_k^T g_1\|}, \quad \eta = \frac{B_k^T g_2}{\|B_k^T g_2\|} \quad (2)$$

где $\beta_1 = \sqrt{1 + (\xi, \eta)}$ и $\beta_2 = \sqrt{1 - (\xi, \eta)}$, то матрица B_{k+1} обладает следующими свойствами:

(i) $\|B_{k+1}^{-1}(x_k - x^*)\| \leq r$; (ii) $\det(B_{k+1}) = \det(B_k) \sqrt{1 - (\xi, \eta)^2}$; (iii) $(B_{k+1}^T g_1, B_{k+1}^T g_2) = 0$.

Лемма 1 имеет следующую интерпретацию. Свойство (i) означает локализацию точки $y^* = A_k x^*$ в шаре $S(y_k, r)$ преобразованного пространства $Y = A_k X$, $A_k = B_k^{-1}$. Свойство (ii) означает уменьшение объема эллипсоида вида $Ell(y_k, a, b, r)$ по отношению к объему шара $S(y_k, r)$ и уменьшение объема будет тем больше, чем более тупым будет угол между векторами ξ и η . Свойство (iii) означает следующее. Пусть g_1 и g_2 – субградиенты выпуклой негладкой функции $f(x)$ в точке x_k . Тогда $B_k^T g_1$ и $B_k^T g_2$ есть субградиентами выпуклой негладкой функции $\varphi_k(y) = f(B_k y)$ в точке $y_k = A_k x_k$ преобразованного пространства $Y = A_k X$. Угол между субградиентами $B_k^T g_1$ и $B_k^T g_2$ тупой, а значит в преобразованном пространстве переменных ни один из этих двух антисубградиентов в точке y_k не является направлением убывания функции $\varphi_k(y)$. Преобразование пространства $Y = A_{k+1} X$, $A_{k+1} = B_{k+1}^{-1}$, где B_{k+1} вычислена по формуле (2), ортогонализует субградиенты $B_{k+1}^T g_1$ и $B_{k+1}^T g_2$ функции $\varphi_{k+1}(y) = f(B_{k+1} y)$ в следующем преобразованном пространстве $Y = A_{k+1} X$. Возможность их ортогонализации гарантирует условие $\left(\frac{B_k^T g_1}{\|B_k^T g_1\|}, \frac{B_k^T g_2}{\|B_k^T g_2\|} \right) > -1$.

Другими словами, свойство (iii) обеспечивает использование антиовражного приема по типу того, который используется в r -алгоритмах. Субградиенты с тупым углом в текущем пространстве переменных станут ортогональными в преобразованном пространстве, что позволяет улучшить поверхности уровня овражной функции. При этом коэффициенты растяжения пространства в направлении разности нормированных субградиентов и в направлении суммы нормированных субградиентов определяются углом между субградиентами. Чем более тупым будет угол между ними, тем большим будет коэффициент растяжения пространства в направлении разности двух нормированных субградиентов.

Учитывая, что "сжатие" пространства переменных с коэффициентом $\alpha_2 < 1$ в направлении суммы векторов ξ и η только усиливает "растяжение" пространства с коэффициентом $\alpha_1 > 1$ в направлении разности векторов ξ и η , то общий коэффициент растяжения пространства переменных в направлении разности нормированных субградиентов можно представить следующей формулой

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\sqrt{1 - (\xi, \eta)}}{\sqrt{1 + (\xi, \eta)}} = \sqrt{1 - \frac{2(\xi, \eta)}{1 + (\xi, \eta)}} > 1, \quad \text{где} \quad \xi = \frac{B_k^T g_1}{\|B_k^T g_1\|}, \eta = \frac{B_k^T g_2}{\|B_k^T g_2\|}, -1 < (\xi, \eta) < 0. \quad (3)$$

Формула (3) означает, что если растянуть пространство переменных в направлении разности двух нормированных субградиентов с коэффициентом α , то в "растянутом" пространстве переменных субградиенты станут ортогональными.

В докладе обсудим использование оператора $T_2(\xi, \eta)$ в субградиентных методах с преобразованием пространства [2], его замену на одноранговый линейный оператор [3], который обеспечивает точно такое же уменьшение объема локализующего точку минимума эллипсоида в каждом последующем преобразованном пространстве переменных. Приведем результаты минимизации овражных функций с помощью субградиентного метода *amsq2p* ([2], стр. 294–297), который использует релаксационный шаг (известен как шаг Поляка или шаг Агмона-Моцкина) и априорное знание минимального значения функции.

Литература

1. Стецюк П.И. r -алгоритмы и эллипсоиды // Кибернетика и системный анализ. – 1996. – № 6. – С. 113–134.
2. Стецюк П.И. Методы эллипсоидов и r -алгоритмы. – Кишинэу, Эврика, 2014. – 488 с.
3. Стецюк П.И. Ортогонализирующие линейные операторы в выпуклом программировании. I // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – № 3. – С. 97–119.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
ДО 80-РІЧЧЯ АКАДЕМІКА НАН УКРАЇНИ І.В. СЕРГІЄНКА	4
МАТЕМАТИЧНОМУ ФАКУЛЬТЕТУ – 50!	6
<i>Boldyreva Valeria, Zhmykhova Tetiana</i> SOME RESULTS FOR THE PROBABILITY OF NON-RUIN BY MHULL OF TOP INSURANCE COMPANIES OF UKRAINE	8
<i>Chapko R.</i> ON THE GREEN'S FUNCTION TECHNIQUE FOR THE BOUNDARY RECONSTRUCTION IN THE POTENTIAL THEORY	10
<i>Gayvoronska Galina, Solomitsky Maxim</i> DECISION THEORY METHODS USAGE FOR ACCESS NETWORKS SYNTHESIS PROBLEMS SOLVING	13
<i>Kosolap A.</i> RECENT ADVANCE IN GLOBAL OPTIMIZATION	15
<i>Mikhailyk Victor, Sergienko Ivan</i> METHODS FOR LOWER ESTIMATES OF APPROXIMATION RATIO OF REOPTIMIZATION FOR DISCRETE OPTIMIZATION	17
<i>Pankratova N.D.</i> MATHEMATICAL PROVISION OF THE DECISION-MAKING FOR THE SAFETY OF COMPLEX ENGINEERING OBJECTS OPERATION IN THE CONDITIONS OF UNCERTAINTY AND MULTIFACTORIAL RISKS	20
<i>Yatsenko V.A.</i> THE INFLUENCE OF THE FREE SPACE ENVIRONMENT ON THE SUPERLIGHT-WEIGHT THERMAL PROTECTION SYSTEM: MODELING, OPTIMIZATION, AND RISK ANALYSIS	24
<i>Yerokhin A., Nechyporenko A.</i> DECISION SUPPORT SYSTEM FOR SLEEP APNEA DETECTION	26
<i>Андрашко Ю.В., Кузка О.І.</i> РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ПРО (R,P)-ЦЕНТРОЇД МЕТОДОМ ЛОКАЛЬНОГО ПОШУКУ ІЗ ЗАБОРОНАМИ	28
<i>Антоненко Н.А., Желдак Т.А.</i> ВИКОРИСТАННЯ ШТУЧНОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ СТІЙКОСТІ ФУТЕРОВКИ КОНВЕРТЕРА	30
<i>Арсирій Е.А., Антощук С.Г., Бабалунга О.Ю., Ядрова М.В.</i> ІНТЕЛЕКТУАЛЬНА ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ПРОЕКТУВАННЯ ЗЕЛЕНИХ ГІДРОАЕРОДИНАМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТА СИСТЕМ	32
<i>Асланов О.М.</i> МЕТОД АДАПТИВНОГО УПРАВЛІННЯ МАРШРУТИЗАЦІЄЮ В ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖАХ В УМОВАХ ЧАСТИХ ЗМІН ЇХ ПАРАМЕТРІВ	34
<i>Ахметшина Л.Г.</i> СЕГМЕНТАЦІЯ СЛАБОКОНТРАСТНИХ ІЗОБРАЖЕНІЙ НА ОСНОВЕ ФАЗЗИФІКАЦІЇ І ОРТОГОНАЛЬНОЇ ДЕКОМПОЗИЦІЇ	36
<i>Бабичев С.А.</i> ТЕХНОЛОГІЯ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ ВИСОКОРАЗМЕРНИХ ДАННИХ С ПОЗИЦІЙ ІНДУКТИВНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ	38
<i>Бакурова А.В., Ропало Г.М.</i> ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ РОЗРОБКИ ПЛАНУ ДИВЕРСИФІКАЦІЇ МЕРЕЖІ АПТЕК	40
<i>Барабаш О.В., Мусієнко А.П.</i> МЕТОДИКА ДІАГНОСТУВАННЯ АДРЕСНО-АНАЛОГОВИХ ПОЖЕЖНИХ ДАТЧИКІВ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ ПОЖЕЖНОЇ СИГНАЛІЗАЦІЇ НА ОСНОВІ ВНУТРІШНІХ ТЕСТОВИХ ПЕРЕВІРОК	42
<i>Березовський О.А.</i> ДОСТАТНЯ УМОВА ОТРИМАННЯ ГЛОБАЛЬНОГО ЕКСТРЕМУМУ НЕОПУКЛОЇ КВАДРАТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ДВОЇСТИМ ПІДХОДОМ	43
<i>Бігдан В.Б., Криковлюк О.О., Чорний Ю.М.</i> ЗАСТОСУВАННЯ ОСТРІВНОЇ МОДЕЛІ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ОПТИМІЗАЦІЇ В ІМІТАЦІЙНИХ ЕКСПЕРИМЕНТАХ	44
<i>Бігдан В.Б., Пепеляєв В.А., Чорний Ю.М.</i> ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ОПТИМІЗАЦІЇ В ІМІТАЦІЙНИХ ЕКСПЕРИМЕНТАХ	46

<i>Білощицький А.О., Кучанський О.Ю., Безмогоричний Д.М., Кузьомко А.С., Пида С.В.</i>	48
КОНЦЕПЦІЯ РОЗБУДОВИ GameHub – ІНФРАСТРУКТУРИ В УКРАЇНСЬКИХ УНІВЕРСИТЕТАХ	
<i>Бодяньський Є.В., Бойко О.О.</i>	50
ЕВОЛЮЦІЙНА ANARX-МОДЕЛЬ НА ОСНОВІ НЕО- ФАЗЗИ ВУЗЛІВ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ НЕЛІНІЙНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ	
<i>Бодяньський Є.В., Дидык А.А.</i>	52
РОБАСТНЫЙ АЛГОРИТМ НЕЧЕТКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ	
<i>Бодяньський Є.В., Струков В.М., Узлов Д.Ю.</i>	54
ОБ ОДНОЙ МЕТРИКЕ В ПРОСТРАНСТВЕ МНОГОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ С РАЗНОТИПНЫМИ ПРИЗНАКАМИ	
<i>Бодяньський Є.В., Винокурова О.А., Кобилін І.О., Мулеса П.П.</i>	56
АДАПТИВНА НЕЧІТКА КЛАСТЕРИЗАЦІЯ БАГАТОВИМІРНИХ КОРОТКИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ З НЕРІВНОМІРНИМ ТАКТОМ КВАНТУВАННЯ	
<i>Бодяньський Є.В., Винокурова О.А., Пелешко Д.Д., Плісс І.П.</i>	58
АДАПТИВНЕ ГЛИБИННЕ НАВЧАННЯ БАГАТОВИМІРНОЇ ГІБРИДНОЇ СИСТЕМИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ІНТЕЛЕКТУ	
<i>Боярчук Д.О., Шило П.В.</i>	60
РОЗВ’ЯЗАННЯ КВАДРАТИЧНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ	
<i>Брила А.Ю., Гренджа В.І.</i>	61
ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ З ЛЕКСИКОГРФІЧНИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ, ЯКІ МІСТЯТЬ АЛЬТЕРНАТИВНІ СКЛАДОВІ	
<i>Возна Н.Я., Пастух Т.І., Воронич А.Р., Білінський В.С.</i>	62
МЕТОД РОЗПІЗНАВАННЯ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ КРИТЕРІЮ ЕНТРОПІЙНО-СТРУКТУРНОЇ СКЛАДНОСТІ	
<i>Возна Н.Я., Процюк Г.Я., Пітух І.Р., Николайчук Я.М.</i>	64
МЕТОД ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ СТРУКТУРИЗОВАНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СТАНІВ ПРОМИСЛОВИХ ОБ’ЄКТІВ В ІНТЕРАКТИВНИХ КОМП’ЮТЕРИЗОВАНИХ СИСТЕМАХ	
<i>Волинський О.І., Албанський І.Б., Гуменний П.В., Тустановський С.В.</i>	66
ФОРМАЛІЗАЦІЯ МЕТОДІВ ТА ШЛЯХІВ РЕАЛІЗАЦІЇ ШВИДКОДІЮЧИХ СПЕЦПРОЦЕСОРІВ ОПРАЦЮВАННЯ ДАНИХ В РІЗНИХ ТЕОРЕТИКО- ЧИСЛОВИХ БАЗИСАХ ДЛЯ ВИСОКОПРОДУКТИВНИХ СИСТЕМ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	
<i>Волошин О.Ф., Кудін В.І., Ковальов Д.І.</i>	68
ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ В КИЇВСЬКОМУ НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА	
<i>Волошин О.Ф., Кудін В.І., Кулик В.В.</i>	70
БАЛАНСОВІ МОДЕЛІ НАЦІОНАЛЬНОЇ ЕКОНОМІКИ ТА МЕТОДИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ І ОПТИМІЗАЦІЇ РІШЕНЬ	
<i>Гайворонська Г.С., Сахарова С.В.</i>	74
ЗАДАЧА ВИБОРУ ЕТАЛОННИХ КЛАСІВ ІНФОКОМУНІКАЦІЙНИХ ПОСЛУГ	
<i>Гамоцька С.Л.</i>	76
РАНЖУВАННЯ ТА МОНІТОРИНГ РИЗИКІВ В ІТ-ПРОЕКТІ	
<i>Гарасим Я.С., Остудін Б.А., Шунькін Ю.В.</i>	78
ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ДЕЯКИХ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПОТЕНЦІАЛУ В ЕЛЕКТРОННІЙ ОПТИЦІ	
<i>Гече Ф.Е., Батюк А.Є., Бучок В.Ю.</i>	80
ВЛАСТИВОСТІ ЯДЕР БУЛЕВИХ НЕЙРОФУНКЦІЙ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗУ НЕЙРОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	
<i>Глебена В.Ф., Ольховенко С.І., Кормош О.В.</i>	82
ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АПАРАТУ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ПОЧЕРКОЗНАВЧОЇ ЕКСПЕРТИЗИ	
<i>Глебена М.І., Цегелик Г.Г.</i>	84
АПАРАТ НЕКЛАСИЧНИХ МАЖОРАНТ І ДІАГРАМ НЬЮТОНА ФУНКЦІЇ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ	
<i>Гнатієнко Г.М., Маляр М.М., Поліщук А.В.</i>	86
СИНТЕЗ ПРІОРИТЕТІВ ПРИ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОМУ ОЦІНЮВАННІ	
<i>Гожий А.П., Калинина І.А., Чирун Л.Б.</i>	88
ПОСТРОЕНИЕ ПРОЦЕДУР ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ	

<i>Гожий В.О.</i> СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ФІНАНСОВОГО СТАНУ ПІДПРИЄМСТВ	89
<i>Головач Й.І., Міца О.В., Оришич С.С.</i> СИНТЕЗ ОДНОГО КЛАСУ ТЕПЛООБМІННИХ СИСТЕМ, ЯК ЗАДАЧА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	91
<i>Гомозов Є.П.</i> МОДЕЛЮВАННЯ ПРОГНОЗНИХ ОЦІНОК ДЕРИВАТИВІВ	93
<i>Горбачук В.М., Чумаков Б.М., Сирку А.А.</i> СТОХАСТИЧНИЙ АНАЛІЗ АКТИВНОГО РЕЗЕРВУ	94
<i>Григорків В.С.</i> КОМПЛЕКС МОДЕЛЕЙ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ У СИСТЕМАХ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	96
<i>Григорків М.В.</i> МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ФУНКЦІЙ ЕКОНОМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ	97
<i>Гром Н.В., Семенова Н.В.</i> ОПТИМІЗАЦІЯ ФУНКЦІОНУВАННЯ ДВОПРОДУКТОВОЇ ЕВОЛЮЦІЙНОЇ СИСТЕМИ В ТЕРМІНАХ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ	98
<i>Гуляницький Л.Ф.</i> ДО КЛАСИФІКАЦІЇ ПРИКЛАДНИХ МЕТОДІВ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ	100
<i>Гуляницький Л.Ф., Рясна І.І.</i> ФОРМАЛІЗАЦІЯ ТА ОЗНАЧЕННЯ НЕЧІТКИХ КОМБІНАТОРНИХ ОБ'ЄКТІВ	103
<i>Гупал А.М.</i> СИММЕТРИЧНИЙ КОД И ГЕНЕТИЧЕСКИЕ МУТАЦИИ	104
<i>Гупал Н.А.</i> СИММЕТРИЧНИЙ ГЕНЕТИЧЕСКИЙ КОД	106
<i>Дейнеко А.О., Долотов А.І., Куценко Я.В., Плісс І.П., Чигрин Д.Р.</i> НЕЧІТКЕ КЛАСТЕРУВАННЯ ПОТОКІВ ДАНИХ НА ОСНОВІ ГІБРИДНИХ СИСТЕМ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ІНТЕЛЕКТУ	108
<i>Демидюк М.В., Гошовська Н.В.</i> ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ В ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ДВОЛАНКОВИМ МАНІПУЛЯТОРОМ	110
<i>Домрачев В.М., Третиник В.В., Палеха Ю.І.</i> ЗАСТОСУВАННЯ SAS ENTERPRISE MINER ДЛЯ АНАЛІЗУ ДІЯЛЬНОСТІ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ УКРАЇНИ	112
<i>Донченко В.С., Назарага І.М., Тарасова О.В.</i> КОРТЕЖНІ ОПЕРАТОРИ В ЗАДАЧАХ ГРУПУВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ З МАТРИЧНИМИ "ВЕКТОРАМИ ОЗНАК"	114
<i>Доценко С.І., Семенов В.В.</i> ДЖОН НЭШ И ТЕОРИЯ ИГР	116
<i>Дяченко М.П., Людвиченко В.О.</i> ПРО ФОРМУЛУ ОБЧИСЛЕННЯ ЗАРОБІТНОЇ ПЛАТИ З ВИКОРИСТАННЯМ ОЦІНОК ВАРТОСТІ ПРОЖИТКОВОГО МІНІМУМУ	118
<i>Журбенко Н.Г.</i> О ДВУХ МОДИФИКАЦИЯХ τ-АЛГОРИТМА	120
<i>Зайченко Ю.П., Зайченко О.Ю.</i> МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В НЕЧЕТКИХ УСЛОВИЯХ	121
<i>Землянський О.М., Биченко А.О., Джулай О.М.</i> ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ПРОТИПОЖЕЖНИМ ЗАХИСТОМ	123
<i>Зінченко О.В., Желдак Т.А.</i> ПОБУДОВА РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ СТІЙКОСТІ ФУТЕРОВКИ КОНВЕРТОРА З УРАХУВАННЯМ МУЛЬТИКОЛІНЕАРНОСТІ	124
<i>Ильяш Л.И.</i> ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ ТЕКСТОВЫХ ОБЛАСТЕЙ НА ИЗОБРАЖЕНИИ	126
<i>Івохін Є.В., Апанасенко Д.В.</i> ОДИН СПОСІБ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ СКЛАДЕНИХ НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ НА ОСНОВІ МНОЖИН ВЕКТОРНОГО РІВНЯ	128
<i>Івохін Є.В., Махно М.Ф.</i> ПРО ОДИН ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЧІТКОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ РОЗКЛАДІВ	129
<i>Івохін Є.В., Науменко Ю.О.</i> МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ РЕКЛАМИ ЯК ПРОЦЕСУ АГРЕГАЦІЇ, ОБМЕЖЕНОЇ ДИФУЗІЄЮ	130
<i>Капустей М.М., Слюсарчук П.В.</i> ПРО БЛИЗЬКІСТЬ ЩІЛЬНОСТЕЙ РОЗПОДІЛІВ ДВОХ СУМ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН	131

<i>Каревіна Н.П., Бердник М.Г.</i> МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК УЗАГАЛЬНЕНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ НЕЙМАНА ТЕПЛООБМІНУ КУСКОВО-ОДНОРІДНОГО ЦИЛІНДРА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ	132
<i>Касім А.М., Касім М.М.</i> ІНТЕГРОВАНА ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З УПРАВЛІННЯ РУХОМИМИ ОБ'ЄКТАМИ РІЗНОГО ПРОСТОРОВОГО БАЗУВАННЯ	134
<i>Коваленко О.В., Кряжич О.О.</i> ОПИС ЕКОЛОГІЧНОГО СТАНУ ТЕРИТОРІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ МОЖЛИВИХ НАПРЯМКІВ ЗОЙТЕНДЕЙКА	137
<i>Коваленко О.Є.</i> ОБРОБКА МОДАЛЬНОСТЕЙ ПРИ ПРИЙНЯТТІ РІШЕНЬ У СИСТЕМАХ СИТУАЦІЙНОГО УПРАВЛІННЯ	139
<i>Козаченко Ю.В., Петранова М.Ю.</i> МОДЕЛЮВАННЯ КВАЗІ ПРОЦЕСУ ОРНШТЕЙНА-УЛЕНБЕКА В ПРОСТОРАХ $C([0, T])$ ТА $L_p([0, T])$	141
<i>Козин І.В., Канаєва Н.В., Зиновеева М.И.</i> ВЛИЯНИЕ НАЛОГА НА ПОВЕДЕНИЕ ИГРОКОВ В МАТРИЧНЫХ ИГРАХ	142
<i>Козин І.В., Максишко Н.К., Перепелица В.А.</i> ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ЗЕМЛЕПОЛЬЗОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ФРАГМЕНТАРНОЙ МОДЕЛИ	143
<i>Коломис О.М., Луц Л.В.</i> АЛГОРИТМИ ОБЧИСЛЕННЯ ОЦІНОК ВЗАЄМНО КОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ	145
<i>Кондрук Н.Е.</i> ДЕЯКІ МІРИ СХОЖОСТІ ОБ'ЄКТІВ	147
<i>Крак Ю.В., Бармак О.В., Багрій Р.О., Стеля І.О.</i> ДО РОЗРОБКИ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ КОМУНІКАЦІЇ ДЛЯ ЛЮДЕЙ З ОБМЕЖЕННЯМИ	148
<i>Кривонос Ю.Г., Крак Ю.В., Кузнецов В.О., Отроценко О.П.</i> ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ АНАЛІЗУ МІМІЧНИХ ПРОЯВІВ В СИСТЕМАХ ІНТЕРАКТИВНОГО ВИВЧЕННЯ ЖЕСТОВОЇ МОВИ	150
<i>Круліковський Б.Б., Давлетова А.Я., Івасьєв С.В.</i> МЕТОД ТА СПЕЦПРОЦЕСОРИ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЙ ХЕММІНГОВОГО ПРОСТОРУ У ЗАДАЧАХ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	152
<i>Кузка О.І.</i> ОПТИМІЗАЦІЯ СТРУКТУРИ СИСТЕМИ ВИКОНАННЯ РОБІТ В БАГАТОСТАДІЙНИХ ЗАДАЧАХ	154
<i>Лавер В.О.</i> ЗАСТОСУВАННЯ НЕЧІТКОЇ АРИФМЕТИКИ ПРИ УЗАГАЛЬНЕННІ ЗАДАЧ РОЗПОДІЛУ	155
Лаптин Ю.П. ДЕКОМПОЗИЦІЯ ПО ПЕРЕМЕННЫМ И ТОЧНЫЕ ШТРАФНЫЕ ФУНКЦИИ	156
<i>Лебедєва Т.Т., Семенова Н.В., Сергієнко Т.І.</i> УМОВИ ОПТИМАЛЬНОСТІ ТА СТІЙКОСТІ У ВЕКТОРНИХ ЗАДАЧАХ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ	158
<i>Левчук О.М., Коцовський В.М., Фур В.Ю.</i> СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ВИБОРУ СТРІЛЬЦЯ ДЛЯ УЧАСТІ У ПРОВІДНИХ ЗМАГАННЯХ	161
<i>Литвиненко В.І., Таїф М.А., Фефелов А.О., Лурье І.А.</i> МОДЕЛЮВАННЯ ГЕННОЇ РЕГУЛЯТОРНОЇ МЕРЕЖІ З ГІБРИДНОГО АЛГОРИТМУ КЛОНАЛЬНОГО ВІДБОРУ ТА ПРОГРАМУВАННЯ ЕКСПРЕСІЇ ГЕНІВ	163
<i>Лізунов П.П., Білощицький А.О., Чала Л.Е., Кучанський О.Ю.</i> ЗНАХОДЖЕННЯ НЕПОВНИХ ДУБЛІКАТІВ МАТЕМАТИЧНИХ ФОРМУЛ	165
<i>Луц В.К.</i> РОЗРОБКА ПЕРЕТВОРЕНЬ З ВЛАСТИВОСТЯМИ ФІЛЬТРАЦІЇ	166
<i>Максимів О.П., Рак Т.С., Меньшикова О.В., Пелешко Д.Д.</i> ВИКОРИСТАННЯ ЗГОРТКОВИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ДЛЯ РОЗПІЗНАВАННЯ ПОЛУМ'Я У ВІДЕОПОТОЦІ	167
<i>Малець Р.</i> ЧИСЛОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ТОНКОСТІННИХ ТІЛ, ПОДАТЛИВИХ ДО ЗСУВІВ ТА СТИСНЕННЯ	169
<i>Мальшико С.А.</i> ПОДДЕРЖКА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ СППР «NEWSCAPE»	170

<i>Маляр-Газда Н.М., Газда Р.Е.</i> ПІДХІД ЩОДО ОЦІНКИ ВАЖКОСТІ СТАНУ ХВОРИХ З ГОСТРИМ ПАНКРЕАТИТОМ	172
<i>Маринець В.В.</i> КРАЙОВА ЗАДАЧА ГУРСА-ДАРБУ ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ВИЩОГО ПОРЯДКУ В ОБЛАСТІ ЗІ СКЛАДНОЮ СТРУКТУРОЮ КРАЮ	174
<i>Маринець К.В.</i> НАБЛИЖЕНЕ ІНТЕГРУВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МОДИФІКОВАНИМИ ПОСЛІДОВНИМИ НАБЛИЖЕННЯМИ	175
<i>Марко М.Я., Цегелик Г.Г.</i> ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ ВИЗНАЧЕНОСТІ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ	176
<i>Мартин Є.В., Малець І.О., Придатко О.В.</i> РОЗРОБЛЕННЯ МОДЕЛІ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПІДГОТОВКИ ПРОЦЕСІВ ЛІКВІДАЦІЇ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ	178
<i>Маиталир С.В.</i> ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ СЕГМЕНТАЦИЯ ВИДЕО В ЗАДАЧЕ ИНФОРМАЦИОННОГО ПОИСКА	180
<i>Мисько Ю.П., Нестерчук М.О., Ніколенко В.В.</i> ЕФЕКТИВНІСТЬ АЛГОРИТМІВ РОЗПІЗНАВАННЯ НА ДЕЯКИХ КЛАСАХ НАВЧАЛЬНИХ ВИБРОК	182
<i>Михальов О.І., Кузнецов В.І., Євтушенко Г.Л.</i> СИСТЕМНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ НА БАЗІ МЕТОДІВ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО АНАЛІЗА	184
<i>Млавець Ю.Ю., Синявська О.О.</i> ДЕЯКИЙ КРИТЕРІЙ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ГІПОТЕЗИ ПРО ЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРА ХЮРСТА	187
<i>Мулеса О.Ю., Миронюк І.С., Слабкий Г.О.</i> ПРОГНОЗУВАННЯ ПОТРЕБ В ШВИДКИХ ТЕСТАХ №1 І №2 ДЛЯ ТЕСТУВАННЯ НА ВІЛ ЯК ІНСТРУМЕНТ ПЛАНУВАННЯ РАНЬОГО ВИЯВЛЕННЯ ЗАХВОРЮВАННЯ	188
<i>Мулеса О.Ю., Миронюк І.С.</i> НЕЧІТКА ПРОДУКЦІЙНА МОДЕЛЬ ПРИЙНЯТТЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ У СФЕРІ ПРОТИДІЇ ЕПІДЕМІЇ ВІЛ/СНІДУ ЯК КОМПОНЕНТ РИЗИК-МЕНЕДЖМЕНТУ В ОХОРОНІ ЗДОРОВ'Я	189
<i>Мурга М.О.</i> ПРОСТІР ЗІ ЗМІННИМ БАЗИСОМ ПРИНАЛЕЖНОСТЕЙ ОЗНАКАМ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ	191
<i>Невмержицкий А.В.</i> СТРУКТУРИЗАЦІЯ ПЕРЕМЕННЫХ УРАВНЕНИЯ $X^m + Y^m = Z^m$ В МНОЖЕСТВЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ	193
<i>Нікітіна А.О.</i> ПРО ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ ЕВОЛЮЦІЇ ДО ЗАДАЧІ АВТОМАТИЧНОЇ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ	195
<i>Николайчук Л.М.</i> ФОРМАЛІЗАЦІЯ СИСТЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ НЕЙРО-МОДЕЛІ СУБ'ЄКТА ПРАВА	196
<i>Огурцов М.І., Ходзінський О.М.</i> ПРО ФОРМАЛІЗАЦІЮ ЗАДАЧІ МАРШРУТИЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ПРИ ОБСТЕЖЕННІ ТЕРИТОРІЇ	198
<i>Оліх В.Я., Сегін А.І.</i> АЛГОРИТМИ МАШИННОГО НАВЧАННЯ В ЗАДАЧАХ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ	200
<i>Онищенко А.М., Кудін Г.І.</i> МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРНИХ ЗМІН В МОДЕЛІ ТИПУ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА	202
<i>Пащинська Н.М., Путренко В.В.</i> ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДАНИХ НА ОСНОВІ КЛАСИФІКАЦІЇ ФАКТОРІВ ПОЖЕЖНОЇ НЕБЕЗПЕКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ДЕРЕВА РІШЕНЬ	203
<i>Пашко А.О.</i> ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ В ЗАДАЧАХ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	205
<i>Перепелица В.А., Терещенко Э.В.</i> О СВОЙСТВЕ ПОЛНОТЫ ДВУКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ	207
<i>Перова І.Г., Бражнікова Є.М., Бойко О.О.</i> ДІАГНОСТУЮЧА НЕЙРО-ФАЗЗИ СИСТЕМА ЗІ ЗМІННОЮ КІЛЬКІСТЮ ВХОДІВ ТА ВИХОДІВ	209

<i>Петрик М.Р., Сергієнко І.В., Фресар Ж., Петрик О.Ю.</i> ІДЕНТИФІКАЦІЯ КОЕФІЦІЄНТІВ КОМПЕТИТИВНОЇ ДИФУЗІЇ В СЕРЕДОВИЩАХ ЧАСТИНОК НАНОПОРИСТОЇ СТРУКТУРИ З ВИКОРИСТАННЯМ ВИСОКОПРОДУКТИВНИХ ГРАДІЄНТНИХ МЕТОДІВ	211
<i>Пецько В.І., Міца О.В., Матяшовська Б.О., Шумило Н.Я.</i> МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВО-ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ДЛЯ ОДНОГО З ТИПІВ ВІДРІЗАЮЧИХ ОПТИЧНИХ ФІЛЬТРІВ	213
<i>Пичугина О.С., Яковлев С.В.</i> О СТРОГИХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ В ЗАДАЧАХ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ	215
<i>Повідайчик М.М., Шулла Р.С., Шпонтак І.Я.</i> ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ПРИ ФОРМУВАННІ ОПТИМАЛЬНОЇ ВИРОБНИЧОЇ ПРОГРАМИ ЛІСОПИЛЬНИХ ПІДПРИЄМСТВ В УМОВАХ НЕГНУЧКИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ	217
<i>Повідайчик О.С.</i> ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ АНАЛІЗУ ДАНИХ У ПРОЦЕСІ НАУКОВО-ДОСЛІДНИЦЬКОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ	219
<i>Погоріляк О.О.</i> МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ	220
<i>Поліщук В.В.</i> ТЕХНОЛОГІЯ ЗМЕНШЕННЯ РИЗИКУ РОБОТИ ВЕНЧУРНИХ ФОНДІВ	221
<i>Полачек Е.М., Міца О.В.</i> ВИКОРИСТАННЯ ФРЕЙМВОРКУ LARAVEL ЯК ОДИН З ЕФЕКТИВНИХ ЗАСОБІВ ДЛЯ РОЗРОБКИ САЙТІВ	222
<i>Провотар О.І., Провотар Т.М.</i> ДЕЯКІ ПРАКТИЧНІ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ НЕЧІТКИХ МНОЖИН	224
<i>Прокопчук Ю.А., Белецкий А.С.</i> ПРОБЛЕМНЫЕ ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ КОГНИТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ И УПРАВЛЕНИЯ	225
<i>Прокопчук Ю.А.</i> КОГНИТИВНЫЕ ИЛИ «ОСМЫСЛЕННЫЕ» ИЗМЕРЕНИЯ НА БАЗЕ СИСТЕМ СМЫСЛОПОРОЖДЕНИЯ	227
<i>Пузырьов В.Є., Каминіна О.В.</i> СТАБІЛІЗАЦІЯ МАЛИХ КОЛИВАНЬ МАЯТНИКА ЗМІННОЇ ДОВЖИНИ ЗА ДОПОМОГОЮ ДЕМПФЕРА ПАСИВНОГО ТИПУ	229
<i>Романенко В.Д., Мілявський Ю.Л.</i> МЕТОД ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ УПРАВЛІННІ ДИНАМІКОЮ СКЛАДНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ВАРІЮВАННЯ ВАГОВИХ КОЕФІЦІЄНТІВ КОГНІТИВНИХ МОДЕЛЕЙ	230
<i>Саваневич В.Е., Хламов С.В., Брюховецкий А.Б., Погорелов А.В.</i> СОЛІТЕС - ОБНАРУЖЕНИЕ ОКОЛОНУЛЕВОГО ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ	232
<i>Сарай Н.М., Шапочка І.В.</i> ПРО МОДУЛЯРНІ МАТРИЧНІ ЗОБРАЖЕННЯ ЗНАКОЗМІННОЇ ГРУПИ ЧЕТВЕРТОГО СТЕПЕНЯ	234
<i>Сегін А.І., Заставний О.М.</i> ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЗАМИКАНЬ НА ЗЕМЛЮ В ЕЛЕКТРОМЕРЕЖАХ З ІЗОЛЬОВАНОЮ НЕЙТРАЛЛЮ НА ОСНОВІ КОРЕЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ НАПРУГ	235
<i>Селіванова А.В.</i> ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ ОПЕРАТОРСЬКИХ РІШЕНЬ У КОМП'ЮТЕРНОМУ ТРЕНАЖЕРІ	237
<i>Семенов В.В.</i> СХОДИМОСТЬ НОВОГО ВАРИАНТА МЕТОДА ЗЕРКАЛЬНОГО СПУСКА ДЛЯ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ	239
<i>Семенова Н.В., Ломага М.М.</i> ЗАДАЧІ ЛЕКСИКОГРАФІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ІЗ СЕПАРАБЕЛЬНИМИ ФУНКЦІЯМИ КРИТЕРІЇВ	241
<i>Сергієнко І.В., Шило В.П., Роцин В.О.</i> ПРО РОЗВ'ЯЗАННЯ СКЛАДНИХ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ	242
<i>Сидор А.І., Николайчук Я.М., Возна Г.В.</i> ЗАДАЧА ТА ПРОЦЕСОР РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ У ХЕММІНГОВОМУ ПРОСТОРІ	243
<i>Сливка-Тилищак Г.І.</i> ЗАСТОСУВАННЯ ОЦІНОК ДЛЯ РОЗПОДІЛУ СУПРЕМУМУ ВИПАКОВИХ ПОЛІВ З ПРОСТОРУ $Sub_{\varphi}(\Omega)$ В НЕСКІНЧЕННІЙ ОБЛАСТІ ДО РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ	245

<i>Снитюк В.Є., Кришталь В.М.</i> КОМПЛЕКТУВАННЯ АВАРІЙНО-РЯТУВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ – НЕОБХІДНА УМОВА ЗБЕРЕЖЕННЯ ЖИТТЯ МІШКАНЦІВ МІСТ	247
<i>Сотов В.О., Антощук С.Г.</i> ПОДДЕРЖКА ПРИНЯТТЯ РЕШЕНЬ ПРИ ПОДБОРЕ ПЕРСОНАЛА НА ОСНОВЕ АНАЛІЗА ІЗОБРАЖЕНЬ	248
Стецюк П.И. ОПТИМАЛЬНЫЙ 2d-ЭЛЛИПСОИД И РАСТЯЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВА ПО РАЗНОСТИ НОРМИРОВАННЫХ СУБГРАДИЕНТОВ	249
<i>Страхов Є.М., Коломійчук Н.М.</i> СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМ ІЗ РЕЛЕЙНОЮ ФУНКЦІЄЮ КЕРУВАННЯ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ В СИСТЕМІ ТЕПЛОПОСТАЧАННЯ	251
<i>Супрун О.О.</i> ВИКОРИСТАННЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ СТРАТЕГІЙ ДЛЯ НАПРАВЛЕНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ	252
<i>Терешко Я.В.</i> ПРОБЛЕМА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ РОЗМІЩЕННІ ВАНТАЖУ ДЛЯ ПЕРЕВЕЗЕННЯ ВОДНИМ ТРАНСПОРТОМ	253
<i>Тимофієва Н.К.</i> ЗАЛЕЖНІСТЬ ЦІЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ ВІД СИМЕТРІЇ КОМБІНАТОРНИХ МНОЖИН	254
<i>Трошкі В.Б.</i> ОЦІНКИ НОРМ КВАДРАТИЧНО ГАУССОВИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ В ПРОСТОРІ	258
<i>Трошкі Н.В.</i> ДОСЛІДЖЕННЯ ВІДХИЛЕНЬ ОДНОРІДНОГО ТА ІЗОТРОПНОГО ВИПАДКОВОГО ПОЛЯ ВІД ЙОГО МОДЕЛІ	259
<i>Ходак М.В., Кучеренко Є.І.</i> ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСОБИ ОЦІНЮВАННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ	260
<i>Циганок В.В., Роїк П.Д.</i> ТЕХНОЛОГІЯ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ СТРАТЕГІЧНОМУ ПЛАНУВАННІ	262
<i>Чупов С.В.</i> ВЛАСТИВОСТІ ЛЕКСИКОГРАФІЧНО ВПОРЯДКОВАНИХ ПЕРЕСТАНОВОК	266
<i>Шаркаді М.М., Магула-Цубера Л.М.</i> МОДЕЛЮВАННЯ РЕЙТИНГІВ ДЛЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ	268
<i>Шарко О.В., Шарко М.В.</i> ІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КОНЦЕПЦІЇ ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ ПІДПРИЄМСТВ В УМОВАХ ДИНАМІЧНИХ ЗМІН ЗОВНІШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА	269
<i>Шелуденко А.С.</i> ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ ДЛЯ МАКСИМУМУ СУМ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ	271
<i>Штимак А.Ю.</i> НЕЧІТКА ОЦІНОЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ РІВНЯ КОМПЕТЕНТНОСТІ ВИПУСКНИКА ВНЗ ЯК РЕЗУЛЬТАТУ НАВЧАННЯ	272
<i>Яджак М.С.</i> ПАРАЛЕЛЬНІ АЛГОРИТМИ З АВТОНОМНИМИ ГІЛКАМИ ДЛЯ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ДАНИХ	273
<i>Янович О.І.</i> МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ МАКСИМАЛЬНОЇ ВИКОНУВАНОСТІ ТА ЇХ ЕФЕКТИВНІСТЬ	274
<i>Ярема В.І., Попик М.М.</i> КОНТРОЛІНГ У СИСТЕМІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	276
<i>Яценко В.О., Іванов С.М., Макаричев М.В.</i> АНАЛІЗ ДИНАМІКИ КР-ІНДЕКСУ ДЛЯ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З ПОПЕРЕДЖЕННЯ СОНЯЧНИХ БУР	277

ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК

- Boldyreva Valeria 8
Chapko R. 10
Kosolar A. 15
Mikhailyk Victor 17
Nechyporenko A. 26
Pankratova N.D. 20
Solomitsky Maxim 13
Yerokhin A. 26
Zhmyukhova Tetiana 8
Албанський І.Б. 66
Андрашко Ю.В. 28
Антоненко Н.А. 30
Антошук С.Г. 32, 248
Апанасенко Д.В. 128
Арсирій Е.А. 32
Асланов О.М. 34
Ахметшина Л.Г. 36
Бабалунга О.Ю. 32
Бабичев С.А. 38
Багрій Р.О. 148
Бакурова А.В. 40
Барабаш О.В. 42
Бармак О.В. 148
Батюк А.Є. 80
Безмогоричний Д.М. 48
Белецький А.С. 225
Бердник М.Г. 132
Березовський О.А. 43
Биченко А.О. 123
Бігдан В.Б. 44, 46
Білінський В.С. 62
Білощицький А.О. 48, 165
Бодяньський Є.В. 50, 52, 54, 56, 58
Бойко О.О. 50, 209
Боярчук Д.О. 60
Бражникова Є.М. 209
Брила А.Ю. 61
Брюховецький А.Б. 232
Бучок В.Ю. 80
Винокурова О.А. 56, 58
Возна Г.В. 243
Возна Н.Я. 62, 64
Волинський О.І. 66
Волошин О.Ф. 68, 70
Воронич А.Р. 62
Газда Р.Е. 172
Гайворонська Г.С. 13, 74
Гамоцька С.Л. 76
Гарасим Я.С. 78
ГечеФ.Е. 80
Глебена В.Ф. 82
Глебена М.І. 84
Гнатієнко Г.М. 86
Гожий А.П. 88
Гожий В.О. 89
Головач Й.І. 91
Гомозов Є.П. 93
Горбачук В.М. 94
Гошовська Н.В. 110
Гренджа В.І. 61
Григорків В.С. 96
Григорків М.В. 97
Гром Н.В. 98
Гуляницький Л.Ф. 100, 103
Гуменний П.В. 66
Гупал А.М. 104
Гупал Н.А. 106
Давлетова А.Я. 152
Дейнеко А.О. 108
Демидюк М.В. 110
Джулай О.М. 123
Дидык А.А. 52
Долотов А.І. 108
Домрачев В.М. 112
Донченко В.С. 114
Доценко С.И. 116
Дяченко М.П. 118
Євтушенко Г.Л. 184
Желдак Т.А. 30, 124
Журбенко Н.Г. 120
Зайченко О.Ю. 121
Зайченко Ю.П. 121
Заставний О.М. 235
Землянський О.М. 123
Зиновеева М.И. 142
Зінченко О.В. 124
Ильяш Л.И. 126
Іванов С.М. 277
Івасьєв С.В. 152
Івохін Є.В. 128, 129, 130
Калинина И.А. 88
Каминіна О.В. 229
Канаєва Н.В. 142
Капустей М.М. 131
Каревіна Н.П. 132
Касім А.М. 134
Касім М.М. 134
Кобилін І.О. 56
Коваленко О.В. 137
Коваленко О.Є. 139
Ковальов Д.І. 68
Козаченко Ю.В. 141
Козин И.В. 142, 143
Коломис О.М. 145
Коломійчук Н.М. 251
Кондрук Н.Е. 147
Кормош О.В. 82
Коцовський В.М. 161
Крак Ю.В. 148, 150
Кривонос Ю.Г. 150
Криковлюк О.О. 44
Кришталь В.М. 247
Круліковський Б.Б. 152
Кряжич О.О. 137
Кудін В.І. 68, 70
Кудін Г.І. 202
Кузка О.І. 28, 154
Кузнецов В.І. 184
Кузнецов В.О. 150
Кузьомко А.С. 48
Кулик В.В. 70
Куценко Я.В. 108
Кучанський О.Ю. 48, 165
Кучеренко Є.І. 260
Лавер В.О. 155
Лаптин Ю.П. 156
Лебедева Т.Т. 158
Левчук О.М. 161
Литвиненко В.І. 163
Лізунов П.П. 165
Ломага М.М. 241
Лурье І.А. 163
Луц В.К. 166
Луц Л.В. 145
Людвиченко В.О. 118
Магула-Цубера Л.М. 268
Макаричев М.В. 277
Максимів О.П. 167
Максишко Н.К. 143
Малець І.О. 178
Малець Р. 169
Мальшко С.А. 170
Маляр М.М. 86
Маляр-Газда Н.М. 172
Маринець В.В. 174
Маринець К.В. 175
Марко М.Я. 176
Мартин Є.В. 178
Матяшовська Б.О. 213

Махно М.Ф. 129
 Машталир С.В. 180
 Меньшикова О.В. 167
 Миронюк І.С. 188, 189
 Мисько Ю.П. 182
 Михальов О.І. 184
 Мілявський Ю.Л. 230
 Міца О.В. 91, 213, 222
 Млавець Ю.Ю. 187
 Мулеса О.Ю. 188, 189
 Мулеса П.П. 56
 Мурга М.О. 191
 Мусієнко А.П. 42
 Назарага І.М. 114
 Науменко Ю.О. 130
 Невмержицкий А.В. 193
 Нестерчук М.О. 182
 Николайчук Л.М. 196
 Николайчук Я.М. 64, 243
 Нікітіна А.О. 195
 Ніколенко В.В. 182
 Огурцов М.І. 198
 Оліх В.Я. 200
 Ольховенко С.І. 82
 Онищенко А.М. 202
 Оришич С.С. 91
 Остудін Б.А. 78
 Отрошенко О.П. 150
 Палеха Ю.І. 112
 Пастух Т.І. 62
 Пашинська Н.М. 203
 Пашко А.О. 205
 Пелешко Д.Д. 58, 167
 Пепеляєв В.А. 46
 Перепелица В.А. 143, 207
 Перова І.Г. 209
 Петранова М.Ю. 141
 Петрик М.Р. 211
 Петрик О.Ю. 211
 Пецко В.І. 213
 Пида С.В. 48
 Пичугина О.С. 215
 Пітух І.Р. 64
 Плісс І.П. 58, 108
 Повідайчик М.М. 217
 Повідайчик О.С. 219
 Погорелов А.В. 232
 Погоріляк О.О. 220
 Полачек Е.М. 222
 Поліщук А.В. 86
 Поліщук В.В. 221
 Попик М.М. 276
 Придатко О.В. 178
 Провотар О.І. 224
 Провотар Т.М. 224
 Прокопчук Ю.А. 225, 227
 Процюк Г.Я. 64
 Пузирьов В.Є. 229
 Путренко В.В. 203
 Рак Т.Є. 167
 Роїк П.Д. 262
 Романенко В.Д. 230
 Ропало Г.М. 40
 Рошин В.О. 242
 Рясна І.І. 103
 Саваневич В.Е. 232
 Сарай Н.М. 234
 Сахарова С.В. 74
 Сегін А.І. 200, 235
 Селіванова А.В. 237
 Семенов В.В. 116, 239
 Семенова Н.В. 98, 158, 241
 Сергієнко І.В. 17, 211, 242
 Сергієнко Т.І. 158
 Сидор А.І. 243
 Синявська О.О. 187
 Сирку А.А. 94
 Слабкий Г.О. 188
 Сливка-Тилищак Г.І. 245
 Слюсарчук П.В. 131
 Снитюк В.Є. 247
 Сотов В.О. 248
 Стеля І.О. 148
Стецюк П.І. 249
 Страхов Є.М. 251
 Струков В.М. 54
 Супрун О.О. 252
 Таїф М.А. 163
 Тарасова О.В. 114
 Терешко Я.В. 253
 Терещенко Э.В. 207
 Тимофієва Н.К. 254
 Третиник В.В. 112
 Трошкі В.Б. 258
 Трошкі Н.В. 259
 Тустановський С.В. 66
 Узлов Д.Ю. 54
 Фефелов А.О. 163
 Фресар Ж. 211
 Фур В.Ю. 161
 Хламов С.В. 232
 Ходак М.В. 260
 Ходзінський О.М. 198
 Цегелик Г.Г. 84, 176
 Циганок В.В. 262
 Чала Л.Е. 165
 Чигрин Д.Р. 108
 Чирун Л.Б. 88
 Чорний Ю.М. 44, 46
Чумаков Б.М. 94
 Чупов С.В. 266
 Шапочка І.В. 234
 Шаркаді М.М. 268
 Шарко М.В. 269
 Шарко О.В. 269
 Шелуденко А.С. 271
 Шило В.П. 242
 Шило П.В. 60
 Шпонтан І.Я. 217
 Штимак А.Ю. 272
 Шулла Р.С. 217
 Шумило Н.Я. 213
 Шунькін Ю.В. 78
 Яджак М.С. 273
 Ядрова М.В. 32
 Яковлев С.В. 215
 Янович О.І. 274
 Ярема В.І. 276
 Яценко В.О. 24, 277