

Двоїсті лагранжеві оцінки для квадратичних оптимізаційних задач
(Березовський О.А., по матеріалах дисертації)

Основні результати.

1. Доведено ряд властивостей двоїстих оцінок
2. Отримано необхідну і достатню умову, за якої двоїста оцінка для квадратичної оптимізаційної задачі загального вигляду є точною (відомі раніше результати стосувалися лише окремих випадків). Завдяки цій умові спрощується доведення ряду теорем, отриманих академіком Н.З. Шором, та розширюються можливості дослідження точності двоїстих оцінок для квадратичних оптимізаційних задач.
3. Отримано необхідну і достатню умову у матричному вигляді, за якої двоїста оцінка для квадратичної оптимізаційної задачі загального вигляду є точною. Її застосовано для визначення умови точності двоїстої оцінки для задачі мінімізації квадратичної функції на багатогранному конусі при використанні додаткових обмежень, отриманих шляхом попарного перемноження лінійних обмежень, що визначають конус допустимих значень
4. Отримано достатню умову, при виконанні якої двоїстий підхід дозволяє знайти оптимальне значення і точку глобального екстремуму квадратичної екстремальної задачі. Цей результат розширює коло задач, для яких можна теоретично обґрунтувати можливість розв'язання шляхом застосування двоїстого підходу.
5. Запропоновано алгоритм до розв'язання спеціалізованої неопуклої оптимізаційної задачі, пов'язаної з локалізацією інваріантної множини динамічної системи. Він базується на застосуванні двоїстої оцінки оптимального значення цільової функції відповідної неопуклої квадратичної оптимізаційної задачі. Отримано умови, коли цей алгоритм дозволяє знайти оптимальне значення і точку глобального екстремуму вихідної задачі.
6. Сформульовано необхідні і достатні умови, при яких оптимальні значення цільових функцій неопуклої квадратичної екстремальної задачі та її SDP-релаксації співпадають
7. Розроблено алгоритми знаходження двоїстої оцінки для квадратичної екстремальної задачі шляхом її зведення до однорідної квадратичної задачі та застосування точних штрафних функцій для отримання безумовної задачі негладкої оптимізації
8. Запропоновано підхід знаходження наближення до одного з розв'язків квадратичної екстремальної задачі загального вигляду двоїстим підходом у разі точної двоїстої оцінки
9. На основі використання техніки лагранжевих двоїстих оцінок розроблено та досліджено алгоритми знаходження нижніх оцінок значення глобального екстремуму для задачі мінімізації квадратичної функції на поверхні Штифеля. Запропоновано сімейство функціонально надлишкових обмежень, яке дозволило покращити отриману двоїсту оцінку. Показано, що для даної задачі при додатковій умові бінарності компонентів двоїста оцінка відповідної квадратичної задачі точна.
10. Отримано аналітичний вираз для двоїстої оцінки оптимального значення цільової функції квадратичної постановки задачі пакування однакових куль у куб у багатовимірному просторі, який підтверджує припущення К.Анстрайхера щодо оцінки, отриманої SDP-релаксацією цієї постановки у випадку двовимірного простору.
11. Отримано аналітичний вираз для двоїстої оцінки оптимального значення цільової функції квадратичної постановки задачі знаходження двоїстої оцінки для задачі розміщення точок у кулі.
12. Побудовано квадратичні моделі та досліджено застосування двоїстих оцінок для ряду прикладних задач

Вступ

1. Загальні відомості

1.1. Поняття двоїстої оцінки для квадратичної оптимізаційної задачі

1.2. Властивості двоїстих оцінок

Березовский О.А., Стецюк П.И. Об одном способе нахождения двойственных квадратичных оценок Шора // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 2. – С. 89–99.

Березовский О.А. Условие точности двойственных квадратичных оценок в матричном виде // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2015. – С. 41–45.

1.3. Функціонально надлишкові обмеження

Березовский О.А. О точности двойственных оценок для квадратичных экстремальных задач // Кибернетика и системный анализ. – 2012. – № 1. – С. 33–39.

1.4. Двоїсті оцінки та лінійні релаксації

Стецюк П.И., Бутенко С.И., Березовский О.А. Об одной верхней оценке для взвешенного числа устойчивости графа // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2007. – № 6. – С. 80–89

2. Необхідна та достатня умова точності двоїстої оцінки

2.1. Теорема про необхідну та достатню умову точності двоїстої оцінки. Приклади застосування.

Березовский О.А. О точности двойственных оценок для квадратичных экстремальных задач // Кибернетика и системный анализ. – 2012. – № 1. – С. 33–39.

2.2. Теорема про необхідну та достатню умову точності двоїстої оцінки у матричному вигляді. Приклади застосування.

Березовский О.А. Условие точности двойственных квадратичных оценок в матричном виде // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2015. – С. 41–45.

Березовский О.А., Бардадым Т.А., Лиховид Е.А. О задаче минимизации квадратичной функции на многогранном конусе // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2012. – С. 3–8.

3. Достатня умова точності двоїстої оцінки

3.1. Теорема про достатню умову точності двоїстої оцінки.

Березовский О.А. О решении одной специальной оптимизационной задачи, связанной с определением инвариантных множеств динамических систем // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 3. – С. 33–40

Березовский О.А. Достаточное условие точности двойственных лагранжевых оценок для квадратичных экстремальных задач // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2011. – № 10. – С. 27–32.

3.2. Приклади застосування.

Березовский О.А. О решении одной специальной оптимизационной задачи, связанной с определением инвариантных множеств динамических систем // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 3. – С. 33–40

Березовский О.А., Шулинок И.Э. Использование двойственного подхода для решения одной геометрической задачи // Компьютерная математика. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2016. – № 2. – С. 94–99

4. Двоїсті оцінки та SDP- релаксації

4.1. Еквівалентність двоїстої оцінки та SDP- релаксації

4.2. Критерії точності SDP-релаксацій квадратичних екстремальних задач

Березовский О.А. Критерии точности SDP-релаксаций квадратичных экстремальных задач // Кибернетика и системный анализ. – 2016. – № 6. – С. 95–101

5. Використання g-алгоритму для знаходження двоїстої оцінки

5.1. Огляд алгоритмів знаходження значення двоїстої оцінки

5.2. Зведення до однорідної квадратичної задачі та застосування точних штрафних функцій

Березовский О.А., Стецюк П.И. Об одном способе нахождения двойственных квадратичных оценок Шора // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 2. – С. 89–99.

Березовский О.А. Компьютерная программа "Нахождение верхней оценки целевой функции в багатоекстремальной задаче с однородными квадратичными функциями" // Свидетство о регистрации авторского права на твор № 40068. Украина. Министерство образования и науки. Государственный департамент интеллектуальной собственности. – Дата регистрации 09.09.2011

5.3. Нахождение приближения до одного из развязков квадратичной экстремальной задачи у випадку точной двойственной оценки

Березовский О.А., Бардадым Т.А. Двойственная квадратичная оценка для линейной задачи дополненности // Компьютерная математика. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2017. – № 1. – С. 1–6.

6. Аналитические двойственные оценки

6.1. Двойственная оценка для квадратичной постановки задачи упаковки шаров у куб

Березовский О.А. О задаче упаковки шаров в куб // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – № 4. – С. 170–179.

6.2. Двойственная оценка для квадратичной постановки задачи размещения точек у кулі

Березовский О.А., Шулинок Г.А. Аналитическое выражение двойственной оценки для задачи размещения точек в шаре // Теория оптимальных решений. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2014. – С. 24–31.

7. Применение квадратичных моделей та двойственных оценок для решения прикладных задач

7.1. Специальная задача на множестве Штиффеля

Шор Н.З., Стецюк П.И., Березовский О.А. Двойственные оценки для специальной оптимизационной задачи квадратичного типа на многообразии Штиффеля // Теория оптимальных решений. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2004. – № 3. – С. 3–10.

Березовский О.А. О нижней оценке для одной квадратичной задачи на многообразии Штиффеля // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 5. – С. 95–103.

7.2. Максимальный разрез графа с заданной количеством вершин у подмножествах разбиения

Стецюк П.И., Березовский О.А. Лагранжевая оценка для максимального разреза графа с заданными количествами вершин в обоих подмножествах разбиения // Теория оптимальных решений. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2006. – № 5. – С. 31–38.

7.3. Задача про максимальный k-клуб

Березовский О.А., Жереб К.А. Двойственные оценки для задачи о максимальном k-клубе // Теория оптимальных решений. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2008. – № 7. – С. 11–16.

7.4. Линейная задача комплементарности

Березовский О.А., Бардадым Т.А. Двойственная квадратичная оценка для линейной задачи дополненности // Компьютерная математика. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2017. – № 1. – С. 1–6.

7.5. Кодирование монохроматического изображения

Березовский О.А. Задача матричной безусловной оптимизации для нахождения оценок при кодировании монохроматического изображения // Работы международного симпозиума "Проблемы оптимизации вычислений (ПОО-XXXV)". – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины, 2009. – Т.1. – С. 58–62.

Стецюк П.И., Березовский О.А., Журбенко М.Г., Кропотов Д.О. Методы негладкой оптимизации в специальных задачах классификации. – Препр. / НАН Украины. Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова; 2009–1. – 29 с.

7.6. ???????

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шор Н.З., Стецюк П.И., Березовский О.А. Двойственные оценки для специальной оптимизационной задачи квадратичного типа на многообразии Штиффеля // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2004. – № 3. – С. 3–10.
2. Стецюк П.И., Березовский О.А. Лагранжевая оценка для максимального разреза графа с заданными количествами вершин в обоих подмножествах разбиения // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2006. – № 5. – С. 31–38.
3. Стецюк П.И., Бутенко С.И., Березовский О.А. Об одной верхней оценке для взвешенного числа устойчивости графа // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2007. – № 6. – С. 80–89.
4. Березовский О.А., Стецюк П.И. Об одном способе нахождения двойственных квадратичных оценок Шора // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 2. – С. 89–99.
5. Березовский О.А. О нижней оценке для одной квадратичной задачи на многообразии Штиффеля // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 5. – С. 95–103.
6. Березовский О.А., Жереб К.А. Двойственные оценки для задачи о максимальном k-клабе // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2008. – № 7. – С. 11–16.
7. Бардадым Т.А., Березовский О.А. Верхние оценки для оптимизационных задач межотраслевого планирования структурно-технологических изменений // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2010. – № 9. – С. 40–46 .
8. Березовский О.А. Достаточное условие точности двойственных лагранжевых оценок для квадратичных экстремальных задач // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2011. – № 10. – С. 27–32.
9. Березовский О.А. О точности двойственных оценок для квадратичных экстремальных задач // Кибернетика и системный анализ. – 2012. – № 1. – С. 33–39.
10. Березовский О.А., Бардадым Т.А., Лиховид Е.А. О задаче минимизации квадратичной функции на многогранном конусе // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2012. – С. 3–8.
11. Березовский О.А. О задаче упаковки шаров в куб // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – № 4. – С. 170–179.
12. Березовский О.А., Шулинок Г.А. Аналитическое выражение двойственной оценки для задачи размещения точек в шаре // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 2014. – С. 24–31.
13. Березовский О.А. О решении одной специальной оптимизационной задачи, связанной с определением инвариантных множеств динамических систем // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 3. – С. 33–40.
14. Березовский О.А. Условие точности двойственных квадратичных оценок в матричном виде // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2015. – С. 41–45.
15. Березовский О.А. Критерии точности SDP-релаксаций квадратичных экстремальных задач // Кибернетика и системный анализ. – 2016. – № 6. – С. 95–101
16. Березовский О.А., Шулинок И.Э. Использование двойственного подхода для решения одной геометрической задачи // Компьютерная математика. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2016. – № 2. – С. 94–99.
17. Березовський О.А.. Нулевой разрыв двойственности в квадратичных экстремальных задачах // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки. – 2017. – С. 1–6.
18. Березовский О.А., Бардадым Т.А. Двойственная квадратичная оценка для линейной задачи дополненности // Компьютерная математика. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2017. – № 1. – С. 1–6.
- 19.

Інші роботи у фахових виданнях

1. Шор Н.З., Березовский О.А. Алгоритмы построения инвариантного эллипсоида минимального объема для устойчивой динамической системы // Кибернетика и системный анализ. – 1995. – № 3. – С. 130–137.
2. Бардадым Т.А., Березовский О.А. Заметки о подходах к построению Ф-функций для эллипсов // Компьютерная математика. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2013. – № 2. – С. 50–56.
3. Березовский О.А., Журбенко Н.Г., Стецюк П.И. Алгоритмы построения линейных бинарных классификаторов при неточных измерениях // Компьютерная математика. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2014. – № 2. – С. 133–138.
4. Бардадым Т.А., Березовский О.А. Ф-функция для эллипса и выпуклого многоугольника // Компьютерная математика. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2015. – № 1. – С. 112–117.